Journal of the KSQC
Vol. 18, No. 2, Nov. 1990

1990년 11월 韓國品質管理學會誌 제18권 제2호

對數 正規分布를 하는 負荷와 强度 信賴性모델 에서의 最適化 設計에 關한 硏究(I)

Optimal Design for Reliability with Lognormally Distributed Stress and Strength

金 福 萬*
黃 義 徹**

ABSTRACT

Mechanical compoments and structures are a major part of complex systems and the conseguences of their failure can be extremely costly.

The ultimate goal of design engineers is to optimize these mechanical and structural design from the point of view of cost, reliability, weight, volume, maintainability and safety.

An essential requirement of design optimization is to develop mathematical models for reliability at design stage.

This paper is to minimize the cost of resources subject to the constraint that the reliability of the system must meet a specified level.

The lagrange multipier method is used to optimize the lognormal stress-lognormal strength problem.

This optimization problem can be reduced to a search problem in one variable.

A numerical example is presented to illustrate the optimization problem.

* 蔚山大學校 産業工學科 副敎授
** 漢陽大學校 産業工學科 敎授

1. 序 論

본 연구는 수명이나 내구성 등의 현상 중에서 부하와 강도가 상호독립적이며 대수정규분포(Lognormal Distribution)인 경우의 신뢰성 설계에서 규정된 신뢰도와 비용의 최소화라는 경제적인 요구를 동시에 충족시킬 수 있는 최적신뢰성 설계에 관한 연구이다.

부하와 강도에 대한 확률분포가 기지이면 신뢰도가 계산되어지므로 신뢰도는 부하와 강도 분포에 대한 모수의 함수이다.

신뢰성 설계에서 부하와 강도의 확률분포에 대한 모수가 조절되어지므로 규정된 신뢰도 아래서 비용을 최소화하는 최적화 문제는 신뢰성 설계 단계에서 고려되어야 한다.

본 연구에서는 비용최소화의 해 접근을 위한 최적화 모델을 개발하고 라그란지 함수(Lagrangian Function)의 편미분에 의한 극소점을 구하여 해 접근 방법을 도출하였다. 구해진 최소점에 의해 볼록형(convexity)임을 해샨메트릭스(Hessian Matrix)로 증명하여 최적해를 결정하였다.

II. 對數正規分布인 負荷－強度의 信賴性 모델

부하와 강도가 대수정규분포인 경우의 최적신뢰성 설계를 위한 가정 및 사용기호를 제시하고 신뢰도 계산과정과 부하와 강도의 신뢰성 모델을 고찰, 정리한다.

1. 가정

본 연구에서는 다음과 같은 가정을 전제로 한다.

1) 부하와 강도는 대수정규분포를 하며 이분포는 동일하고 독립적인 분포(identically and independent distribution)이며 연속확률 변수이다.
2) 분포의 모수에 대한 비용함수는 단조적으로 증가하거나 또는 감소하는 함수이다.
3) 강도에 대한 부하는 1회에 한한다.

2. 기호

본 연구에 사용되는 기호의 정의는 다음과 같다.

β	: 강도 변수
θ	: 부하 변수
R	: 신뢰도
$\bar{R}$	: 불신뢰도
μ_β	: 강도의 평균치
μ_θ	: 부하의 평균치
σ_β	: 강도의 표준편차
σ_θ	: 부하의 표준편차
$\bar{\beta}$	: 강도에 대한 평균치(통계량)
$\bar{\theta}$	: 부하에 대한 평균치(통계량)
$\sqrt{V(\overline{l_n\beta})}$	: 강도에 대한 표준편차(통계량)
$\sqrt{V(\overline{l_n\theta})}$	: 부하에 대한 표준편차(통계량)
$f(\beta)$	: 강도 β의 확률밀도 함수(p.d.f)
$f(\theta)$	: 부하 θ의 확률밀도 함수(p.d.f)
$\phi(\cdot)$	: 표준화 정규분포의 p.d.f
Z	: 표준화 정규 변수
$C(\cdot)$	: 비용함수
rc	: 비용으로 표시된 가용자원의 양
Tc	: 총비용
$L(\cdot)$	: 라그란지 함수
λ	: 라그란지 승수
$g(\cdot)$	: 제약함수

$E(\cdot)$: 기대치
$V(\cdot)$: 분산
$*$: 최적치

3. 신뢰성 모델

최적신뢰성 설계를 위한 신뢰도 계산과정은 그림 1) 블록다이아그램에서와 같이 신뢰도 계산은 외적인 조건에 대한 계산에서 출발한다.

부품의 환경과 다른 부품 및 서브시스템과의 관계는 규정된 것으로 하며 계산된 외부조건은 부하와 강도의 계산을 위하여 입력한다.

재료의 성질로부터 강도가 계산되어지고 이로부터 강도의 통계량과 분포가 구해지며, 부하의 계산에서 부하의 분포와 통계량이 산출된다. 이들 계산의 결과에 의해서 부품의 신뢰도가 계산되어진다.

특수한 신뢰도를 갖는 부품의 설계를 요구할 경우 어떤 형태의 부하와 강도의 분포가 이 조건을 만족할 수 있는 수준인가를 찾아야 한다. 이들 분포는 부품의 차원과 형태에 대한 적절한 자료를 선택함에 있어 도움이 된다. 따라서 부하와 강도가 정규, 지수, 감마, 와이블 등의 분포를 하는 경우 뿐만 아니라 대수정규분포를 하는 경우에서도 신뢰도를 계산할 수 있다.

신뢰도는 강도 분포에 대한 모수의 함수이므로 신뢰성의 설계에서 제조의 상황에서 이들 모수 값의 조정이 가능하다. 그러므로 설계단계에서 모수의 값을 결정할 수 있다. 신뢰도 형성에 소요되는 비용은 이들 모수값의 조정에 따라서

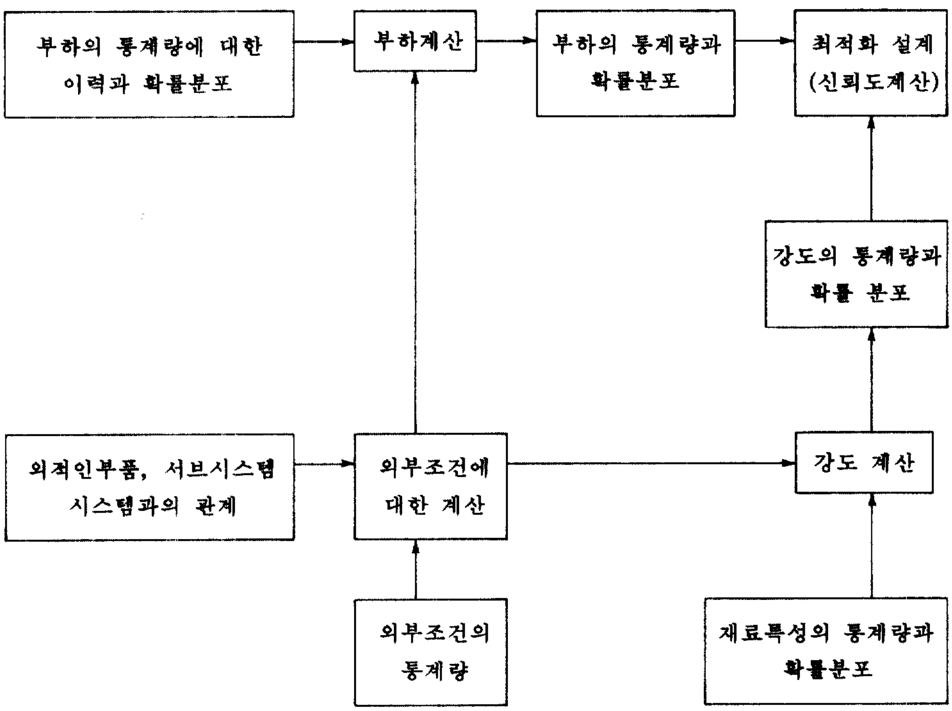

그림 1. 최적화 설계의 블럭 다이어그램

조정될 수 있다.

보다 높은 신뢰도를 유지하기 위해서는 강도의 평균치는 크게하고 분산을 적게 하여야 하며 부하의 평균치와 분산은 작게 설계되어야 한다. 그러나 이와 같은 강도와 부하의 평균치나 분산의 조정에 의한 신뢰도 향상에는 자원의 증가로 인한 비용의 증가는 불가피하다.

강도의 평균치를 높이기 위해서는 비용이 증가하더라도 더 좋은 재료를 사용하거나 제조공정을 변화시켜야 하며 이때 평균 강도에 대한 비용함수 $C_1(E(l_n\beta))$는 $E(l_n\beta)$의 단조적 증가함수가 된다.

신뢰도 관점에서 양(+)으로 치우친 분포에 대한 표준편차 $\sqrt{V(l_n\beta)}$는 낮은 값일수록 바람직하므로 $\sqrt{V(l_n\beta)}$를 감소시키기 위하여 강도의 분산 형성에 변화를 줄 수 있는 제요인을 제어할 필요가 있다. 따라서 이와같은 강도의 표준편차에 대한 비용함수 $C_2\sqrt{V(l_n\beta)}$는 $\sqrt{V(l_n\beta)}$를 단조적으로 감소하는 함수가 된다.

신뢰도를 높이기 위한 다른 한 측면은 부하를 감소시켜야하므로 부하의 평균치와 분산을 감소시키기 위해서는 저차원적 변이성의 재료를 사용하거나 재료나 부품에 가해지는 부하의 조정이 필요하다.

부하의 평균치 $E(l_n\theta)$와 표준편차 $\sqrt{V(l_n\theta)}$가 낮은 값일수록 보다 높은 신뢰성을 갖게되므로 부하에 관련된 평균치 비용함수 $C_3(E(l_n\theta))$와 표준편차의 비용함수 $C_4\sqrt{V(l_n\theta)}$는 $E(l_n\theta)$와 $\sqrt{V(l_n\theta)}$의 단조적 감소함수가 된다.

부하의 확률변수 θ와 강도의 확률변수 β의 자연대수 $l_n\theta$와 $l_n\beta$가 정규분포를 하면 확률변수 θ와 β는 대수정규분포를 한다.

대수정규분포를 하는 부하의 확률밀도함수 (p. d. f)는

$$f(\theta)=\frac{1}{\theta\sigma\sqrt{2\pi}}\ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(l_n\theta-\mu)^2\right]$$

$$\theta\geq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

이며,

대수정규분포인 강도의 확률밀도함수 (p. d. f) 는

$$f(\beta)=\frac{1}{\beta\sigma\sqrt{2\pi}}\ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(l_n\beta-\mu)^2\right]$$

$$\beta\geq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

이다.

여기서 μ와 σ는 정규분포인 변수 $l_n\theta$ 및 $l_n\beta$의 평균과 표준편차이다.

대수정규분포를 하는 확률변수와 정규분포를 하는 확률변수의 평균치와 분산은 다음과 같은 관계를 갖는다.

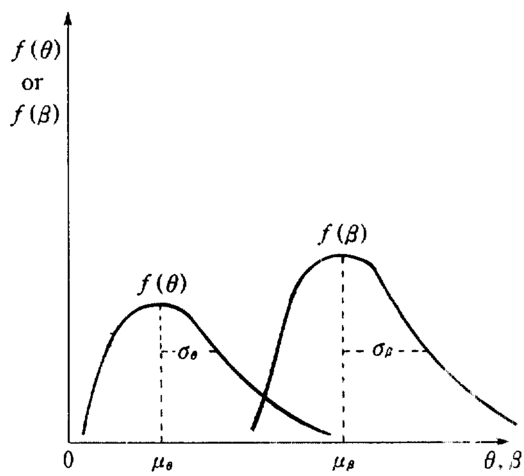

그림 2. 대수정규분포인 부하와 강도 분포

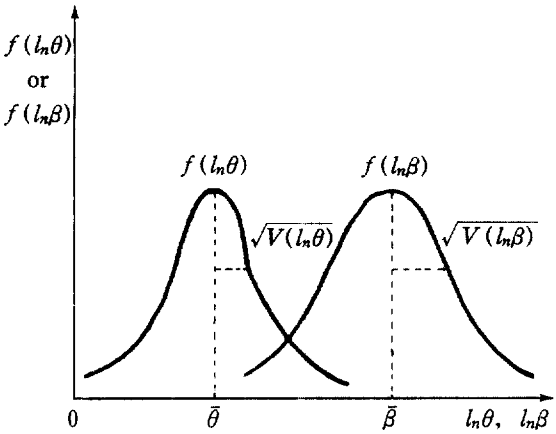

그림 3. 정규분포인 부하와 강도 분포

부하에 대한 평균치와 분산은

$$E(l_n\theta) = l_nE(\theta) - \frac{1}{2}V(l_n\theta)$$

$$= l_nE(\theta) - \frac{1}{2}l_n\left(\frac{V(\theta)}{(E(l_n\theta))^2} + 1\right) \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\therefore\ E(\theta) = \exp[E(l_n\theta) + \frac{1}{2}V(l_n\theta)] \quad \cdots\cdots (4)$$

$$V(l_n\theta) = l_n\left(\frac{V(\theta)}{(E(\theta))^2} + 1\right) \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\therefore\ V(\theta) = [E(\theta)]^2[\exp(V(l_n\theta)) - 1]$$

$$= [\exp(2\ E(l_n\theta)) + V(l_n\theta)]$$

$$[\exp(V(l_n\theta)) - 1] \quad \cdots\cdots (6)$$

의 관계를 갖는다.

강도에 대한 평균치와 분산은

$$E(l_n\beta) = l_nE(\beta) - \frac{1}{2}V(l_n\beta)$$

$$= l_nE(\beta) - \frac{1}{2}l_n\left(\frac{V(\beta)}{(E(\beta))^2} + 1\right) \quad \cdots\cdots (7)$$

$$\therefore\ E(\beta) = \exp[E(l_n\beta) + \frac{1}{2}V(l_n\beta)) \quad \cdots\cdots (8)$$

$$V(l_n\beta) = l_n\left(\frac{V(\beta)}{(E(\beta))^2} + 1\right) \quad \cdots\cdots (9)$$

$$\therefore\ V(\beta) = [E(\beta)]^2[\exp(V(l_n\beta)) - 1]$$

$$= [\exp(2E(l_n\beta)) + V(l_n\beta)]$$

$$[\exp(V(l_n\beta)) - 1] \quad \cdots\cdots (10)$$

의 관계를 갖는다.

부하와 강도의 관계에서

$$y = \beta - \theta \quad \cdots\cdots (11)$$

라고 정의하고

이것을 간섭확률변수라고 하면 신뢰도 R은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$R = p[\beta > \theta] \quad \cdots\cdots (12)$$

$$R = p[y > 0]$$

여기서 β와 θ는 독립확률변수이며 영(0) 이상이라고 가정한다.

간섭확률변수 y의 확률밀도함수(p.d.f)는

$$f(y) = \int_\theta f(\beta)f(\theta)\,d\theta$$

$$= \int_\theta f(y+\theta)f(\theta)\,d\theta$$

$$= \begin{cases} \int_0^\infty f(y+\theta)f(\theta)\,d\theta, & y \ge 0 \\ \int_{-y}^0 f(y+\theta)f(\theta)\,d\theta, & y \le 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots (13)$$

여기서 불신뢰도 $\bar{R}$는

$$\bar{R}=\int_{-\infty}^{0} f(y)\,dy$$

$$=\int_{-\infty}^{0}\int_{-y}^{\infty} f(y+\theta)f(\theta)\,d\theta dy \quad \cdots\cdots(14)$$

따라서 신뢰도 R은

$$R=(1-\bar{R})$$

$$=\int_{0}^{\infty} f(y)\,dy$$

$$=\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\infty} f(y+\theta)f(\theta)\,d\theta dy \quad \cdots\cdots(15)$$

이다

III. 費用을 最小로 하는 最適 設計

1. 부하와 강도의 최적화 설계

비용 최소화의 최적신뢰성 설계 모델은 규정된 신뢰도 R과 강도 및 부하에 관련된 비용함수에 의하여 결정되어 진다.

신뢰도를 높이기 위하여 강도와 부하의 조정에 소용되는 비용함수는 강도의 평균치와 표준편차에 관련된 $C_1(E(l_n\beta))$, $C_2\sqrt{V(l_n\beta)}$와 부하의 평균치와 표준편차에 관련된 $C_3(E(l_n\theta))$, $C_4\sqrt{V(l_n\theta)}$가 있다.

비용 최소화를 위한 목적함수와 제약조건은

$$\text{Minimize } Tc=C_1(E(l_n\beta))+C_2\sqrt{V(l_n\beta)}+C_3(E(l_n\theta))+C_4\sqrt{V(l_n\theta)} \quad \cdots\cdots(16a)$$

$$\text{Subject to ; } [E(l_n\beta-E(l_n\theta)] \; [V(l_n\beta)+V(l_n\theta)]^{-\frac{1}{2}} \geq Z \quad \cdots\cdots(16b)$$

이다.

규정된 신뢰도 R를 만족하면서 총비용이 최소인 Tc와 이때의 최적해는 라그란지 함수로 구할 수 있다.

$$L(E(l_n\beta),\ \sqrt{V(l_n\beta)},\ E(l_n\theta),\ \sqrt{V(l_n\theta)}\ ;\ \lambda)$$
$$=C_1(E(l_n\beta))+C_2\sqrt{V(l_n\beta)}+C_3(E(l_n\theta)+C_4\sqrt{V(l_n\theta)}+\lambda[(E(l_n\beta)-E(l_n\theta))-Z(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{\frac{1}{2}}] \quad \cdots\cdots(17)$$

극부해를 구하기 위하여 라그란지함수를 각 변수에 관하여 편미분하고 0으로 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial E(l_n\beta)}=\frac{\partial C_1(E(l_n\beta))}{\partial E(l_n\beta)}+\lambda=0 \quad \cdots\cdots(18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(l_n\beta)}}=\frac{\partial C_2\sqrt{V(l_n\beta)}}{\partial\sqrt{V(l_n\beta)}}-\frac{\lambda\cdot Z\sqrt{V(l_n\beta)}}{\sqrt{V(l_n\beta)+V(l_n\theta)}}=0 \quad \cdots\cdots(19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(l_n\theta)}=\frac{\partial C_3(E(l_n\theta))}{\partial E(l_n\theta)}-\lambda=0 \quad \cdots\cdots(20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(l_n\theta)}}=\frac{\partial C_4\sqrt{V(l_n\theta)}}{\partial\sqrt{V(l_n\theta)}}-\frac{\lambda\cdot Z\sqrt{V(l_n\theta)}}{\sqrt{V(l_n\beta)+V(l_n\theta)}}=0 \quad\cdots\cdots(21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda}=(E(l_n\beta)-E(l_n\theta))-Z\sqrt{V(l_n\beta)+V(l_n\theta)}=0 \quad\cdots\cdots(22)$$

식(18)에서 (22)까지 5개 미지의 등식에 대한 연립방정식 해는 모든 국부최적해를 산출한다. 따라서 이들 모든 국부최적해에 대한 목적함수 즉 규정된 신뢰도를 만족하는 최소비용을 평가할 수 있고 또한 전체최적해를 선택할 수 있다.

어떠한 국부최적해가 전체적인 최적해임을 입증하기 위하여 제약함수가 볼록형(convex)임을 Hessian Matrix로 증명할 수 있다.

제약함수는

$$g(E(l_n\beta),\sqrt{V(l_n\beta)},E(l_n\theta),\sqrt{V(l_n\theta)})=Z\sqrt{V(l_n\beta)+V(l_n\theta)}-E(l_n\beta)+E(l_n\theta) \quad\cdots\cdots(23)$$

이다.

Hessian Matrix는 아래와 같다.

$$\begin{pmatrix} \frac{ZV(l_n\beta)}{(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{3/2}} & \frac{-Z\sqrt{V(l_n\beta)}\cdot\sqrt{V(l_n\theta)}}{(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{3/2}} & 0 & 0 \\ \frac{-Z\sqrt{V(l_n\beta)}\cdot\sqrt{V(l_n\theta)}}{(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{3/2}} & \frac{ZV(l_n\theta)}{(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{3/2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hessian Matrix는 $Z>0$에서 양(+)의 Semidefinite Matrix이므로 제약함수는 볼록형이다.

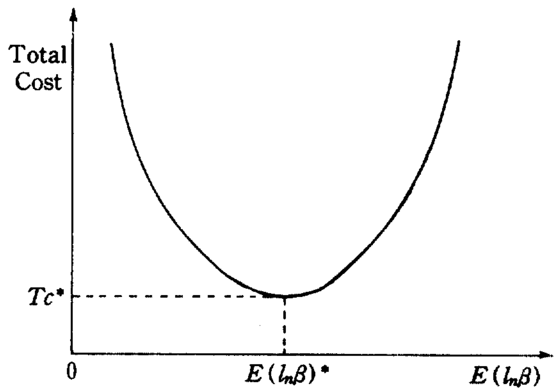

그림 4. 총비용 곡선

규정된 신뢰도 R을 만족하는 강도의 $E(l_n\beta)^*$, $\sqrt{V(l_n\beta)}^*$와 부하의 $E(l_n\theta)^*$, $\sqrt{V(l_n\theta)}^*$가 최적해이며, 이때 최소비용은 Tc^*가 된다.

이 최적해는 식(4), (6), (8), (10)에 의해서 대수정규분포값으로 환원하면 대수정규분포에서의 최적해는 강도의 $E(\beta)^*$, $\sqrt{V(\beta)}^*$와 부하의 $E(\theta)^*$, $\sqrt{V(\theta)}^*$가 된다.

2. 수치계산

본 수치예에서는 Shaft의 규정된 신뢰도 $R=0.999$를 만족하면서 비용이 최소화 되도록 Shaft 재료의 강도와 부하를 조정하여 최적신뢰성 설계 모델을 결정하기로 한다. 강도와 부하의 조정에 따른 비용함수는 과거의 데이타로 산

출하였다. 강도의 평균치 $E(l_n\beta)$에 대한 비용함수는 단조적 증가함수였으며 강도의 표준편차 $\sqrt{V(l_n\beta)}$, 부하의 평균치 $E(l_n\theta)$와 표준편차 $\sqrt{V(l_n\theta)}$의 비용함수는 단조적 감소함수였다.

강도와 부하의 단위는 kpsi(=kp/in²)이며 비용의 단위는 10,000원이다.

강도의 평균치 $E(l_n\beta)$와 표준편차 $\sqrt{V(l_n\beta)}$에 대한 비용함수는

$$C_1(E(l_n\beta))=20(E(l_n\beta))^{1.5} \quad \cdots\cdots(24)$$

$$C_2\sqrt{V(l_n\beta)}=30(\sqrt{V(l_n\beta)})^{-1.4} \quad \cdots(25)$$

로 결정되어지며,

부하의 평균치 $E(l_n\theta)$와 표준편차 $\sqrt{V(l_n\theta)}$의 비용함수는

$$C_3(E(l_n\theta))=90(E(l_n\theta))^{-0.5} \quad \cdots\cdots(26)$$

$$C_4\sqrt{V(l_n\theta)}=50(\sqrt{V(l_n\theta)})^{-0.7} \quad \cdots(27)$$

로 결정되어 진다.

규정된 신뢰도 $R=0.999$ 즉 $Z=3.09$를 만족하는 비용을 최초로 하는 최적화 문제이다.

목적함수와 제약조건은 식(16)에서

$$\text{Minimize } Tc=20(E(l_n\beta))^{1.5} +30(\sqrt{V(l_n\beta)})^{-1.4} +90(E(l_n\theta))^{-0.5} +50(\sqrt{V(l_n\theta)})^{-0.7} \quad \cdots\cdots(28a)$$

$$\text{Subject to ; } (E(l_n\beta)-E(l_n\theta))(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{-\frac{1}{2}} \geq 3.09 \quad \cdots\cdots(28b)$$

비용을 최소화하는 최적해를 구하기 위한 라그란지함수는 식 (17)에서

$$L(E(l_n\beta), \sqrt{V(l_n\beta)}, E(l_n\theta), \sqrt{V(l_n\theta)}\ ;\lambda) =20(E(l_n\beta)^{1.5}+30(\sqrt{V(l_n\beta)})^{-1.4} +90(E(l_n\theta))^{-0.5} +50(\sqrt{V(l_n\theta)})^{-0.7} +\lambda((E(l_n\beta)-E(l_n\theta)) -3.09(V(l_n\beta)+V(l_n\theta))^{\frac{1}{2}}) \quad \cdots\cdots(29)$$

이며, 국부최적해를 구하기 위하여 식(18)에서 (22)와 같이 각 변수에 관하여 편미분하여 0으로 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial E(l_n\beta)}=30E(l_n\beta)^{0.5}+\lambda=0 \quad \cdots(30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(l_n\beta)}}=-42(\sqrt{V(l_n\beta)})^{-2.4} -3.09\lambda(V(l_n\beta) +V(l_n\theta))^{-\frac{1}{2}}\sqrt{V(l_n\beta)}=0 \quad \cdots\cdots(31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(l_n\theta)}=45E(l_n\theta)^{-1.5}+\lambda=0 \quad \cdots(32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(l_n\theta)}}=-35(\sqrt{V(l_n\theta)})^{-1.7} -3.09\lambda(V(l_n\beta)$$

$$+V(l_n\theta))^{-\frac{1}{2}}\sqrt{V(l_n\theta)}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=(E(l_n\beta)-E(l_n\theta))-3.09(V(l_n\beta)$$

$$+V(l_n\theta))^{\frac{1}{2}}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

식(30)과 (32)로 부터

$$E(l_n\theta)=1.31037(E(l_n\beta))^{-0.3333}\cdots(35)$$

식(31)과 (33)로 부터

$$\sqrt{V(l_n\theta)}=0.9347(\sqrt{V(l_n\beta)})^{1.26} \quad (36)$$

식(35)의 $E(l_n\theta)$와 식(36)의 $\sqrt{V(l_n\theta)}$의 제곱값을 식(34)에 대입하여 정리하면

$$V(l_n\beta)+0.8737(\sqrt{V(l_n\beta)})^{2.52}$$

$$=\left(\frac{E(l_n\beta)-1.31037(E(l_n\beta))^{-0.3333}}{3.09}\right)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

이 된다.

이상의 계산식으로 수치계산을 위한 프로그램 (부록1)에 의하여 전산처리한 결과를 요약 정리하면 표 2)와 같다.

규정된 신뢰도 $R=0.999$를 만족하는 최적해는 표 2)에서

강도의 평균치 $E(l_n\beta)=3.4^*$,

표준편차 $\sqrt{V(l_n\beta)}=0.6269^*$이며,

부하의 평균치 $E(l_n\theta)=0.8714^*$,

표준편차 $\sqrt{V(l_n\theta)}=0.5218^*$이다.

이때 총비용 $Tc=357.9688$(만원)*이 최소비용이다.

정규분포에서의 최적해를 대수정규분포에서의 최적해로 환원하기 위해서 전산처리(부록 2) 한후 최적해에 대하여 정리하면 표 3)과 같다.

표 2. 평균, 표준편차 및 총비용

$E(l_n\beta)$	$E(l_n\theta)$	$\sqrt{V(l_n\beta)}$	$\sqrt{V(l_n\theta)}$	Tc
2.9	0.9189	0.5044	0.3946	336.0858
3.0	0.9085	0.5300	0.4200	363.0858
3.1	0.8987	0.5552	0.4453	360.5623
3.2	0.8892	0.5803	0.4708	358.9153
3.3	0.8801	0.6051	0.4963	358.0856
3.4	0.8714	0.6296	0.5218	357.9688*
3.5	0.8631	0.6540	0.5474	358.4345
3.6	0.8550	0.6782	0.5730	359.4411
3.7	0.8472	0.7022	0.5987	360.9318
3.8	0.8397	0.7260	0.6244	362.8580
3.9	0.8325	0.7496	0.8325	365.1785

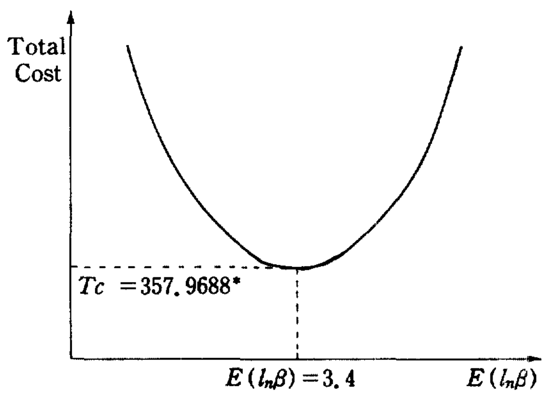

그림 5. 총비용 곡선

표 3. 정규분포와 대수분포에서의 최적해

	강도(kpsi)		부하(kpsi)	
	평균	표준편차	평균	표준편차
정 규 분 포	3.4	0.6296	0.8714	0.5218
대수정규분포	36.5322	25.4799	2.7387	1.5318
총비용(만원)	357.9688			

대수정규분포에서의 최적해는 강도의 평균치 $E(\beta)=36.5322^{*}$, 표준편차 $\sqrt{V(\beta)}=25.4799^{*}$ 이고 부하의 평균치 $E(\theta)=2.7387^{*}$, 표준편차 $\sqrt{V(\theta)}=1.5318^{*}$ 일때 규정된 신뢰도 $R=0.999$가 보장되며, 최소총비용 $Tc=357.9688$(만원)*이 된다.

Ⅳ. 結 論

부하와 강도에 대한 분포가 대수정규분포에 따른 경우 최소의 비용으로 규정된 신뢰도를 만족시킬 수 있는 최적신뢰성 설계 모델에 관한 연구이다.

신뢰도는 부하와 강도분포에 대한 모수함수이므로 최적신뢰도의 결정은 부하와 강도의 조정으로 가능하다. 신뢰도를 높이기 위해서는 강도의 평균을 보다 크게하고 분산을 작게하거나 부하에 대한 평균과 분산을 감소시키는 조정은 가용자원의 사용증가로 비용을 발생시켜 경제적 부담을 가져오므로 최소의 비용으로 규정된 신뢰도를 만족시킬 수 있도록 조정되어야 한다. 이와 같은 조정에서 제약조건과 목적함수를 만족시키는 부하와 강도의 평균과 표준편차가 최적신뢰성 설계 방법으로 결정된다.

본 연구 결과 제시된 최적신뢰성 설계모델은 수치예에서 최소의 비용으로 규정된 신뢰도를 만족하는 부하와 강도에 대한 최적해가 결정되어 현실성이 입증되었다.

參 考 文 獻

1. 김영휘(1982), 공업통계학, 청문각.
2. 박경수(1989), 신뢰도공학 및 정비계획, 희중당.
3. 황의철(1989), 최신품질관리, 박영사.
4. Barlow, R.E., Proschan, F. and Hunter, L.C.(1976), "*Mathematical Theory of Reliability*", John Wily & Sons.
5. OH, C.H.(1989), "*Optimal Engineering Design for Reliability with Exponantial Stress and Normal Strength*", Korea-Sino Symposium.
6. Collins, J.A.(1981), "*Failure of Materials in Mechanical Design*", Wiley-Interscience.
7. Kapur, K.C. and Lamberson, L.R.(1976), "*Reliability in Engineering Design*", John Wily & Sons.
8. Lipson, C., Sheth, N.J. and Disney, R.L.(1976), "*Reliability prediction Mechanical Stress-Strength Interference*", RADC-TR.
9. Shooman, M.L.(1968), "*Probabilistic Reliability : An Engineering Approach*", McGraw HillBook Co..
10. Tumolillo, T.A.(1974), "*Methods for Calculating the Reliability Function for Systems Subjected to Random Stress*", IEEE. T.R.
11. Taraman, S.I.(1975), "*Design Reliability Model and Determination by Stress-Strength Interference Theory*", Wayne State Univ..

부 록

LOGNORMAL STRESS-STRENGTH MINIMIZATION(I)

```
5 FOR J=2 TO 4.5 STEP .1
10 B=J
20 R=((B-1.31037*B ^(-.3333))/3.09) ^2
30 FOR I=0 TO 100 STEP .0001
40 L=I ^2+.8737*I ^2.52
50 IF ABS(L-R)<.001 THEN GOTO 70
60 NEXT I
70 C=.9347*I ^1.26
75 D=I ^2+C ^2
80 E=20*B ^1.5
81 F=30*I ^(-1.4)
82 CC=1.31037*B ^(-.3333)
83 G=90*CC ^(-.5)
84 H=50*C ^(-.7)
86 TC=E+F+G+H
100 LPRINT"BETA=" ; B
110 LPRINT"11=" ; I
120 LPRINT"10=" ; C
130 LPRINT"CC=" ; CC
140 LPRINT"D=" ; D
150 LPRINT"E=" ; E
160 LPRINT"F=" ; F
165 LPRINT"H=" ; H
170 LPRINT"Z=" ; Z
200 NEXT J
210 END
```

LOGNORMAL STRESS-STRENGTH MINIMIZATION (II)

```
5 FOR J=2 TO 4.5 STEP .1
10 B=J
20 R=((B-1.31037*B ^(-.3333))/3.09) ^2
30 FOR I=0 TO 100 STEP .0001
40 L=I ^2+.8737*I ^2.52
50 IF ABS(L-R)<.001 THEN GOTO 70
60 NEXT I
70 EB=EXP(B+I ^2/2)
80 VB=EB ^2*(EXP(I ^2)-1
85 E=1.31037*B ^(-.3333)
87 E1=(.9347 ^)*I ^2.52
90 ET=EXP(E+E1/2)
100 VT=ET ^2*(EXP(E1)-1
105 LPRINT"B=" ; B
110 LPRINT"EB=" ; EB
120 LPRINT"VB=" ; VB
130 LPRINT"ET=" ; ET
140 LPRINT"VT=" ; VT
200 NEXT J
210 END
```