

외경에 홈을 지닌 자진가공된 압력용기의 응력해석 및 피로수명평가

고 승 기

한전 기술연구원 발전연구실 선임연구원



● 1958년생
● 응력해석, 피로파괴를 전공하였으며, 기계 및 구조물의 손상해석, 수명 평가에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

내압을 받는 두꺼운 압력용기에서 최대인장 접선응력은 그 압력용기의 내경에서 발생한다. 이처럼 압력용기 내경에서 발생하는 큰 크기의 인장 접선응력에 대응하기 위하여 압력용기 내경 근처에 압축잔류응력을 유도하는 자진가공이 수행된다⁽¹⁾. 자진가공으로 인한 내경에서의 접선방향 압축잔류응력은 반복적인 내압을 받는 압력용기의 내경에서 균열의 형성 및 전파를 지연시키는 역할을 하게된다^(2,3). 그러나 압력용기의 외경에 홈(groove)이나 균열등과 같은 불연속점이 존재할 경우에는 외경에 발생하는 자진가공에 의한 접선방향 인장잔류응력과 내압에 의한 접선 인장응력, 그리고 불연속점에서의 응력집중의 조합으로 인하여 피로균열이 발생하고 빠른 속도로 전파하여 파손되는 문제점이 발생하게 된다⁽⁴⁾.

본 글에서는 외경에 홈을 지니고 있는 자진가공된 압력용기가 반복적인 내압을 받을때 압력용기의 피로수명을 평가하기 위하여 열하중 유사법(thermal loading analogy)과 유한요소법을 이용한 응력해석 결과와 저주기 피로실험 결과를 국부변형률 방법(local strain approach)에 적용하여 피로수명을 예측하고 시뮬레이션 실험을 통한 피로수명과 비교 평가하였다.

2. 응력해석

압력용기의 형상은 그림 1과 같으며, 외경에 존재하는 홈의 형상은 직사각형과 타원형이 고려되었다. 직사각형의 홈은 현재 사용중인 형상이며 타원형의 홈은 직사각형 홈에서의 응력집중을 감소시키기 위하여 최적화된 형상이다. 내압을 받고 있는 외경에 홈을 지닌 자진가공된 압력용기의 응력해석은 가장 유력한 피로균열형성 장소와 응력집중에 관한 자료를 얻기위해서 필수적이며, 근본적으로 압력용기는 내압과 자진가공 하중을 받고 있다고 생각할 수 있다. 홈이 없는 평탄한 압력용기에서의 내압에 의한 응력분포는 Lamé의 식으로부터 얻어지며, 자진가공에 의한 잔류응력은 열하중을 부과함으로써 발생하는 열응력으로 시뮬레이션 되어질 수 있음이 알려졌다^(5,6).

그림 2는 외경에 홈을 지닌 압력용기의 유한요소모델을 나타내고 있다. 대칭에 의하여 압력용기의 절반이 모델링되었으며 2차원 8절점 isoparametric quadrilateral 요소가 이용되었다.

내압 386MPa과 100, 75, 50퍼센트 over-strain(o.s.)에 의한 이론적응력집중계수, K_t 가 각 홈의 형상과 하중에 따라 계산되었으며 그 결과는 표 1과 같다. 여기에서 퍼센트 over-strain은 자진가공중 소성변형이 발생한 두께

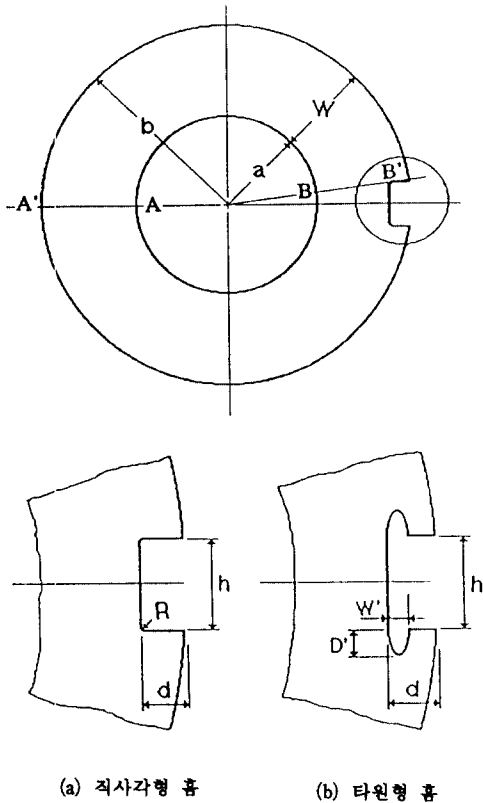


그림 1 외경에 흠을 지닌 두꺼운 압력용기
 (a=85, b=142, w=57, h=25, d=10,
 R=1.5, w'=4.3, D'=6.0, 단위 : mm)

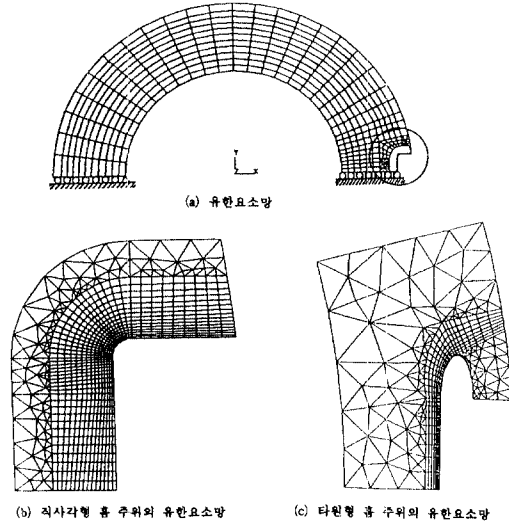


그림 2 압력용기의 유한 요소 모델

표 1 직사각형과 타원형 흠을 지닌 압력용기의
 각 하중 조건에 따른 이론적 응력집중 계수

하중 조건	K_t	
	직사각형	타원형
내압	3.93	2.12
자긴가공 (%)		
100	4.65	2.54
75	3.97	2.14
50	4.07	2.11

의 압력용기 전체 두께에 대한 비를 의미한다.
 이론적 응력집중계수(theoretical stress concentration factor), K_t 는 다음과 같이 정의된다.

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{S} \quad (1)$$

위에서 σ_{max} 는 흠의 뿌리(groove root)부분에서 발생하는 최대응력이고, 공칭응력 S 는 그림 1에서의 외경(a)이 흠의 깊이(d)만큼 줄어든 평탄한 압력용기의 외경에서 발생하는 응력으로 정의된다. 따라서 내압 P_i 와 자긴하중에 의한 공칭응력은 각각 다음과 같다.

$$S = \frac{2P_i a^2}{b_0^2 - a^2} \quad (2)$$

$$S = \sigma_{ys} \left\{ \frac{\rho^2}{b_0^2} + \frac{2a^2}{b_0^2 - a^2} \left[\frac{\rho^2 - b_0^2}{2b_0^2} - \ln \frac{\rho}{a} \right] \right\} \quad (3)$$

위에서 ρ 는 자긴가공동안 발생한 소성변형의 반경을 의미한다. 내압과 자긴가공에 의한 외경에 흠을 지닌 압력용기에서의 접선응력 분포가 유한요소 프로그램을 사용하여 계산되었으며 그림 1에 표시된 A-A', B-B'을 따라 접선응력변화가 그림 3과 4에 각각 나타내어 있다. 그림 1에서 A-A'과 B-B'은 각각 흠의 반대방향 그리고 흠의 뿌리를 통과한다. 그림 3으로부터 A-A'을 따라서는 흠의 형상과 무

관하게 접선응력이 분포하고 있으나, $B-B'$ 을 따라서는 외경의 홈에 접근 함에 따라 응력집중에 의한 급격한 응력의 변화를 보이고 있다. 특히 직사각형 홈을 지닌 경우 매우 큰 응력집중이 발생하고 있다. 100퍼센트 overstrain 가진 하중을 받는 경우의 두께에 따른 잔류응력 분포는 그림 4에 나타나어 있으며 $B-B'$ 을 따라서 홈의 뿌리부근에서 상당히 큰 응력집중이 발생하고 있음을 알 수 있다. 계산된 이론적인 응력집중계수는 직사각형 홈에서는 3.9에서 4.7, 타원형 홈에서는 2.1에서 2.5범위의 값이 얻어졌으며 표 1과 같다.

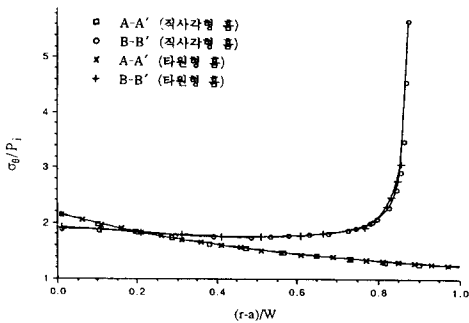


그림 3 직사각형과 타원형 홈을 지닌 압력용기의 내압에 대한 $A-A'$, $B-B'$ 에 따른 접선응력 분포

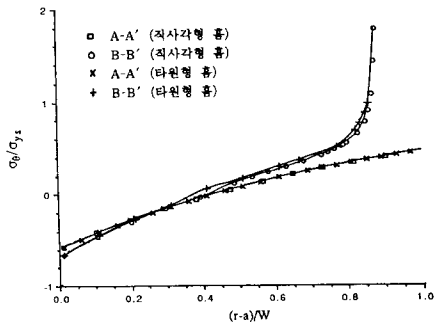


그림 4 직사각형과 타원형 홈을 지닌 압력 용기의 100퍼센트 overstrain 하중에 의한 $A-A'$, $B-B'$ 에 따른 접선 잔류 응력 분포

3. 시뮬레이션 피로실험

반복적인 내압을 받는 자긴가공된 압력용기를 시뮬레이션하는 피로실험이 그림 5와 같이 압력용기로부터 직접 채취된 피로시편을 사용하여 수행되었다. 내압을 받는 압력용기와 시뮬레이션 피로시편의 피로수명은 피로균열의 발생이 일어나는 외경에 존재하는 홈에서의 응력이 가능한 같도록 시뮬레이션 한다면 근사적으로 동일하다고 가정할 수 있다. 피로하중을 받는 시뮬레이션 시편홈에서의 응력치에 대한 엄밀해가 존재하지 않으므로 유한요소법을 이용한 선형 탄성 응력해석이 수행되었으며, 시뮬레이션 피로하중은 균열이 형성되는 압력용기와 시뮬레이션 피로시편의 홈의 뿌리부분에서의 최대 주응력이 같도록하여 결정되었다.

반복적인 내압 386 MPa을 받는 100, 75, 50

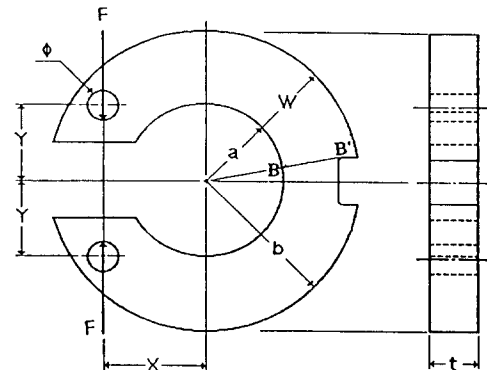


그림 5 외경에 홈을 지닌 시뮬레이션 피로시편

표 2 각 퍼센트 overstrain에 따른 시뮬레이션 피로 하중

퍼센트 overstrain	압축 시뮬레이션 하중		
	최대 하중	최소 하중	하중 범위
100	60.7	29.6	31.1
75	52.3	21.2	31.1
50	41.1	10.0	31.1

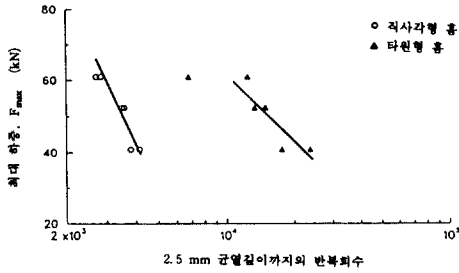


그림 6 시물레이션 피로수명

퍼센트 overstrain 자진가공된 압력 용기의 시물레이션 피로하중은 표 2와 같으며, 최대하중은 내압과 자진하중을 시물레이션하고 최소하중은 자진하중을 시물레이션한다.

피로실험은 상온에서 0.3~0.9Hz 주기를 가지는 하중제어(load-control)로 수행되었으며 균열이 발생하여 균열길이가 2.5mm에 이를 때까지의 반복횟수를 시물레이션 피로실험의 피로수명으로 정의되었다.

각각의 서로다른 형상의 흠을 지닌 피로시편에 대한 피로수명이 그림 6에 나타내어 있다. 그림 6은 100퍼센트 overstrain에 해당하는 최대피로하중에서 가장 짧은 피로수명을 보이고 있으며 같은 피로하중수준에서 타원형 흠을 지닌 시편이 직사각형 흠을 지닌 시편에 비하여 상당히 피로수명에 증가됨을 보이고 있다. 표 2에 주어진 것처럼 모든 피로실험에서의 하중진폭은 동일하므로 서로 다른 하중수준에서의 피로수명의 변화는 평균응력(mean stress) 또는 최대응력에 기인한다. 타원형 흠을 지닌 시편이 직사각형 흠을 지닌 시편에 비하여 약 2.5에서 5배의 더 긴 피로수명을 가지며, 이는 타원형 흠에서의 낮은 응력집중의 영향에 기인한다.

4. 저주기 피로실험

압력용기의 저주기 피로특성을 얻기위하여 압력용기로부터 채취된 평탄한 실린더형 시편

을 사용하여 여러 변형률비(strain ratio)에서의 변형률 제어(strain control) 피로실험이 수행되었다. 저주기 피로특성에 대한 평균 변형률(mean strain)과 평균 응력(mean stress)의 영향을 파악하기 위하여 5개의 서로 다른 변형률비, $R = \epsilon_{min}/\epsilon_{max} = -2, -1, 0, 0.5, 0.75$ 에서 실험이 행하여 졌다. 시편 표면에서의 균열형성 관찰을 기초로하여 최대 인장하중의 25퍼센트 하중 감소 또는 파단이 저주기 피로수명의 판단기준으로 결정되었다. 사이클릭 응력 변형률 곡선은 다음과 같은 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\epsilon}{2} &= \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \\ &= \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/n} \end{aligned} \quad (4)$$

위에서 $\Delta\epsilon/2$, $\Delta\epsilon_e/2$, $\Delta\epsilon_p/2$, $\Delta\sigma/2$ 는 각각 총 변형률 진폭, 탄성변형률 진폭, 소성변형률 진폭, 그리고 응력진폭을 의미하며 K' , n' 은 각각 cyclic strength coefficient, cyclic strain hardening exponent이다. 압력용기 강인 ASTM A723의 재료 성질은 표 3에 주어져 있다.

저주기 피로수명은 탄성변형률 수명(elastic strain-life)성분과 소성변형률 수명(plastic strain-life)성분으로 구성되어 있으며 다음과

표 3 압력용기강 ASTM A723의 재료 물성치

탄성계수, E (GP_a)	200
항복응력, σ_{ys} (MP_a)	1170
인장 응력, σ_u (MP_a)	1262
연률(%)	13
단면 수축률(%)	50
가공경화계수, K (MP_a)	1483
가공경화지수, n	0.037
로크웰 경도(HR_c)	40
사이클릭 가공경화 계수, K' (MP_a)	1581
사이클릭 가공경화 지수, n'	0.071
사이클릭 항복응력, σ'_{ys} (MP_a)	1014

표 4 저주기 피로 특성치

피로 강도 계수, $\sigma'_f(\text{MPa})$	2123
피로 강도 지수, b	-0.110
피로 연성 계수, $\epsilon'_f(\text{MPa})$	0.489
피로 연성 지수, c	-0.783

같이 표시된다.

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2}$$

$$= \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (5)$$

위에서 $\sigma'_f, b, \epsilon'_f, c$ 는 각각 피로강도 계수, 피로강도 지수, 피로연성 계수, 피로연성 지수를 의미하며 이러한 저주기 피로특성은 표 4와 같다.

그림 7은 각 변형률비에서의 변형률 진폭에 따른 저주기 피로수명을 나타내고 있으며, 변형률 진폭이 0.005이상인 경우에는 같은 변형률 진폭에서의 변형률비에 따른 피로수명의 차이가 거의 없으나 변형률 진폭이 작아지면서 피로수명의 차이가 나타나기 시작한다. 저사이클 피로실험 결과는 그림 7에 나타난 것처럼 3가지의 뚜렷한 경향을 보이고 있는데 이는 평균 변형률이 각각 negative, zero, positive인 경우이며 압축평균응력을 가지는 경우의 결과가 다

른 경우에 비하여 긴 피로수명을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이처럼 같은 변형률 진폭에서 피로 수명의 차이는 평균응력에 기인하여, 압축평균응력은 피로수명을 연장시키고 인장평균응력은 피로수명을 감소시키는 효과를 가지고 있음을 알 수 있다. 피로수명에 대한 평균응력의 영향을 고려하기 위하여 Morrow⁽⁷⁾는 Basquin 식 (8)에 평균응력, σ_m 을 도입하여 기존의 저주기 피로수명식을 다음과 같이 변형하였다.

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (6)$$

위식에서 알 수 있듯이 평균응력은 단지 탄성 변형률 수명에만 영향을 미치고 있으며, 실질적으로 그림 7로부터 전제변형률 수명중 탄성 변형률 수명이 지배적인 구간에서 평균응력 영향이 나타남이 상당히 흥미있다.

한편 Smith, Watson, Topper⁽⁹⁾는 평균응력의 영향을 고려하기 위하여 다음과 같은 변수를 제안하였다.

$$\sqrt{\sigma_{max}\epsilon_a E} = f(2N_f) \quad (7)$$

위에서 σ_{max} 는 저주기 피로실험에서의 최대응력이며, 저주기 피로실험결과를 이용하여

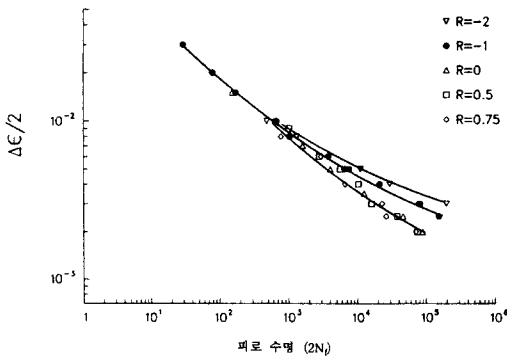


그림 7 각 변형률비에 따른 저주기 피로수명

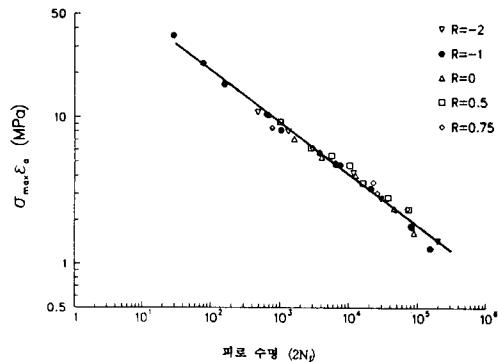


그림 8 SWT 파라메타와 피로수명과의 관계

log-log linear regression 해석을 하면 다음과 같은 SWT식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{max}\epsilon_a &= C(2N_f)^Y \\ &= 117(2N_f) - 0.369 \end{aligned} \quad (8)$$

저주기 피로실험결과를 SWT파라메타를 이용하여 피로수명은 그림 8과 같으며 매우 만족할 만한 상관관계가 얻어졌다. 즉 SWT파라메타를 이용하면 평균응력에 무관하게 저주기 피로수명을 한개의 함수로 표시할 수 있다.

5. 피로수명 예측

외경에 흠을 지닌 자진 가공된 압력용기의 피로수명을 예측하기 위하여 국부변형률 방법(local strain approach)이 사용되었다.

일반적으로 하중에 따른 국부변형률을 결정하기 위하여 실험적인 방법, 유한요소법, 근사방법이 사용되고 있으나, 여기에서는 근사방법으로서 선형법칙(linear rule)과 노이버법칙(Neuber's rule)을 사용하였다^(10,11). 변형률 제어 저주기 피로실험에서 이미 얻어진 사이클릭 응력변형률식과 Morrow 또는 SWT모델과 같은 피로손상모델로부터 압력용기의 피로수명을 예측할 수 있다. 선형법칙은 변형률 집중계수가 이론적 응력집중계수와 동일하다는 가정하에 다음과 같은 식으로부터 국부변형률을 구한다.

$$\frac{\epsilon}{e} = K_\epsilon = K_t \quad (9)$$

국부응력은 국부변형률과 사이클릭 응력변형률식(4)으로부터 직접 계산된다. 노이버는 이론적 응력집중계수 K_t , 실제응력집중계수 K_σ , 실제변형률 집중계수 K_ϵ 과의 관계를 다음과 같이 제안하였다.

$$K_t = (K_\sigma K_\epsilon)^{1/2} \quad (10)$$

위에서 $K_\sigma = \frac{\sigma}{S}$, $K_\epsilon = \frac{\epsilon}{e}$ 이다. 응력집중계수 K_t 를 갖는 노치의 피로수명에 대한 영향은 피로노치계수(fatigue notch factor), K_f 로 표시되며 Perterson⁽¹²⁾에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + p/r} \quad (11)$$

위에서 p 는 노치를 지나는 시편과 평탄한 시편의 피로실험으로부터 결정되는 재료 상수로서 다음과 같다.

$$p = 0.0254 \left(\frac{2068 \text{ MPa}}{\sigma_u} \right)^{1.8} \text{ [mm]} \quad (12)$$

표 5 각 퍼센트 overstrain에 따른 직사각형 흠을 지닌 압력용기의 국부변형률 및 응력

퍼센트 O.S. (%)	공침 변형률, e		공침 응력, $S(\text{MPa})$	
	e_{max}	e_{min}	S_{max}	S_{min}
100	0.00494	0.00241	987	481
75	0.00458	0.00186	915	371
50	0.00359	0.00088	717	175

· 선형 법칙에 의한 계산

퍼센트 O.S. (%)	국부 변형률, ϵ		국부 응력, $\sigma(\text{MPa})$	
	ϵ_{max}	$\Delta\epsilon/2$	σ_{max}	σ_m
100	0.0210	0.0054	1172	130
75	0.0181	0.0054	1153	111
50	0.0142	0.0054	1124	82

· 노이버 법칙에 의한 계산

퍼센트 O.S. (%)	국부 변형률, ϵ		국부 응력, $\sigma(\text{MPa})$	
	ϵ_{max}	$\Delta\epsilon/2$	σ_{max}	σ_m
100	0.0663	0.0059	1293	334
75	0.0501	0.0059	1264	307
50	0.0322	0.0059	1218	260

표 6 각 퍼센트 overstrain에 따른 타원형 홈을 지닌 압력용기의 국부 변형률 및 응력 · 선형 법칙에 의한 계산

퍼센트 O.S. (%)	국부 변형률, ϵ		국부 응력, σ (MPa)	
	ϵ_{max}	$\Delta\epsilon/2$	σ_{max}	σ_{min}
100	0.0114	0.0029	1093	533
75	0.0164	0.0029	1069	509
50	0.0105	0.0029	1024	464

· 노이버 법칙에 의한 계산

퍼센트 O.S. (%)	국부 변형률, ϵ		국부 응력, σ (MPa)	
	ϵ_{max}	$\Delta\epsilon/2$	σ_{max}	σ_m
100	0.0217	0.0029	1175	606
75	0.0164	0.0029	1142	576
50	0.0105	0.0029	1082	521

따라서 식 (10)은 다음과 같이 응력과 변형률 범위로 표시될 수 있다.

$$\Delta\sigma\Delta\epsilon = K_f^2 \Delta S \Delta \epsilon \quad (13)$$

공칭응력이력(nominal stress-time history)이

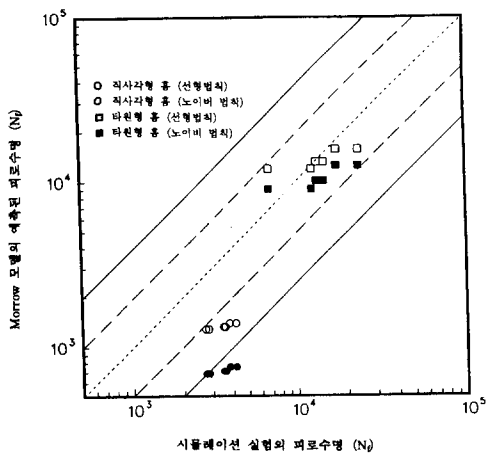


그림 9 Morrow 파라미터를 이용하여 예측된 자기 가공된 압력 용기의 피로수명

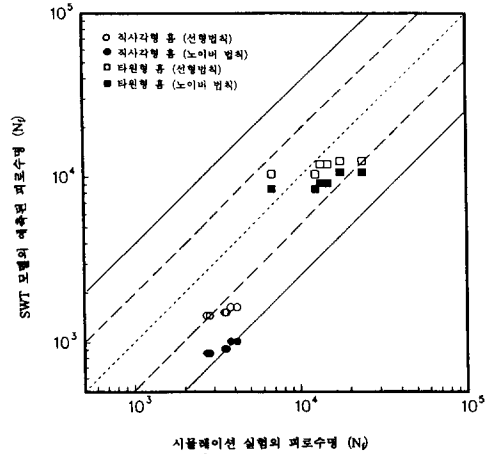


그림 10 SWT파라미터를 이용하여 예측된 자기 가공된 압력용기의 피로수명

주어지면 국부적으로 발생하는 응력, 변형률은 노이버식⁽¹³⁾과 사이클릭 응력변형률 식 (4)로부터 Newton-Raphson등과 같은 수치해석적 방법으로 얻어 진다. 이와같은 국부변형률 방법(local strain approach)을 이용하여 압력용기의 외경에 존재하는 홈에 발생하는 국부응력과 변형률은 각각 홈의 형상에 따라 표 5와 6과 같으며 앞에서 기술된 Morrow 및 SWT와 같은 평균응력 파라메타(mean stress parameter)를 이용하여 자기 가공정도에 따른 압력용기의 피로수명예측치는 그림 9와 10에 표시된 바와 같다. 그림 9와 10으로부터 피로수명 예측치는 실제 시물레이션 피로실험치와 비교하여 약 2~4배의 오차를 지니고 일치하는 경향을 보이고 있다.

6. 맺음 말

선형 탄성 유한요소 응력해석과 평균응력 효과를 고려한 저주기 피로실험으로부터 결정된 피로특성, 그리고 국부변형률 방법을 종합하여 외경에 홈이 존재하는 자기가공된 두꺼운 압력용기의 피로수명이 평가 되었다.

직사각형의 매우 날카로운 홈에서의 응력집

중계수는 타원형 홈에서의 응력집중 계수의 약 두배의 값이 얻어졌으며, 고강도 압력용기강인 ASTM A723의 저주기 피로거동에 대한 평균 응력 영향은 Morrow 및 SWT파라메타를 이용하여 충분히 고려되었다. 균열발생이 예상되는 위험한 부분인 홈의 뿌리부분에서의 국부적인 응력, 변형률이 계산되었으며 예측된 피로수명은 실험적으로 얻어진 수명과 비교했을 때 2에서 4배의 오차를 보이면서 일치하는 결과를 얻었다.

참고문헌

- (1) Franklin, G.J. and Morrison, J.L.M., 1960, "Autofrettage of Cylinders : Prediction of Pressure/External Expansion Curves and Calculation of Residual Stresses," Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Vol. 174, No. 35, pp. 947~974.
- (2) Davidson, T.E., Eisenstadt, R. and Reiner, A.N., 1963, "Fatigue Characteristic of Open-End Thick-walled Cylinders Under Internal Pressure," Journal of Basic Engineering, pp. 555~565.
- (3) Morrison, J.L.M., Crossland, B. and Parry, J.C.S., 1960, "Strength of Thick Cylinders Subjected to Repeated Internal Pressure," Journal of Engineering for Industry, pp. 143~153.
- (4) Kapp, J.A. and Pu, S.L., 1982, "Fatigue Design of Thick-walled Cylinders Considering the OD as a Failure Site," Pressure Vessel Design, PVP-57, American Society of Mechanical Engineers.
- (5) Hussain, M.A., Pu, S.L., Vasilakis, J.D. and O'Hara, P., 1980, "Simulation of Partial Autofrettage by Thermal Loads," Journal of Pressure Vessel Technology, pp. 314~318.
- (6) Pu, S.L. and Hussain, M.A., 1981, "Residual Stress Redistribution Caused by Notches and Cracks in a Partially Autofrettaged Tube," Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 103, pp. 302~306.
- (7) Graham, J.A., Ed., 1968, Chapter 3 in Fatigue Design Handbook, Vol. 4, Society of Automotive Engineers.
- (8) Basquin, H.O., 1910, "The Experimental Law of Endurance Tests," Proceedings of ASTM, Vol. 10, Part II, p.625.
- (9) Smith, K.N., Watson, P. and Topper, T. M., 1970, "A Stress-strain Function for the Faigue of Metals," Journal of Materials, Vol. 5, No. 4, pp.767~778.
- (10) Fuchs, H.O. and Stephens, R.I., 1980, Metal Fatigue in Engineering, John Wiley and Sons, New York.
- (11) Neuber, H., 1961, "Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatic Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law," Journal of Applied Mechanics, pp. 544~550.
- (12) Peterson, R.E., 1974, Stress Concentration Factors, John Wiley and Sons, N.Y.

