

산지성호우의 환상스펙트럼 추정

Estimation of Radial Spectrum for Orographic Storm

이 재 형* · 선우 중 호** · 김 민 환*** · 심 명 필****
 Lee, Jae Hyoung · Sonu, Jung Ho · Kim, Min Hwan · Shim, Myung Pil

Abstract

Rainfall is a phenomenon that shows a high variability both in space and time, Hydrologists are usually interested in the description of spatial distribution of rainfall over watershed. The theory of Kriging, generalized covariance technique using nonstationary mean in the regions under orographic effect, was chosen to construct random surface of total storm depth. For the constructed random surface, the double Fourier analysis of the total storm depths was performed, and the principal harmonics of storm were determined. The local component, or storm residuals was obtained by subtracting the periodic component of the storm from total storm depths. It is assumed that the residuals are a sample function of a homogeneous random field. This random field can be characterized by an isotropic one dimensional autocorrelation function or its corresponding spectral density function. Under this assumption, this study proposed a theoretical model for spectral density function adapted to two watersheds.

요 旨

산악의 영향을 받는 지역에서 비정상성 평균을 사용하는 G. C. 모델에 의하여 총강우량의 우량곡면을 구성하였다. 구성된 우량곡면에 2차원 푸리에 해석을 실시하여 강우의 주기성분을 분리하였다. 강우의 지역성분, 즉 강우잔차는 우량곡면에서 주기성분을 제거하여 얻은 강우잔차를 균일한 무작위장의 표본함수라고 가정해서 이 무작위장의 특성을 자기상관함수로 나타냈다. 자기상관함수를 변환하여 스펙트럼 밀도를 구했고, 이 결과를 토대로 한강, 금강유역의 환상스펙트럼 분포함수의 모델을 제안했다.

1. 序 論

유역내에서 총강우량의 평가는 수자원의 운용이

* 정희원 · 전북대학교 공과대학 토목공학과 부교수
 ** 정희원 · 서울대학교공과대학 토목공학과 교수
 *** 정희원 · 호남대학 공과대학 토목공학과 전임강사
 **** 정희원 · 인하대학교 공과대학 토목공학과 부교수

나 설계에서는 필수적이며, 유출 모델이나 실시간 저수지 운영동 수자원을 효율적으로 관리하기 위해서는 강우의 공간분포를 파악하여야 한다.

최근 수문학분야의 강우해석에서는 강우현상의 복잡 다양성을 고려하여 이론적인 방법보다는 계측된 강우자료의 특성을 분석하는 경험적인 방법이 주종을 이루고 있다. 이들 연구들을 검토한 결과 기존강우 모형은 지점강우 모형(point rainfall model), 다변수 강우모형(multivariate rainfall model)과 공간 다차원 강우모형(Areal or multi-dimensional rainfall model)으로 분류될 수 있다.

먼저 지점강우 모형으로 Grace와 Eagleson⁽¹⁴⁾은 독립된 강우사상을 구별하기 위하여 등급상관계수(Rank correlation coefficient)를 가지고 분석했으며 강우사이의 시간과 지속시간은 Weibull분포로 보간했다. 또한 Leclerc와 Schaake⁽¹⁸⁾은 강우의 외부모델은 Log-normal분포한다고 제안했으며, 모델의 적합성을 입증하기 위하여 발생된 강우와 과거의 자료로부터 강우강도-지속시간-주기곡선을 비교하였다.

다변수 모형은 Franz⁽¹⁵⁾가 강우사상간의 시간간격은 모든지점에서 동일하고 지속시간은 독립적이라고 가정하여 1차 Markov모형에 의하여 발생시켰다. 그러나 강우 계측망의 상관구조가 적절히 재현되지 않았다.

공간다차원의 강우모델로는 Fogel과 Duckstein⁽¹⁶⁾은 대류형강우의 공간 분포를 연구했다. 그러나 이 모델은 강우의 통계치에 많은 가정을 제한하여 다소간의 오차를 보이고 있다. Mejia와 Rodriguez⁽²⁾는 강우사상을 균질동방성인 무작위장의 표본함수로 가정해서 스펙트럼의 밀도함수를 구하였다. 시공간의 상관구조가 준수되어 임의의 지점에 대해서도 강우량을 발생시킬 수 있다. 그러나 지형인자는 고려되지 않았다.

국내의 경우는 지점확률 강우량 모형 등⁽¹⁹⁾이 있는데, 내용을 살펴보면 강우자료의 빈도해석이나, 지점확률강우량 산정등이며, 강우의 발생원인에 따라 강우를 분류하고 통계적인 해석을 통하여 분포형을 추정하고 있지만 모의모형으로는 적절치못하다.

이상의 연구동향으로 볼때, 강우현상은 시공적으로 그지역의 독특한 분포 특성을 가지고 있으므로,

공간적 확률구조를 고려하여 유역에 적합한 공간분포 상태를 파악하는 것이 시급한 것으로 생각된다.

지난 몇년동안 전통적인 보간법이나 다중상관기법에 의한 미계측 지점의 강우를 보간하여 공간분포를 추정하였다. 그러나, 기존방법들의 한계점은 산악에 의한 강우의 공간적인 특성을 고려하지 않은데 있다.

본 연구는 2차원 공간에서 산악 효과를 설명할 수 있는 비정상성 평균을 사용하여 확률 과정을 통한 총강우량을 평가하는 G.C.(Generalized Covariance) 기법으로 강우의 공간분포 추정을 시도하고자 한다.

강우심도는 주기성과 무작위성으로 특징지을 수 있는데, 주기성은 지역(regional)특성을 무작위성은 국부(local)특성을 나타낸다. 강우심도곡면을 추정하는 이론은 2장에서 다루었다. 이들을 구별하기 위해 2차원 프리에 분석을 적용하였는데 그 내용을 3장에서 취급했다. 원자료에서 주요 주기성분을 제하면 지엽성분인 잔차가 얻어지는데, 이 성분에 대해서 정상성(stationarity)에 에르고드성(ergodicity)을 가정하면 강우심도의 공간구조는 스펙트럼 밀도함수로 대표할 수 있다는 전제하에서 환상 스펙트럼 분포함수를 평가하는 과정을 4장에서 기술하였으며, 마지막장에서는 한강과 금강에 대한 수치실험을 수록하였다.

2. Kriging 이론

Kriging은 광석의 함량평가 문제에 최초로 이 이론을 적용한 D.R. Krige의 이름을 따서 명명하였다. 이론의 체계화는 Matheron⁽¹⁾에 의하여 이루어졌고, 프랑스에 있는 Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau에서 많은 연구활동이 있었다.

수문학 분야에서는 Delfiner⁽⁵⁾와 Delhomme⁽²⁰⁾이 총 강우량을 평가하기 위하여 평균을 정상성으로 가정하여 크리징(Kriging)이론을 적용했다. Rodriguez-Iturbe와 Mejia⁽²⁾, Lenton등⁽³⁾이 면적 강우량을 평가하기 위하여 크리징이론을 도입했다. 국내에서는 필자들이⁽¹⁷⁾ 지하대수층에 있어서 전달 계수의 공간분포를 추정하는데 적용한바 있다.

강우는 주어진 유역내의 제한된 지점에서 관측되기 때문에 지점의 값으로부터 면적 평균값으로 전

환을 해야한다. 면적 강우량을 평가하는데 사용된 방법들은 산지지역에서 강우의 공간적인 특성을 무시해왔다. 따라서 Kriging 기법은 강우의 공간적인 확률특성에서 산지효과를 설명하기 위한 비정상성 평균을 사용하여 확률과정으로서 2차원 실수공간에서 총 강우심도를 평가하는데 이용할 수 있다.

2차원 호우역을 나타내는 벡터 \underline{x} 상의 우량곡면을 $Z(\underline{x})$ 로 정의하기로 한다. 계측지점의 자료를 이용해서 미계측 지점의 값을 추정함으로써 강우량곡면 $Z(\underline{x})$ 가 구성된다고 하면 이때 크리징(kriging)의 역할은 계측지점의 관측값 $Z(\underline{x}_i), i=1, \dots, N$ (관측점의 수)이 주어져서 미계측점 \underline{x}_0 의 값 $Z(\underline{x}_0)$ 를 추산해 주는 것이다.

크리징에는 점 크리징(Point Kriging)과 구역 크리징(Block Kriging)이 있다. 다음과 같이 선형 범함수를 정의하면, 점크리징과 구역 크리징의 범함수는 달리 정의된다. 즉,

$$L(Z) = \int Z(\underline{x}) d\underline{x} \quad (21)$$

$$\text{점크리징의 경우 : } L(d\underline{x}) = d\underline{x} \delta(\underline{x} - \underline{x}_0) \quad (22)$$

$$\text{구역크리징의 경우 : } L(d\underline{x}) = d\underline{x} \underline{x} \in Z \text{인 경우}$$

$$0 \text{ 그 외의 경우 (23)}$$

식(2.1)과 같은 변환으로 정의되는 범함수 $L[Z(\underline{x})]$ 의 추정범함수를 $L^*[Z]$ 라고하고, 추정범함수에 위치-불변(Location Invariant)의 조건을 부여하면, $L^*[Z(\underline{x}+h)]$ 는 임의의 h 에 대하여 그 추정치는 $L^*[Z(\underline{x}+h)]$ 이어야 하므로 평가해야할 L^* 가 다음의 조건을 만족하도록 구성하여야 한다. 즉,

$$\langle L^*(Z) - L(Z) \rangle = \lim_{\Omega \rightarrow R^n} \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \{L^*[Z(\underline{x}+h)] - L[Z(\underline{x}+h)]\} d\underline{h} = 0 \quad (24)$$

$$\langle [L^*(Z) - L(Z)]^2 \rangle = \lim_{\Omega \rightarrow R^n} \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \{L^*[Z(\underline{x}+h)] - L[Z(\underline{x}+h)]\}^2 d\underline{h} = \min \quad (25)$$

여기서 Ω 는 대상 호우역이며, R^n 은 n 차 실수공간이고, \min 은 최소값을 의미한다. 크리징 이론에서는 다음의 선형추정치를 채용하고 있다. 즉,

$$L^*(Z) = \sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\underline{x}_i) \quad (26)$$

여기서 I 는 계측점 또는 자료점의 부분집합이다. 위치불변 조건을 부가하면

$$L^*[Z(\underline{x}+h)] = \sum_{i=1}^k \lambda_i Z(\underline{x}_i+h) \quad (27)$$

크리징은 모든 h 에 대하여, 식(24)나 식(25)를 만

족하는 최적가중치 $\{\lambda_i, i \in I\}$ 를 결정하는 일이라고 할 수 있다.

최적 가중치 λ_i 를 보다 상세하게 기술하기전에 우량곡면이 확률곡면과 결정곡면으로 구성되었다고 전제하고, 결정곡면 P_k 를 k 차의 다항식으로 나타내 보자.

$$P_k(\underline{x}) = \sum_{m=1}^{l(k)} a_m f_m(\underline{x}) \quad (28)$$

여기서 $l(k) = (k+1)(k+2)/2$, 선형연산자 $G(Z) = \int Z(\underline{x}) G(d\underline{x})$ 가 다음의 관계를 만족하면, 이러한 다항식을 k 차의 범용증분(Generalized Increment)이라고 한다.

$$G(Z+P_k) = G(Z) \quad (29)$$

G 는 선형 연산자이므로 식(29)와 식(28)의 관계는 다음과 같이 압축된다.

$$G(f_m) = 0, \quad m=1, \dots, l(k) \quad (210)$$

좌표계를 바꾸어도 다항식의 차수는 달라지지 않으므로, 어떤 직교좌표계에 식(2.7)이 성립하면 모든 좌표계에 관해서 성립해야 한다. 이러한 관점에서 $Z(\underline{x})$ 가 k 차의 내재함수(Intrinsic Function)라는 가정을 필요로 한다. 다음의 두조건이 성립하면 함수 $Z(\underline{x})$ 를 k 차의 내재함수라 한다. 즉,

$$1. \langle G(Z) \rangle = 0 \quad (211)$$

$$2. \langle G(Z)^2 \rangle = \iint k(\underline{x}-\underline{y}) G(d\underline{x}) G(d\underline{y}) \quad (212)$$

여기서 $\{k(h) = k(\underline{x}-\underline{y})\}$ 를 내재함수의 범용 공분산이라 한다. $Z(\underline{x})$ 가 k 차의 내재함수라 가정했으므로 $L^*(Z) - L(Z)$ 를 k 차의 범용증분이라하면 식(2.5)가 성립한다. 즉,

$$L^*(f_m) = L(f_m), \quad m=1, \dots, l(k) \quad (213)$$

$$\text{또는 } \sum_{i=1}^k \lambda_i \underline{x}_i = L(f_m), \quad m=1, \dots, l(k) \quad (214)$$

윗식은 $l(k)$ 개의 $\{\lambda_i, i \in I\}$ 를 결정하는데 필요한 제약식이다. 또 식(2.5)는

$$\langle [L^*(Z) - L(Z)]^2 \rangle = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j k(\underline{x}_i - \underline{x}_j) - 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \int k(\underline{x} - \underline{x}_i) L(d\underline{x}) + \iint k(\underline{x}-\underline{y}) L(d\underline{x}) L(d\underline{y}) = \min \quad (215)$$

제약식(2.14)와 목적함수식(2.15)를 만족하도록 λ_i 를 구하는 것이 목적이다. Lagrange의 곱수 $\{\mu_m, m=1, \dots, l(k)\}$ 를 채용하여, 식(2.14)와 식(2.15)를 결합시킬 수 있다. 그리고 결합된 식을 λ_i 와 μ_m 에 관해서 미분하여 0으로 놓으면 다음식이 얻어진다.

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i k(\underline{x}_{i1} - \underline{x}_{i2}) + \sum_{m=1}^{1(k)} \mu_m f_m(\underline{x}_{i2})$$

$$= \int k(\underline{x} - \underline{x}_{i2}) L(d\underline{x}), i_2 \in I \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i f_m(\underline{x}_i) = \int f_m(\underline{x}) L(d\underline{x}), m=1, \dots, 1(k) \quad (2.17)$$

식(2.16)과 식(2.17)을 "크리징 시스템"이라 한다. 위의 연립방정식을 풀면 가중치 λ_i 가 얻어진다.

점 크리징의 경우에 크리징 시스템은

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i k(\underline{x}_{i1} - \underline{x}_{i2}) + \sum_{m=1}^{1(k)} \mu_m f_m(\underline{x}_{i2})$$

$$= k(\underline{x}_0 - \underline{x}_{i2}), i_2 \in I \quad (2.18)$$

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i f_m(\underline{x}_i) = f_m(\underline{x}_0), m=1, \dots, 1(k) \quad (2.19)$$

여기서 \underline{x}_0 는 추정하고자 하는 점인데, \underline{x}_0 에 상응하는 가중치는 1이다. 식(2.18)과 식(2.19)의 해를 구하려면 다항식의 차수와 범용 공분산이 주어져야 한다. 이때 범용공분산의 형식을 택해야 하는데, 양함수로서 Matheron⁽⁴⁾과 Delfiner⁽⁵⁾는 다음식을 제안하고 있다.

$$K(h) = C\delta(h) + a_1 |h| + a_3 |h|^3 + a_5 |h|^5 \quad (2.20)$$

여기서 $\delta(h)$ 는 Dirac's delta함수이며 a_1, a_3, a_5 등은 표본 공분산 값으로부터 추정해야할 상수이다^(12, 17). $\langle G(Z)^2 \rangle$ 이나 $\langle (L^*(Z) - L(Z))^2 \rangle$ 은 추정치의 정확도를 나타내는 척도이다. λ_i 에 따라서 많은 증분들을 발생시킬 수 있다. 즉,

$$r = \frac{j \sum_{J} G_j(Z)^2}{j \sum_{J} \sum_{i_1 \in I_1} \sum_{i_2 \in I_1} i_1 i_2 K(h)} \quad (2.21)$$

r 값이 1에 가까울때 $K(h)$ 는 자료의 공분산을 가장 잘 나타내므로, 이에 상응하도록 식(2.20)의 항수와 계수 값을 정한다. Delfiner⁽⁵⁾는 식(2.21)을 두개의 소집단 $j \in J_1$ 과 $j \in J_2$ 로 나누어 증분을 발생하였다.

$$r_1 = \frac{j \sum_{J_1} G_j(Z)^2}{j \sum_{J_1} \sigma_j^2} \quad r_2 = \frac{j \sum_{J_2} G_j(Z)^2}{j \sum_{J_2} \sigma_j^2} \quad (2.22)$$

차수에 따른 범용공분산의 계수를 정하는 기준은 식(2-17)로 정의된 r_1 과 r_2 를 이용한 다음의 Jackknife 평가치를 사용한다.

$$p = 2r - \frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{n_1 + n_2} \quad (2.23)$$

여기서 n_1 은 J_1 에서 점의 수, n_2 는 J_2 에서 점의 수이

다. 식(2.18)의 평가치가 1에 가장 가까운 값을 가질때 그차수에 대한 계수로 정한다.

이와같은 절차를 요약하면, kriging오차를 구하여 가장 적은 등급(Rank)으로 차수를 정하고, 차수에 따라서 공분산 구조모델을 비교하면서 계수값이 수렴치에 도달 할때 Jackknife 평가치에 의하여 공분산 구조를 결정한다. 결정된 구조에 의하여 미계측지점의 강우량을 보간할 수 있어 호우곡면을 획득할 수 있고 주기 분석이 가능하다.

3. 호우곡면의 주기분석

호우곡면은 강우현상에 관련된 많은 인자가 누적된 결과이므로 설명이 어려우나 한 지역에서 충분히 많은 수의 강우를 2차원 주기 분석하여 호우곡면의 기여도가 편중된 특정차수의 주기성분들을 그 지역강우의 공간주기 성분으로 파악할 수 있다. 이 해석에서는 G.C. 기법으로 구한 우량곡면의 강우심도를 사용한다. 우량곡면의 공간주기를 도출하기 위해서는 2차원 프리에 분석이 필요하다.

$x-y$ 평면상의 사각면 $A(axb)$ 에서 정의되는 적분가능함수 $f(x, y)$ 는 2차원 프리에 급수로 표현할 수 있다⁽⁶⁾.

$$f(x, y) = C_0 \phi_0(x, y) + C_1 \phi_1(x, y) + \dots + C_n \phi_n(x, y) \quad (3.1)$$

식(3.1)을 일반화하기 위해 $x \rightarrow 2\pi x, y \rightarrow 2\pi y$ 로 주기를 변환하면, 사각면

$$H \in \left(-\frac{\lambda_1}{2} \leq x \leq \frac{\lambda_1}{2}, -\frac{\lambda_2}{2} \leq y \leq \frac{\lambda_2}{2} \right) \text{에서}$$

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left(a_{nm} \cos \frac{2\pi n x}{\lambda_1} \cos \frac{2\pi m y}{\lambda_2} + \beta_{nm} \cos \frac{2\pi n x}{\lambda_1} \sin \frac{2\pi m y}{\lambda_2} + \gamma_{nm} \sin \frac{2\pi n x}{\lambda_1} \cos \frac{2\pi m y}{\lambda_2} + \alpha_{nm} \sin \frac{2\pi n x}{\lambda_1} \sin \frac{2\pi m y}{\lambda_2} \right) \quad (3.2)$$

로 정의되며, 계수 a_{nm} 은 다음과 같이 구한다.

$$a_{nm} = \frac{s_{nm}}{\lambda_1 \lambda_2} \int_H \int f(x, y) \cos \frac{2\pi n x}{\lambda_1} \cos \frac{2\pi m y}{\lambda_2} dx dy \quad (3.3)$$

실제 계산을 위한 Fourier계수의 계산식은 식(3.3)의 이산형을 사용한다. 또 s_{nm} 은 참고문헌(12) 203쪽에서 정의한 s_{nm} 과 같은 값을 사용하였다.

$$a_{nm} = \frac{s_{nm}}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M Z_i \cos \frac{2\pi n x_i}{N} \cos \frac{2\pi m y_j}{M} \quad (3.4)$$

이때 Z_s 는 좌표 (x, y) 에서의 우량심도, N, M 은 x, y 축 거리이다. 식(3.2)의 무작위곡면 $f(x, y)$ 의 분산 V_s 는 아래와 같은 식으로 구할 수 있다.

$$V_s = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \int_H \int_H [\bar{f}(x, y) - f]^2 dx dy$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (\alpha_{0m}^2 + \beta_{0m}^2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_{n0}^2 + r_{n0}^2)$$

$$+ \frac{1}{4} \sum_{n,m=0}^{\infty} (\alpha_{nm}^2 + \beta_{nm}^2 + r_{nm}^2 + \delta_{nm}^2) \quad (3.5)$$

여기서, \bar{f} 는 평균우량곡면이다. 이식을 이용해서 무작위곡면의 분산에 대한 2차원 프리에 급수항들의 기여도를 평가할 수 있다.

우량심도의 공간함수중에서 2차원 프리에 분석 결과로 대표되는 주기성분을 검출해 내면 그 나머지는 무작위 변수가 되고, 이 변수의 특징은 정상성과 에르고드성을 가정하면 스펙트럼으로 나타낼 수 있다.

4. 환상스펙트럼이론

각 강우 잔차들이 2차원 확률과정의 표본함수이나 무작위장으로 표현될 수 있다는 가정에 의해 잔차들의 2차원 자기 상관함수가 구성되는데, 방향성 확률변수의 해석은 매우 복잡하며 실용적인 결과를 기대하기가 어렵다. 그러나 등방성을 가정하면 평면상의 한 점에서 실현되는 사상은 스칼라변수로 취급할 수 있다. 이 등방성 상관함수를 변환하면 각 강우량의 스펙트럼 밀도함수가 얻어진다.

실수값을 갖는 2차원 확률과정이나 무작위장 $\{Z(\underline{x}); \underline{x} \in \mathbb{R}^2\}$ 의 자기 상관함수는 균질 등방성을 가정하면,

$$R(\underline{x}_1, \underline{x}_2) = E[Z(\underline{x}_1), Z(\underline{x}_2)] = R(\underline{x}_2 - \underline{x}_1)$$

$$= R(h) = R(r) \quad (4.1)$$

이 되고, 각 강우의 잔차발생 과정은 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 균질의 무작위장이라 할 수 있으므로, 대상 지역내 각 지점사이의 자기상관함수는 에르고드성(ergodicity)의 가정하에서 지점간의 거리(r)에만 의존한다. 즉,

$$R(u, v) = R(x+u, y+v) = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \int_A \int_A Z(x, y)$$

$$Z(x+u, y+v) dx dy \quad (4.2)$$

로 구할 수 있다. 여기서, λ_1, λ_2 는 영역의 x, y 축 거리이다. 식 (4.2)를 평가하기 위하여 적분을 이산형

으로 대체함으로써 균일한 등간격의 점에서 다루는 것이 편리하다. 이때, 강우잔차의 상관구조를 나타내는 자기상관함수를 등방성 무작위장의 특성을 가지는 스펙트럼 밀도함수로 전환이 필요하다.

실수값을 갖는 2차원 자기상관함수 $R(r)$ 는 극좌표상에서 등방성을 가정하면 아래와 같다.

$$R(r) = \int_0^\pi \left[\int_0^\infty \cos(\omega r \cos\theta) d\theta \right] f(\omega) \omega d\omega$$

$$= 2\pi \int_0^\infty J_0(\omega r) f(\omega) \omega d\omega \quad (4.3)$$

여기서 $J(\cdot)$ 는 0차 Bessel 함수이다. 윗식을 역변환하면,

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty R(r) J_0(\omega r) r dr \quad (4.4)$$

이므로 $R(r)$ 로 부터 스펙트럼 특성함수 $f(\omega)$ 를 구할 수 있다.

한편, $|\omega|$ 의 분포함수 $G(\omega)$ 의 미분 $G'(\omega)$ 를 무작위장의 환상스펙트럼 밀도함수라 한다. Panchev⁽⁷⁾와 Matern⁽⁸⁾에 의하면 2차원의 공간상의 $f(\omega)$ 와 $G'(\omega)$ 의 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$G'(\omega) = 2\pi\omega f(\omega) \quad (4.5)$$

식 (4.4)는, 스펙트럼 밀도함수는 등방성 상관함수 $R(r)$ 을 필요로 하는데, 각 강우잔차곡면의 등방성 자기상관함수 $\rho(r) = R(r)/R(0)$ 의 표본값은 다음과 같은 형태를 취한다⁽²⁾.

$$\rho(r) = ce^{-ar^2} J_0(br) \quad (a > 0, b > 0, r \geq 0) \quad (4.6)$$

잔차의 스펙트럼 특성함수 $f(\omega)$ 를 구하기 위해 식 (4.4)에 식(4.6)을 대입하면 아래와 같이 되는데, $R(0)$ 대신 σ^2 을 사용한다.

$$f(\omega) = \frac{c\sigma^2}{2\pi} \int_0^\infty e^{-ar^2} J_0(br) J_0(\omega r) r dr$$

이와같은 적분식은 실용적이지 못하여, 경험식으로 나타내는 경우가 많은데, 이에 대한 양함수식⁽¹⁾은 다음과 같다.

$$f(\omega) = \frac{c}{4\pi a} \exp\left[-\frac{b^2 + \omega^2}{4a}\right] I_0\left[\frac{b\omega}{2a}\right], \omega > 0 \quad (4.7)$$

여기서 $I_0(x)$ 는 영차의 수정벨셀함수이다. 식(4.6)의 정규상관함수의 매개변수 a, b 가 평가된다면, 식(4.7)로 주어진 이론적인 스펙트럼 밀도함수를 계산할 수 있다. 따라서 식(4.5)로부터 환상스펙트럼 밀도함수 $G'(\omega)$ 를 구할 수 있다. 무작위장을 발생시키려면 환상스펙트럼 분포함수 $G(\omega)$ 를 결정해야 하는데, $G'(\omega)$ 의 이론적본이 곤란하기 때문에 $G'(\omega)$ 의 수치적분치(Simpson 법칙 : 0.5km 등구간)를 보

간하여 다음과 같은 추정식을 사용하는 경우가 많다.

$$\frac{G(\omega)}{\sigma^2} = c_1 \{ \tanh[c_2(\omega - c_3)] \}^{c_4} \quad (4.8)$$

식(4.8)에서 계수 c_1, c_2, c_3, c_4 값은 표본 환상스펙트럼 분포값으로부터 결정해야 할 계수들이다. 식(4.8)의 함수형태와 계수값은 무작위 호우장을 특징짓는다.

5. 수치실험

앞에서 설명한 이론적 접근방법을 한강, 금강유역에 적용한 과정을 자료 분석, 우량곡면의 추정, 주기분석, 환상스펙트럼 추정의 순서대로 기술하기로 한다.

5.1 자료분석

본 연구에서는 향후 한강, 금강유역의 강우모형을 설정하는데, 도움이 될수 있도록 하기 위하여 대상유역을 크게 한강과 금강유역으로 채택하였으며, 면적감소에 따른 영향을 파악해 보기 위하여 작계는 한강수계의 소양강댐 유역과 금강수계의 대청댐 유역으로 선정하여 실시하였다. 강우의 선택은 두 유역이 가지는 일반적인 성질인 하절기에 홍수가 집중되므로, 본 연구는 홍수를 유발할 정도의 호우를 대상으로 선택하였는데, 이때 강우사상들간에 독립성에 관한 논의는 그 자체가 연구를 필요로 하는 작업이므로 생략하였다. 그러나 호우의 내부구조는 매우 복잡하기 때문에 일련의 호우를 어떻게 서로 독립이 되도록 구분하느냐 하는 것이 문제이다. Austin⁽⁹⁾은 다우를 동반하는 기상요인과 관련하여 호우의 수명을 (1)종관규모(Synoptic Scale) : 1일~몇일, (2)중간규모(Meso Scale) : 몇시간, (3)강우셀(Rain Cell) : 몇분~1시간 로 분류하였다. Austin의 구분방식을 토대로 독립강우의 분류문제는 다소 주관적인 선정기준을 정하여 종관규모와 중간규모로 식별하였다. 첫째, 무강우기간으로 6시간을 기준으로 하였으나 모든 관측소의 관측상황이 같은 무강우기간을 기록하고 있는 경우의 호우도 대상으로 하였다. 둘째, 강우의 시작과 끝에서 1mm내의 강우가 2~3시간 지속되는 경우에는 무강우기간으로 처리하였다. 한편 종관규모의 중간규모 사이에 환상스펙트럼상의 어떤 관계를 갖는지 알아보기 위해서 홍수자료집에 게재된 종관규모에

대해서도 분석했다.

강우기간은 소양강댐 유역 10개의 TM계측점에서 1975~1983년까지 9년동안의 하절기 강우중 다우 22개를 선택하였다. 대청댐 유역은 9개 TM계측점에서 1981~1987년까지 7년간 자료중에서 다우 10개를 선택하였다. 각 유역의 계측점별 위치를 표 5-1에 나타냈다. 또한 선택한 다우의 일람표를 표 5-2에 게재하였다. 표 5-2에서 호우 원인은 일기도상에서 기상 특성치로부터 판독한 결과이다.

5.2 우량곡면의 추정

2장에서 기술한 범용 kriging을 수행하기 위하여 표 5-1에 있는 T.M. 계측지점강우자료를 가지고 유역을 3.56×3.56km²의 정방형 격자로 분할하여 각격자점의 값을 추정하였다.

식(2.19)의 다항식에서 차수를 $k \leq 2$ 로 가정⁽¹⁰⁾하고, 반복기법에 의하여 kriging오차를 구하여 가장 적은 등급(Rank)으로 차수를 정하고, 차수에 따라서 공분산 구조모형을 비교하면서 계수값이 수렴치에 도달할때 Jackknife의 평가치에 의하여 공분산 구조를 결정한다. 위 과정을 수행한 결과를 표(5-3, 4)에 작성하였다. 표 5-3 및 5-4에서 7번째 행은 우량곡면 보간에 사용한 관측소의 갯수이다.

표 5-3에서 보는바와 같이 대청댐 유역은 19개 강우전부가 계수 c값만을 가지는 멩치(Nugget)효과를 보이므로서 상당히 국부적이라는 것을 알 수 있다. 표 5-4를 살펴보면 소양강댐 유역은 22개 강우중

표 5-1 유역별 TM계측지점 좌표 (단위 10km)

| | 관측소 좌표 | 창춘 상남 신평 현리 추양 인제 군량 원봉 용대 서화 |
|-------------------------------|--|----------------------------------|
| | | 소양 |
| | Y 0.96 2.12 3.38 1.80 5.20 2.95 1.88 2.10 1.01 2.43 | |
| | 관측소 좌표 | 장수 무주 진안 금산 영동 황간 이원 군북 보은 |
| | | 대청 |
| | Y 0.76 2.95 0.00 0.07 3.71 6.10 2.67 1.14 5.05 | |
| 좌표원점 소양 : 북위 37° 30', 동경 128° | | |
| 대청 : 북위 36° 38', 동경 127° 31' | | |

표 5-2 선택다우 일람표

(a) 소양강댐 유역

| | 호 우 기 간 | 호우원인 |
|----|---------------------|------|
| 1 | 1975.7.10-1975.7.18 | 전선 |
| 2 | 1975.7.21-1975.8. 8 | 전선 |
| 3 | 1975.9.14-1975.9.22 | 전선 |
| 4 | 1976.8.12-1976.8.21 | 태풍 |
| 5 | 1976.8.22-1976.8.31 | 전선 |
| 6 | 1977.6.29-1977.7.13 | 전선 |
| 7 | 1978.7. 9-1978.7.20 | 전선 |
| 8 | 1979.6.19-1979.7. 2 | 전선 |
| 9 | 1979.7.10-1979.7.17 | 전선 |
| 10 | 1979.7.31-1979.8. 9 | 전선 |
| 11 | 1980.4. 5-1980.4. 8 | 전선 |
| 12 | 1980.7.13-1980.7.18 | 전선 |
| 13 | 1980.7.19-1980.7.25 | 전선 |
| 14 | 1980.8.23-1980.8.29 | 전선 |
| 15 | 1981.7. 1-1981.7. 7 | 전선 |
| 16 | 1981.7.11-1981.7.15 | 전선 |
| 17 | 1981.8.29-1981.9. 3 | 태풍 |
| 18 | 1982.7.26-1982.7.29 | 전선 |
| 19 | 1982.8.13-1982.8.16 | 태풍 |
| 20 | 1982.8.25-1982.8.30 | 태풍 |
| 21 | 1983.7.19-1983.7.21 | 전선 |
| 22 | 1983.7.24-1983.7.26 | 전선 |

(b) 대청댐 유역

| | 호 우 기 간 | 호우원인 |
|----|---------------------|------|
| 1 | 1981.8.30-1981.9. 4 | 전선 |
| 2 | 1982.8.19-1982.8.25 | 저기압 |
| 3 | 1983.7.22-1983.7.24 | 전선 |
| 4 | 1984.8.31-1984.9. 4 | 저기압 |
| 5 | 1985.7. 6-1985.7.13 | 전선 |
| 6 | 1985.8.14-1985.8.17 | 태풍 |
| 7 | 1986.6.24-1986.6.26 | 태풍 |
| 8 | 1987.7.21-1987.7.27 | 전선 |
| 9 | 1987.8. 3-1987.8. 7 | 저기압 |
| 10 | 1987.8.28-1987.9. 1 | 저기압 |

14개가 뭉치 효과를 나타내고, 5개 (No. 2, 4, 6, 18, 19)가 $a_3 \approx 0$ 으로 나타났다.

표 5-3 공분산구조(대청댐)

| STORM NO. | Order of drift K | C | a_1 | a_3 | a_5 | No. Data Point |
|-----------|------------------|---------|-------|-------|-------|----------------|
| 1 | 0 | 19.2600 | 0 | NA | NA | 9 |
| 2 | 0 | 1.51940 | 0 | | | 9 |
| 3 | 0 | 1.52500 | 0 | | | 9 |
| 4 | 0 | 11.9420 | 0 | | | 9 |
| 5 | 0 | 7.73500 | 0 | | | 9 |
| 6 | 0 | 54.2000 | 0 | | | 9 |
| 7 | 0 | 8.20190 | 0 | | | 9 |
| 8 | 0 | 14.3053 | 0 | | | 9 |
| 9 | 0 | 0.59000 | 0 | | | 9 |
| 10 | 0 | 2.78690 | 0 | | | 9 |
| 11 | 0 | 0.67000 | 0 | | | 9 |
| 12 | 0 | 1.73750 | 0 | | | 9 |
| 13 | 0 | 1.41030 | 0 | | | 9 |
| 14 | 0 | 3.69750 | 0 | | | 9 |
| 15 | 0 | 2.95280 | 0 | | | 9 |
| 16 | 0 | 16,9460 | 0 | | | 9 |
| 17 | 0 | 1.34690 | 0 | | | 9 |
| 18 | 0 | 8.47700 | 0 | | | 9 |
| 19 | 0 | 1.70940 | 0 | | | 9 |

NA : Not Applicable

5.3 강우의 주기분석

전절에서 추정한 우량곡면에 주기분석을 실시하려면 먼저 항수를 선택하여야 한다. 항수의 선택은 식(3·2)에서 공간특성을 반영하는 것이 3차항⁽²⁾까지로 보고, $n=0, 1, 2, 3$; $m=0, 1, 2, 3$ 을 고려하였다. 각 유역에 대한 Fourier계수와 분산 V_s 는 부록 표 1, 2, 3, 4에 나타냈다. 표 3, 4에서 보면 평균이 80%이상이므로 공간특성은 대부분 반영된 것으로 볼 수 있다.

식(3·4)로 산정된 총 분산에 대한 주기성분의 기여도가 부록 표 3, 4에 나타낸 바와같이 소양강댐 유역은 (0.1), (1.0), (1.1), (2.1) 차수의 항들에 65.6%, 대청댐유역은 (0.1), (0.2), (1.0), (1.1), (1.2), (2.0), (2.2)에 75.4% 정도 치중해 있으므로, 평균인 (0.0)차수항과 함께 해당강우의 주요주기성분으로 정하였다. 이 경우 각 차수에 대한 기여도는 강우별 산포

표 5-4 공분산구조(소양강)

| STORM NO | Order of drift K | C | a ₁ | a ₃ | a ₅ | No. Data points |
|----------|------------------|---------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1 | 0 | 0.7432 | 0.0000 | 0.0000 | NA | 6 |
| 2 | 0 | 1.1915 | 0.0000 | 2.0172 | | 6 |
| 3 | 1 | 16.682 | 10.888 | 0.0000 | | 6 |
| 4 | 0 | 7.0403 | 0.0000 | 0.0451 | | 6 |
| 5 | 0 | 0.7013 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 6 | 0 | 0.2797 | 0.0000 | -0.0101 | | 6 |
| 7 | 1 | -0.0500 | -1.3530 | 0.0000 | | 6 |
| 8 | 0 | 2.0899 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 9 | 1 | 0.2380 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 10 | 0 | 0.0000 | 3.4049 | 0.0000 | | 6 |
| 11 | 1 | 0.0000 | -0.8275 | 0.0000 | | 6 |
| 12 | 0 | 0.4223 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 13 | 0 | 4.3947 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 14 | 0 | 4.1367 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 15 | 0 | 3.3320 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 16 | 1 | -9.4305 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 17 | 0 | 2.2986 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |
| 18 | 1 | 0.0000 | -0.7001 | 0.7655 | | 6 |
| 19 | 1 | 1.1507 | 0.0000 | -0.1355 | | 6 |
| 20 | 1 | 0.0000 | -0.1201 | 0.0000 | | 6 |
| 21 | 1 | 0.3139 | -0.2550 | 0.0000 | | 6 |
| 22 | 0 | 1.8816 | 0.0000 | 0.0000 | | 6 |

도가 커서 지역성분의 평균치는 통계적으로 의미 부여할 수 없으므로 개별적으로 취급해야 했다.

5.4 환상스펙트럼의 추정

앞절에서 구한 주기성분을 총강우심도에서 제거한 잔차가 무작위 변수이므로 잔차의 자기상관함수값 산정에는 식(4·2)로 평가한다. 잔차의 자기상관함수값 산정에서 전유역에 대한 함수값으로 구하기 위해 최대지체거리는 42.7 km까지로 하였다.⁽¹²⁾ 이때 등방성 정규상관함수 $\rho(r)$ 값에 대한 함수형태 추정에는 Ottoy and Vansteen kiste⁽¹⁰⁾가 제안한 비선형 보간법을 이용 하였다.

각 경우에 잔차 평면들이 동일한 균질 등방성 무작위 곡면의 실현이라는 가정에 입각하여

전체강우에 대한 $\rho(r)$ 의 평균을 취해 보간한 결과 식(4.6)에서 소양강댐유역은 $c=0.8926$ 에 대하여 보간오차 0.0047이고, 대청댐유역은 $c=0.8702$ 에 대하여 보간오차 0.0017으로 만족할만 하므로 그 계수들을 각 유역의 강우잔차에 대한 대표치로 추정하였다.

환상스펙트럼 분포함수의 추정은 식(4·8)에 의하여 각 유역과 방법에 따라서 비교한 계수값들을 표 5-5에 나타냈다. 여기서 다중상관식(multi-quadratic equation)의 방법은 필자의 기왕의 연구⁽¹²⁾에 의한것을 개재하였다. 그림5-1은 MQ와 G.C방법으로 구한 한강, 금강유역의 환상스펙트럼 분포함수를 도시한 것인데 차이를 구별할 수가 없다. 유역규모에 따른 영향을 살펴보기 위하여, G.C방법일때 한강, 소양강댐 유역과 금강, 대청댐 유

표 5-5 각 유역과 방법별 환상스펙트럼 분포함수의 계수

| 유역 | NO. | 계수방법 | C ₁ | C ₂ | C ₃ | C ₄ | 자료의규모 | min. sum of squares |
|--------|-----|------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|---------------------|
| 한강유역 | 1 | M.Q. | 1.0 | 2.66 | 0.05 | 1.46 | * | 0.009 |
| | 2 | G.C. | 0.92 | 3.41 | -0.43 | 42.87 | * | 0.0924 |
| 소양강댐유역 | 3 | G.C. | 0.94 | 2.43 | -0.07 | 9.65 | ○ | 0.0077 |
| 금강유역 | 4 | M.Q. | 1.02 | 1.63 | -0.63 | 25.40 | * | 0.0077 |
| | 5 | G.C. | 0.89 | 2.17 | 0.07 | 1.35 | * | 0.0065 |
| 대청댐유역 | 6 | G.C. | 1.07 | 1.76 | -1.31 | 10.92 | ○ | 0.086 |

* : Synoptic-Scale, ○ : Meso-Scale

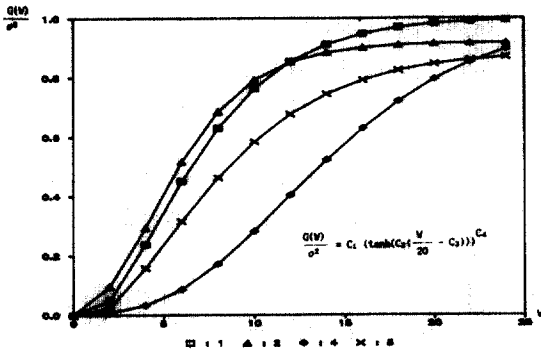


그림 5-1 M.Q와 G.C 方法에 의한 환상스펙트럼 분포함수

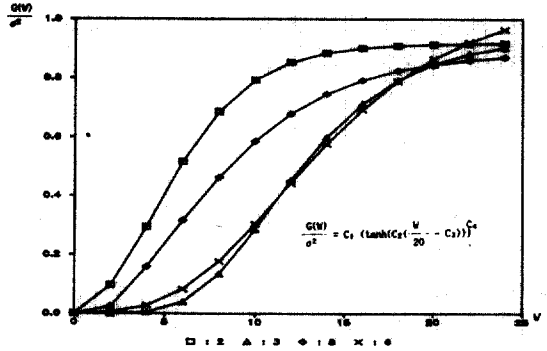


그림 5-2 유역규모에 따른 환상스펙트럼 분포함수

역으로 나누어서 실시한 환상스펙트럼 분포함수를 그림 5-2에 도시하였다. 금강유역에서는 약간의 차이를 나타내고, 한강유역에서는 상당한 차이를 보이고 있는데, 이는 호우역의 규모가 주요주기 성분의 평가에 영향을 미치는 것으로 판단된다.

6. 결 론

각 유역의 호우에 대한 우량심도에서 나타나는 지속적인 형태를 파악하기 위하여 그 강우분포가 유역내에서 주기성을 가질 것으로 보고 주기분석을 실시하였다. 주기성분의 나머지인 강우의 잔차곡면을 균질등방성으로 보고 2차원 자기상관함수를 이용한 경험적인 방법으로 그 스펙트럼을 평가하였는데, 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 범용공분산 구조가 대청댐 유역에서는 19개 강우전부가 Nugget 효과를 나타내 국부적이며, 소양강댐 유역은 22개 강우중 14개 Nugget 효과를 보이고, 5개 강우의 차수 K가 0, 1, 2로 나

타나 비정상성을 보였다.

- 2) 주기분석에서 우량곡면에 대한 구조화성분의 기여도가 부록 3, 4에서 보는바와 같이 크게 변화한다. 따라서 평균치는 통계적인 의미를 부여할 수 없었다.
- 3) M.Q와 G.C.방법에 따라 평가한 환상스펙트럼 분포함수는 유역별에 대해서 유사한 양상을 보이고 (그림 5-1), 유역규모에 따른 영향은 대청댐 유역에서는 약간의 차이를 (그림 5-2의 5와 6)나타내고, 소양강댐 유역에서는 상당한 차이를 (그림 5-2의 2와 3)보이므로, 환상스펙트럼은 호우역에 종속된다고 판단하기는 어렵다.

참 고 문 헌

1. Matheron, G., (1970) : "The Theory of Regionalized Variable and its Applications", Cah. Centre Morphol. Math., 5.
2. Rodriguez-Iturbe, I. and Mejia, (1974) : "On

- the Design of Rainfall Networks in Time and Space”, *Water Resource Res.*, 10(4), pp.691~694.
3. Lenton, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., (1977) : “Rainfall network system analysis : The optimal estimation of total areal storm depth”, *Water Resource Res.*, 13(5) : pp.825~836.
 4. Matheron(1973) : “The intrinsic Random Functions and Their Application”, *Advanced Appl. prob.* 5, pp.439~468.
 5. Delfiner, p. (1976) : “Linear Estimation of nonstationary spatial phenomena”, in M. Guarascid et al., *Advanced Geostatistics in the Mining Industry*, NATO Advanced study Institute series, D. Reidel publishing Co., Boston.
 6. Tolstov, G.P., (1965) : “*Fourier Series*,” Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
 7. Panchev, S. (1971) : “*Random Functions and Turbulence*,” Pergamon Press
 8. Matern, B., (1960) : “Spatial Variation,” *Comm. Swed. Forestry Res. Inst.*, Vol.49, pp.1~144.
 9. Austin, P.M., and R.A. Houze, Jr. (1972) : “Analysis of the structure of precipitation patterns in New England”, *J. Appl. Meteor.*, Vol. 11
 10. J.P. Ottoy and G.C. Vansteenkiste, *A computer program for nonlinear curve fitting, software for engineering problems*, p.71~78, CML publications, England, L.P.83.
 11. Gradshteym, I.S., and I.M Ryzhik (1965) : “Table of Integrals, Series, and Products,” Academic Press, New York.
 12. 이재형, 이동주, 박영기, “호우의 환상스펙트럼 추정”, *한국수문학회지*, 제22권, 제2호 1989.6
 13. Rektorys, K.(1969) : “*Survey of Applicable Mathematics*,”The MIT Press Cambridge, Mass.
 14. Grace, R.A., and P.S. Eagleson(1966) : “*The synthesis of short term increment rainfall sequence*”, MIT, Dept. of Civil Eng., Hydrodynamics Laboratory, Report No.91, Cambridge, Mass.
 15. Franz, D.D.(1970) : “*Hourly rainfall synthesis for a network of stations*”, Stanford Univ., Dept. of Civil Eng., Tech. Report No.126, Stanford.
 16. Fogel, M.M. and Lucien Duckstein (1969) : “Point rainfall frequencies in convective storms”, *Water Resource Research*, Vol.5, No.6, December
 17. 이재형, 박영기, 황만하, “피압대수층의 전달계수 동정”, *한국수문학회지*, 제17권, 제4호, 1984.12.
 18. Leclers, G. and J.C. Schaake : “*Methodology for assessing the potential impact of urban development on urban runoff and relative efficiency of runoff control alternatives*”, M.I.T., Dept. of Civil Eng., Rep. no.167.
 19. 이정규, 정만(1981) : “한국 주요지점에 대한 확률강수량과 관측 최대강우량의 확률분포”, *한국수문학회지*, 제4권, 제3호.
 20. Delhomme, J.P.(1983) : “*Kriging in the hydrosciences*”, *Progress in Engineering Sciences*.

(接受 : 1990. 8. 6)

표 1. Fourier의 계수(소양강댐)

| 호우 | $a(0,0)$ | $a(0,1)$ | $a(0,2)$ | $a(1,0)$ | $a(1,1)$ | $a(0,1)$ | $a(1,1)$ | $a(0,2)$ | $a(0,1)$ | $a(0,2)$ | $a(1,1)$ | $a(1,0)$ | $a(1,1)$ | $a(1,1)$ |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2.5247 | -1.6315 | -0.3295 | -1.6587 | 1.3271 | -0.9301 | 0.1197 | -0.5269 | -0.4468 | -1.7467 | 0.5303 | 0.9249 | 0.5303 | |
| 2 | 3.4461 | -2.0921 | -0.5590 | -2.2458 | 1.8505 | -1.3980 | 0.1553 | -0.6325 | -0.8410 | -2.2199 | 1.5838 | 1.5838 | 1.5838 | |
| 3 | 5.3174 | -3.4627 | -0.5473 | -2.0063 | 1.7209 | -2.4881 | 0.0121 | -1.6226 | -1.0478 | -3.7589 | 1.0558 | 1.0558 | 1.0558 | |
| 4 | 3.7386 | -2.1896 | -0.6185 | -2.3386 | 1.8821 | -1.4605 | 0.1695 | -0.9846 | -1.0851 | -2.3454 | 0.2690 | 0.2690 | 0.2690 | |
| 5 | 1.3442 | -0.8857 | -0.2115 | -0.8858 | 0.7018 | -0.5832 | 0.0708 | -0.1622 | -0.1407 | -0.9679 | 0.2820 | 0.2820 | 0.2820 | |
| 6 | 1.1711 | -0.7390 | -0.1689 | -0.7740 | 0.6268 | -0.4430 | 0.0506 | -0.2516 | -0.2472 | -0.7752 | 0.6415 | 0.6415 | 0.6415 | |
| 7 | 4.8377 | -3.0011 | -0.7145 | -2.9604 | 1.9377 | -1.0240 | 0.4612 | -2.1491 | -1.1439 | -3.2644 | 1.2823 | 1.2823 | 1.2823 | |
| 8 | 4.8381 | -2.9438 | -0.7859 | -3.1896 | 2.5884 | -1.8769 | 0.2227 | -0.9486 | -1.1484 | -3.1401 | 0.0285 | 0.0285 | 0.0285 | |
| 9 | 1.1728 | -0.8285 | -0.1460 | -0.8508 | 0.5820 | -0.1982 | 0.1281 | -0.4068 | -0.1342 | -0.7889 | 2.3583 | 2.3583 | 2.3583 | |
| 10 | 4.0640 | -2.6549 | -0.3951 | -2.6873 | 2.6784 | -0.7287 | -0.2684 | -2.2475 | -1.8539 | -1.6988 | 0.5264 | 0.5264 | 0.5264 | |
| 11 | 4.2082 | -2.3803 | -0.5770 | -2.4875 | 2.0718 | -0.9050 | 0.7940 | -2.6221 | -1.9901 | -2.0363 | 0.3588 | 0.3588 | 0.3588 | |
| 12 | 1.4584 | -0.8997 | -0.2238 | -0.9258 | 0.7404 | -0.5678 | 0.0688 | -0.3391 | -0.3298 | -0.9650 | 0.3606 | 0.3606 | 0.3606 | |
| 13 | 2.1101 | -1.4329 | -0.2960 | -1.4132 | 1.1122 | -0.9228 | 0.1182 | -0.2798 | -0.1119 | -1.5813 | 2.1163 | 2.1163 | 2.1163 | |
| 14 | 9.5803 | -6.1074 | -1.3385 | -6.3157 | 5.0765 | -3.6569 | 0.4495 | -1.9208 | -1.7833 | -6.5503 | 1.1413 | 1.1413 | 1.1413 | |
| 15 | 4.6231 | -2.8704 | -0.6581 | -3.0984 | 2.5235 | -1.7114 | 0.2041 | -1.0135 | -1.0764 | -3.0258 | 3.6850 | 3.6850 | 3.6850 | |
| 16 | 13.2290 | -6.2863 | -3.6715 | -8.9792 | 5.6510 | -2.1914 | -0.3174 | -7.0520 | -5.3055 | -8.5750 | 0.5325 | 0.5325 | 0.5325 | |
| 17 | 2.2874 | -1.4607 | -0.3594 | -1.4767 | 1.1769 | -0.9754 | 0.1098 | -0.3789 | -0.3727 | -1.5682 | 1.1874 | 1.1874 | 1.1874 | |
| 18 | 7.3003 | -4.4717 | -1.0614 | -4.9157 | 3.6833 | -1.4775 | 0.5646 | -3.0099 | -1.8372 | -4.9080 | 3.3068 | 3.3068 | 3.3068 | |
| 19 | 5.5949 | -2.1306 | -1.6553 | -2.9491 | 2.9491 | -4.0002 | -0.1282 | -0.6293 | -3.0550 | -2.9275 | 0.1697 | 0.1697 | 0.1697 | |
| 20 | 1.4932 | -1.3892 | 0.0043 | -0.9350 | 0.5986 | -0.5675 | 0.1382 | 0.0446 | 0.6762 | -1.5860 | 1.4935 | 1.4935 | 1.4935 | |
| 21 | 5.7953 | -3.4484 | -1.0112 | -3.8890 | 3.1540 | -2.0085 | 0.3087 | -1.6847 | -1.7854 | -3.3925 | 0.1427 | 0.1427 | 0.1427 | |
| 22 | 1.0200 | -0.7144 | -0.0591 | -0.6832 | 0.5467 | -0.2462 | 0.0446 | -0.2995 | -0.1290 | -0.7445 | 1.0754 | 1.0754 | 1.0754 | |
| 평균 | 4.1434 | -1.4559 | -0.6987 | -2.6228 | 2.0581 | -1.3946 | 0.1580 | -1.3217 | -1.1446 | -2.6579 | 1.0754 | 1.0754 | 1.0754 | |

표 2. Fourier의 계수(대칭원)

| 호우 | $\alpha(0,0)$ | $\alpha(0,1)$ | $\alpha(0,2)$ | $\alpha(1,0)$ | $\beta(1,1)$ | $\beta(0,1)$ | $\beta(0,2)$ | $\beta(1,1)$ | $\beta(1,0)$ | $(1,1)$ | $(1,1)$ |
|----|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------|---------|
| 1 | 3.1819 | -1.9957 | -0.6438 | -1.6301 | 0.7459 | 0.4946 | -0.4082 | 0.0717 | 0.4872 | -0.3138 | -2.5045 |
| 2 | 1.3623 | -0.8776 | -0.2682 | -0.6246 | 0.2491 | 0.1843 | -0.1773 | -0.0101 | 0.3586 | -0.6710 | -1.0107 |
| 3 | 1.8459 | -1.1566 | -0.3615 | -0.8581 | 0.3436 | 0.2282 | -0.2590 | -0.0058 | 0.4902 | -0.3236 | -1.3670 |
| 4 | 4.4243 | -2.7944 | -0.8517 | -2.0394 | 0.7929 | 0.4845 | -0.6049 | -0.0906 | 1.3609 | -0.9136 | -3.2410 |
| 5 | 3.7185 | -2.3362 | -0.7408 | -1.8322 | 0.7962 | 0.5217 | -0.4913 | 0.0349 | 0.7601 | -0.4972 | -2.8655 |
| 6 | 8.1131 | -5.1745 | -1.6167 | -4.0261 | 1.7662 | 1.1688 | -1.0091 | 0.0351 | 1.6472 | -1.2148 | -6.1585 |
| 7 | 3.6192 | -2.3464 | -0.7136 | -1.7086 | 0.7061 | 0.5000 | -0.4464 | -0.0319 | 0.9024 | -0.7154 | -2.6682 |
| 8 | 8.9996 | -5.6139 | -1.7441 | -4.2347 | 1.6960 | 1.0133 | -1.2590 | -0.1015 | 2.5518 | -1.5950 | -1.7344 |
| 9 | 1.1864 | -0.7483 | -0.2275 | -0.5729 | 0.2337 | 0.1248 | -0.1550 | -0.0296 | 0.3533 | -0.2367 | -0.8631 |
| 10 | 1.1375 | -0.7229 | -0.2263 | -0.5388 | 0.2251 | 0.1616 | -0.1507 | 0.0065 | 0.2556 | -0.1808 | -0.8672 |
| 11 | 1.5042 | -0.9470 | -0.2889 | -0.7189 | 0.2900 | 0.1597 | -0.2000 | -0.0354 | 0.4507 | -0.2988 | -1.0982 |
| 12 | 2.6736 | -1.1202 | -0.5183 | -1.3144 | 0.5520 | 0.2985 | -0.3628 | -0.0290 | 0.7070 | -0.4297 | -2.0050 |
| 13 | 3.9642 | -2.4935 | -0.7711 | -1.8595 | 0.7469 | 0.4689 | -0.5424 | -0.0417 | 1.0986 | -0.7223 | -2.9580 |
| 14 | 4.5553 | -2.8281 | -0.8836 | -2.1414 | 0.8567 | 0.5111 | -0.6479 | -0.0408 | 1.2826 | -0.7770 | -3.4269 |
| 15 | 4.7888 | -1.9959 | -0.9314 | -2.2447 | 0.8997 | 0.5590 | -0.6673 | -0.0427 | 1.3278 | -0.8440 | -3.5921 |
| 16 | 6.1548 | -3.8371 | -1.1765 | -2.9026 | 1.1462 | 0.6141 | -0.8548 | -0.1414 | 1.9219 | -1.2051 | -4.5181 |
| 17 | 2.5554 | -1.6027 | -0.4998 | -1.2353 | 0.5157 | 0.3129 | -0.3431 | -0.0149 | 0.6466 | -0.4185 | -1.9233 |
| 18 | 5.9194 | -3.7237 | -1.1476 | -2.7574 | 1.0982 | 0.9806 | -0.8084 | -0.0744 | 1.6777 | -1.1126 | -4.3927 |
| 19 | 1.7066 | -1.0467 | -0.3267 | -0.8356 | 0.3436 | 0.1651 | -0.2405 | -0.0305 | 0.4997 | -0.2830 | -1.2729 |
| 평균 | 3.7589 | -2.3632 | -0.7335 | -1.9340 | 0.7370 | 0.4557 | -0.5067 | -0.0320 | 0.9884 | -0.6496 | -1.8158 |

표 3. Fourier의 분산(소양강댐)

| 호우 | (0,0) | (0,1)* | (0,2) | (0,3) | (1,0)* | (1,1)* | (1,2) | (1,3) | (2,0) | (2,1)* | (2,2) | (2,3) | (3,0) | (3,1) | (3,2) | (3,3) | 평균 분산 |
|----|-------|--------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0.0 | 23.5 | 0.8 | 0.5 | 19.6 | 17.9 | 2.9 | 1.7 | 2.4 | 4.6 | 2.1 | 1.8 | 0.9 | 1.0 | 1.8 | 1.5 | 83.2 |
| 2 | 0.0 | 22.7 | 1.2 | 0.6 | 21.1 | 17.4 | 2.9 | 1.6 | 2.1 | 4.7 | 2.1 | 1.7 | 0.7 | 1.1 | 1.9 | 2.6 | 83.2 |
| 3 | 0.0 | 20.1 | 0.3 | 0.1 | 5.7 | 12.3 | 2.3 | 0.7 | 12.4 | 12.4 | 1.9 | 1.1 | 3.2 | 2.8 | 1.5 | 1.8 | 80.4 |
| 4 | 0.0 | 21.0 | 1.2 | 0.6 | 20.0 | 16.8 | 3.0 | 1.5 | 3.1 | 6.0 | 2.1 | 1.6 | 0.8 | 1.2 | 2.0 | 1.8 | 82.7 |
| 5 | 0.0 | 26.3 | 1.1 | 0.6 | 18.8 | 17.9 | 2.7 | 1.9 | 1.7 | 3.6 | 2.1 | 1.8 | 0.9 | 0.9 | 1.8 | 1.5 | 83.4 |
| 6 | 0.0 | 23.0 | 0.9 | 0.5 | 20.5 | 17.6 | 2.9 | 1.6 | 2.3 | 4.8 | 2.0 | 1.7 | 0.8 | 1.1 | 1.8 | 1.6 | 83.4 |
| 7 | 0.0 | 17.0 | 1.2 | 0.7 | 17.1 | 16.8 | 4.2 | 1.8 | 3.4 | 6.2 | 3.2 | 1.9 | 1.0 | 1.7 | 2.2 | 1.7 | 80.2 |
| 8 | 0.0 | 22.9 | 1.2 | 0.6 | 20.9 | 17.4 | 2.9 | 1.6 | 2.1 | 4.6 | 2.1 | 1.6 | 0.7 | 1.1 | 1.9 | 1.6 | 83.2 |
| 9 | 0.0 | 20.6 | 1.0 | 0.7 | 21.1 | 16.0 | 4.0 | 1.8 | 2.6 | 4.9 | 2.6 | 2.1 | 1.2 | 1.5 | 1.7 | 1.3 | 83.0 |
| 10 | 0.0 | 15.3 | 0.5 | 1.1 | 21.5 | 20.9 | 4.4 | 1.6 | 2.6 | 5.0 | 3.3 | 1.7 | 0.4 | 1.7 | 1.3 | 1.1 | 82.3 |
| 11 | 0.0 | 12.7 | 1.9 | 0.3 | 19.8 | 15.2 | 2.9 | 1.6 | 2.5 | 8.5 | 3.8 | 2.8 | 0.7 | 2.1 | 2.2 | 2.2 | 78.3 |
| 12 | 0.0 | 22.6 | 1.1 | 0.5 | 19.3 | 17.2 | 2.9 | 1.6 | 2.8 | 5.4 | 2.1 | 1.7 | 0.9 | 1.1 | 1.9 | 1.7 | 82.9 |
| 13 | 0.0 | 27.2 | 0.9 | 0.6 | 18.8 | 18.2 | 2.6 | 2.0 | 1.4 | 3.0 | 2.1 | 1.8 | 1.0 | 0.9 | 1.7 | 1.4 | 83.5 |
| 14 | 0.0 | 23.5 | 0.9 | 0.6 | 20.0 | 17.8 | 2.9 | 1.7 | 2.3 | 4.6 | 2.1 | 1.7 | 0.9 | 1.0 | 1.8 | 1.5 | 83.5 |
| 15 | 0.0 | 22.2 | 1.9 | 0.6 | 21.4 | 17.7 | 2.9 | 1.6 | 2.6 | 4.7 | 2.1 | 1.7 | 0.8 | 1.1 | 1.8 | 2.5 | 83.2 |
| 16 | 0.0 | 9.1 | 2.8 | 1.1 | 22.2 | 17.3 | 7.0 | 1.4 | 2.2 | 4.7 | 3.3 | 1.0 | 1.3 | 2.8 | 3.1 | 1.8 | 79.9 |
| 17 | 0.0 | 25.1 | 1.1 | 0.5 | 18.9 | 17.4 | 2.9 | 1.7 | 2.2 | 4.4 | 2.1 | 1.8 | 0.9 | 1.0 | 1.9 | 1.6 | 83.3 |
| 18 | 0.0 | 16.6 | 1.1 | 0.7 | 20.6 | 18.0 | 4.0 | 1.8 | 2.7 | 6.0 | 2.6 | 1.8 | 1.0 | 1.4 | 1.9 | 1.6 | 81.8 |
| 19 | 0.0 | 22.7 | 3.1 | 0.7 | 19.9 | 15.8 | 2.2 | 1.1 | 2.7 | 5.7 | 1.6 | 1.0 | 0.6 | 1.6 | 2.1 | 1.9 | 81.8 |
| 20 | 0.0 | 29.8 | 0.3 | 0.1 | 17.6 | 19.2 | 2.8 | 1.8 | 2.7 | 2.6 | 1.5 | 2.3 | 1.0 | 0.5 | 1.2 | 1.0 | 84.4 |
| 21 | 0.0 | 19.8 | 1.4 | 0.7 | 22.8 | 16.3 | 2.9 | 1.6 | 2.3 | 5.6 | 2.3 | 1.7 | 0.9 | 1.3 | 1.9 | 1.7 | 83.2 |
| 22 | 0.0 | 22.4 | 0.2 | 0.6 | 19.0 | 18.8 | 2.9 | 1.5 | 3.3 | 5.1 | 2.1 | 2.0 | 1.2 | 1.1 | 1.7 | 1.3 | 83.1 |

표 4. Fourier의 분산(대칭성)

| 호우 | (0,0) | (0,1)* | (0,2)* | (0,3) | (1,0)* | (1,1)* | (1,2)* | (1,3) | (2,0)* | (2,1) | (2,2)* | (2,3) | (3,0) | (3,1) | (3,2) | (3,3) | 평균 분산 |
|----|-------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| 1 | 0.0 | 24.0 | 3.3 | 0.0 | 16.4 | 19.7 | 3.7 | 0.8 | 3.9 | 0.0 | 4.4 | 0.5 | 0.4 | 1.3 | 1.5 | 0.4 | 81.0 75.3 |
| 2 | 0.0 | 25.3 | 3.2 | 0.0 | 16.3 | 18.2 | 3.6 | 0.7 | 4.5 | 0.8 | 4.0 | 0.5 | 0.4 | 1.2 | 1.4 | 0.4 | 80.7 75.1 |
| 3 | 0.0 | 23.8 | 3.4 | 0.0 | 16.7 | 18.6 | 3.9 | 0.8 | 4.4 | 0.8 | 4.2 | 0.5 | 0.4 | 1.3 | 1.3 | 0.4 | 80.6 75.1 |
| 4 | 0.0 | 23.9 | 3.2 | 0.0 | 17.9 | 17.8 | 4.6 | 0.7 | 4.7 | 1.0 | 4.0 | 0.5 | 0.3 | 1.2 | 1.2 | 0.4 | 80.9 75.6 |
| 5 | 0.0 | 24.1 | 3.3 | 0.0 | 16.5 | 19.1 | 3.8 | 0.8 | 4.2 | 0.8 | 4.3 | 0.5 | 0.4 | 1.3 | 1.4 | 0.4 | 80.9 75.3 |
| 6 | 0.0 | 24.9 | 3.2 | 0.0 | 16.7 | 18.8 | 3.7 | 0.8 | 4.2 | 0.8 | 4.2 | 0.5 | 0.4 | 1.2 | 1.5 | 0.4 | 81.2 75.6 |
| 7 | 0.0 | 25.6 | 3.2 | 0.0 | 16.6 | 18.1 | 3.6 | 0.7 | 4.5 | 0.8 | 4.0 | 0.5 | 0.4 | 1.2 | 1.4 | 0.4 | 81.1 75.5 |
| 8 | 0.0 | 23.5 | 3.3 | 0.0 | 17.6 | 18.3 | 4.1 | 0.8 | 4.6 | 0.9 | 4.1 | 0.5 | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 0.4 | 80.9 75.5 |
| 9 | 0.0 | 23.8 | 3.1 | 0.0 | 18.8 | 17.7 | 4.1 | 0.7 | 4.7 | 1.0 | 3.9 | 0.5 | 0.3 | 1.1 | 1.2 | 0.4 | 82.4 76.2 |
| 10 | 0.0 | 24.7 | 3.3 | 0.0 | 16.0 | 18.8 | 3.7 | 0.8 | 4.3 | 0.8 | 4.2 | 0.5 | 0.4 | 1.3 | 1.4 | 0.5 | 80.7 75.0 |
| 11 | 0.0 | 23.8 | 3.2 | 0.0 | 18.6 | 17.8 | 4.1 | 0.7 | 4.7 | 1.0 | 3.9 | 0.5 | 0.3 | 1.1 | 1.2 | 0.4 | 81.3 76.1 |
| 12 | 0.0 | 23.2 | 3.3 | 0.0 | 18.2 | 18.4 | 4.2 | 0.8 | 4.5 | 0.9 | 4.1 | 0.4 | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 0.4 | 81.3 76.0 |
| 13 | 0.0 | 23.9 | 3.3 | 0.0 | 17.3 | 18.3 | 4.0 | 0.7 | 4.5 | 0.9 | 4.1 | 0.5 | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 0.4 | 80.9 75.5 |
| 14 | 0.0 | 23.2 | 3.4 | 0.0 | 17.5 | 18.4 | 4.1 | 0.8 | 4.5 | 0.9 | 4.2 | 0.5 | 0.3 | 1.3 | 1.3 | 0.4 | 80.8 75.4 |
| 15 | 0.0 | 23.7 | 3.3 | 0.0 | 17.3 | 18.4 | 4.0 | 0.8 | 4.5 | 0.9 | 4.1 | 0.5 | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 0.4 | 80.8 75.4 |
| 16 | 0.0 | 23.2 | 3.3 | 0.0 | 18.6 | 17.8 | 4.2 | 0.7 | 4.7 | 1.0 | 4.0 | 0.4 | 0.3 | 1.2 | 1.2 | 0.4 | 81.1 75.9 |
| 17 | 0.0 | 23.9 | 3.3 | 0.0 | 17.4 | 18.5 | 4.0 | 0.8 | 4.4 | 0.9 | 4.2 | 0.5 | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 0.4 | 81.1 75.6 |
| 18 | 0.0 | 24.0 | 3.3 | 0.0 | 17.4 | 18.6 | 4.0 | 0.7 | 4.6 | 0.9 | 4.1 | 0.5 | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 0.4 | 80.9 75.5 |
| 19 | 0.0 | 22.5 | 3.3 | 0.0 | 19.0 | 18.2 | 4.4 | 0.8 | 4.6 | 1.0 | 4.1 | 0.4 | 0.2 | 1.2 | 1.2 | 0.4 | 81.2 76.0 |