

공기부유입자의 기초이론

(Ⅳ. 브라운 운동과 확산)

— 목 차 —

1. 확산계수
2. 입자의 평균자유행로(Mean Free Path)
3. 브라운 변위(Brownian Displacement)
4. 확산에 의한 침착(Deposition by Diffusion)
5. 확산전지(Diffusion Batteries)

생산기술 연구원
(연구개발본부)
조 교 수 오 명 도

1827년 식물학자 Robert Brown은 처음으로 물에서 꽃가루분이 임의형태로 연속적으로 운동하는 것을 관찰하였는데, 그것을 Brown운동이라 부른다. 약 50년 뒤 공기 중의 담배입자도 비슷한 운동을 한다는 것이 밝혀졌다.

1960년대 초에 아인슈타인은 브라운 운동을 특징짓는 식을 유도하였으며, 그 식은 후에 실험으로 증명되었다.

$0.1\mu\text{m}$ 이하의 입자인 경우에는 확산만이 중요한 이동 메카니즘이다. 이동거리가 짧은 경우, 가령 필터나 폐의 통로와 같은 곳에서 입자를 포집할 때에는 주로 입자의 확산만이 고려되어진다.

그러나 이동거리가 긴 경우에 있어서는 대류 혹은 난류로 인한 확산(eddy diffusion)이 열적 확산에 의한 입자 이동에 비해 매우 크다.

1. 확산계수

브라운 운동은 정지된 공기 중에서 입자를 기체분자가 끊임없이 충돌하여 야기되는 진동에 의한 입자의 불규칙 운동이다.

에어로졸 입자의 확산은 농도구배가 있는 곳에서 이러한 입자의 순수 이동이다. 이 이동은 농도가 높은 지역에서 낮은 지역으로 항상 일어나는데 입자 확산계수 D 에 의해 특징지워진다.

확산계수 D 가 크면 클수록 브라운 운동이 더욱 더 격렬히 일어나며 농도구배가 있는 곳에서 질량이동이 급속히 빨라지게 된다.

확산계수는 에어로졸 입자의 유속 J (매초당 1cm^2 의 면적을 통해 지나가는 입자 수)와 농도구배 $\frac{dn}{dx}$ 와 관계 있는 비례상수이다. 이러한 관계를 Fick의 제1확산법칙이라 부른다.

외력이 존재하지 않는 상태에서 이러한 법칙은 다음과 같다.

$$J = -D \frac{dn}{dx} \quad (1)$$

에어로졸 입자의 확산계수는 Stokes-Einstein 정리에 의해 입자의 특성치로써 표시될 수 있다.

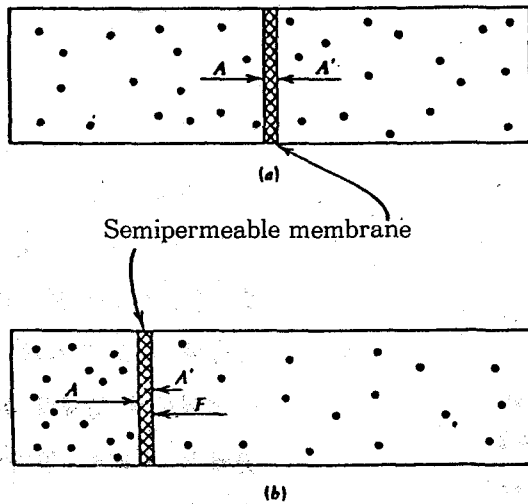
농도가 낮은 곳으로 입자를 움직이게 하는 힘, 즉 확산력은 입자의 운동에 저항하는 기체에 작용되는 힘과 같다.

이러한 힘을 Stokes항력이라 하는데 다음과 같이 주어진다.

$$\text{확산력} = \frac{3\pi\eta Vd}{C_c} \quad (2)$$

1905년 아인슈타인은 다음과 같은 사실을 알아냈다.

첫째, 관측이 가능한 에어로졸 입자의 브



〈그림 1〉 삼투압에 의한 힘

(a) 힘 $A =$ 힘 A' , (b) 힘 $A >$ 힘 A'

라운 운동은 큰 기체분자의 운동과 동일하다.

둘째, 브라운 운동을 하는 에어로졸 입자의 운동에너지는 에어로졸 입자를 지탱하는 기체분자의 운동에너지 $KE = \frac{3}{2}kT$ 와 같다.

셋째, 입자에 대한 확산력은 입자에 작용하는 삼투압과 같다.

삼투압을 이해하기 위해 액체에서 용해된 분자를 고려하자.

〈그림 1〉에서의 반투막(semipermeable membrane)은 액체분자가 지나 다니는 것은 허락하고, 용해된 분자들은 통과시키지 않는다. 또한 이 막은 자유로이 움직일 수 있다.

만약 이 막이 〈그림 1〉의 (b)와 같이 움직였다면 막을 고정시키기 위한 힘 F 가 작

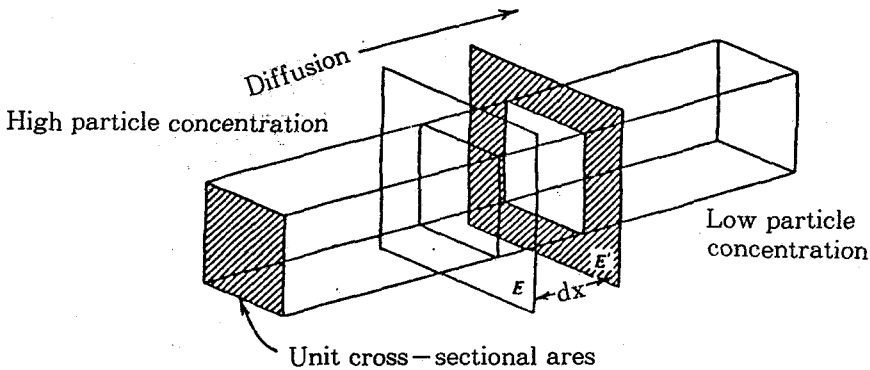
용하는데, 이 힘은 오른쪽으로 작용하는 순수 삼투압에 의한 힘과 같다. 즉 이 힘은 용해된 분자가 높은 농도에서 낮은 농도로 가려는 압력에 의한 것이며, 그 크기는 막의 양쪽 농도차에 직접 비례한다.

이러한 개념은 액체 뿐만 아니라 기체에도 적용되며, 용해된 분자 뿐만 아니라 에어로졸 입자에도 적용할 수 있다.

삼투압 P_0 는 단위 체적당 에어로졸 입자 n 에 대하여 다음과 같은 van't Hoff 법칙이 주어져 있다.

$$P_0 = nkT \tag{3}$$

여기서 k 는 Boltzmann 상수이고 T 는 절대온도이다.



〈그림 2〉 입자 확산계수의 유도를 위한 그림

〈그림 2〉와 같은 상황, 즉 에어로졸 입자의 확산이 표면 E와 E'를 통하여 왼쪽에서 오른쪽으로 발생하는 상황을 고려하자.

왼쪽에서 오른쪽으로의 농도차가 존재하므로 E와 E'에서의 삼투압은 식 (3)에서 예측된 것과는 약간 다르다.

순수 삼투압으로 인해 확산력 F_{diff} 가 생기는데 이 확산력은 E와 E' 사이에 존재하는 입자를 오른쪽으로 밀게 된다.

$$F_{diff} = kTn_E - kTn_{E'} = -kTdn \quad (4)$$

여기서 〈그림 2〉와 같은 표면 E와 E'의 단위면적을 고려하자.

E와 E' 사이에 있는 기체의 부피는 dx 이며, 이 부피에 존재하는 입자수는 ndx 이다. 그러므로 부피 dx 내의 각 입자에 작용하는 확산력은 다음과 같다.

$$F_{diff} = -\frac{kT}{n} \frac{dn}{dx} \quad (5)$$

이 확산력은 결국 Stokes 항력에 의해 저항을 받는 순수 입자 운동이 된다. 식 (5)를 식 (2)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$nV = -\frac{kTC_c}{3\pi\eta d} \frac{dn}{dx} \quad (6)$$

식 (6)의 좌변 nV 는 매초당 1cm^3 의 면적

을 지나가는 입자수이므로 식 (6)은 식 (1)과 같은 형태가 된다.

$$D = \frac{kTC_c}{3\pi\eta d} \quad (7)$$

식 (7)은 에어로졸 입자의 확산계수에 대한 Stokes-Einstein식이라 불린다.

식 (7)은 입자 mobility의 항으로 미끄럼 보정을 하여 자주 쓰인다.

$$D = kTB \quad (8)$$

확산계수의 단위는 cm^2/S 이며 확산계수 D 는 온도에 따라 증가한다. 미끄럼 보정이 무시될 수 있는 큰 입자인 경우에 확산계수 D 는 입자 크기에 역비례하며 미끄럼 보정이 필요한 작은 입자인 경우에 D 는 d^{-2} 에 비례한다. 확산계수에 대한 입자 크기의 영향이 〈표 1〉에 나타나 있다.

〈표 1〉에서 보면 심지어 $0.01\mu\text{m}$ 의 입자도 공기분자의 확산계수에 비해 약 3배 정도 작은 확산계수를 갖는다는 것을 알 수 있다.

입자의 확산계수는 브라운 운동의 강도를 특징지을 뿐 아니라, 단위 농도구배에서의 입자이동률을 나타낸다. 따라서 $0.01\mu\text{m}$ 의 입자는 $10\mu\text{m}$ 의 입자보다 약 20,000배 이상 빨리 확산된다.

에어로졸 입자는 주위 기체분자들과 에너

〈표 1〉 20°C 에서 단위밀도 입자에 대한 확산에 관계된 특성치

Particle Diameter (μm)	Movility ($\text{cm/s} \cdot \text{dyn}$)	Diffusion Coefficient (cm^2/s)	Mean Thermal Velocity (cm/s)
0.00037 ^a	4.6×10^{12}	0.19	46,000 ^b
0.01	1.3×10^{10}	5.2×10^{-4}	440
0.1	1.7×10^8	6.7×10^{-6}	14
1.0	6.8×10^6	2.7×10^{-7}	0.44
10	6.0×10^5	2.4×10^{-8}	0.014

a : 공기분자의 직경

지를 교환하기 때문에 입자나 기체분자 모두 $\frac{3}{2}kT$ 라는 평균 운동에너지를 갖고 있다.

이 평균 운동에너지를 사용하여 질량이 m 이고 지름이 d 인 구형 입자 속도의 rms 값을 구할 수 있다.

$$C_{rms} = \left(\frac{3kT}{m} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{18kT}{\pi \rho_p d^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

평균 열속도는 다음과 같다.

$$\bar{c} = \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{48kT}{\pi^2 \rho_p d^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

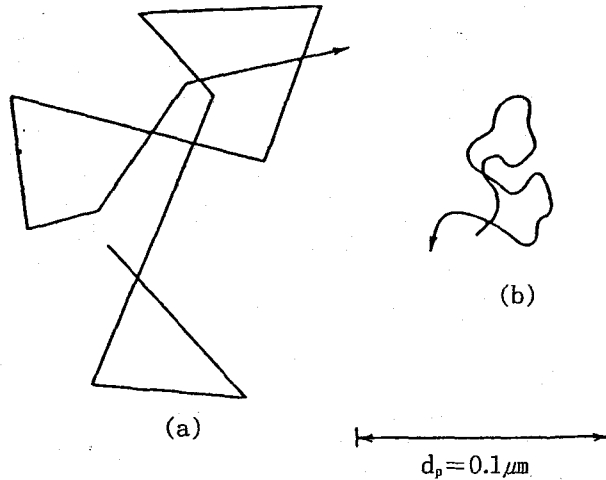
확산계수는 입자의 밀도에 영향을 받지 않으나 열속도는 영향을 받는다. 이러한 결과와는 이 두 양을 유도하는 과정에서 알 수 있다. 즉, 삼투압이나 Stokes 항력은 입자 밀도에 영향을 받지 않지만, 반면에 운동에

너지는 질량에 의존하게 된다. 확산 과정 중에 입자의 순수 운동은 많은 브라운 운동의 통계적 조합이 된다. 한편, 평균 열속도는 각 단계마다의 입자 평균운동이다. 공기 역학적 지름은 입자 확산 운동을 특징짓는데 부적당하며, 순수이동이 ρ_p 에 무관하기 때문에 실제 물리적 지름 d 가 사용되어야 한다.

2. 입자의 평균자유 행로(Mean Free Path)

작은 기체 입자의 운동은 평균속도와 평균자유 행로의 향으로써 특징지워질 수 있다. 에어로졸 입자의 브라운 운동을 특징짓기 위해 비슷한 방법을 사용하자.

기체 입자의 평균속도에 해당하는 입자의 평균 열속도가 식 (10)에 주어져 있다. 에어로졸 입자의 운동은 〈그림 3〉에서와 같이 기체 분자의 운동과는 매우 다르다.



〈그림 3〉 행로의 2차원 투사도(330,000배 확대)

a) 공기분자의 운동($\lambda=0.066\mu\text{m}$, 시간=1.6ns)

b) $0.1\mu\text{m}$ 입자 중심의 운동($\lambda_p=0.012\mu\text{m}$, 시간=1.7 μs)

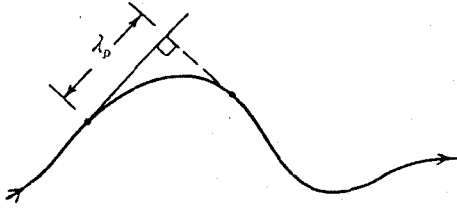
이 그림은 공기분자와 지름이 $0.1\mu\text{m}$ 인 분자 중심의 운동경로를 나타낸다. 기체분자의 경로는 충돌과 충돌 사이에 직선 경로로 구성되어 있으나, 그와 대조적으로 입자는 기체 입자와의 충돌 때마다 예상할 수 없는 경로로 움직인다. $0.1\mu\text{m}$ 의 입자인 경우 $10^{14}/\text{s}$ 의 높은 진동수로 충돌이 발생하므로 기체입자와 충돌할 때 입자의 운동을 특징짓는 것은 유용하지 않다.

수십억번의 충돌로 인한 효과는 입자를 〈그림 3〉에서와 같은 경로를 움직이게 한다.

〈그림 3〉에서와 같은 입자운동의 크기를 특징짓는 것은 기체분자의 평균자유 행로와 비슷한 개념을 사용하면 가능하게 된다. 기체분자의 평균자유 행로는 〈그림 3〉에서 직선들의 평균 길이를 의미한다. 입자의 경우에 똑같은 접근 방식은 입자운동 경로가 곡선이므로 불가능하다. 이런 곡선 운동의 크기는 입자 평균자유 행로 λ_p 에 의해 구해질 수 있는데, λ_p 는 한 점에서 입자가 운동 방향을 완전히 바꿀때까지 움직인 거리로써 정의되어진다.

〈그림 4〉에서와 같이 이러한 거리는 주

어진 방향에서 입자가 그 방향의 모든 속도를 잃을 때까지 움직인 평균 직선 거리와 같다.



〈그림 4〉 평균 자유행로를 보여주는 입자의 궤적

평균적으로 입자는 입자의 평균 열속도로써 움직이며, 따라서 λ_p 는 단순히 이러한 속도에서 입자의 정지거리(stopping distance)를 의미하게 된다.

$$\lambda_p = \bar{r}c \quad (11)$$

입자가 방향을 바꿀 때까지 걸리는 시간

t 는 입자의 평균 자유행로를 입자의 평균 속도로 나눈 것이다.

$$t\lambda = \frac{\lambda_p}{c} = \frac{\tau\bar{c}}{c} = \tau \quad (12)$$

따라서 입자가 방향을 바꾸는 율(rate)은 기체분자의 충돌율과 같으며 단순히 완화시간의 역과 같다.

〈표 2〉는 여러가지 크기의 입자들에 대해 입자 평균 자유행로의 여러가지 특성들을 보여 준다.

τ 와 c 가 입자의 크기에 따라 크게 변하는 반면 그들의 곱인 λ_p 는 입자 크기가 1,000배 정도 변하는 경우 약 4배밖에 변하지 않는다. 이것은 입자 크기에 크게 영향을 받지 않는 에어로졸 입자의 특성 중의 하나이다.

큰 입자들은 작은 입자들보다 큰 관성을 가지고 있으나 작은 속도에서는 관성에 큰

〈표 2〉 단위밀도의 구입자들에 대한 입자평균 자유행로

$d(\mu\text{m})$	$\tau(\text{s})$	$\bar{c}(\text{cm/s})$	$\lambda_p(\mu\text{m})$	Rate of Direction Changes(s^{-1})
0.00037 ^a	—	46,000	0.066	7.0×10^9
0.01	6.8×10^{-9}	440	0.030	1.5×10^8
0.1	8.8×10^{-8}	14.0	0.012	1.2×10^7
1.0	3.6×10^{-4}	0.44	0.016	2.8×10^5
10	3.1×10^{-4}	0.014	0.044	3.2×10^3

a : 공기분자의 직경

차이가 없으며 따라서 에어로졸 입자의 운동은 입자 크기와 무관하게 거의 같으며 기체 평균 자유행로의 약 $\frac{1}{5}$ 이다.

입자 평균 자유행로는 입자의 밀도가 증가하면 따라서 증가한다. 입자의 확산계수는 입자의 평균속도와 평균 자유행로의 항으로써 표현될 수 있다. 식 (8)과 (10), (11)을 결합하면 다음과 같다.

$$D = \frac{\pi}{8} \lambda_p \bar{c} \quad (13)$$

λ_p 는 입자의 크기에 무관하므로 식 (13)은 c 와 D 사이에 밀접한 관계가 있음을 보여준다.

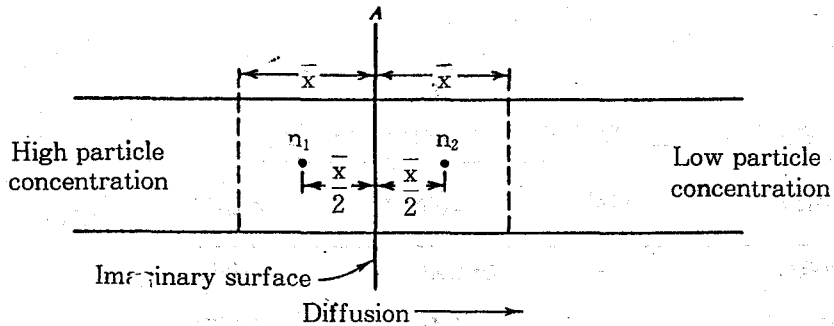
3. 브라운 변위(Brownian Displacement)

브라운 운동을 하고 있는 에어로졸 입자의 운동을 안다면 입자가 움직인 순수변위도 알 수 있다.

어느 순간에 한 입자가 어떤 방향으로 움직이다 조금 후에 반대 방향으로 움직인다고 하자. 입자 완화시간에 비해 긴 시간 동안 순수 변위는 그러한 많은 작은 운동의 통계학적 조합에 의존한다.

(그림 5)에서와 같이 단위면적을 가진 원통의 x 축을 따라 왼쪽에서 오른쪽으로의 확산과정을 고려하자.

가상평면 A를 통하여 왼쪽에서 오른쪽으로의 입자 순수 유속 J 를 결정하여 보자.



〈그림 5〉 브라운 변위 유도시 필요한 그림

Z보다 큰 t시간 동안 각 입자는 순수거리 x_1 를 움직일 것이다. 입자가 움직인 변위의 약 반이 오른쪽일 것이며 나머지 반이 왼쪽일 것이다. 편의상, 각각의 변위를 변위의 rms 평균값 \bar{x} 로 나타내자. 따라서 t시간 동안 입자의 반은 오른쪽으로 거리 \bar{x} 만큼 움직이며 나머지 반은 왼쪽으로 \bar{x} 만큼 움직인다.

그러므로 표면 A의 거리 \bar{x} 내에 있는 입자의 반은 t시간 동안 표면 A를 통과할 것이다.

만약 n_1 과 n_2 가 중간점 $\frac{\bar{x}}{2}$ 에서의 입자농도를 표시한다고 하면 시간 t 동안 왼쪽에서 오른쪽으로 표면 A를 통과하는 입자의 수는 $n_1 \frac{\bar{x}}{2}$ 이고 오른쪽에서 왼쪽으로 표면 A를 통과하는 입자의 수는 $n_2 \frac{\bar{x}}{2}$ 가 된다. 단위시간당 왼쪽에서 오른쪽으로의 입자전달은 다음과 같다.

$$J = \frac{\bar{x}}{2t} (n_1 - n_2) \tag{14}$$

표면 A에서의 농도구배는 다음과 같다.

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n_2 - n_1}{\bar{x}} \tag{15}$$

식 (15)를 $n_1 - n_2$ 에 대입하면 다음 식을

얻는다.

$$J = -\frac{\bar{x}^2}{2t} \frac{dn}{dx} \tag{16}$$

이 식은 Fick의 제1법칙의 다른 표현이며 여기서 확산계수는 다음과 같다.

$$D = \frac{\bar{x}^2}{2t} \tag{17}$$

시간 t 동안 어떤 축을 다른 변위의 rms 값은 다음과 같다.

$$\bar{x} = \sqrt{2Dt} \quad \text{for } t \gg \tau \tag{18}$$

위 식은 브라운 운동과 확산간의 관계를 보여 주고 있다.

어떤 점에서 입자가 브라운 운동을 하고 있다면 그 점을 지나가는 입자의 수는 농도가 높은 쪽에서 낮은 쪽으로의 입자수가 더욱 많다.

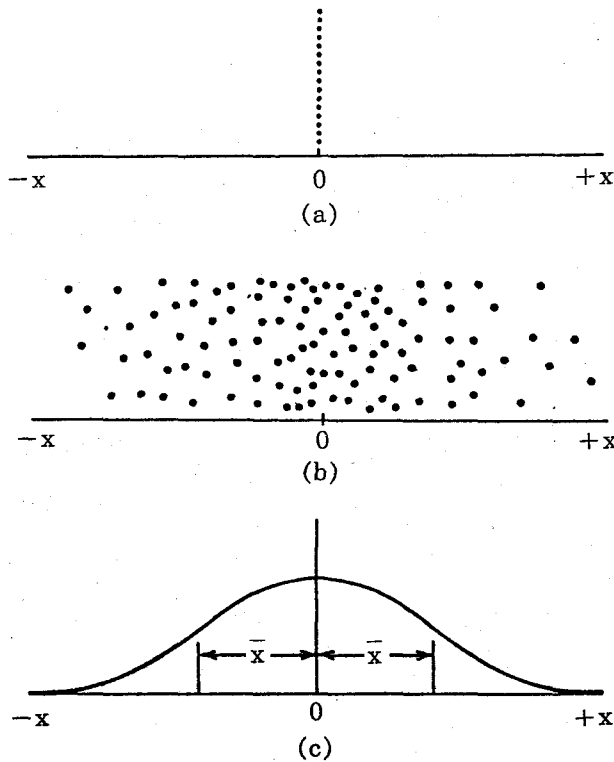
즉, 항상 농도를 감소시키는 방향으로 순수 질량 전달이 존재하게 된다. 만약 농도구배가 존재하지 않는다면 브라운 운동은 양쪽 방향에서 같을 것이고 순수 질량 전달도 발생하지 않게 된다.

<표 3>에 1초 동안 \bar{x} 의 값과 중력으로 인한 낙하변위 V_{Ts} 와의 비교가 나타나 있다.

〈표 3〉 표준상태하에서 단위밀도의 구입자가 브라운 운동과 중력에 의해 1초 동안 움직인 순수 범위

Particle Diameter (μm)	rms Brownian Motion in 1s, x_{BM} (cm)	Settling in 1s, x_{grav} (cm)	$\frac{x_{\text{BM}}}{x_{\text{grave}}}$
0.00037 ^a	0.60	2.4×10^{-7}	2.5×10^6
0.01	2.6×10^{-2}	6.6×10^{-6}	3900
0.1	3.0×10^{-3}	8.6×10^{-5}	35
1.0	5.9×10^{-4}	3.5×10^{-3}	0.17
10	1.7×10^{-4}	0.30	5.7×10^{-4}

〈그림 6〉과 같은 상황을 고려하자.



〈그림 6〉 브라운 확산으로 인한 입자의 분포

(a) 초기 조건($t=0$) (b) $t>0$ 일 때 입자 분포 (c) $t>0$ 에서 진동수 분포

이것은 기체 내에서 0.1 μm 보다 작은 지름을 가진 입자의 중요한 이동 메카니즘은 확산과 브라운 운동이라는 것을 보여준다.

t=0에서 많은 입자가 x=0의 위치에 있다. 만약 외력이 존재하지 않는다면 브라운 운동이 입자를 <그림 6>의 (b)와 같이 확산시킬 것이다. 원점을 중심으로 왼쪽과 오른쪽에는 동일 수의 입자가 존재할 것이다.

<그림 6>의 (c)에 평균이 0이고 표준편차가 다음과 같은 입자의 분포가 나타나 있다.

$$\sigma = \bar{x} = \sqrt{2Dt} \quad (19)$$

시간 t에서 x와 x+d 사이에 놓여 있는 입자의 수는 다음과 같다.

$$\frac{dn(x, t)}{n_0} = \frac{1}{(4\pi Dt)^{1/2}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Dt}\right) dx \quad (20)$$

여기서 n₀는 시간 t=0에서 방출된 입자 수이다.

식 (20)은 또한 시간 t=0에서 원점으로부터 출발한 하나의 입자가 시간 t에서 x와 x+dx 사이에 존재할 가능성을 나타낸다.

<표 4>는 t=0에서 원점으로부터 방출된 입자가 원점에서 1mm 이상 주어진 방향으로 벗어날 가능성을 보여주고 있다.

<표 4> t=0에서 원점으로부터 방출된 입자가 원점에서 1mm이상 주어진 방향으로 벗어날 가능성

Diameter (μm)	Time(s)			
	1	10	100	1000
0.00037 ^b	0.436	0.480	0.494	0.498
0.001	0.372	0.461	0.488	0.496
0.01	0.001	0.163	0.378	0.461
0.1	<10 ⁻⁷	<10 ⁻⁵	0.003	0.195

^aMaximun probability is 0.5

^b공기분자의 직경”

지금까지 알아 보았던 브라운 운동은 우리 주위에 있는 대기의 자연대류 운동에 비해 매우 작다는 것을 다시 한번 강조해 본다.

입자는 또한 회전 브라운 운동[4]을 한다. 이러한 회전 브라운 운동은 구입자의 경우에 별로 의미가 없으나 불규칙한 입자의 경우에 임의의 방향을 가정하는 이유가 된다.

4. 확산에 의한 침착(Deposition by Diffusion)

브라운 운동을 하고 있는 기체입자는 표면에 부딪힐 때 튕겨 나간다. 그렇게 함으로써 운동량이 용기의 벽에 기체 압력으로 전달된다. 기체 분자와는 같지 않게 에어로졸 입자는 표면에 부딪히면 점착되게 된다. 이러한 것은 표면에서 에어로졸 입자의 농도가 0이며 표면 근처에 농도구배가 존재한다는 것을 의미한다. 이러한 농도구배는 에어로졸 입자를 표면으로 확산되게 하는데 결국 농도의 점진적 감소를 유발시킨다.

가장 간단한 경우로써 처음에 균일 농도 n_0 를 가진 무한히 많은 에어로졸 입자가 존재하는 수직 평판을 고려해 보자. 처음에 표면 근처에는 기체 속도가 없다고 가정하

고 입자가 표면으로의 침착에 의해 소실되는율을 결정해 보자.

x 를 표면으로부터의 수평거리로 하자.

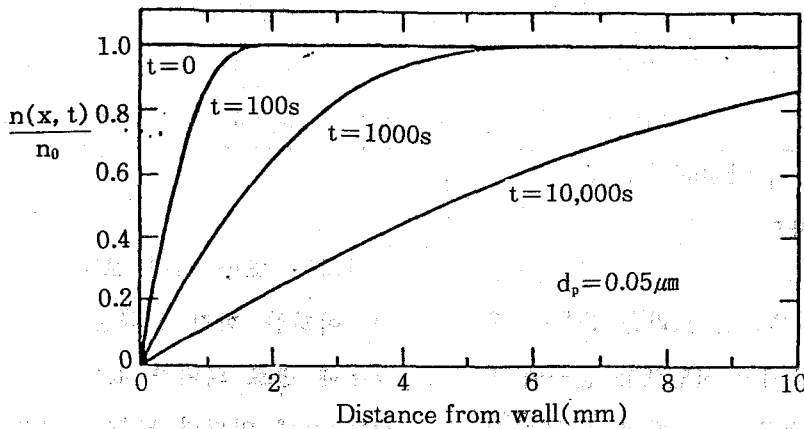
어떤 거리 x 와 시간 t 에서 입자의 농도 $n(x, t)$ 는 반드시 Fick의 제2확산법칙을 만족시켜야 한다.

$$\frac{dn}{dt} = D \frac{d^2n}{dx^2} \begin{cases} n(x, 0) = n_0 \text{ for } x > 0 \\ n(0, t) = 0 \text{ for } t > 0 \end{cases} \quad (21)$$

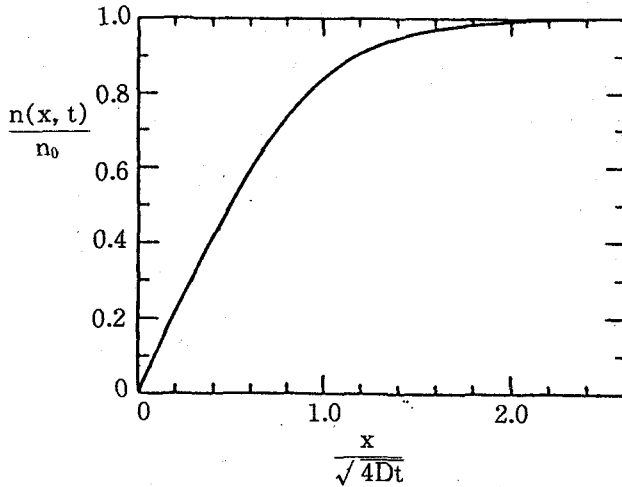
이 방정식의 해는 다음과 같다.

$$n(x, t) = \frac{2n_0}{(4\pi Dt)^{1/2}} \int_0^x \exp\left(\frac{-p^2}{4Dt}\right) dp \quad (22)$$

(그림 7)에 표면근처에서 $0.05\mu\text{m}$ 입자의 농도를 시간에 따라 나타내었다.



(그림 7) 벽근처에서 $0.05\mu\text{m}$ 에어로졸 입자의 농도 분포



〈그림 8〉 벽근처에서 농도분포의 일반적 형태

〈그림 8〉은 입자크기, 벽으로부터의 거리 그리고 시간에 따른 농도 분포의 일반적 형태를 보여준다.

시간이 지나감에 따라 농도구배는 덜 가파르게 되며 표면으로부터 먼 곳까지 확장되게 된다. 그럼에도 불구하고 16분 후에 이러한 과정은 벽으로부터 6mm 이상인 지점의 농도에 영향을 미치지 않는다.

따라서 이 과정은 벽으로부터 거리가 1mm 이하인 지점이나 혹은 입자 크기가 0.05 μm보다 훨씬 작은 경우를 제외하면 에어로졸 입자 농도를 급속히 감소시키지 않는다.

식 (22)를 유도할 때 에어로졸 입자가 무한히 많다고 가정하였지만 다른 벽에서의 농도구배가 영향을 끼치지 않는다고 가정하면 유한체적의 에어로졸 입자인 경우에도

적용할 수 있다.

표면근처에서 농도구배를 계산하고 Fick의 제1법칙을 적용하면 표면의 단위면적당 입자 침착율을 결정할 수 있다.

$x=0$ 에서 표면에서의 농도구배 $\frac{dn}{dx}$ 이 식 (22)에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n_0}{(\pi Dt)^{1/2}} \quad \text{for } x=0 \quad (23)$$

식 (23)을 식(1)에 대입하면 시간 t에서 표면의 단위면적당 입자 침착율을 얻는다.

$$J = n_0 \left(\frac{D}{\pi t} \right)^{1/2} \quad (24)$$

식 (24)에 의하면 표면에 입자가 침착하

는 을은 시간에 따라 감소하고 따라서 단위 면적당 침착되는 입자의 전체 수 $N(t)$ 를 얻기 위해서는 이 식을 적분해야 한다.

$$N(t) = \int_0^t n_0 \left(\frac{D}{\pi t} \right)^{\frac{1}{2}} dt \quad (25)$$

$$N(t) = 2n_0 \left(\frac{Dt}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

식 (26)은 농도구배가 존재하는 지역의 바깥쪽에서는 항상 농도 n_0 로써 유지되는 무한 체적의 에어로졸 입자인 경우에만 적용된다.

그러나 이 식은 유한 체적의 용기벽에서 입자 손실 한계를 예측하는 데 유용하다.

〈표 5〉는 확산과 중력에 의해 수평 표면에 침착되는 입자수를 보여준다.

100초 동안 두 침착 메카니즘의 침착율은 약 $0.2/\mu\text{m}$ 의 단위밀도 입자에 대해 같다.

식 (24)에 의해 표현된 침착율은 침착유속을 농도 n_0 로 나눈 침착속도 V_{dep} 로써 또한 표현될 수 있다.

$$V_{\text{dep}} = \frac{J}{n_0} = \frac{\text{number deposited}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}}{\text{number}/\text{cm}^3} = \text{cm/s} \quad (27)$$

침착속도는 중력으로 인해 침착되는 입자의 하강속도와 비슷하며 표면까지 입자가 이동하는 유효속도이다.

튜브를 통해 지나가는 에어로졸 입자가 튜브벽으로의 확산은 중요한 문제이다.

이것은 지금까지 고려한 상황보다 훨씬 복잡하지만 수학적 해가 몇가지 간단한 경

〈표 5〉 단위 농도에서 확산과 중력에 의해 100초 동안 수평면에 침착된 단위밀도 입자의 수

Diameter (μm)	Cumulative Deposition		Ratio, Diffusion Settling
	Diffusion(number/cm ³)	Settling(number/cm ³)	
0.001	2.5	6.5×10^{-5}	3.8×10^4
0.01	0.26	6.7×10^{-4}	390
0.1	2.9×10^{-2}	8.5×10^{-3}	3.4
1.0	5.9×10^{-3}	0.35	1.7×10^{-2}
10	1.7×10^{-3}	31	5.5×10^{-5}
100	5.5×10^{-4}	2500	2.2×10^{-7}

우, 즉 원형단면을 가진 튜브를 지나가는 층류유동 등에 대해 얻어져 있다.

이러한 해는 무차원 침착 변수 μ 의 함수로써 지름 d_t 인 튜브를 통해 지나가는 입자의 침착율을 보여준다.

$$\mu = \frac{4DL}{\pi d_t^2 \bar{U}} \quad d_t = \frac{DL}{Q} \quad (28)$$

여기서 D 는 입자 확산 계수, L 은 튜브 길이, \bar{U} 는 튜브를 흐르는 평균속도 ($\bar{U} = \frac{Q}{A}$), 그리고 Q 는 유량이다.

튜브에서 입자의 손실이 주어진 유량에 대해 튜브 지름에 의존하지 않는다는 사실은 놀라운 결과이다. 지름이 큰 튜브에서

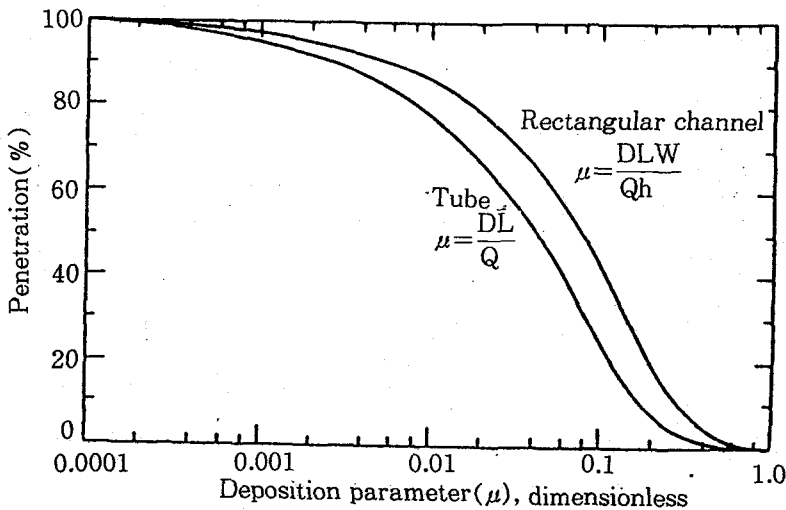
입자가 확산되어야 하는 거리는 지름이 작은 튜브에 비해 길지만 큰 튜브에서는 확산 시간이 더 길어지게 되므로 결국 침착율은 튜브의 지름에 의존하지 않는다.

식 (29)는 침착율 P 를 모든 μ 의 값에 대해 약 1% 정도의 오차 허용 범위로써 보여준다.

$$P = \frac{n_{out}}{n_{in}} = 1 - 5.50\mu^{2/3} + 3.77\mu \quad \text{for } \mu < 0.007$$

$$P = 0.819\exp(-11.5\mu) + 0.0975\exp(-70.1\mu) + 0.0325\exp(-179\mu) \quad \text{for } \mu > 0.007 \quad (29)$$

(그림 9)는 튜브와 직사각형 채널에 대해 μ 에 따른 P 의 값을 보여준다.



<그림 9> 원형 튜브와 직사각형 채널에 대한 μ 에 따른 P

$\mu < 0.0001$ 인 경우에 입자손실은 작다.

유량에 대해 길이가 1m인 튜브 내에서의 손실율을 나타낸다.

그러나 $\mu > 0.3$ 인 경우에는 거의 모든 입자가 벽에 침착되게 된다. <표 6>은 세가지

<표 6> 세가지 유량에 대해 길이가 1m인 튜브를 지나가는 에어로졸의 확산에 의한 벽으로의 손실율

Particle Diameter (μm)	Flow Rate(L/min)		
	0.1	1.0	10
0.001	1.000	0.976	0.412
0.01	0.417	0.106	0.024
0.1	0.029	0.006	0.001
1.0	0.003	0.0008	0.0002

난류유동인 경우 입자가 표면에 침착되는 현상은 매우 복잡하며 쉽게 풀리지 않는다. 보통 난류유동에서는 표면에 근접한 얇은 확산경계층(diffusive boundary layer)을 벗어난 모든 곳에서 일정 농도 n_0 을 가진다고 가정한다.

확산 경계층에서 농도는 n_0 에서 표면의 0까지 선형적으로 감소한다. 이러한 조건하에서 침착속도는 다음과 같다.

$$V_{\text{dep}} = \frac{D}{\delta} \quad (30)$$

여기서 D 는 입자의 확산계수이고 δ 은 확산 경계층 두께이다.

식 (30)을 적용하는 데 있어서 어려운 점은 δ 값을 결정하는 데 있다. δ 값은 유체 역학적 특성, 즉 속도 경계층과 입자 크기에 의존한다. 1966년 Davies는 이러한 문제에 대해 언급하였으며 1964년 Fuch는 δ 값으로써 다음 식을 제안하였다.

$$\delta = \frac{28.5d_i D^{1/4}}{R_e^{7/8} (\eta/\rho_g)^{1/4}} \quad (31)$$

δ 가 확산계수 D 에 의해서도 결정된다는 사실은 큰 입자가 난류에 의해 확산 경계층 안으로 부분적으로 들어가 확산거리가 그만큼 짧아지는 현상 때문이다.

난류유동인 경우에 확산에 의한 입자의 침착율 P 는 다음과 같다.

$$P = \frac{n_{out}}{n_{in}} = \exp\left(\frac{-4V_{dep}L}{d_t U}\right) \quad (32)$$

여기서 L은 튜브의 길이이다.

5. 확산전지(Diffusion Batteries)

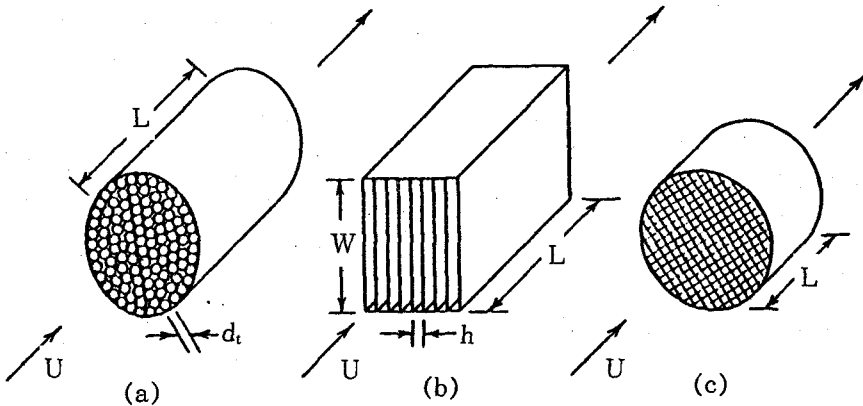
확산전지는 층류유동일 때의 확산 손실을 이용하여 입자를 분리하는 장치이다. 확산전지는 튜브의 입, 출구에서 입자의 농도를 측정하여 에어로졸 확산계수를 측정하는 데 사용되어진다.

튜브를 흐르는 에어로졸 입자의 μ 의 평균값과 확산계수는 식 (29)를 사용하면 얻어진다.

확산전지는 입자 크기가 0.002~0.2 μ m까지 응용가능하다.

확산전지는 더 넓은 범위의 입자 크기에 대해 사용할 수 있도록 직렬로 혹은 병렬로 연결하여 사용할 수 있다.

<그림 10>에 3가지 종류의 확산전지가 나타나 있다.



<그림 10> 세 가지 종류의 확산전지

- a) 튜브 묶음형
- b) 평행 평판 혹은 직사각형 채널형
- c) 스크린 형

식 (28)에 의하면 하나의 긴 튜브를 사용할 경우와 혹은 전체 유량의 $\frac{1}{n}$ 을 수송하는 짧은 여러 개의 튜브를 사용할 경우에 같은 μ 값이 얻어진다.

μ 는 튜브의 직경에 의존하지 않기 때문에 긴 튜브에 해당되는 확산전지는 <그림 10>의 (a)처럼 작은 지름의 튜브묶음으로써 대체될 수 있다.

식 (29)로써 μ 가 결정되고 또한 침착율이 측정되면 식 (28)을 사용하여 확산계수와 입자 크기를 결정할 수 있다.

병렬로 뿔뿔히 놓여진 평판 사이의 에어로졸 입자가 흐를 때, 즉 <그림 10>의 (b)와 같은 직사각형 채널인 경우 평판의 폭 W 가 평판 사이 간격 h 에 비해 매우 크다고 가정하면 μ 값은 다음 식에 의해 구해질 수 있다.

$$\mu = \frac{DLW}{Qh} \quad (33)$$

여기서 L 은 유동방향의 채널길이, W 는 평판의 폭, 그리고 h 는 평판 사이 간격이다.

모든 μ 의 값에 대해 약 1%의 오차 허용 범위 내에서 침착율 P 에 대한 단순화된 식은 다음과 같다.

$$P = \frac{n_{out}}{n_{in}} = 1 - 2.96\mu^{2/3} + 0.4\mu \quad (34)$$

for $\mu < 0.003$

$$P = 0.910\exp(-7.54\mu) + 0.0531\exp(-85.7\mu) + 0.0153\exp(-249\mu)$$

for $\mu > 0.003$

병렬형 평판 확산 전지는 만들기 쉬우며 동일한 튜브묶음 형의 확산전지보다 더 간편하다.

세번체 형의 확산전지는 매우 조밀한 스크린을 여러 개 겹쳐서 사용한다.

스크린의 격자를 통해 흐르는 유동은 튜브묶음형 확산전지의 튜브를 통해 흐르는 유동과 같다.

635 mesh screen에는 약 62000개/cm²의 격자가 존재하는데, 1개의 격자는 약 20 μ m²의 넓이를 가진다.

포집방법은 튜브를 사용한 확산전지와는 다르며 Cheng and Yeh[1]에 의해 다음 식이 주어져 있다.

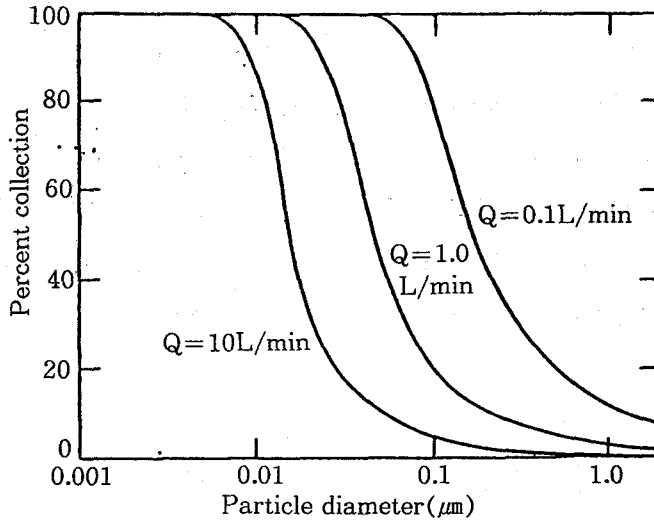
$$P = \frac{n_{out}}{n_{in}} = \exp\left(\frac{-10.8\alpha LD^{2/3}}{\pi(1-\alpha)D_w^{5/3}U^{2/3}}\right) \quad (35)$$

여기서 α 는 1-스크린 개공율이며, d_w 는 철사의 지름, 그리고 L 은 구멍의 깊이이다.

확산전지를 사용하여 한쪽 방향으로 확산되는 에어로졸 입자의 크기를 측정하는 것은 대응되는 침착율식의 역이다.

이것은 <그림 9>에서처럼 μ 에 따른 침착율을 그릴 수 있게 한다. <그림 11>에서와 같이 확산전지는 충돌기(impactor)처럼 정확하게 입자를 크기별로 분류하지는 못한다.

여러 방향으로 확산되는 에어로졸을 확산전지를 이용하여 측정하면 확산평균지름으로 변환될 수 있는 평균확산 계수를 얻는다.



<그림 11> 세가지 유량에 대해 평행 평판형 확산전지인 경우 입자 크기에 따른 포집효율

이것은 입자분포에 대해 추가적인 정보가 알려져 있지 않는 한 다른 형태의 평균지름으로 변환될 수 없다.

여러 방향으로 확산되는 에어로졸에 대해 일련의 침착율을 측정하기 위하여 하나의 확산전지에 유량을 변화시키거나 다른 유효 길이를 가진 몇 개의 확산전지를 사용할 수

있다.

Sinclair et al. [6]은 여러 개의 확산전지를 사용할 때 가장 적절한 확산전지의 크기 분포를 얻기 위해 컴퓨터를 사용하였으며 Fuch et al. [5, 6]은 도식법[graphical scheme]을 제안하였다.

-참 고 문 헌-

1. Cheng. Y. S. and Ych. H. C., *J. Aerosol Sci.*, 11, 313—320(1980).
2. Davies, C. N., "Deposition from Moving Aerosols", in *Aerosol Science.*, C. N. Davies(Ed.), Academic Press, London, 1966.
3. Einstein, A., "On the Kinetic Molecular Theory of Thermal Movements of Particles Suspended in a Quiescent Fluid", *Ann. Physik*, 17, 549—60(1905). English translation, Einstein, A., *Investigations on the Theory of Brownian Movement* R. Furth(Ed.), translated by A. D. Cowper, Dover, New York, 1956
4. Fuchs, N. A., *The Mechanics of Aerosols*, Pergamon, Oxford, 1964
5. Fuchs, N. A., Stechkina, I. B., and Starosselskii, V. I., *Brit. J. Appl. Phys.*, 13, 280—281(1962).
6. Sinclair, D., Countess, R, J., Liu. B. Y. H., and Pui, D. Y. H., in *Aerosol Measurement*, D. A. Lundgren et al.(Eds.), University of Florida, Gainesville, 1979.