大韓土木學會論文集
第10卷 第1號 · 1990年 3月
pp. 155~162

土質 및 基礎工學

接合要素를 利用한 基礎地盤의 變形解析

An Analysis on the Deformation of Foundation Using the Interface Element Method

朴 炳 基* · 李 鎭 洙** · 林 聖 喆***
Park, Byong Kee · Lee, Jean Soo · Lim, Sung Chull

Abstract

In analysis of deformation in which the stiffness is greatly different between the adjacent materials, the desired results have been obtained by using the interface element method compared with those secured by the conventional method of the concept of continua. However the interface element method was originally developed for the behavior of rocks. This study deals with the deformation analysis of foundation with sand drain by the introduction of interface element. The physical conditions of interface element are devided into three categories by Mohr-Coulomb failure criterion ie. sliding, separation, and contact. Finally the accuracy of the program proposed in this paper is proved highly accurate by performing the comparison of the theoretical values and numerical results of a model element with simplified boundary conditions.

요 지

剛性이 서로 다른 地盤이나 材料가 끼어있는 不連續 接合面에서의 變形擧動을 合理的으로 解析하기 위해서는 종래의 連續體 개념에 의한 解析만으로는 만족할 만한 結果를 얻기 힘들다.

接合要所 解析은 이와같은 경우에 이용되는 計算技法의 하나이다. 원래는 岩盤의 節理라든가 構造物間의 不連續性을 解決하기 위해 隣接 block간의 剛性이 크게 다른 接合面의 解析을 위해 提案된 것인데 本文에서는 이를 地盤構造物의 接合面에 적용하고자 接合面의 物理的인 擧動을 定義하고 解析에 필요한 프로그램을 開發하여 旣往의 發表論文에 적용하여 그 精度와 接合要素의 適用性 및 妥當性을 確認한 것이다.

*正會員 · 全南大學校 工科大學 敎授, 土木工學科
**正會員 · 東新工科大學 專任講師, 土木工學科
***正會員 · 現代建設(株)

1. 序　論

本文에서 接合要素는 剛性이 크게 다른 두 隣接 block간의 接觸部를 지층한다. 특히 土質工學 問題에서 接合要素 解析法은 岩盤의 절리部分, 댐의 基礎部分, 터널의 接合部라든가 改良基礎地盤등 많은 경우에 이용될 수 있다. 이와같은 力學系에서는 큰 剛性을 갖는 한 block과 相對的으로 매우 작은 다른 block과의 接合面에 힘이 전달되었을 때 미끄럼(sliding)이나 分離(separation)와 같은 不連續的인 變形擧動이 必然的으로 發生한다. 그러나 이와같은 현상을 考慮하지 않고 數値計算을 하게 되면 不連續面에서 連續函數 꼴로 表現되어 두 block 接合面에서의 不連續 擧動을 표현할 수 없으므로 이를 解消하기 위한 解析技法의 導入이 필요하다. 이를 위한 解析方法중에서 接合要素를 이용한 解析은 하나의 解決方法이 될 수 있다.

本 硏究에서는 첫째로 接合面의 物理的인 擧動을 規定하고, 둘째로 接合要素에 대한 프로그램을 開發하여, 土質構造物 혹은 改良基礎地盤의 解析法을 確立하는 基礎가 되고자 試圖한 것이다. 여기서 接合要素의 物理的인 擧動은 Mohr-Coulomb의 線型破壞規準에 의해 미끄럼(sliding), 分離(separation) 및 固着(contact)의 세가지 狀態로 나누어 考察하고 有限要素解析을 위한 接合要素의 剛性 matrix는 要素 자신의 體積變化를 考慮하지 않는 (non-dilatant) 條件下에서 誘導한 것이다[1]. 그리고 接合要素에 대한 開發 프로그램의 精度는 Siriwardane[5] 및 Ghaboussi 등[3]이 사용한 模型地盤에 대한 變形解析의 例를 入力하여 比較하였고 끝으로 sand drain地盤에 대한 應用 例를 들었다.

2. 接合要素

2.1 接合要素의 剛性 Matrix

언급한 바와같이 基礎地盤의 材料的 性質이 서로 相異한 複合的 狀態로 존재할 때 그 變形擧動을 解析하는데는 이들 接觸面에서의 力學的 不連續面의 影響을 고려하여 解析할 필요가 있다. 이와 같은 解析手法의 하나로서 接觸面의 不連續面을 接合시키는 Goodman 등[4]에 接合要素 手法을 이용하여 地盤解析을 하였다. 그림 2.1.에 接合要素

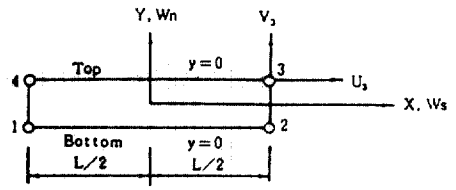

그림 2.1 Interface element

의 개념을 나타내었는데 4각형 4절점 要素이고 이 要素의 길이는 L이며 절점 1, 4와 2, 3은 同一座標로서 폭은 없다고 본다. 이 座標系는 길이 方向으로 X軸을 가지며 原點은 中央에 있다.

이 要素에 대한 저장에너지 ϕ는 다음과 같이 文獻(1)에 의하여 matrix형태로 나타낼 수 있다.

$$\phi = 1/2 \int_{-L/2}^{L/2} [W]^T [P] dx \qquad (2.1)$$

여기서, 相對變位 vector,

$$[W] = \begin{bmatrix} W_s^{top} - W_s^{bottom} \\ W_n^{top} - W_n^{bottom} \end{bmatrix}$$

단위 길이당의 힘 vector,

$$[P] = \begin{bmatrix} P_s \\ P_n \end{bmatrix} = [K][W]$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \rho_s & 0 \\ 0 & \rho_n \end{bmatrix}$$

여기서 P_s, P_n는 각각 接線力 및 垂直力을, K_s, K_n는 각각 接線 및 垂直方向의 剛性을 나타낸다. 따라서 (2.1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\phi = 1/2 \int_{-L/2}^{L/2} [W]^T [K][W] dx \qquad (2.2)$$

變位 W는 線型補間函數를 사용하여 節點變位 u와 v로 나타낼 수 있으므로 接合要素의 低面 및 上部에서의 接線 및 鉛直方向 變位는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} W_s^{bottom} \\ W_n^{bottom} \end{bmatrix} = 1/2 \begin{bmatrix} 1-2x/L & 0 & 1+2x/L & 0 \\ 0 & 1-2x/L & 0 & 1-2x/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} W_s^{top} \\ W_n^{top} \end{bmatrix} = 1/2$$

$$\begin{bmatrix} 1+2x/L & 0 & 1-2x/L & 0 \\ 0 & 1+2x/L & 0 & 1-2x/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

그리고 接合要素의 相對變位 [W]는 다음과 같다.

$$[W] = \begin{bmatrix} W_s^{top} - W_s^{bottom} \\ W_n^{top} - W_n^{bottom} \end{bmatrix} = 1/2$$

$$\begin{bmatrix} -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A & 0 \\ 0 & -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

여기서, A=1-2x/L, B=1+2x/L, 따라서 식 (2.5)를 다음과 같이 나타낸다.

$$[W] = 1/2[D][U] \tag{2.6}$$

식 (2.6)을 이용하면 식 (2.2)는 다음과 같다.

$$\phi = 1/2 \int_{-L/2}^{L/2} 1/4 [U]^T [D]^T [K] [D] [U] dx \tag{2.7}$$

식 (2.7)중 $[D]^T[K][D]$에 관한 matrix 演算을 하고 이 結果를 이용하여 식 (2.7)을 展開하면 다음과 같다.

$$\phi = 1/2\, L\, [U]^T [\mathbf{K}] [U] \tag{2.8}$$

여기서 단위길이당의 接合要素 剛性 matrix [**K**]는 다음과 같다.

$$[\mathbf{K}] = 1/6 \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -2k_s & 0 \\ & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ & & 2k_s & 0 & -2k_s & 0 & -k_s & 0 \\ & & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & k_n \\ & & & & 2k_s & 0 & k_s & 0 \\ & \text{Sym.} & & & & 2k_n & 0 & k_n \\ & & & & & & 2k_s & 0 \\ & & & & & & & 2k_n \end{bmatrix}$$

이상과 같이 Goodman의 方法에 의해서 接合要素의 剛性方程式이 구해진다. 다만 여기서 接線 및 垂直方向의 剛性(k_s, k_n)은 實驗을 통하여 혹은 問題를 간단히 하기 위하여 接合要素의 두께를 무시할 수 있을 정도로 큰 값을 選定할 수가 있으며 本文 解析에서도 마찬가지로 適用되었다. 또한 本文에서 接合要素의 應力은 아래 式과 같이 相對變位를 사용하여 解析하였다.

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \sigma_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

여기서,

τ : 剪斷應力, σ_n' : 有效垂直應力,

γ : 相對剪斷變形, ε : 相對垂直變形

2.2 層의 接觸問題

載荷로 인하여 剛性이 다른 異質材料 간에는 미끄럼이나 分離와 같은 不連續的인 變形이 일어나게 된다. 이와 같은 두 材料간의 相對的 變位관계가 Mohr-Coulomb의 線型破壞規準을 따른다고 한다면 다음 3가지 媒介變數(剛性行列 또는 힘)로 定義할 수 있다.

(1) 두 block간의 接觸面積에 의존하는 接合面의 垂直單位 剛性 matrix, k_n(壓縮 또는 伸張 剛性)

(2) 接合面의 摩擦力 및 粘着力에 의존하는 接線單位 剛性 matrix, k_s(剪斷 剛性)

(3) 有效粘着力 및 有效摩擦角 C_a'와 ϕ_a'에 의존하는 接合面의 剪斷強度

따라서 두 連續體의 物理的인 擧動은 위 接合要素의 3가지 媒介變數에 따라 分離, 固着, 미끄럼 狀態로 나타나는데 數値解析上 接合面의 應力狀態에 따라 다음과 같이 이들을 定義한다.

(1) 分離狀態 : 초기에 固着되었던 두 連續體의 分離를 의미하며 $\sigma_n' < -C_a'$일 때 일어나고 $k_s \fallingdotseq k_n \fallingdotseq 0$으로 한다.

(2) 固着狀態 : 두 連續體가 서로를 향한 움직임을 나타내는 것으로 定義하고 外力에 의한 剪斷強度가 接合面의 剪斷強度에 미치지 못하는 경우로 $\tau < C_a' + \sigma_n' \tan\phi_a'$, $\sigma_n' > -C_a'$일 때이다. 이 경우 剛性係數 k_s 및 k_n은 별도로 決定할 필요가 있다.

(3) 미끄럼 상태 : 剪斷應力 vector의 剪斷成分이 接合面의 剪斷強度를 超過할 때 接合面을 따라 活動하는 相對的 變位로 定義한다. 따라서 物理量이 $\tau \geq C_a' + \sigma_n' \tan\phi_a'$, $\sigma_n' > 0$일 때와 또는 $\tau \geq C_a'$로서 $-C_a' < \sigma_n' < 0$의 두 경우에 대해서 미끄럼이 일어난다고 본다. 이때 $k_s \fallingdotseq 0$으로 보고 대신에 미끄럼에 대한 抵抗力을 $f = C_a'$ ($-C_a' < \sigma_n' < 0$) 또는 $f = C_a' + \sigma_n' \tan\phi_a'$ ($\sigma_n' > 0$)로 하여 미끄럼의 方向과 逆方向으로

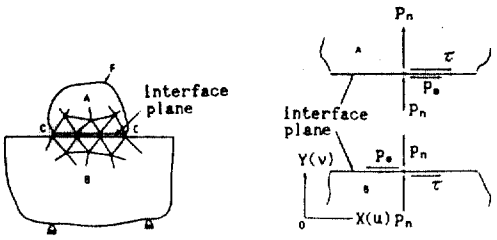

그림 2. 2 Mesh and stress state of the interface element

작용시킨다.

그림 2. 2에 接合要素의 要素分割 및 接觸面上의 節點에 작용하는 應力狀態를 나타낸다.

이상에서 接合要素의 特性을 나타내는 媒介變數로서 C_a', ϕ_a', k_s , k_n이 필요하다. 다만 k_s , k_n값이 필요한 경우는 接合要素의 두께를 무시할 수 있도록 충분히 큰 값을 주거나(k_n) k_s와 같이 固着 狀態에서 서로간의 미끄럼 抵抗을 나타내는 값에 대해서는 接合要素 자체의 變形은 없다고 보고 이도 큰 값을 주어 연산한다.

위와 같은 接合要素의 擧動을 프로그램이 判定하도록 考慮한 흐름도는 그림 2. 3과 같다.

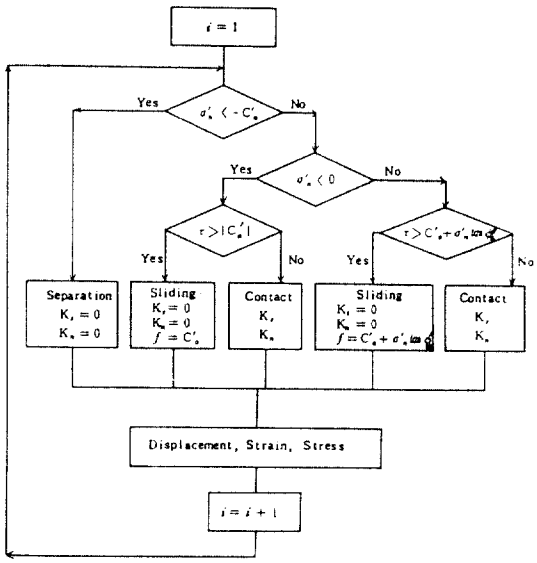

그림 2. 3 Flow Chart of interface element

3. 模型地盤

3. 1 模型地盤의 解析條件

接合要素를 適用하여 計算된 變形量 및 開發 프로그램의 檢證을 위하여 그림 3. 1, 그림 3. 2와 같은 模型地盤을 사용한다. 이 計算 模型은 各各 Siriwardane과 Ghaboussi등이 발표한 模型으로서 여기에 같은 條件으로 接合要素를 導入하여 그 結果를 檢討해본다. 그림에서 點線으로 나타낸 것이 接合要素이다.

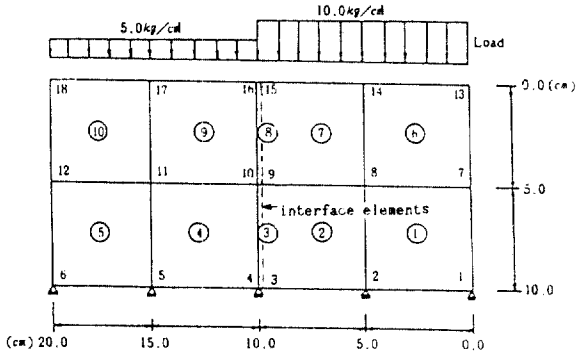

그림 3. 1 FEM grid of the problem using the interface element(after Siriwardane[5])

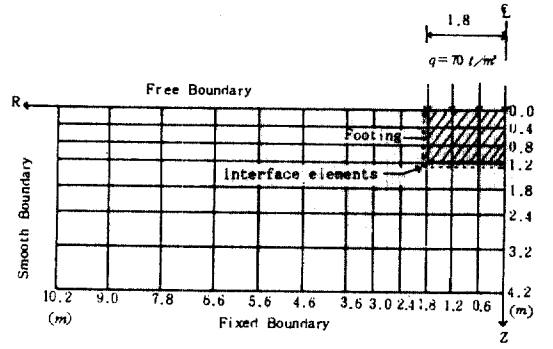

그림 3. 2 FEM grid of embedded circular footing in a layer of soil(after Ghaboussi[2])

그림 3. 1은 平面變形率 條件과 표 3. 1의 條件下에서 解析한 것인데 그림에서처럼 分布荷重에 差異가 있을 때 그 境界面에서 재료의 剛性 差異가 있는 것과 똑같은 不連續性이 고려되어야 實際와

표 3. 1 Input data dependent on boundary conditions.

Case	Material / Parameters	interface element σ_{vn}'	C_a'	$\phi_a'(^\circ)$	Soil G(kg/cm²)	ν	Remarks
A		0.0	0.0	0.0	200	0.0	
B		0.0	0.0	0.0	200	0.3	with interface
C		0.0	0.0	35.0	200	0.3	
D		—	—	—	200	0.3	without interface

표 3. 2 Material Parameters.

Material \ Parameters	E(t/m²)	ν
Soil	7.0×10^3	0.45
Footing	7.0×10^5	0.25

같다. 그렇지 않을 경우는 連續體와 같은 解析結果가 될 것이다. 따라서 그 境界面에 接合要素를 考慮하여 해석한다. 또 하나는 地盤속에 콘크리트 圓形基礎가 設置되어 있는 그림 3. 2의 模型에 대한 것인데 軸對稱 條件과 표 3. 2의 材料性質에 의해 解析한 것이다. 그림에서 처럼 콘크리트 基礎와 흙 사이의 接合面에 接合要素를 考慮한 경우와 그렇지 않은 경우에 대해서 比較한 것이다. 그림 3. 1 및 3. 2의 地盤에 적용된 構成모델은 土質種類에 따라 適切히 選定되어야 하지만 本 解析에서는 彈性모델을 적용하여 接合要素 適用與否에 따른 地盤變形 표현의 適合性을 檢討하는데 限定한다.

3. 2 解析結果 및 考察

그림 3. 3, 3. 4, 3. 5는 그림 3. 1의 模型地盤에 대한 沈下를 case별로 나타낸 것이다. 이중 그림 3. 3은 case A와 Siriwardane의 解析結果를 比較한 것으로 實線은 Siriwardane이 그의 方法에 의해 實際에 近似하도록 해석한 결과이고 case A(點線)는 같은 入力値를 본 接合要素를 고려하여 해석한 것인데 相互 좋은 一致를 보이고 있다. 또한 그림 3. 4는 模型(그림 3. 1)의 중앙 對稱線에서 10 cm 떨어진 slip plane(不連續面)의 沈下 형태를 有效摩擦角 $\phi_a'=0^\circ$의 경우 接合要素의 有無에 따른 差異를 檢討한 것이고 case D는 接合要素를 고려하지 않은 경우이다. 이때는 不連續面에서의 해석결과가 매끄러운 連續曲線으로 연결되어 實際 상황과는 큰 差異가 생긴다. 그러나 接合要素를 고려하면(case B)

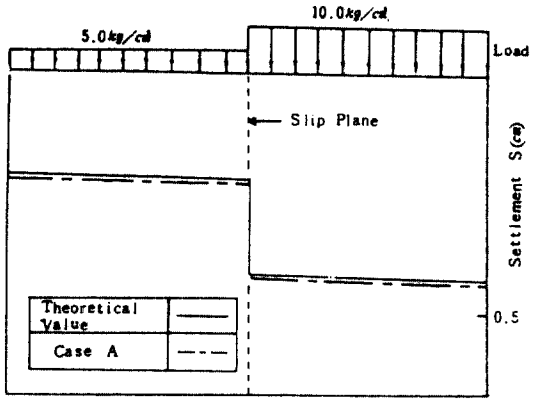

그림 3. 3 Comparison of Settlements by FEM and Theoretical Value

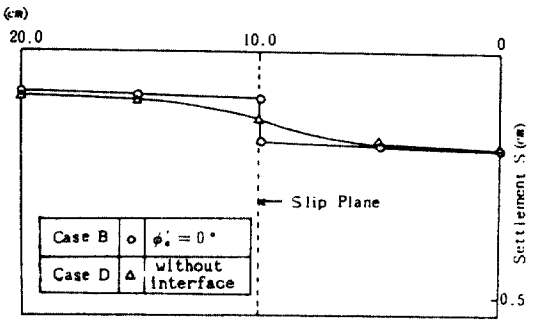

그림 3. 4 Comparison of settlements between with and without interface elements.

不連續面에서 鉛直으로 差異點이 발생하여 實際의 沈下현상과 같아진다. 또한 그림 3. 5는 材料의 성질중 하나인 有效摩擦角 ϕ_a'가 沈下에 미치는 影響을 調査하기 위하여 ϕ_a'를 各各 0°, 35로 計算한 것이다. case B가 0°인 경우이고 case C는 35의 경우이다. 沈下는 모두 接合要素를 사용한 것이므로 같

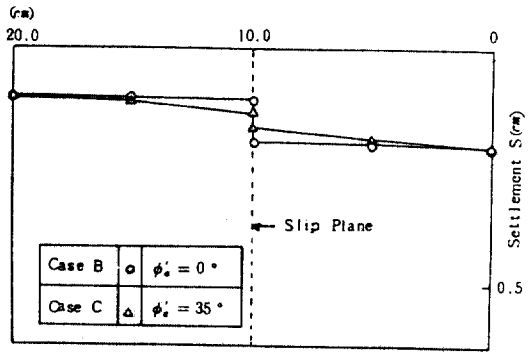

그림 3. 5 Settlements with the variation of ϕ_a'

은 형태의 현상을 보이고 있으나 後者가 더 작다. 이는 內部摩擦角이 剪斷抵抗으로 發揮되는 당연한 結果이다.

다음 그림 3. 6(a), (b)는 前述한 Ghaboussi 模型(그림 3. 2)에 대한 解析結果로서 各各 地表面에서 1.5 m와 1.0 m 깊이에서의 鉛直應力 分布를 나타낸

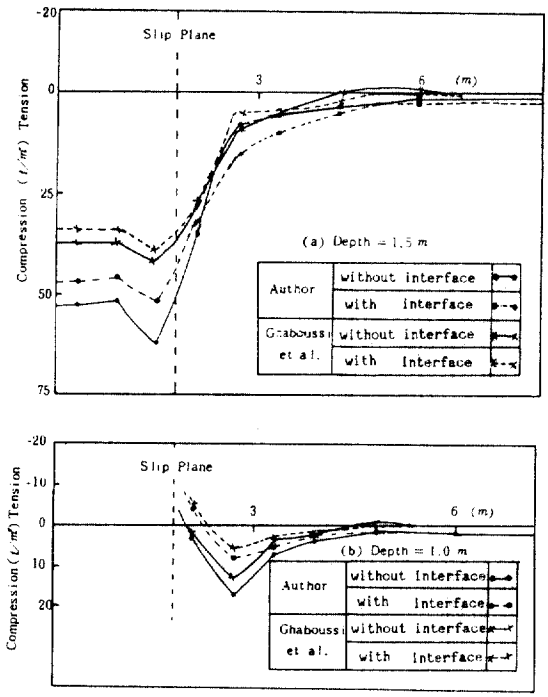

그림 3. 6 Distribution of vertical stress around embedded circular footing

다. Ghaboussi 역시 같은 觀點에서 이 問題를 다루었으며 그림 (a), (b)에 그의 結果와 本 解析에 의한 結果를 같이 나타낸다. 다만 本文에서는 觀測을 兼行한 數値모델이 없기 때문에 Ghaboussi가 사용한 模型 條件을 本 解析 프로그램에 의해 計算하여 比較한 것이다. 그러나 그림에 나타난 바와같이 Ghaboussi의 結果나 本文에서 遂行한 解析結果에 있어서 接合要素의 적용에 따라 明確히 地中應力 分布가 다른 樣相임을 알 수 있다. 이러한 事實은 剛性이 다른 두 block의 接合面에서는 相對的인 力學的擧動의 發生이 實際的이고 妥當하다고 볼 때 看過해서는 안될 重要한 問題이다. 이와같이 地中應力 分布의 傾向에 있어서 Ghaboussi에 의한 것과 本文의 解析結果가 잘 대응되고 있어 本 解析의 精度가 確認된다.

4. Sand Drain 盛土地盤에의 適用

이상과 같이 接合要素의 고려가 剛性이 서로 다른 地中構造物의 變形解析에 매우 적합하다고 보는 관점에서 本章에서는 이를 sand drain 打設地盤에 적용하여 보았다. snad pile과 隣接 粘土層은 서로 剛性이 다르고, 더우기 盛土荷重으로 인한 sand pile에 應力集中이 일어난다[2]. 결국 剛性이 크게 다른 sand pile과 粘土層 사이의 不連續面이 地盤擧動에 影響을 줄 것이다. 이와같은 觀點에서 sand drain과 粘土層이 接하는 境界面에 接合要素를 적용하여 變形이 어떻게 달라지는 가를 검토한 것이다. 여기서 sand drain과 粘土層의 接觸面에서의 有效粘着力(C_a')와 有效摩擦角(ϕ_a')는 接合面의 壁面狀態, 흙의 종류에 따라 결정되어야 하지만 本文에서는 통상 쓰이는 Bjerrum에 의한 $\phi_a' = \tan^{-1}\{0.2 \sim 0.35/K_0\}$에 의해 定했다. 本 解析에서 粘土層에 대한 應力-變形의 支配方程式으로는 Biot 壓密方程式을 택하여 有限要素解析을 하고 여기에 結合되는 構成式으로는 修正 Cam-clay 모델을 사용하였다. 기타 모래층에는 彈性모델을 적용한다. 이 電算프로그램의 詳細는 이미 발표한 바 있어 여기서는 省略한다[1, 2]. sand drain 地盤의 解析領域 및 有限要素網은 그림 3. 7에 나타냈다. 그리고 接合要素는 그림에서 點線으로 표시하였다.

그림 3. 8(a), (b)는 各各 t=0 日(載荷직후) 및 t=400 日의 두 경우에 대해서 地表面 沈下 그리고

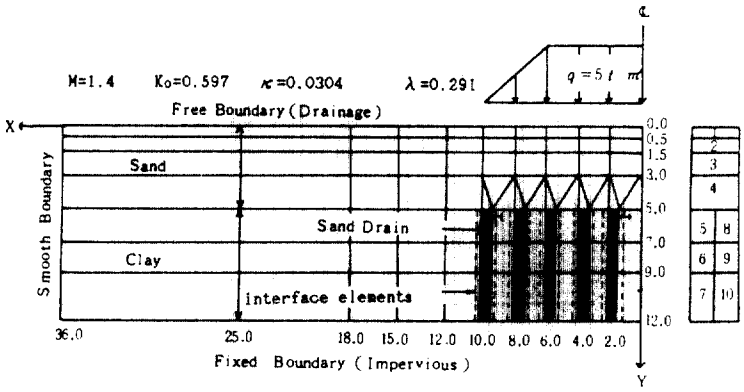

그림 3. 7 FEM grid with sand drain

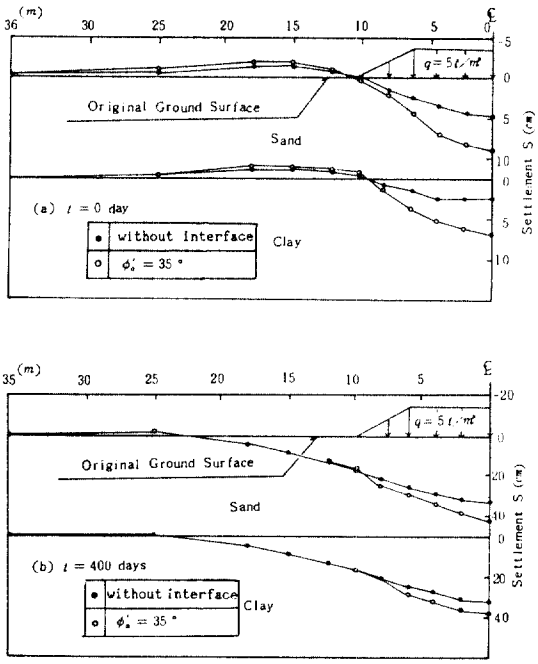

그림 3. 8 Settlements ; (a) t=0 day, (b) t=400 days

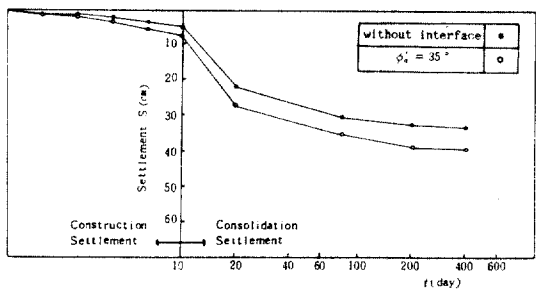

그림 3. 9 Settlement-time curves

모래층과 粘土層이 境界를 이루는 5 m 깊이 地點에서의 沈下를 나타낸 것이다. 또한 그림 3. 10 (a), (b)는 盛土 끝 地點과 盛土 중심에서 6 m 떨어진 地點의 側方變位를 地盤 깊이에따라 나타낸 것이다. 여기서 各各 t=0 日 및 t=400 日의 결과만 나타낸 것은 紙面 관계상 載荷직후의 非排水 變位와 충분한 經時效果가 있는 두 경우만을 나타낸 것이다. 그림에서 나타난 바와같이 接合要素를 사용한 경우가 接合要素를 사용하지 않은 경우에 비하여 沈下 및 側方變位에 있어 어느 경우나 크게 일어난다.

이와같이 異質材料간의 接合面에서 不連續的인 變形發生이 實際的이라고 볼 때 接合要素를 사용하지 않으면 變形이 過小評價 된다고 할 수 있다. 그림 3. 9는 沈下-時間關係 曲線을 나타낸 것으로 接合要素의 使用與否에 관계없이 200 日 부근에서 沈下가 거의 終了되고 있다.

5. 結　論

隣接 block간에 剛性을 달리하는 不連續 力學系의 變形 現象을 表現할 수 있는 接合要素의 프로

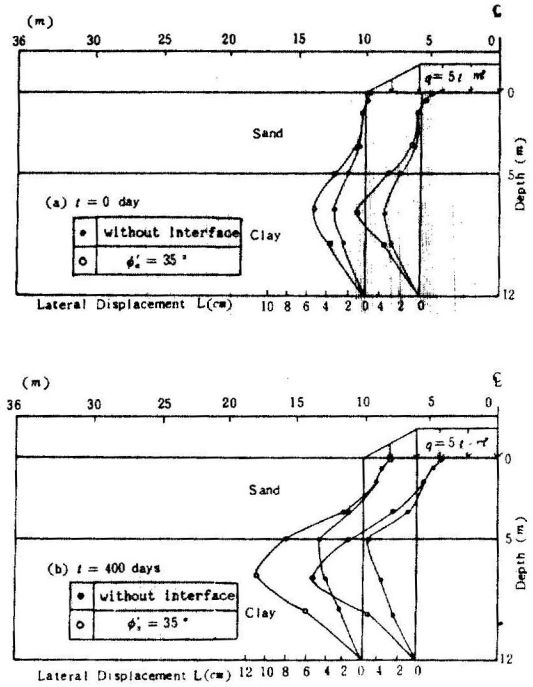

그림 3. 10 Lateral displacements

그램을 개발하여 Siriwardane 및 Ghaboussi등의 模型硏究에 適用한 結果 相互 좋은 대응을 보여 本 解析의 精度를 確認하였다.

이로부터 다음과 같은 結論을 내리고자 한다.

1. 剛性이 다른 異質材料 사이의 接合面에서 不連續 變形擧動이 實際的이라고 볼 때 變形이나 應力解析에 있어서 從來의 連續體 槪念에 의하는 것보다 接合要素(不連續 變形 表現要素)를 適用하는 것이 妥當하다.

2. Sand drain 盛土地盤에 適用한 結果 接合要素를 사용하지 않은 종래의 地盤變形(沈下 및 側方變位)의 解析은 過小評價될 우려가 있다.

앞으로 本 硏究 結果를 기초로 異質材料로 構成되어 있는 地盤構造物 혹은 複合地盤등의 變形解析에 있어서 接合要素의 適用與否에 따른 影響을 評價하여 보다더 明確한 결론을 내리고자 한다.

참 고 문 헌

1. 李鎭洙, "Joint 要素를 利用한 改良軟弱地盤의 變形解析", 全南大 大學院, 博士學位論文, 1988.
2. 朴炳基, 鄭鎭燮, 姜秉宣, 李鎭洙, "軟弱地盤改良工法에 利用될 汎用프로그램의 Sand Drain 工法에의 適用", **大韓土質工學會誌**, 第1卷 第2號, 1985, pp.17-25.
3. Ghaboussi, J., Wilson, E. L., and Isenberg, J., "Finite Element for Rock Joints and Interfaces", *ASCE*, Vol. 99, No. SM 10, Oct. 1973, pp.833-848.
4. Goodman, R. E., Taylor, R. L., and Brekke, T. L., "A Model for the Mechanics of Jointed Rock", *ASCE*, Vol. 14, No. SM 3, May 1968, pp.637-659.
5. Siriwardane, H. J., "*Nonlinear Soil-Structure Interaction Analysis of One-, Two- and Three-Dimensional Problems using Finite Element Method*", Ph. D. Thesis, Verginia Polytecnic Institute and State University, 1980.

(接受 : 1990. 1. 8)