講 座

最適設計를 위한 OR技法과 應用

OR Techniques and Their Applications for Optimal·Design

張 東 日*

D. I. Chang

1. 緖 論

오늘날의 기계제조에는 設計의 다양화 즉, 要素設計에서 시스템 設計로의 필요성과 加工의 어려움이 수반되는 반면, 납품기일의 단축 및 低生産價의 요청이 날로 심화되므로서, 품질향상에서 생산성(productivity) 향상으로의 전환이 절실히 요구되고 있다.

생산성 향상의 개념은 적은 입력(input)으로 가능한한 최대의 출력(output)을 얻자는 것으로서 구체적으로는,

① 가장 짧은 시간내에

② 가장 경제적으로

③ 가장 높은 가공 정밀도의 제품을 생산함

을 의미한다. 상기 조건을 만족시키기 위해서는, 제품의 설계나 加工時 짧은 시간내에 대량의 정보를 처리하여야 하고, 設計나 加工도 自動化 내지 精密化하여야 한다. 이것에 대한 해결책은 소위 인공 두뇌인 컴퓨터를 설계 및 가공에 이용하는 것이며, 궁극적으로 CAD/CAM(Computer aided design/Computer aided manufacturing)이라는 첨단기술이 출현하게 되었다.

設計한다는 것은 간단히 말해 決定한다는 말로 표현할 수 있다. 이유는 설계가 무수한 決定過程을 거쳐 성취되기 때문이다. 기계설계를 할 때 설계자는 크게 나누어 3가지에 대한 결정을 한다. 즉, 완성된 기계부품의 ① 크기 (size), ② 材料(material), ③ 形狀(shape)에 대한 결정을 하는 것이다. 일반적으로 크기와 재료는 解析的인 방법에 의해 결정할 수 있음을 우리는 알고 있다. 그러나 크기와 재료가 결정된 후, 최종적으로 어떠한 형상으로 완성시켜야 하는 가를 결정하는 해석적인 방법이 거의 없으며, 기계 설계자의 결험에 의하여 결정되고 있다. 그 이유는, 형상의 결정이 크기나 재질의 결정과는 달리 주로 광범위한 제조과정의 지식을 선행조건으로 하며, 여러가지 요인에 의해 영향을 받고, 또 뚜렷한 판단기준의 설정이 어려워 해석적 방법이 용이하지 않기 때문이다. 한편, 비록 크기와 재료를 해석적인 방법으로 결정한다고 하지만, 가공오차나 재질의 불확실성에 기인하여, 해석적 취급(안전계수 설정 등)이 그렇게 용이하지는 않다. 따라서 본문에서는 종래의 경험에 의한 직관적 판단에 의해 수행되었던 설계를 컴퓨터를 이용하여 설계하므로서 좀더 해석적, 논리적, 체계적으로 수행하기 위한 OR(Operations Research) 技法과 設計에의 그 應用에 대해 개괄적으로 살펴보고자 한다.

1. OR의 개념

1－1 OR의 정의와 문제해결 절차

공상과학 소설가인 Arthur Clarke는 말하기를 "OR이란 실제로 싸우지 않고 전쟁을 이기는 기술이다"라고 정의하고 있으나, 이것은 제2차 세계대

* 忠南大學校 農科大學 農業機械工學科

전중에 발전하여 전략이나 전술연구에서 성공을 거둔데서 연유한 것이라 말할 수 있다.

여러 OR 학자들의 정의를 종합하여 보면 "OR이란 인간-기계시스템(man-machine system)의 형태를 기술하고 이해하며, 예측하는 科學"이라고 말할 수 있다.

그러므로, OR의 문제해결 절차는 다음과 같은 3단계로 나누어진다.

① 시스템의 형태(behavior)를 관찰하고 기술한다.

② 관찰한 시스템의 형태를 분석하고, 이를 모델(model)화 한다.

③ 정립된 모델을 사용하여 시스템의 목표달성을 극대화하는 最善方案을 선정한다.

시스템의 형태를 관찰하고 필요한 데이터가 수집되면 이것을 분석하여 모델을 만들게 되는데 모델이란 시스템에 대하여 이를 좌우하는 요인과 변수들의 상호관계를 물리적 또는 계량적으로 표현한 것으로서 실물을 만들지 않고 시험(test)과 검토를 행할 수 있다는 점에서 유용하게 사용되는 수법이다. 따라서, 시스템을 분석하고 개선하는 경우 그 시스템을 모델화하여 검토하는 것이 비용면에서 매우 경제적이다.

OR의 모델은 일반적으로 수학모델(mathematical model)인 경우가 많으며, 수학 모델은 그 내용에 따라 확정적 모델(deterministic model)과 확률적 모델(Probablistic model)로 나누어지고 있다.

시스템의 수학모델이 만들어지면 적절한 수학적인 최적화수법(optimization technique)을 사용하여 이의 해를 구하는 것이 OR의 3단계 문제해결 절차이다.

1-2 OR의 방법상의 특징

OR은 설계자가 직면하는 의사결정 문제를 과학적인 분석의 기초 위에 합리적으로 해결하고자 하는 것으로서 다음과 같은 3가지의 특징을 가지고 있다.

① 시스템적 사고방법(Systems approach)에 의하여 문제를 해결한다.

② 여러 전문분야의 共同研究(interdisciplinary team work)에 의거한다.

③ 과학적 방법(scientific method)을 사용한다.

1-3 OR문제의 유형과 해법

OR에 의해 문제를 해결하기 위해서는 문제를 정확히 인식하고 문제의 해결을 위한 가용자원(available resource)은 무엇이며, 또한 문제해결의 제한사항(constraints)은 무엇이냐 하는 것을 식별할 수 있으며, 문제를 해결하기 위한 수학모델의 정립과 이의 수학적 해법을 알지 않으면 안된다.

Table 1. OR의 전형적 문제의 유형과 해법

문제의 유형	해	법
자원의 배분 또는 할당 문제	1. 선형계획법(LP) 3. 동적계획법(DP) 5. 비선형계획법	2. 수송문제 4. 정수계획법(IP) 6. 목표계획법(GP)
재고문제	7. 재고이론	
교체문제	8. 교체이론	9. 신뢰성이론
대기행렬문제	10. 대기행렬이론	11. 시뮬레이션
경쟁 및 의사결정 문제	12. 게임이론 14. Markov분석	13. 의사결정론
Network 문제	15. 최대 유량문제 17. PERT와 CPM	16. 최단 경로문제 18. GERT
순서결정 문제	19. 순서결정이론	20. 순회 판매문제

그러나, OR 기법이 기계설계자가 당면한 문제 중에서 이미 다루어짐으로써 그의 모델이나 해법이 알려진 것도 있고, 또한 한번도 다루어진 일이 없기 때문에 그의 모델이나 해법이 전혀 알려지지 않은 것도 있다.

따라서, 후자에 속하는 문제에 당면하게 될 경우에는 앞에서 설명한 OR의 문제해결 절차에 따라 창의적인 문제해결을 실시하여야 한다.

그러나 OR이 발전된 이후 그동안 여러가지 유형의 문제가 연구되고 해결됨으로써 문제의 類型과 解法이 알려진 것은 이것들을 인용 또는 응용함으로써 문제를 효과적으로 해결할 수 있다. 이러한 잘 알려진 문제의 유형과 해법을 정리하여 보면 表1과 같다.

2. OR의 技法과 應用

2-1 決定理論(Decision Theory)

결정이론은 기존의 생산품이나 설계 또는 시스템을 계속 유지 및 사용할 것인가, 또는 새로운 생산품이나 설계 및 시스템으로 완전히 대치시킬 것인가, 또는 기존생산품의 설계 또는 시스템과 새로운 대상체를 어떤 비율로 혼합 내지는 결합할 것인 가를 결정하는 이론이다. 즉, 基礎設計 단계에서 어떻게 무엇을 선택하는 가를 해석적 방법으로 결정하는 이론인 것이다.

일반적으로 결정이론은 ① 決定對象 選定, ② 結果豫測, ③ 價値附與, ④ 判別의 4단계로 구성된다.

1) 決定對象 選定(Action)

결정대상 선정이란 일련의 행동(action)의 설정을 말한다. 예컨대, 여러개의 설계중에서 가장 좋은 것을 선택한다든지, 이앙기 분리침에 적합한 합금강의 선택 등을 의미한다. 이 과정은 그 결정대상의 조건에 따라 다음과 같이 3가지로 구분할 수 있다.

① 확실성 하에서의 결정(decision making under certainty)

② 확률적 결정(decision marking under risk)

③ 불확실성 하에서의 결정(decision making under uncertainty)

2) 結果豫測(Prediction)

결과예측은 행동으로 옮겼을 때, 즉 선택대상물을 설정한 후에 그 대상물들의 결과가 어떻게 될 것인 가를 예측하는 것이다. 예를 들면, 설계에서 초기비용, 운전 및 보수비용, 수명, 최소 소요마력 등의 결정이다.

일반적으로 결과예측에 사용되는 방안들은 다음과 같다.

① 지속적 예측 (persistence prediction)

② 일정변화율 예측 (trajectory prediction)

③ 주기적 예측 (cyclic prediction)

④ 인과성 예측 (associative prediction)

⑤ 유추적 예측 (analog prediction)

⑥ 직관적 예측 (intuitive prediction)

공학설계에서 많이 사용하는 예측방안은 확률을 이용한 유추적 예측방법인데, 이 방법은 각 변수를 무작위변수(random variable)로 하여 확정적 모델로 변환시킨 다음 각 무작위 독립변수로부터 종속변수의 통계적 자료를 산출해 내는 방법이다. 여기서 독립변수라 함은 설계자가 임으로 변환시킬 수 있는 설계변수, 즉 제품수량, 치수, 재질, 온도, 압력 등이며, 종속변수란 설계자가 임의로 변환시킬 수 없는 변수들 즉 강도, 무게, 농도, 진동, 판매가격 등을 말한다.

이 방법의 응용 例로서는 강도해석(파괴될 확률의 예측), 구멍과 軸 직경의 확률분포를 알고 있을 때 적합한 틈새를 얻을 수 있는 예측, 累積公差(cumulative tolerance)의 예측 등이다.

3) 價値附與

공학설계에 있어서는 효용가치(value of utility) 개념을 이용하여 결과에 따라 가치를 부여하는데 가장 많이 쓰이는 효용가치 곡선은 그림 1과 같이 2가지형이 있다. A형은 가장 공통적으로 많이 사용되는 효용가치 곡선으로서 엔진의 마력, 발전기

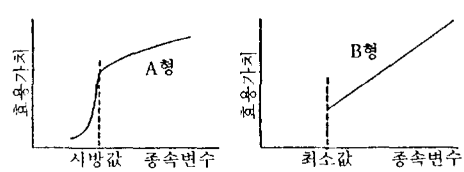

Fig. 1. 가장 공통적으로 많이 사용되는 효용가치 곡선

의 수명, 콤바인의 용량들이 이에 속하며, B형은 재료의 강도나 경주용 자동차나 보트의 속력 등이 이에 속한다.

4) 判 別

확실성하에서의 결정은 결과가 명확하므로 판별과정이 필요없으나, 실제 현상에 가까운 확률적 결정은, 설계와 그 설계가 처할 환경이 확률적이므로 설계 및 환경에 대한 확률과 효용가치를 행렬로 표시한 決定行列(decision matrix)을 이용하여 판별한다.

가치부여에 있어서 B형인 경우에는 곡선이 선형(linear)이므로 평균 효용가치가 최대가 되는 대상, 즉 설계를 선택하여야 하며, A형인 경우에는 신뢰도(reliability)가 큰 설계를 선택하여야 한다(그림 2).

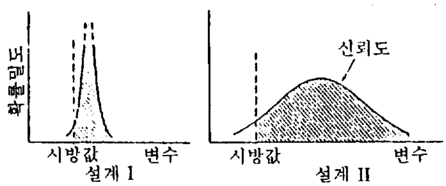

Fig. 2. 신뢰도와 평균값의 비교
(I의 신뢰도가 II보다 큼)

한편, 불확실성 하에서의 결정과정은 설계와 그 설계가 어떤 환경에 처할 확률을 모르기 때문에 다음과 같은 4가지 판별기준에 따라 결정한다.

① 等價確率 判別(equal likely hood criterion)
② 最大最少 判別(maximin criterion)
③ 最大最大 判別(maximax criterion)
④ 最少最大 위험부담 判別 (minimax risk criterion)

(例 1) 최대수명 (설계종속변수)을 가진 기계의 선택, 환경(운전속도) : 무작위(random)

• B형 효용가치 곡선 가정, 지속 예측 방안 및 유추적 예측 방안 사용(그림 3, 4).

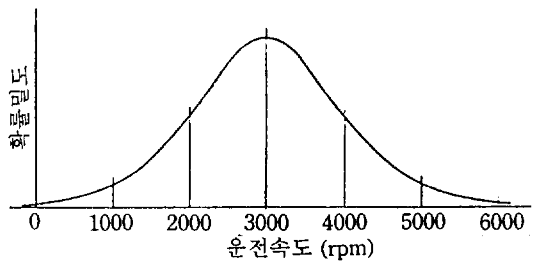

Fig. 3. 운전속도에 대한 확률밀도곡선(지속예측)

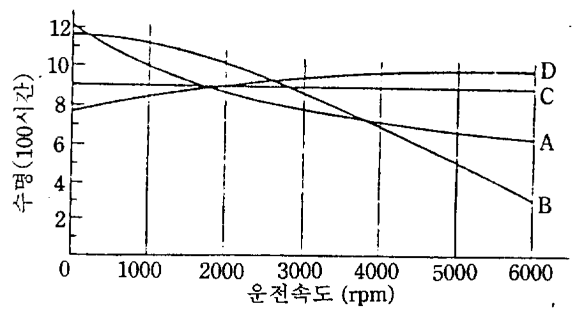

Fig. 4. 수명과 운전속도와의 관계 (유추예측)

Table 2. 확률적 결정과정을 위한 결정행렬

속도확률	0.0228	0.1359	0.3413	0.3413	0.1359	0.0228	
속도구간	0~1000	1000~2000	2000~3000	3000~4000	4000~5000	5000~6000	평 균 값
설계 A 수명	1090	910	810	750	700	640	790
설계 B 수명	1140	1080	940	790	570	390	849
설계 C 수명	900	900	900	900	900	900	900
설계 D 수명	800	880	910	920	960	980	914

2-2. 最適化 理論(Optimization Theory)

최적화 이론은 미적분(calculus)의 최대최소 이론으로부터 출발하여 현재는 공학설계 및 여러 분야에서 널리 사용되고 있는 理論이다. 유한요소법(FEM)이 해석 및 분석에서 광범위하게 사용된다고 하면, 최적화 기법은 해석 및 분석의 반대개념인 合成(synthesis) 및 설계(design)에 광범위하게 사용되고 있다. 최적화 과정에서 우리가 알아야 할 것은 주어진 문제나 설계를 최적화시키기 위해 어떻게 數式化(formulation)하며 수식화한 다음 어떤 알고리즘을 사용하여 설계나 문제를 해결해야 하는가이다. 따라서 주어진 문제의 성격을 파악해야 함은 물론이고, 최적화에 사용되는 여러 개의 알고리즘의 특성 및 장단점을 명확히 이해해야 한다.

1) 數式化(Formulation)

(가) 目的函數(objective function) $U(X)$: 최소 또는 최대화시킬 함수(생산원가, 부피, 무게, 성능, 안정성, 속력, 수명, 이윤, 신뢰성 등)

(나) 制限函數(constraints)

- 不等制限함수(inequality constraints) :

$$\phi_i(X) \leq 0$$

- 恒等制限함수(equality constraints) :

$$\psi_i(X) = 0$$

제한함수, 특히, 부등 제한함수를 만족시키는 영역(zone)을 최적화 영역(feasible zone)이라고 한다. 그림 5는 최적화 과정에서의 목적함수, 제한함수, 최적화 영역을 보여주고 있다.

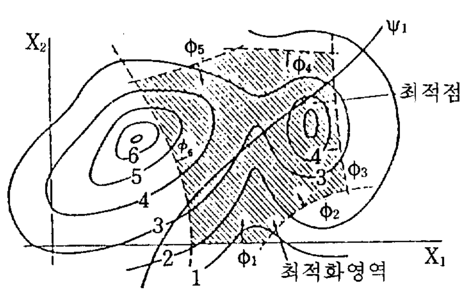

Fig. 5. 최적화 과정에서의 최적화영역 및 최적점

항등제한식이 주어졌을 때, 최적화 문제가 성립되기 위해서는 항상 항등제한식의 수가 변수의 수보다 적어야 한다. 이때 무한數의 解가 산출되며 목적함수에 의해 이 무한수의 解中 有一解, 즉 最適解가 결정된다. 만일 항등제한식의 수가 변수의 수와 같을 경우에는 단일해가 되어 최적화의 여지가 없어지며, 많을 경우에는 不可能解가 되기 때문이다.

(例 2) 정하중 p kg f/mm하에서 허용응력 σ_a를 초과하지 않으면, 정하중 p하에서 최저 고유진동수가 f보다 크고, 또 체적이 최소가 되는 외팔보(cantilever beam)의 최적 형상설계, 단, 외팔보는 X축에 대칭이며 그 質量은 p에 비해 무시할 정도로 작다고 가정함.

외팔보 형상설계를 수식화하는 그림은 그림 6과 같으며, 여기서 각 기호는 다음과 같다.

$u(x)$: 단면의 반쪽 형상
$v(x)$: 중심軸의 변위
$I(x)$: 관성모우멘트
$M(x)$: 굽힘모우멘트
ω : 최저고유진동수

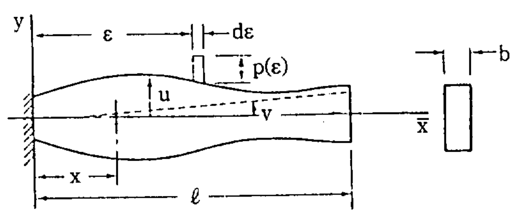

Fig. 6. 외팔보 형상설계의 수식화

목적함수

$$U=\int_0^{\ell} 2U(x)\ b dx=2b\int_0^{\ell} 2U(x)\ dx = \text{최소화}$$

제한함수

응력제한식은

$$\sigma(x)=\frac{M(x)\ u(x)}{I(x)}=\frac{\int_x^{\ell} p(\xi)(\xi-x)d\xi}{2/3b[u(x)]^2}$$

이므로

$$\max_{0\leq x\leq l} \sigma(x)\leq\sigma a$$

고유진동제한식 : $v(x,t)=\sum_{j=i}^{n} A_j(x)\ q_j(x)$

여기서 $A_j(x)$: 경계조건을 만족하는 변위함수

$q_i(t)$: 일반좌표(generalized coordinates)

라 하면,

$$\sum_{j=i}^{n} (K_{ij}-\omega^2 M_{ij})\ q_i = 0\ ,\ \bar{q}_i = \text{변위의 진폭}$$

$$\text{여기서 } M_{ij} = \int_0^{\ell} \frac{p_{(x)}}{g} A_i(x)\ A_j(x)\ dx$$

$$K_{ij} - \int_0^{\ell} EI(x) \frac{d^2A_i(x)}{dx^2} \cdot \frac{d^2A_i(x)}{dx^2}\ dx$$

따라서 $\omega \geq f$

위의 식들을 불연속변수(discrete variable)로 변환시키면

$$\text{목적함수} : U = 2b \sum_{i=0}^{m} a_i\ u_i(x) = \text{최소화}$$

제한함수 :

$$\text{응력제한식} \frac{\sum_{i=i}^{m} a_{ij}\ p_i\ (x_i - x_j)}{2/3b\ u_j^2(x)} \leq \sigma_a$$

진동수 제한식

$$\sum_{j=1}^{n} (K_{ij} - \omega^2 M_{ij})\ q_i = 0$$

$$\omega \geq f$$

2) 最適化 알고리즘

수식화된 문제를 최적화하기 위한 기법들을 분류 정리하면 다음과 같다.

(가) 線型문제(linear problem)

① 圖式法(graphical method) : 변수가 2개일 때 사용

② 表法(tabular method) : 변수가 2개 이상이나 단순알고리즘(simplex algorithm) 유도에 사용

③ 단순기법(simplex method)

(나) 比線型문제(non-linear problem)

① 特殊法

- 분리형 프로그래밍(piecewise linear approximation method)
- 2차 프로그래밍
- 다항식 프로그래밍
- 기하학적 프로그래밍

② 無制限性문제(unconstrained problem)

- 직접탐색법(direct search method) :

一變數 탐색(univariate search)

패턴이동(pattern move)

Powell의 공액방향법

몬테칼로기법

- 間接探索法(indirect search method) :

공액방향법

변수매트릭(Fletcher-Davidson-Powell) 기법

급경사기법(gradient method)

③ 制限性문제(constreined problem)

- 직접법(direct method) :

연속선형 근사법

적합방향기법(feasible direction method)

급경사 투영법(gradient projection method)

- 간접법(indirect method) :

제한식 소거(elimination) 방법

벌칙함수(penalty function)

Lagrange 승수기법 - Kuhn-Tucker조건 이용

(다) 특수기법

① 동적 프로그래밍(dynamic programming)

② 확률 프로그래밍(stochastic programming)

③ 整數 프로그래밍(integer programming)

(例 3) 기존제품 A와 시장성이 좋은 제품 B으 생산여부 및 그 제품의 최적화 문제, 제품 A는 1개당 1,000원, 제품 B는 1개당 2,000원의 판매이익이 여 상된다.

그리고 각 제품 1개를 제조하는데 소요되는 원자료 a, b, c의 소요량은 다음 表 3과 같으며, 원재료 a, b, c의 월간 사용가능량은 각각 48톤, 21톤, 36톤으로 제한되어 있다. 판매이익을 극대화하는 각 제품의 생산량을 구하라.

Table 3. 제품의 최적생산을 위한 자료

제품 / 원재료	A	B	사용가능량
a	3	4	48
b	1	3	21
c	1	6	36
판매이익	1,000	2,000	

극대화(maximize)하고자 하는 판매이익은 다음 식으로 나타낼 수 있다. 즉 목적함수(objective function) U는

$U = 1{,}000x_1 + 2{,}000x_2$

가 된다. 그리고 원재료 a, b, c의 제한조건을 나타내는 제한식은

$$3x_1 + 4x_2 \leq 48$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 21$$
$$x_1 + 6x_2 \leq 36$$
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

가 된다. 여기서 $X_1 \geq 0$와 $X_2 \geq 0$는 비부의 조건식으로 제품 A의 생산량 x_1과 제품 B의 생산량 x_2는 각각 부의 값을 가질 수 없다는 것을 나타낸다.

상기 數學的 모델은 LP모델로서 해법으로는 심플렉스법(simplex method)이 널리 사용되고 있으나, 이 방법의 원리를 이해하기 위해서는 도해법(graphical method)을 이해하는 것이 도움이 되기 때문에 이에 대한 설명을 하고자 한다.

그림 7은 3개의 제한식을 모두 만족시키는 x_1과 x_2가 존재하는 영역을 빗금쳐 나타내고 있으며 이 영역을 최적화 영역이라고 한다. 그러나 이 영역내의 x_1과 x_2의 한 쌍(pair)의 값을 무수히 많다. 따라서 심플렉스법에서는 이렇게 무수히 많은 점 중에서 극점인 (0, 0), (0, 6), (6, 5), (12, 3), (16, 0) 인 점만을 찾아가며, 이 극점의 x_1과 x_2의 값을 목적함수에 대입하여 목적함수 U의 값을 가장 크게 하는 x_1과 x_2의 값을 찾고 있다.

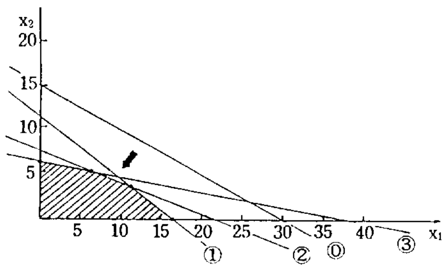

Fig. 7. 제품의 최적생산을 설계하기 위한 도해법

그리고, 이것은 도해법의 그림에서는 목적함수의 직선을 밑으로 (화살표 방향으로) 평행이동시키는 경우, 최적화 영역의 극점과 최초로 만나는 점이 된다. 위의 LP모델의 경우 이 점은 (12, 3)이 되며, 따라서 $x_1 = 12$, $x_2 = 3$이 3개의 제한식을 모두 만족시키며, 목적함수 U의 값을 가장 크게 하는 最適解가 된다.

이상과 같은 도해법은 그림상에서 해를 구하는 것이기 때문에 부정확할 뿐아니라, 결정변수의 數가 2개 이상일 경우 그림으로 나타내기 어렵기 때문에 LP모델의 일반적인 해법인 심플렉스법을 사용해야 한다. 그러나 이 방법에 대한 구체적인 설명은 지면관계상 생략하겠다.

2-4. 信賴性 理論(Theory of Reliability)

신뢰성 이론은 앞의 결정이론 및 최적화 이론에 의해 설계변수값 즉, 치수나 재료의 매개변수들의 값이 정해졌을 때 그 정해진 값을 근거로 한 수명이나 성능들을 제작前에 예측하여 보정 내지는 수정하는데 사용하는 이론이다. 이 이론은 먼저 각 부품의 신뢰성을 결정하고 각 부품들로 구성된 시스템이나 기계 전체의 신뢰성을 검토하여 요구된 수명이나 성능의 만족 여부를 검토하는 데에 사용한다.

1) 部品의 信賴性 函數 R(t)의 결정

R(t)를 결정하기 위하여 먼저 평균고장률 h(t)를 구한다.

$$h(t) = \frac{t\text{시간까지의 시간당 고장난 평균수}}{t\text{시간까지 고장나지 않은 평균수}} \quad \cdots\cdots (1)$$

한편, 신뢰성 함수 $R(t) = N_s/N_o = (N_o - N_f)/N_o$

여기서, N_o = 전체 샘플수,

N_s = 고장 나지 않은 수

N_f = 고장난 수

이므로 시간 t에 대하여 미분하면,

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{N_o} \cdot \frac{dN_f}{dt} \qquad \text{즉,} \quad \frac{dN_f}{dt} = -N_o \frac{dR}{dt}$$

식(1)로부터

$$h(t) = \frac{dN_f}{dt} \cdot \frac{1}{N_s} = -\frac{N_O}{N_S} \cdot \frac{dR}{dt} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dt}$$

따라서

$$h(t)dt = \frac{dR}{R} \rightarrow \int_0^t h(t)dt = \int_1^R \frac{dR}{R} = -\ln R$$

또는 $R(t)=\exp[-\int_0^t h(t)dt]$ ······················(2)

해석적 방법으로 구하면 구하면 다음과 같다. 즉, 고장 밀도함수를 f(t), 누적 빈도함수를 F(t)라 하면 조건확률법칙(conditional probabilty law)에 따라

$$f(t)dt=h(t)dt[1-F(t)]$$

$$\text{또는 } h(t)=\frac{f(t)}{1\text{-}F(t)}=\frac{f(t)}{R(t)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}\text{이므로}\quad f(t)=\frac{d}{dt}[-R(t)]=-\frac{dR(t)}{dt}$$

따라서, 식 (3)으로부터 $h(t)=-\frac{1}{R(t)}\cdot\frac{dR(t)}{dt}$을 얻고 이 식은 식 (2)와 같다.

한편 운전 수명에 대한 평균고장률의 수명곡선은 그림 8과 같으며, 욕조 모양을 하고 있다고 하여 이것을 Bath-tub curve라고 부른다.

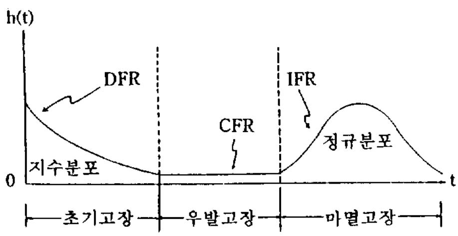

Fig. 8. 운전수명에 대한 평균고장률의 관계

그림 8에서 불량품에 의한 早期 고장은 조립 후 시험이나 QC(quality control) 과정에서 제거될 수 있으나, 설계 잘못이나 환경요인에 의한 고장은 우연히 발생하기 때문에 random 형태이며, 또 평균고장률이 常數이므로 $h(t)=\lambda$이며, $R(t)=e^{-\lambda t}$의 指數函數로 표시된다.

제 3 단계인 마멸이나 부식에 의한 고장(wearout failure)은 일반적으로 정규(normal) 또는 Gaussian 분포현상을 나타내므로 정규 분포함수로 표시한다. 따라서 시간 T_1까지 지속되어 T_1과 T_2 사이에서 마멸에 의해 고장날 확률은 $1-R(T_2)/R(T_1)$이다. 그러나 우연한 고장과 마멸에 의한 고장이 연합되어 발생할 수도 있으며, 이 경우에 장치나 시스템이 t_1까지 지속되고 다시 τ 시간 동안 지속될 신뢰성 함수는

$$R(\tau)=e^{-\lambda\tau}\cdot\frac{R_\omega(t_1+\tau)}{R_\omega(t_1)}\ \text{가 된다.}$$

한편 指數도 아니고 正規도 아닌 分布일 때는

$$\text{Weibull 分布}: f(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-(t/\eta)\beta}$$

여기서 β=형상계수, η=스케일(scale) 계수를 사용한다.

2) 2개 이상의 部品結合의 신뢰성 계산

부품의 신뢰성이 상기한 바와 같이 구해지면 궁극적으로 장치나 시스템 전체의 신뢰성들을 분석 또는 향상시켜야 하므로 부품 사이의 연결 종류에 따라 다음과 같이 분류하여 검토한다.

(1) 직렬결합(그림 9) : 어느 한 부품의 고장이 전체시스템을 파손시킴.

$$\text{전체시스템 신뢰도}: R_t=\prod_{i=1}^{n} R_i$$

각 부품의 고장밀도함수가 지수분포에 따른 경우, 전체고장률 : $\lambda_t=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$

$$\text{기기의 평균수명}: MTBF_t=\frac{1}{\lambda_t}$$

(2) 병렬결합(그림 10) : 병렬에 있는 부품 모두가 다 파손되어야만 전체 시스템이 파손되므로 신뢰성이 매우 큼.

$$\text{전체시스템 신뢰도}: R_t=1-\prod_{i=1}^{n}(1-R_i)$$

$$\text{기기 전체의 고장률}: \lambda_t=\frac{1}{MTBF_t}$$

$$\text{기기의 평균수명}: MTBF_t=\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{2\lambda}+\frac{1}{3\lambda}+\cdots+\frac{1}{\eta\lambda}$$

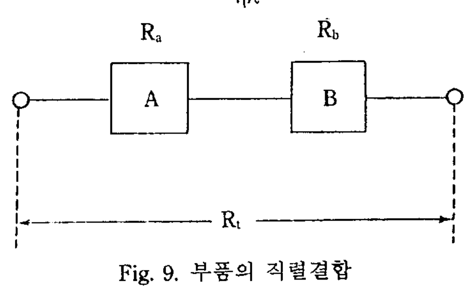

Fig. 9. 부품의 직렬결합

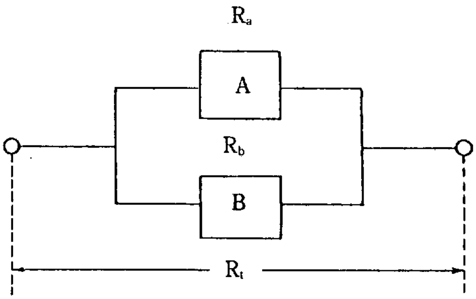

Fig. 10. 부품의 병렬결합

3) 신뢰성의 最適分配(Optimal allocation of reliability)

장치나 시스템이 여러 개의 부품으로 구성되어 있을 때 장치나 전체 시스템의 요구된 신뢰성을 유지시키도록 각각의 부품들의 신뢰성을 최적 분배시키는 방법은 목적함수에 따라 다음과 같이 분류할 수 있다.

(1) 생산원가의 최소화

$g_i(R_i)$ = 각 부품의 신뢰성과 원가의 관계식이라 할 때 목적함수 :

$$U=\sum_{i=1}^{n} g_i(R_i)=\text{최소화}$$

시스템 신뢰성 : $R_t=f(R_1, R_2 \cdots R_n)$

요구된 시스템 신뢰성을 R_d라 하면

제한식 : $\phi_1=R_d-f(R_1, R_2 \cdots, R_n) \leq 0$

그림 11과 같은 직렬－병렬 연결시스템의 최적분배시 시스템 신뢰성은,

$R_t=\prod_{i=1}^{n} [1-(1-R_i)^{x_i}]$이 된다.

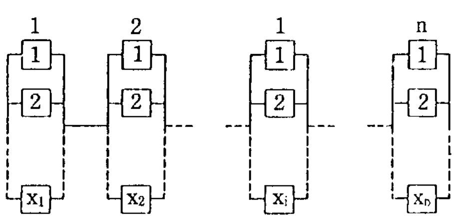

Fig. 11. 직렬－병렬 연결시스템

(2) 이윤의 最大化

시스템으로부터의 이윤을 P라 하면, 시스템이 파손되지 않았을 때 이윤이 보장되므로 이윤의 기대값(expected value)은 PR_t이다. 그림 11과 같은 직렬－병렬 연결시스템의 경우 i번째 병렬 연결부의 한 부품의 償還값을 C_i라고 할 때 전체 비용은 $\sum_{i=1}^{n} C_i X_i$가 된다. 여기서 X_1는 i번째 병렬 연결부의 부품수

따라서 목적함수 :

순수 이윤 $U=PR_t-\sum_{i=1}^{n} C_iX_i=$ 최소화

부등제한식 : $\phi_1=R_d-\prod_{i=1}^{n} [1-(1-R_i)^{X_i}] \leq 0$

여기서 R_d는 요구된 시스템 신뢰성의 최소값.

(3) 시스템 신뢰성의 최대화

원가의 최소화나 이윤의 최대화를 목적으로 하지 않고 시스템 자체의 신뢰성을 최대화하는 것을 목적으로 하는 분배방법으로써 직렬－병렬 연결시스템에서 代用설계의 고려와 代用설계의 중요도 및 시스템 전체의 중요도가 함께 고려된다.

목적함수 : 시스템의 신뢰도

$$U=\pi_{i=1}^{n} [1-(1-\sum_{i=1}^{mi} (R_{ij}-y_{ij})^{X_i}] = \text{최대화}$$

제한식 : 원가 $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{mi} C_{ij}\, y_{ij}\, x_i \leq C_S$

중요도 : $\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{mi} w_{ij}\, y_{ij}\, x_i \leq \omega_S$

$$\sum_{j=1}^{mi} y_{ij} = 1$$

여기서,

R_{ij}=i번째 병렬부의 j번째 代用設計의 신뢰성

C_{ij}=i번째 병렬부의 j번째 代用設計의 원가

ω_{ij}=i번째 병렬부의 j번째 代用設計의 중요도

x_{ij}=i번째 병렬부의 병렬부품의 수

y_{ij}=i번째 병렬부의 代用設計 유무를 표시하는 수(0 또는 1)

C_S=시스템에 주어진 최대 원가

ω_S=시스템 전체의 최대 중요도

M_i=i번째 병렬부에 적용가능한 代用設計의 수

3. 맺음 말

이제까지 設計에서 직관적 또는 경험적 판단에 의존하였던 분야에 컴퓨터를 적용시키기 위한 해석적 방안으로서, OR技法과 그 應用에 대해 이해하기 쉽도록 例와 함께 개괄적으로 설명하였다. 그러나 각 분야의 理論이 매우 깊고 그 응용도 다양하므로 각 분야에 따른 깊이 있는 연구와 응용하려는 노력이 뒤따라야 할 것으로 생각한다.

參考文獻

1. 金鎬龍 · 1987. 결정, 최적화 및 신뢰성 이론과 설계에의 응용, 대한기계학회지 27(3) : 203-213.
2. 李相鎔 1990. 산업공학개론, 도서출판 경문사.
3. 朴景洙 1986. 신뢰도공학 및 정비이론, 희중당.
4. Haug, E.J. and J.S. Arora. 1979, Applied Optimal Design : Mechanical and Structural System. John Wiley & Sons, New York.
5. Morris, A.J. 1982. Foundations of Structural Optimization : A Unified Approach. John Wiley & Sons, New York.
6. Siddall, J.N. 1982. Optimal Engineering Design : Principles and Application. Marcel Dekker, Inc. New York and Basel.