

## 수평단열판에 부착된 등온사각비임에서의 자연대류 열전달에 관한 수치해석

배석태·박재림·권순석\*\*

동아대학교 대학원  
부산전문대학\*  
동아대학교 공과대학 기계공학과\*\*

## A Numerical Study on the Natural Convection from a Square Beam with a Horizontal Adiabatic Plate

Sok-Tae Bae · Jae-Lim Park\* · Sun-Sok Kwon\*\*

Dong A University  
Pusan Collage\*  
Dong A University\*\*

### 요 약

장방형 발열체 주위에서의 자연대류열전달 특성을 고찰하기 위하여, 주위유체가 공기인 정상 층류상태하에서 수평단열판에 부착된 등온 사각비임에서의 자연대류 열전달 해석을 비임의 형상과 Grashof수를 변수로 하여 수치해석하였다

무차원 비임폭  $W/L$ 가 감소함에 따라 사각비임으로부터의 열전달은 증가하며 비임 상부면에서의 평균 Nusselt수는  $W/L=0.25$ 에서 최대,  $W/L=1.0$ 에서 최소값을 나타내었다. 비임 측면의 경우는  $W/L=1.0$ 에서 최대,  $W/L=0.25$ 에서 최소값을 나타내며 비임으로부터의 자연대류열전달은 비임폭의 지배적인 영향을 받는다.

### ABSTRACT

Steady laminar natural convection heat transfer from a square beam with a horizontal adiabatic plate has been studied numerically for various Grashof numbers and beam shapes.

The heat transfer from a square beam increases as the dimensionless beam width  $W/L$  decreases. The mean Nusselt number of the upper surface is minimum at  $W/L=1.0$ , maximum at  $W/L=0.25$  and that of the side surface is minimum at  $W/L=0.25$ , maximum at  $W/L=1.0$ . The increases of the total mean Nusselt number with increasing Grashof number is dominated by the beam width.

## 기호설명

- $g$  : 중력가속도( $m/sec^2$ )  
 $Gr$  : Grashof수,  $g \beta L^3(T_s - T_w) / \nu^2$   
 $k$  : 열전도율 ( $kcal/m^2h$ )  
 $L$  : 특성길이 (m)  
 $Nu$  : 국소 Nusselt수,  $hL/k$   
 $\overline{Nu}$  : 평균 Nusselt 수  
 $Nu_T$  : 전체 평균 Nusselt수  
 $Pr$  : Prandtl수,  $\nu/\alpha$   
 $T$  : 온도,  $^{\circ}C$   
 $\Delta T$  : 온도차( $T_s - T_w$ )  
 $u$  : X방향속도  
 $U$  : 무차원 X방향속도  
 $v$  : Y방향속도  
 $V$  : 무차원 Y방향속도  
 $\psi$  : 유동함수  
 $\Psi$  : 무차원 유동함수  
 $\Phi$  : 무차원온도,  $(T - T_{\infty}) / (T_s - T_{\infty})$   
 $\alpha$  : 열확산계수 ( $m^2/S$ )  
 $\beta$  : 열팽창계수 ( $1/k$ )  
 $\nu$  : 동점성계수 ( $m^2/S$ )  
 $W$  : 와도

## 참자

- $s$  : 사각 비임 측면  
 $u$  : 사각비임 상부면  
 $T$  : 전체  
 $\infty$  : 주원

## I. 서론

자연대류 열전달을 촉진시키는 방법으로 가열표면과 주위유체와의 접촉면적을 확대시키는 방법에 대한 많은 연구가 되었으며 대부분이 핀(fin)에 의한 방열문제에 크게 집중되었다.<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

특히 전자장치등에서의 방열문제는 공기에 의한 자연대류 냉각방식이 적용되고 있다.

Micro-chip과 같은 장방형 발열체 주위에서의 자연대류현상은 가열된 수직 및 수평평판이 조합된 기하학적 형상으로 취급하여 해석할 수

있으며 두 평판이 결합된 직각모서리에서의 유동은 수직 및 수평평판에서의 열상승류가 결합된 형태로 취급하여 연구되었다.

가열된 수직평판에 대한 층류 자연대류 열전달의 경우 평판표면주위에서의 유동에 대하여 수식화할 수 있고, 이들에 대한 상이해로 널리 알려져 있다. 수평평판의 경우는 경계층에서 부력이 유동방향과 수직하게 작용함으로써 그 부분에 박리, 정체, 불안정성등 복잡한 문제가 발생된다.

Miyamoto 등<sup>5)</sup>은 가열된 수직 및 수평프리즘 주위에서의 자연대류연구에서 평판의 두께 및 형상비를 변수로 하여 수치해석하였으며, Yousef 등<sup>6)</sup>은 등온 상향 수평평판 그리고 Schulerberg<sup>7)</sup>는 등온 하향 수평평판으로 부터의 자연대류전달연구에서 경계층문제에 대하여 각각 실험 및 수치해석하였다.

Choi와 Chang<sup>8)</sup>은 등온사각실린더에서의 자연대류 열전달 특성을 Rayleigh 수를 변수로 하여 실험 및 수치해석하였으며, 사각실린더 상부 plume에서의 vortex 존재를 확인하였다. Miyamoto와 Akiyoshi<sup>9)</sup>는 반무한수직평판 선단 주위에서의 자연대류 연구에서 단열수평벽과 평판사이의 간격 및 선단형상이 유동에 미치는 영향에 대하여 고찰하였다.

본 연구는 실제, 적용되는 기관을 가상하여 주위유체가 공기인 정상층류상태에서 수평단열판에 부착된 등온사각비임에서의 자연대류현상과 비임폭, 및 Rayleigh 수를 변수로하여 수치해석하였다.

## II. 지배방정식 및 경계조건

## 1. 지배방정식

Fig.1은 본 해석에 이용된 기하학적형상과 좌표계를 나타낸다. 수평단열판은 반무한평판이며 비임 한 변의 길이를  $L$ 로 하고 점차적으로 비임의 폭,  $W$ 를  $L/2$ ,  $L/4$ 로 줄여서 계산하였다.

비임(beam)은 균질의 재질로 가정하여 비임 표면의 온도,  $T_s$ 는 일정하고, 비임 주위의 유체

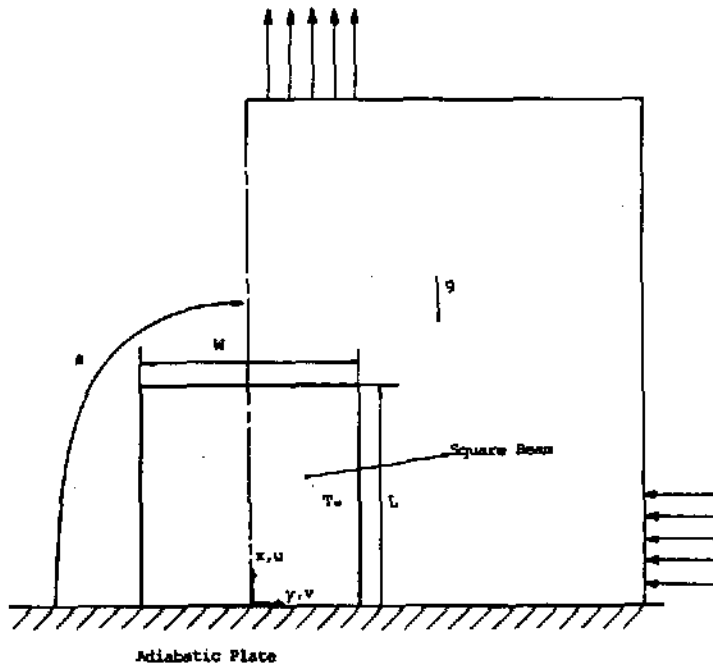


Fig.1 Schematic diagram of the geometry

는 비압축성이고 Boussinesq approximation 을 따르며 유동은 2차원 층류정상상태로 가정하였다. 그리고 에너지 소산 및 복사에 의한 열전달은 무시하였다.

이상의 가정을 도입하고 유동함수(stream function,  $\psi$ )와 와도(vorticity,  $W$ )를 사용하여 얻은 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$W = \nabla^2 \psi \quad (1)$$

$$\nabla^2 W = \frac{1}{Pr} (U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y}) + Ra \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (2)$$

$$V^2 \Phi = U \frac{\partial \Phi}{\partial X} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (3)$$

여기서

$$V^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}, U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, V = -\frac{\partial \psi}{\partial X}$$

식(1), (2), (3), 은 각각 외부 유체에 대한 연속방정식, 운동량방정식 및 에너지방정식을 유동함수, 와도 및 온도로 표시한 방정식이다.

## 2. 경계조건

무차원지배방정식 (1), (2), 및 (3)에 대한 해를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{단열평판표면} : U = V = \psi = \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0,$$

$$W = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \quad (4)$$

$$\text{대칭축} : V = \psi = W = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

$$\text{비임상부면} : U = V = \psi = 0, \Phi = 1,$$

$$W = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \quad (6)$$

$$\text{비임측면} : U = V = \psi = 0, \Phi = 1,$$

$$W = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} \quad (7)$$

$$\text{유입부} : U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0, W = \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} \quad (8)$$

$$\text{유출부} : V = \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0, W = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \quad (9)$$

## III. 수치해석방법

수치해석을 하기 위한 격자망은 Fig.2와 같이 수직방향에 대하여 40개, 수평방향에 대하여 32개로 분할하였고 비임의 형상은 좌우대칭이므로 대칭축을 중심으로 반만을 계산하였다.

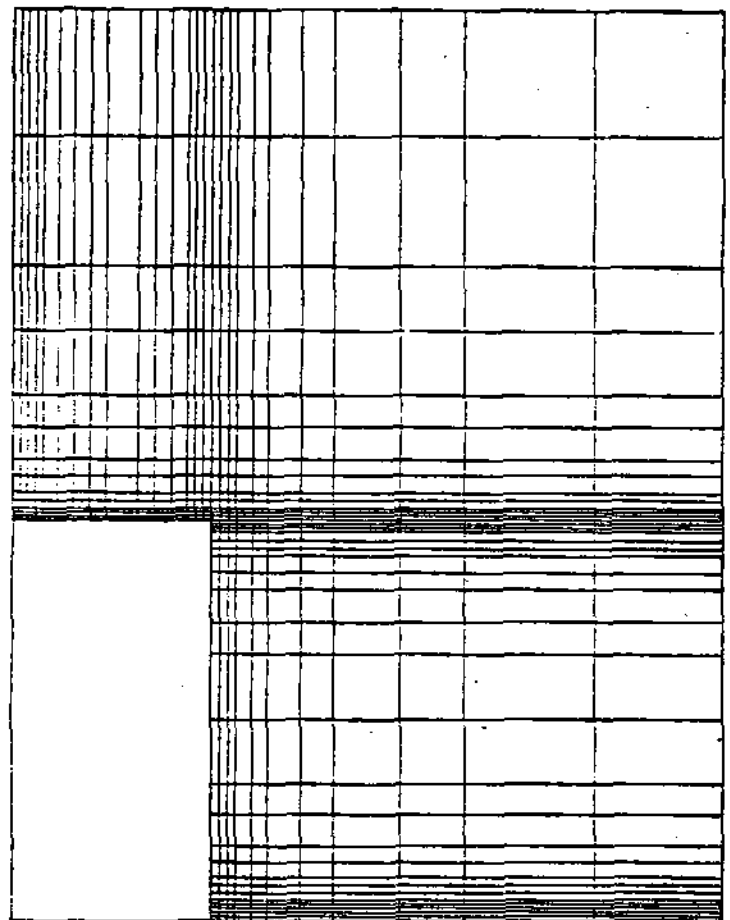
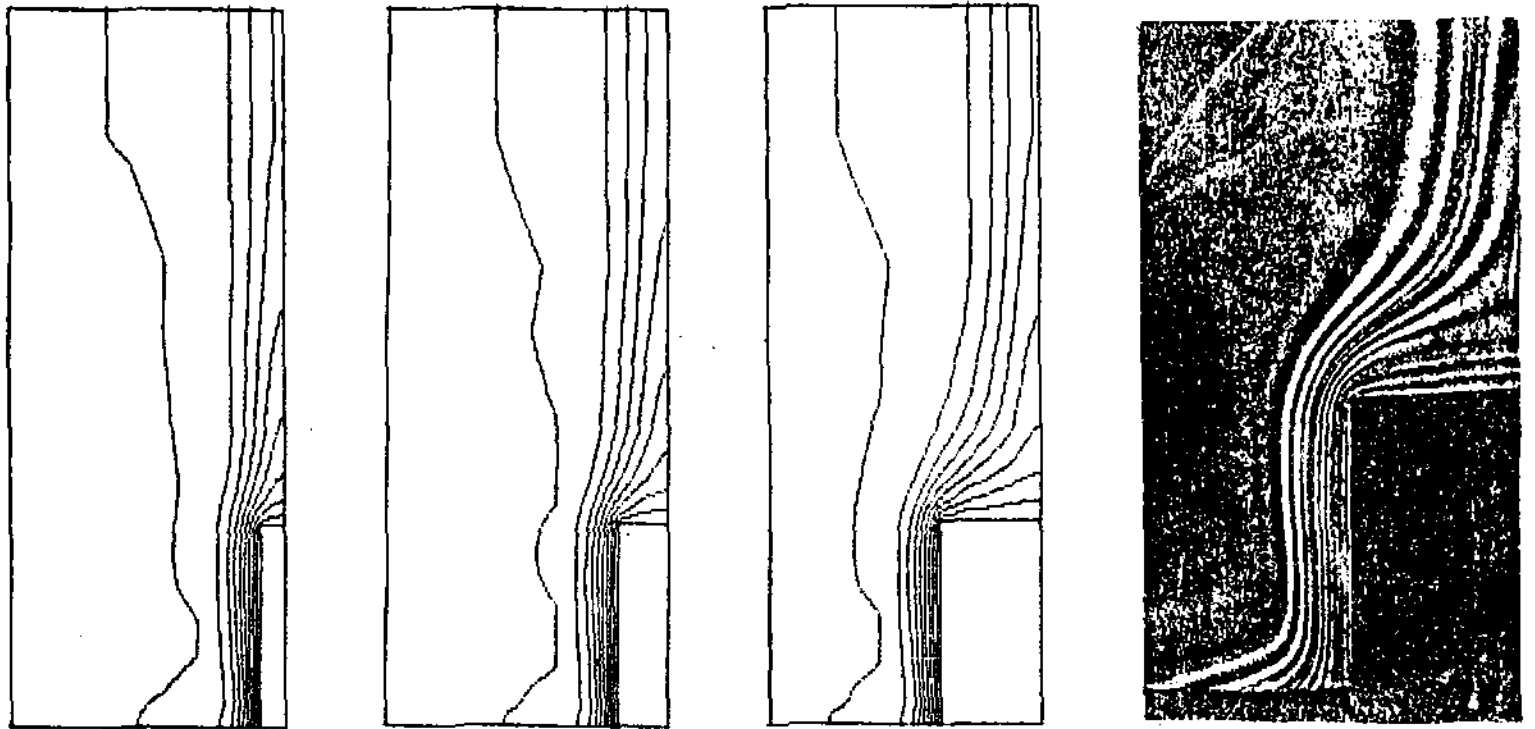


Fig.2 Grid system of the solution domain

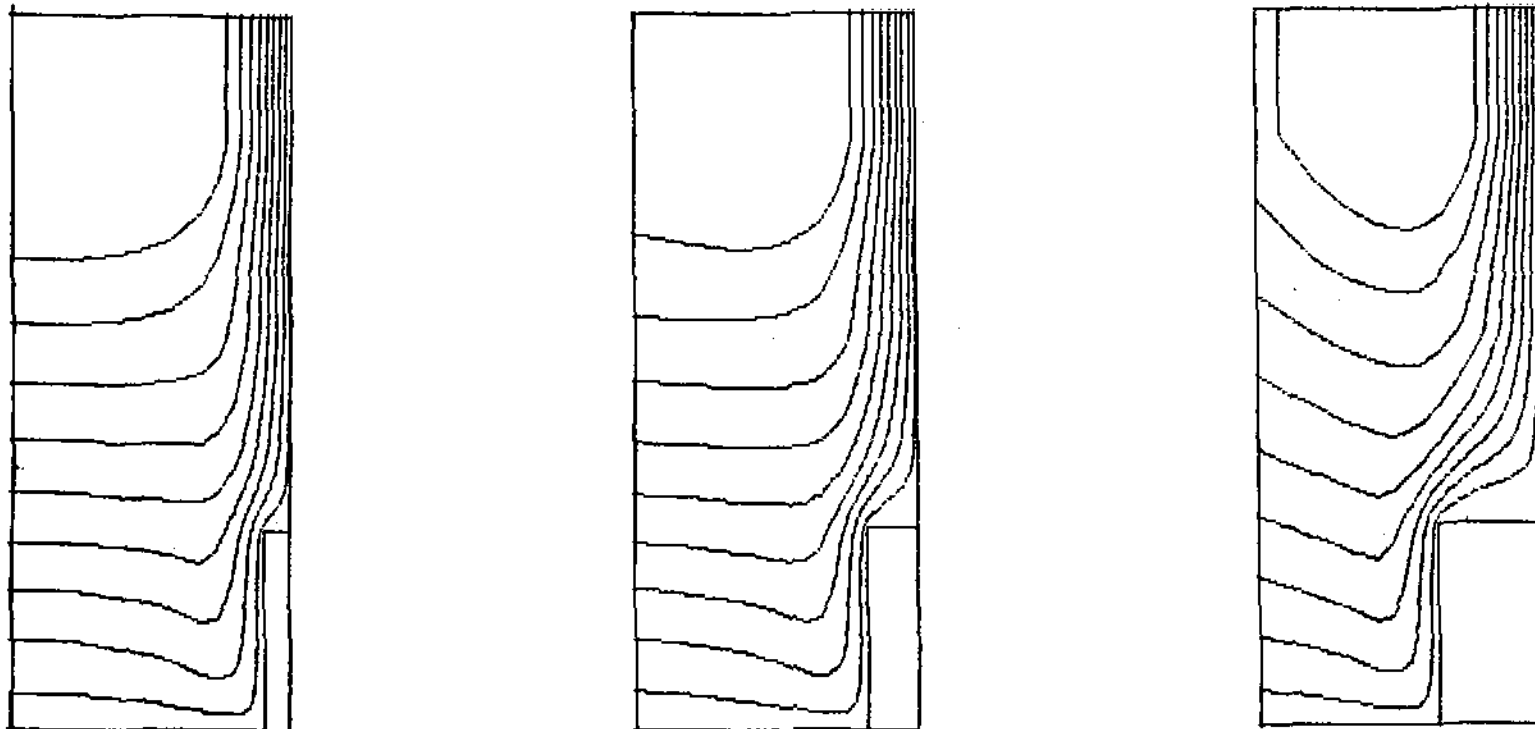


W/L = 0.25

W/L = 0.50

W/L = 1.00

(a) Isotherms ;  $\Delta \phi = 0.1$



W/L = 0.25

W/L = 0.50

W/L = 1.00

(b) Streamlines ;  $\Delta \psi = 5.0$

Fig.3 Isotherms and streamlines at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ .

본 해석에서는 유한차분법중 S.O.R. 방법을 사용하였으며 수렴기준은  $|(B^m - B^{m-1}) / B^m| < 10^{-3}$ 으로 하였다. 여기서 B는 유동함수 ( $\psi$ ) 또는 온도( $\Phi$ )를 나타내며 m은 반복회수를 나타낸다.

Relaxation factor는 유동함수, 온도 및 온도의 관계식에서 각각 1.0, 0.15, 1.1로 계산하였다.

사용한 Computer는 30mega byte P.C를 사용하였으며 반복회수는 400~800번으로 해를 구하였다.

수치해석하여 구한 해는 다음식들에 의하여 Nusselt수를 계산하는데 사용하였다. (단  $W/L = 1.0$ 인 경우)

$$\begin{aligned} \text{비임표면국소 Nusselt수 : } Nu &= hL / k_f \\ &= -(\partial \Phi / \partial Y) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{비임상부면 평균Nusselt수 : } \bar{Nu}_u = \frac{1}{0.5} \int_0^{0.5} \bar{Nu}_u dY \quad (11)$$

$$\text{비임측면 평균Nusselt수 : } \bar{Nu}_s = \int_0^{1.0} Nu dx \quad (12)$$

$$\text{전평균 Nusselt수 : } \bar{Nu}_T = \frac{\bar{Nu}_u \times 0.5 + \bar{Nu}_s}{1.5} \quad (13)$$

#### IV. 결과 및 고찰

수치해석의 해는  $Gr = 30000 \sim 60000$ ,  $Pr = 0.71$ ,  $W/L = 0.25, 0.5$  및  $1.0$ 에서 구하였다. Fig. 3은  $Gr = 30000$ ,  $Pr = 0.71$  무차원 비임폭  $W/L = 0.25, 0.5$  및  $1.0$ 에 대한 등온선과 유선을 나타낸다. 일반적으로 beam 상부면은 상승하는 가열된 flume에 싸여 있으므로 비임측면에 비하여 열전달이 잘 안됨을 알수있고 측면 하단부근에서는 단열판으로 차단되어 유체유동이 활발하지 못함을 알수있다. 전체적으로 유사한 분포를 보이나 무차원 비임폭  $W/L$ 가 감소할수록 상부면에서의 유체유동은 다소 증가함을 보여준다. 우측사진은 같은 조건( $W/L = 1.0$ )에서의 interferogram이다.

Fig.4는 무차원 비임폭  $W/L = 1.0$ , Fig.5는  $W/L = 0.5$  그리고 Fig.6은  $W/L = 0.25$ 인 경우 국소 Nusselt수를 나타낸 것이다. 일반적으로 Grashof수가 증가함에 따라 국소 Nusselt수분

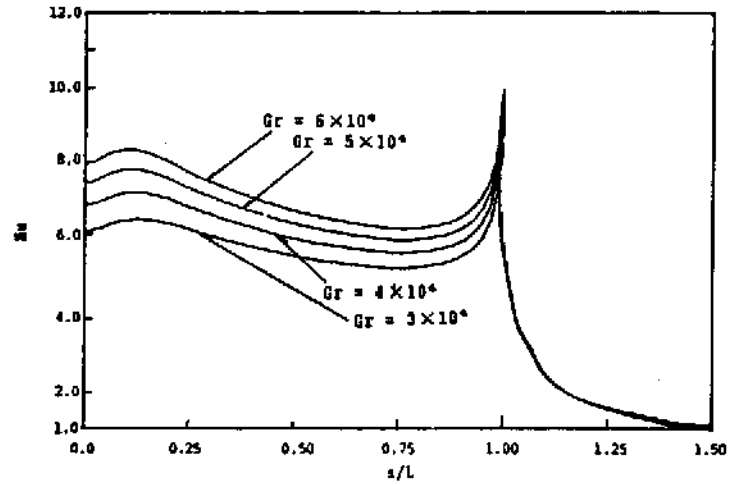


Fig.4 Local Nusselt number from the heated surface at  $Pr = 0.71, W/L = 1.0$

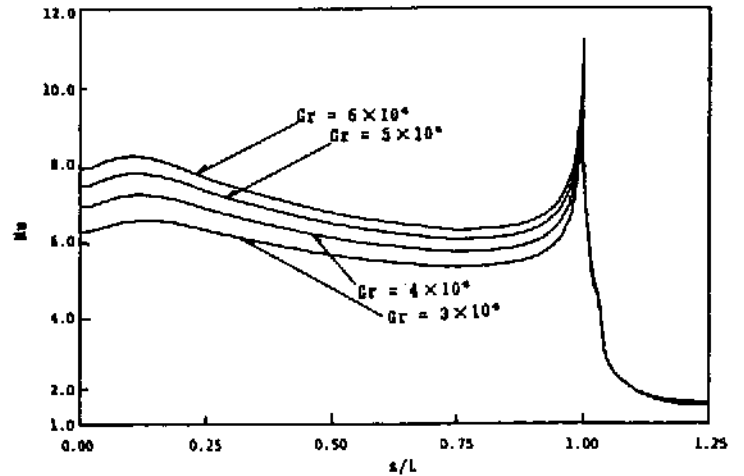


Fig.5 Local Nusselt number from the heated surface at  $Pr = 0.71, W/L = 0.5$

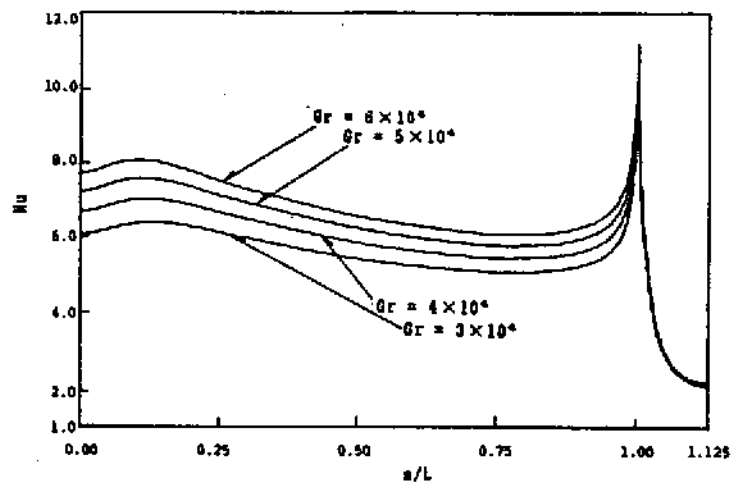


Fig.6 Local Nusselt number from the heated surface at  $Pr = 0.71, W/L = 0.25$

또는 증가함을 나타내며,  $S/L=1.0$ 인 상부직각모서리에서 최대,  $S/L=1.5$ 인 상부면 대칭선상에서 최소값을 나타내는데 이는 상부 직각모서리부근에서 열상승류의 상호작용에 의한 열경계층의 밀착에 기인하며 상부면은 상승되는 가열 plume의 영향으로 열전달을 크게 방해하기 때문이다.

Fig.7은  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ , 무차원 비임 폭  $W/L=1.0$ 인 경우 측면의 무차원거리  $x/L=0.04, 0.15, 0.98$ 인 곳에서의 무차원 수평거리  $y/L$ 에 대한 무차원 온도분포를 나타낸다. 일반적으로  $y/L=0.8$  부근까지 급격한 하락을 보인다 점차적으로 일정한 온도분포를 나타낸다.

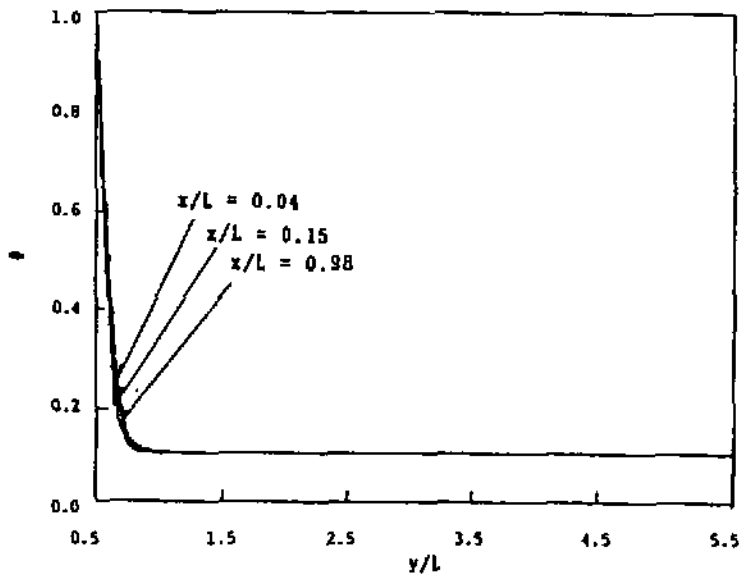


Fig.7 Dimensionless temperature distributions of side surface for various vertical distance at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ ,  $W/L=1.0$ .

Fig.8은  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ ,  $W/L=1.0$ 인 경우에 대한 비임 측면의 무차원거리  $x/L=0.04, 0.15, 0.98$ 인 곳에서의 무차원 수평거리  $y/L$ 에 대한 무차원 수직방향 속도분포를 나타낸다.  $x/L=0.98$ 인 경우  $y/L=0.60$ 에서,  $x/L=0.15$ 인 경우  $y/L=0.56$ 에서,  $x/L=0.04$ 인 경우  $y/L=0.56$ 에서 최대값을 나타내며 상부 직각모서리 부근으로 갈수록 유체유동의 상호작용에 의하여 증가함을 나타낸다. Fig.9는 같은 조건하에서의 무차원 수직방향 거리에 대한 수평방향속도분포를 나타낸 것이다. 무차원 거

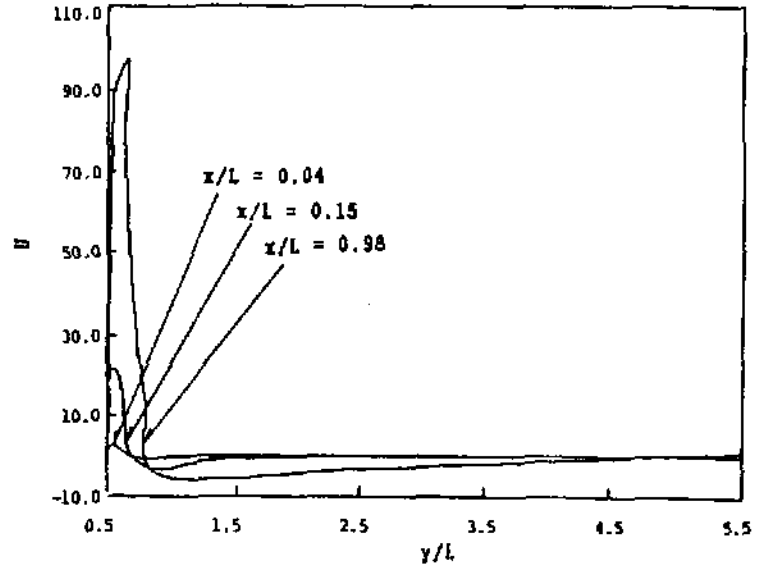


Fig.8 Dimensionless velocity distributions of side surface for various vertical distance at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ ,  $W/L=1.0$ .

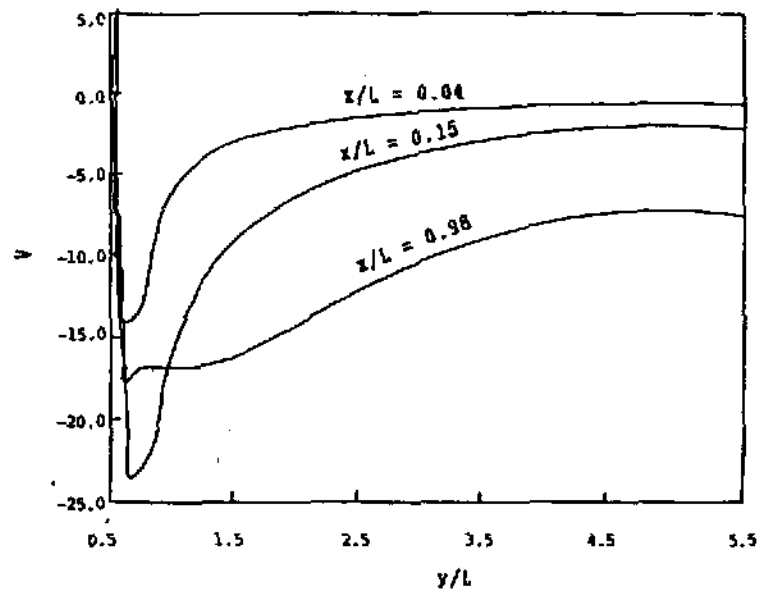


Fig.9 Dimensionless velocity distributions of side surface for various vertical distance at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ ,  $W/L=1.0$ .

리  $x/L$ 가 증가할수록 증가함을 나타내며,  $x/L=0.04$ 인 경우는 단열판의 영향에 의한 유동의 정체현상으로 인하여 가장 낮은 분포를 나타낸다. 그리고 상부직각 모서리 부근인  $x/L=0.98$  부근에서는 유동의 상승상호작용으로 인하여  $y/L=0.72$ 부근에서  $V$ 속도는 낮은 분포를 나타낸다.

Fig.10은  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ ,  $W/L=1.0$ 인 경우 비임 상부면의 무차원거리( $y/L=0$ ,

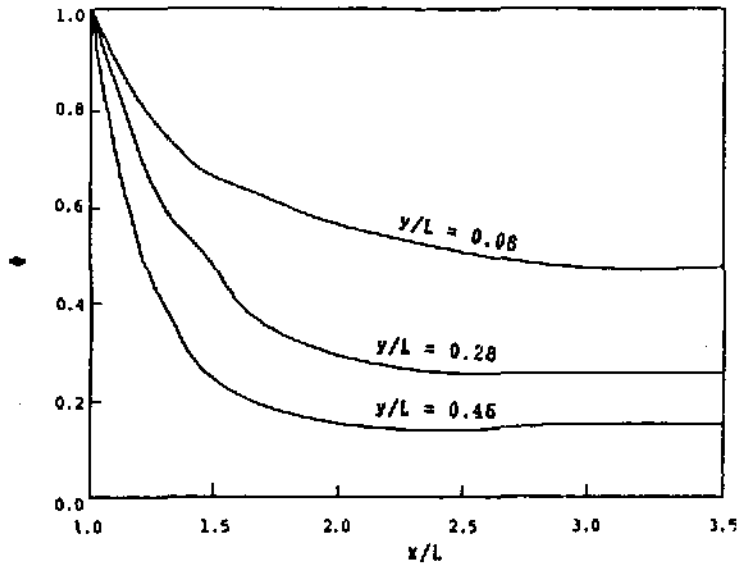


Fig.10 Dimensionless temperature distributions of upper surface for various horizontal distance at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ .  $W/L=1.0$ .

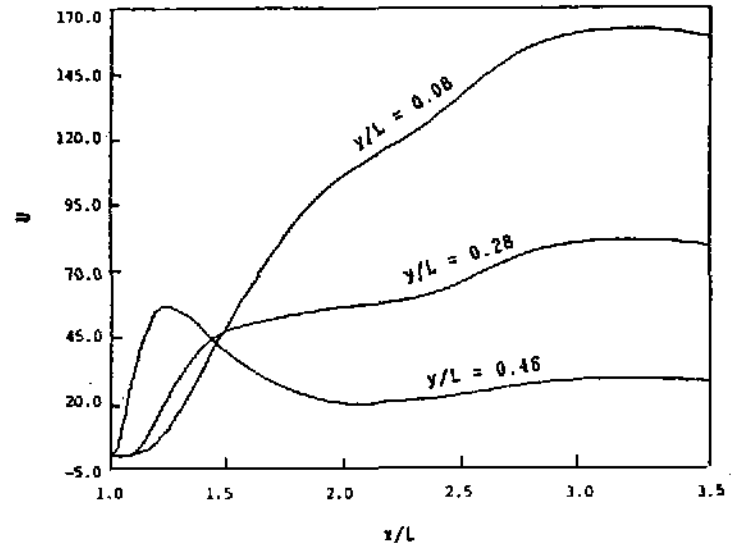


Fig.12 Dimensionless velocity distributions of upper surface for various horizontal distance at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ .  $W/L=1.0$ .

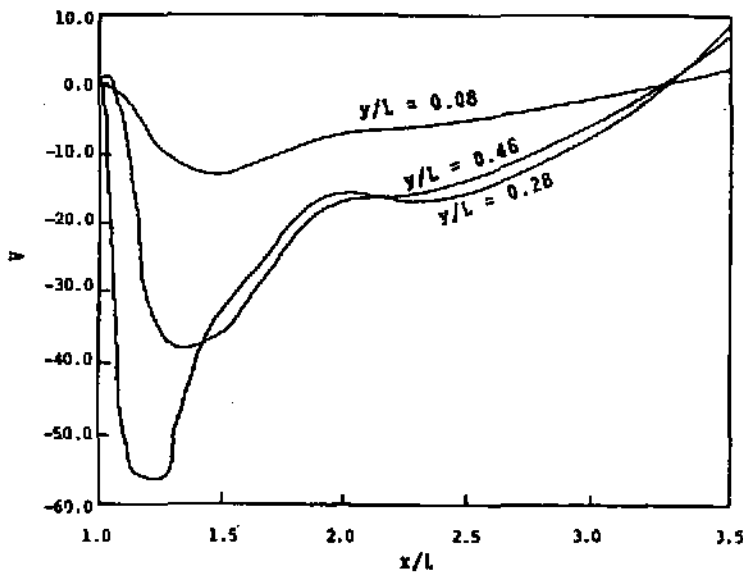


Fig.11 Dimensionless velocity distributions of upper surface for various horizontal distance at  $Gr=3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$ .  $W/L=1.0$ .

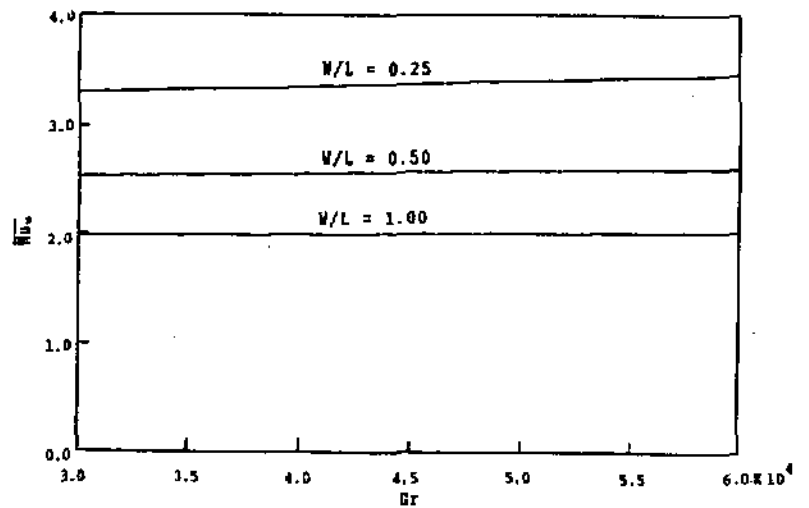


Fig.13 Mean Nusselt number distributions of upper surface for various dimensionless beam width vs. Grashof number

08, 0.28, 0.46인 곳에서의 무차원 수직거리에 대한 온도분포를 나타낸 것이다.

비임 상부면이 가열된 상승유체에 싸여 있으므로 다소 완만한 분포를 보여주고 있다. Fig.11은 Fig.10과 같은 조건에서  $y/L=0.08, 0.28, 0.46$ 인 곳에서의 무차원 수직거리에 대한 무차원 수평방향 속도분포를 나타낸 것으로서  $y/L=1.31$ 이하에서는 급격한 상승을 나타내고 그이상부터는 점차 감소함을 나타낸다.

Fig.12는 Fig.10과 같은 조건하에서 무차원 수직방향속도분포이다. 무차원 수직거리  $x/L=1.47$  이하에서는  $y/L=0.46, 0.28, 0.08$  순으로 높게 나타나며  $x/L=1.47$  이상에서는  $y/L=0.08, 0.28, 0.46$  순으로 높게 나타났다.

Fig.13은 Grashof 수 변화에 따른 여러가지 무차원 비임폭,  $W/L$ 의 변화에 대한 비임상부면의 평균 Nusselt수 분포이다.  $W/L=0.25$  일 때 최대,  $W/L=1.0$  일 때 최소를 나타내는데

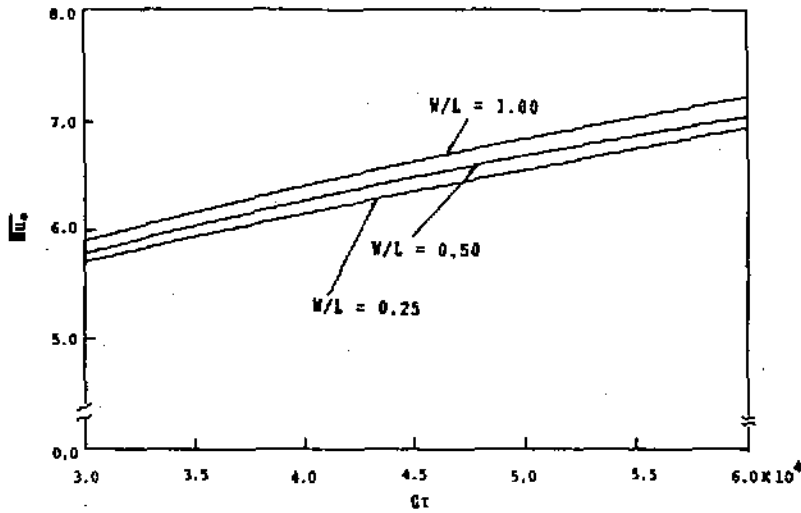


Fig.14 Mean Nusselt number distributions of side surface for various dimensionless beam width vs. Grashof number

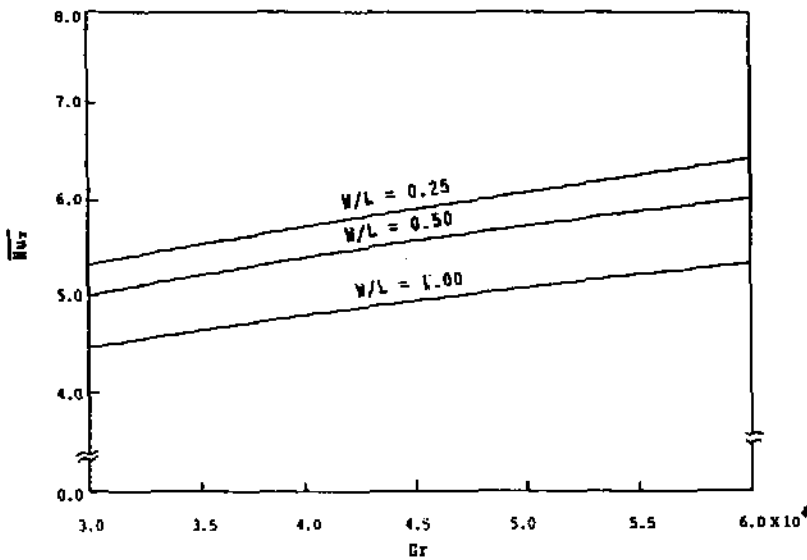


Fig.15 Total mean Nusselt number distributions for various dimensionless beam width vs. Grashof number

이는  $W/L$ 가 증가 할수록 상승하는 가열 plume에 싸인 면적이 증가하기 때문에 낮은 분포를 나타낸다. 그리고 일반적인 경향은 Grashof수가 증가함에 따라 미소하게 증가하였다.

Fig.14는 무차원 비임폭,  $W/L$ , 변화에 따른 측면의 평균 Nusselt 수 분포를 나타낸다. 일반적으로 Grashof수 증가함에 따라 측면 평균 Nusselt수는 Fig.13에 비하여 다소크게 나타나고 무차원 비임폭,  $W/L$ 가 증가 할수록 다소 증가함을 나타낸다.

Fig.15는 무차원 비임폭,  $W/L$ 변화에 대한 전체평균 Nusselt수 분포를 나타낸 것이다. 전체평균 Nusselt수는 Grashof 수가 증가할수록 높게 나타내며 상부면의 증감이  $\overline{Nu}_T$ 에 지배적인 영향을 주기 때문이다.

### V. 결론

정상 층류상태에서 수평 단열판에 부착된 등온사각비임에서의 자연대류 열전달에 관한 수치해석한 결과는 다음과 같다.

1. Grashof 수가 증가함에 따라 비임표면의 국소 Nusselt수는 증가하며 직각모서리 부분에서 최대값 비임 상부면 대칭선상에서 최소값을 나타내었다.
2.  $W/L$ 의 변화에 따른 상부면의 평균 Nusselt 수는  $W/L=1.0$ 에서 최소,  $W/L=0.25$ 에서 최대값을 나타내고 측면의 평균 Nusselt수는  $W/L=1.0$ 에서 최대  $W/L=0.25$ 에서 최소값을 나타내었다.
3.  $W/L$ 변화에 따른 전체평균 Nusselt수는 Grashof수가 증가함에 따라 증가하고  $W/L=1.0$ 에서 최소,  $W/L=0.25$ 에서 최대값을 나타내었다.
4. 비임 상부면의 증감이 전체평균Nusselt수 계산에 지배적인 영향을 주었다.

### 참고 문헌

1. C.D. Jones & L.F. Smith, "Optimum Arrangement of Rectangular Fins on Horizontal Surfaces for Free Convection Heat Transfer", ASME J. of Heat Transfer, Vol. 92, pp.6-10, 1970.
2. T.Aihara, "Natural Convection Heat Transfer from Vertical Rectangular Fin Arrays, part 3, Heat Transfer from Fin Flats", Bull. JSME, Vol.13, No.64, pp.1192-1200, 1970.
3. T.H. Kuehn, S.S. Kwon, and A.K. Tolpadi, "Similarity Solution for Conjugate Natural Convection Heat Transfer from a Long Vertical Plate Fin", Int.J.Heat Mass Transfer,



- Vol.26, No.11, pp.1718-1721, 1983.
4. R.Yang & L.S. Yao, "Natural Convection along a Finite Vertical Plate", ASME.J. of Heat Transfer, Vol.109, pp.413-418, 1987.
  5. M.Miyamoto, Y. Katoh, J. Kurihara, K. Yamashita, "Free Convection Heat Transfer from Vertical and Horizontal Short Plates", Int. J. Heat Mass Transfer Vol.28, pp.1733-1745, 1985.
  6. W.W. Yousef, J.D. Tarasuk, and W.J.McKeen, "Free Convection Heat Transfer from Upward Facing Isothermal Horizontal Surfaces", J. of Heat Transfer, Vol.104, pp.493-500, 1982.
  7. T.Schulenberg, "Natural Convection Heat Transfer Below Downward Facing Horizontal Surfaces", Int.J. Heat Mass Transfer, Vol.28, No.2, pp.467-477, 1985.
  8. C.J.Choi and K.S.Chang, "Separated Laminar Natural Convection above a Horizontal Isothermal Square Cylinder", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol.13, pp.201-208, 1986.
  9. M.Miyamoto and T.Akiyoshi, "Free Convection Heat Transfer Near Leading Edge of Semi Infinite Flat Plate with Finite Thickness", JSME, Vol.24, pp.1945-1952, 1981.