大韓土木學會論文集
第10卷 第4號 · 1990年 12月
pp. 43~52

構 造 工 學

3次元 構造物의 複合曲面모델링-理論 및 알고리즘

Composite Surface Modeling of Three-Dimensional Structures -Theory and Algorithms-

高 鉉 武* · 朴 榮 河**
Koh, Hyun Moo · Park, Young Ha

Abstract

Theoretical foundation and algorithms are presented of a new surface modeling and pre-processing system for the three-dimensional structures. The modeling method is based on the boundary representation scheme and composed of two hierarchical model structures: curve-network and surface models. The concept of modeling curve as a union of links is introduced to facilitate surface modeling via various transfinite mapping techniques or Coons Patches. Efficiency and novel aspects of the present method are discussed. Finite element mesh genceration and application procedures will be reported in a later paper.

요 지

3차원 구조물의 형상모델링과 유한요소망 자료의 생성을 위한 복합곡면모델링시스템의 기본적인 논리체계를 제안한다. 본 모델러는 경계표현방식을 바탕으로 곡선망모델과 곡면모델의 이중적인 계층적 구조로 이루어져 형상의 생성과 수정시 그 작업과 자료처리를 간편하고 신속하게 수행한다. 곡선망모델의 모델링요소로서 새로운 개념의 모델링곡선을 정의하며, 모든 곡선분절의 표현은 호길이매개변수를 사용한다. 이는 초유한사상 또는 쿤즈 패취에 의한 곡면모델링시 다중연결 곡면의 정의를 가능하게 하고, 내부 격자망의 적합성을 유지할 수 있는 근거가 된다. 생성된 곡면은 곡면모델의 논리체계에 의해 자동적으로 꼭지점, 모서리와 패취의 위상학적 요소로 표현되어 내부자료로 저장된다. 모든 작업은 컴퓨터 그래픽스를 이용한 대화식 방식으로 수행된다. 유한요소망의 자동생성과 시스템의 운용에 관한 사항은 계속될 논문에서 다룬다.

1. 서 론

설계과정의 효율성 제고와 설계주기의 가속화를 위하여 최근 전산기이용시스템의 사용및 개발이 급증하고 있다. 설계도면 작성 시스템을 비롯한 특정 유형의 구조체계및 설계기법에 대한 집적화 설계

*정회원 · 서울대학교 공과대학 토목공학과, 조교수
**정회원 · 서울대학교 공과대학 토목공학과, 공학석사

시스템[1-3], 유한요소망의 자동생성을 포함한 解析前處理 및 後處理 시스템[4-5]등이 가장 일반적으로 시도된 형태들이며 設計專門家, 人工知能시스템과 최종설계에 대한 평가시스템등에 대한 관심도 고조되고 있다.

이러한 전산이용시스템들에는 기본적으로 대상물체의 수학적 형상표현을 비롯 이에 대한 기하학적 연산, 형상자료의 전산처리 및 그래픽 디스플레이등의 기능들이 요구된다. 이에 따라 다양한 형상모델링 기법들이 제안되고 있으며, 현재 가장 보편적으로 사용되고 있는 방법으로서 眞理組合(Boolean Combination)모델링 방법이 있다[6, 11, 12]. CSG(Constructive Solid Geometry) 고체모델러에서 구현되고 있는 이 방법은 몇 개의 기본체(Primitives)에 대한 회전, 크기, 위치 변환에 관한 정보와 이들에 가해지는 진리연산자들로 물체의 형상을 표현하며, 모델의 생성논리가 간편하고 직관적이어서 그 효율성이 뛰어나다.

대상물체의 기하적 속성및 요소망 생성과 같은 연산작업과 그래픽 디스플레이를 위해서는 물체의 형상을 보다 직접적이고 명시적으로 정의하는 것이 필요하다. 이를 위해 CSG 모델러에서는 면(Face), 모서리(Edge)와 꼭지점(Vertex)의 세가지 요소로 고체의 표면형상을 정의하는 境界表現모델(Boundary Representation Model)을 사용하고 있다[6]. 그러나 현재 이 모델은 단순한 차수의 방정식으로 표면형상이 정의되는 고체들에만 적용되고 있으며 多重曲率曲面들로 형성된 표면의 고체에는 거의 적용성을 갖지 못한다. 이는 위의 세 요소들만에 의한 位相學的 구조가 이러한 곡면의 형상정의에는 충분치 못하기 때문이다. 본 논문에서는 광범위한 형상에 대한 일반적인 적용성을 갖춘 보다 진보된 모델러와 이에 근거한 해석전처리 시스템을 위해 새로운 複合曲面모델의 기본적인 논리체계를 제안하다. 이를 위하여 전반적인 모델의 位相學的 構造를 논의하고 이 모델의 二重的인 階層的 構造를 이루고 있는 曲線網모델과 曲面모델을 설명한다. 새로운 모델링요소로서 모델링곡선의 개념을 도입하고 모든 曲線分節의 표현에 사용하는 弧길이 媒介變數에 대해 기술한다. 본 시스템의 運用과 유한요소망의 生成은 추후 계속될 논문에서 다룬다.

2. 복합곡면모델의 위상학적 구조

삼차원 공간에 정의되는 구조물의 형상은 일련의 함수식들에 의해 수학적으로 표현될 수 있다. 그런데 구조물의 기하학적 속성들(Global Properties: Area, Moment of Inertia, etc.)을 비롯하여 요소망 생성등과 같은 연산 작업이 이러한 함수식들로부터 정확하게 이루어지기 위해서는 함수들에 의한 구조물의 표현상황이 명확하고 완전한 양식으로 묘사되어야만 한다.

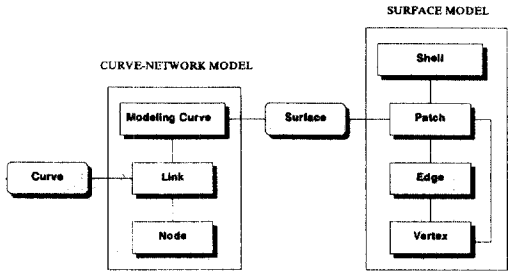
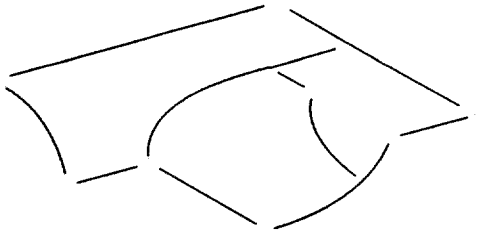


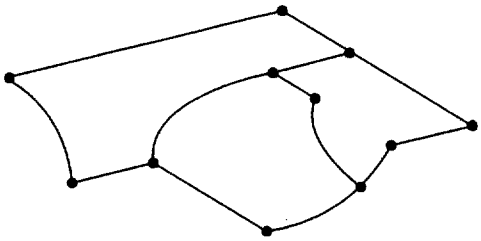
그림 2.1 Topological structure of the composite surface model

본 연구에서 제시되는 모델은 복합곡면에 대해 위와 같은 요구사항이 효과적으로 이루어질수 있도록 설계된 것으로서 '곡선망모델'과 '곡면모델'의 두 부분모델이 결합된 이중적 구조를 하고 있다(그림 2.1). 곡선망모델은 세개의 위상학적 요소(Topological Entity)들, 즉 링크, 노우드, 모델링곡선 요소로 구성되며, 두기하학적 요소인 곡선과 곡면 사이에서 독립적인 계층적 구조를 형성하고 있다. 곡면모델은 곡면요소 위에 형성되는 위상학적 구조체로서 패취, 모서리, 꼭지점 요소를 비롯하여 패취들이 합집합인 쉘요소로 구성된다.

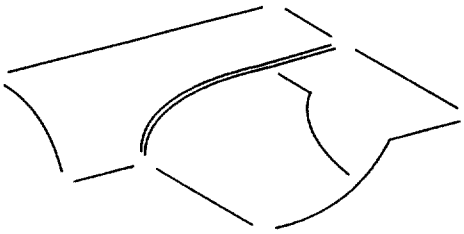
그림 2.2는 간단한 곡면구조물의 모델링을 통하여 모델링요소들의 상관관계를 보이고 있다. 그린 2.2(a)는 구조물의 경계를 적합한 형태의 곡선을 선택하여 나타낸 것이며, 이를 본 모델러의 링크 및 노우드 모델링요소로 정의한 것이 그림 2.2(b)이다. 그림 2.2(c)에서는 超有限寫像 또는 쿤즈패취에 의해 곡면을 정의하기 위해 링크의 집합으로 모델링곡선을 정의하며, 이들은 Bi-Linear 또는 Linear-Quadratic보간에 의해 생성된 곡면이 그림 2.2(d)



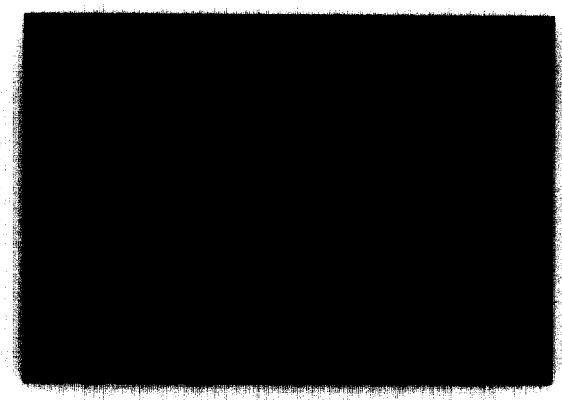
(a) Boundary modeled by 10 curve elements



(b) 13 links and 11 nodes generated on the curve elements

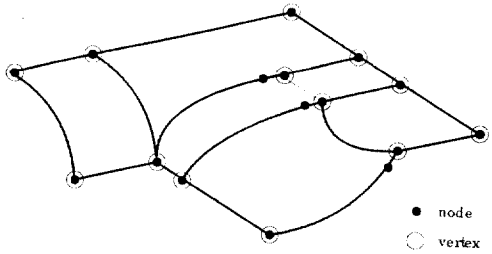


(c) 9 modeling curves selected for interpolating surfaces



(d) Surfaces generated by bi-linear and linear-quadratic transfinite mappings

에 보이고 있다. 그림 2.2(e)에서는 본 모델러의 위



(e) Modeling elements of 6 patches, 18 edges and 13 vertices for the surfaces

그림 2.2 Modeling of a surface structure by transfinite mappings

상학적 구조에 따라 패취, 모서리와 꼭지점 모델링 요소로 표현됨을 나타낸다.

그림 2.2와 같이 모델링요소들로 표현된 구조물에 대한 형상의 수정은 본 모델러의 위상학적 구조의 특성상 기하학적 交叉문제에 관한 복잡한 연산과정을 거치지 않고 간단히 수행할 수 있다. 곡선요소의 추가생성으로 기존의 링크가 분할되는 경우, 곡선요소 및 링크, 노우드, 모델링곡선, 모서리, 패취 요소에 자료변경이 나타나지만 이것은 위상학적 참조자료와 뒤에 언급될 호길이매개변수 자료에만 국한되는 것으로 그 변경이 매우 간단히 수행된다.

기존의 모델링요소를 제거하는 경우의 자료변경은 사용하는 上位要素의 존재여부에 따라 결정된다. 본 모델러의 위상학적 구조와 모델링요소들의 정의로부터 얻어진 각 요소들의 존재에 관한 상관조건이 그림 2.3에 도시되어 있다. 모델링요소의 제거는 이 상관조건이 항상 만족되도록 수행되며, 따라서 위상학적으로 고립된 요소의 존재가능성을 배제하는 동시에 상위요소에 대한 위상학적 참조자료만 변경되도록 한다.

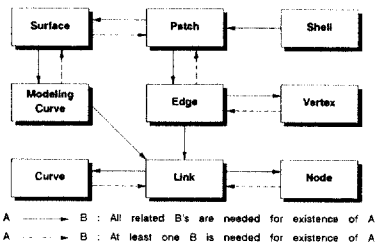


그림 2.3 Relational conditions for existence of modeling entities

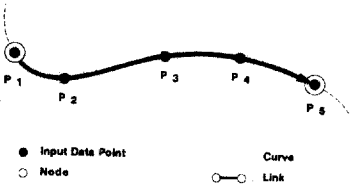
3. 곡선망모델

본 모델러에서는 곡면의 형상정의 및 생성은 일련의 곡선들을 補間하는 超有限寫像曲面(Transfinite mapped surface)으로 이루어진다. 이 보간에서는 각 곡선들과 곡면 좌표곡선들 사이의 대응관계를 비롯하여 매개변수들간의 방향 및 변환관계에 대한 정보가 요구되는데, 곡선망모델은 이러한 기하학적 및 위상학적 자료들을 효과적으로 생성, 관리하기 위한 위상학적 구조로써 개발되었다.

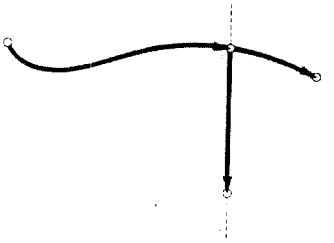
3.1 그래프체계에 의한 곡선요소

좌표곡선들의 집합인 곡선망모델은 곡선분절인 링크, 링크들의 끝점 또는 연결점인 노우드와 모델링곡선의 세가지 요소로 구성된다. 기하학적 요소인 곡선은 한 개의 일변수 벡터함수로 표현되는 모델링요소이며 본 시스템에서는 직선, 원호, Cubic-spline, Conic, Bezier, B-spline등의 6가지 곡선이 사용되고 있다. 이들은 모두 필요한 갯수의 資料點 또는 調整點들의 입력 또는 지정을 통해 생성되며 일반적으로 폐합곡선을 제외하고는 무한길이를 갖는다. 링크 요소는 이러한 곡선요소의 특정 유한길이 부분을 점유하는 曲線分으로 정의되며, 그 명칭은 그래프이론에 의한 것이다. 노우드는 링크의 끝점으로서 정의된다. 이들은 곡선 요소가 생성될 때 시스템에 의해 곡선 요소 위에 자동생성 할당되는데, 그림 3.1은 이 과정의 기본방식을 보이고 있다. 그림 3.1(a)는 새로 생성되는 단일 곡선 요소 위에 꼭지점과 링크가 생성되는 방식을, 그리고 그림 3.1 (b)와 (c)는 새로운 곡선 요소가 기존의 곡선 요소들과 교차되어 생성될 때 기존 링크들의 분할 및 교차점들에서 꼭지점들의 추가생성 그리고 새 곡선 요소 위에 다수의 링크들이 자동생성 할당되는 방식을 각각 보여준다. 즉 꼭지점은 곡선 요소의 특정 유한길이 부분의 양 끝점 및 곡선 요소들의 교차점에 생성되며 링크는 꼭지점들 사이의 모든 곡선 요소 부분에 생성된다. 따라서 이들은 곡선들 위에 하나의 그래프(Graph)를 형성하게 된다.

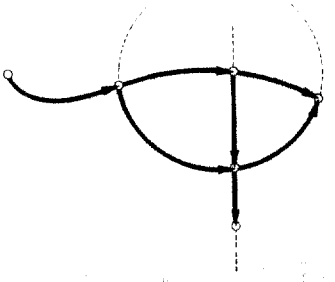
이 그래프 체계는 일차적으로 곡선들의 연결상태에 대한 정량적 정보를 제공한다. 그러나, 뒤에서 논의되는 바와 같이 곡면모델의 모서리 및 꼭지점의 형상정보도 제공하기때문에 기능상 전체 모델의 근간적 역할을 하고 있다. 곡선요소및 링크와 꼭지



(a) Node and like elements generated on a single curve



(b) Node insertion and link division caused by addition of a straight line



(c) Further node insertion and link division caused by addition of an arc

그림 3.1 Creation of links and nodes

점은 타 요소들의 생성여부에 관계없이 우선적으로 존재할 수 있다. 즉, 독립적인 곡선망모델을 형성한다. 이들 사이에 존재하는 상관관계는 다음과 같다.

- 모든 링크에는 그 링크가 놓이는 곡선요소가 반드시 존재한다.
- 모든 곡선요소에는 반드시 하나 이상의 링크가 놓이게 된다.
- 하나의 곡선요소에는 다수의 링크들이 놓일 수 있으나 하나의 링크는 단 하나의 곡선요소에만 놓이게 된다.
- 모든 꼭지점에는 반드시 하나 이상의 링크가 연결된다.

모델링곡선 요소는 다수의 링크들이 일렬로 연결된 複合曲線分으로 정의되고 있다. 이 요소는 곡면의 생성에 요구되는 곡선망 또는 調整多面體의 형상자료 및 이들의 연결정보를 곡면정의에 적합한 형태로 제공하는 역할을 하며 곡면생성 작업시에 링크들의 개별적 지정을 통해 사용자에 의해 직접 구성된다. 그런데 이를 구성하는 링크들이 동일 곡선 위에 생성된 것들이어야 한다는 제약이 없으므로 모델링곡선은 다수의 서로 다른 벡터함수들로 정의될 수 있으며, 이에 따라 Slope의 불연속이 존재하는 곡면도 취급될 수 있게 된다. 이렇게 생성된 모델링곡선은 일반적으로 상이한 벡터함수표현에 의한 곡선분절들의 조합으로 구성되므로 차후 곡면모델에서의 보간처리를 위하여 모델링곡선의 일변수에 의한 표현이 요구된다. 본 연구에서는 이를 위하여 호길이매개변수를 사용한다.

3.2 호길이매개변수와 모델링곡선

초유한사상 곡면과 쿤즈패취 곡면등이 정당하게 정의되기 위해서는 이에 사용되는 곡선들이 공간상에서 정확하게 교차되도록 생성되어야만 한다. 곡선 위의 점들은, 곡선이 매개변수 벡터함수로 표현되고 있으므로 그 점에 대응되는 매개변수 값의 지정을 통해 정의될 수 있다. 그러나 일반적으로 곡선의 실제길이는 곡선식에 사용되는 매개변수와 비선형관계를 갖기때문에 동일한 매개변수 값에 대해서도 곡선의 형상에 따라 곡선내에서의 위치가 달라지게 되므로 이 매개변수를 통해서는 곡선 내에서 원하는 위치의 점을 정확히 정의할 수가 없게 된다[7]. 따라서 곡선의 형상에 관계 없이 일정한 거리간격(Metric)을 갖는 새로운 매개변수가 요구된다. 곡선이 매개변수식 $\phi(u)$에 의해 표현되고 곡선의 호길이매개변수를 s라 하면 s는 다음과 같이 정의된다.

$$s=\int_0^u |\phi'(x)|\,dx/t_c \quad \text{여기서}$$

$$t_c=\int_{curve} |\phi'(x)|\,dx \qquad (3.1)$$

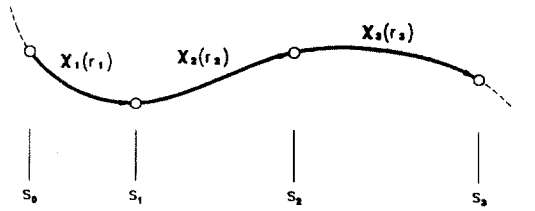
이 적분은 일반적으로 해석적으로는 계산되지 않기 때문에 수치적분이 사용된다. Romberg적분방법이 빠른 수렴성을 보여준다고 보고되어 있으나[7], 수행시켜 본 결과 계산시간이 매우 길어 실용성이 없다는 것이 확인되었다. 대신, 직접계산 방법인 가우스적분이 충분한 정확성을 보장하면서도 계산시간이 거의 소요되지 않으므로 본 시스템에서는 이 방법을 채택하였다[9].

임의의 호길이매개변수 값s에 대응되는 곡선 위 점의 좌표값 u를 구하는 계산에는 Newton-Raphson 방법이 매우 빠르고 안정된 수렴성을 보여준다.

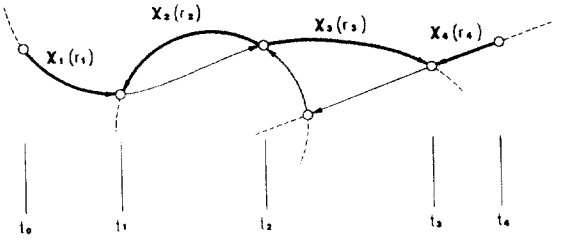
$$u_{n+1}=u_n-M(u_n)\,|\phi'(u_n)| \quad \text{여기서}$$

$$M(u_n)=\int_0^{u_n}|\phi'(x)|\,dx-s \qquad (3.2)$$

곡선망에 대한 '그래프'의 정량적 정보는 곡선과 링크 및 모델링곡선들의 호길이 매개변수간 상관관계로 정의되는데, 호길이매개변수의 거리간격(Metric)은 하나의 요소내에서는 일정하므로 다음과 같이 선형변환식이 적용된다. 즉, 그림 3.2(a)와 같이 곡선 $\phi(s)$위에 3개의 링크 $x_i(r_i)$, i=1, 2, 3가 생성되었다고 하고 4개의 절점에 대응되는 곡선의 호길이매개변수를 $0=s_0<s_1<s_2<s_3=1$이라 하면 r_i와 s사이의 관계는



(a) A modeling curve with three linke on a single curve



(b) A modeling curve with four links on a composite curve

그림 3.2 Arc-length parameters of the Curves, Links, and Modeling-curves

$x_i(r_i)=\phi(s)$ 여기서 $s=s_{i-1}+(s_i-s_{i-1})r_i$

(3.3)

로 표현되며, 그림 3.2(b)에서와 같이 3개의 곡선위에 4개의 링크들 $x_i(r_i)$, $i=1, \ldots, 4$가 생성되었다고 하고 이들로 구성된 모델링곡선을 $\Phi(t)$라 하면 t와 r_i들 사이에는 다음의 변환식이 적용된다.

$\Phi(t)=x_i(r_i)$ 여기서

$$r_i=R_i+(1-2R_i)\frac{t-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}},\quad t\in[t_{i-1}, t_i] \tag{3.4}$$

윗식에서 보듯이 링크의 호길이매개변수는 곡선과 동일한 방향으로 정의된다. R_i는 모델링곡선과 링크 사이의 방향관계를 나타내는 자료로서 같은 방향이면 0, 반대 방향이면 1의 값을 가진다. 이들은 링크들의 연결자료들을 통해 자동계산된다.

4. 곡면모델

곡면요소는 한 개의 二變數 벡터함수로 그 위치가 정의되는 모든 점들의 집합으로 정의되며 초유한사상 곡면 및 쿤즈패취 곡면, 스위핑 곡면등의 표준화된 곡면생성 기법들을 통해 생성된다. 곡면모델은 꼭지점, 모서리와 패취의 세가지 위상학적 요소로 구성되는데, 패취는 자체 내에 Slope의 불연속을 포함하지 않는 有界曲面(Bounded Surface)으로 정의되며 모서리와 꼭지점은 패취들의 경계곡선을 구성하는 요소로 정의된다. 따라서 곡면 위에는 Slope 불연속선의 갯수에 따라 다수의 패취들이 생성되며 모서리들은 이 불연속선들 위에 놓이게 된다.

4.1 초유한사상과 쿤주패취에 의한 곡면요소 생성

초유한사상은 주어진 벡터함수 F에 적용시켰을 때 얻어지는 새로운 함수 U가 무수히 많은 점에서 F와 일치하게 되는 사상으로 정의된다[4, 5, 8, 10]. 정의

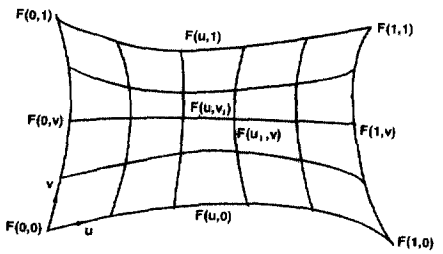


그림 4.1 Transfinite Mapping

구역이 2차원 單位實數平面이고 공변역이 삼차원 유클리드 공간 E^3인 경우 U는 座標曲線(Coordinate Curve)들 $F(u_k, v)$, $F(u, v_r)$, $k=0, \ldots, M$, $r=0, \ldots, N$을 정확히 지나는 곡면으로 정의된다. 즉,

$$U(u, v)=\sum_{i=0}^{M}L_i(u)F(u_i, v)+\sum_{j=0}^{M}L_j^*(v)F(u, v_j)-\sum_{i=0}^{M}\sum_{j=0}^{M}L_i(u)L_j^*(v)F(u_i, v_j) \tag{4.1}$$

여기서 $L_i(u)$와 $L_j^*(v)$는 Kronecker Delta의 조건을 만족시키는 보간함수로서 현재 Lagrange 함수가 사용되고 있다.

$$L_i(u_k)=\delta_{ik},\quad L_j^*(v_l)=\delta_{jl} \tag{4.2}$$

따라서 이 곡면은 좌표곡선들을 생성, 지정해 줌으로써 이루어질 수 있다. 곡면모델링 측면에서 볼 때, 지정된 이 곡선들은 기능상 곡면의 형상을 구속하는 역할을 하기때문에 이들을 拘束曲線(Constraint curve)이라 부른다.

초유한사상 곡면은 M 및 N이 각각 2이상이 될 경우 두 보간함수들의 상호작용으로 인해 때에 따라 곡면이 바람직하지 않은 진동을 하게된다(그림 4.2). 이러한 단점은 쿤즈패취들로 구성되는 복합곡면을 사용함으로써 극복될 수 있다(그림 4.3). 각 u와 v방향으로 (M+1)개와 (N+1)개의 구속곡선들로 표현되는 동일한 곡면에 대한 쿤즈 패취의 표현은 다음과 같다.

그림 4.2 Surface generated by high-order transfinite mapping

그림 4.3 Surface generated by coons patch

$$U_{mn}(u,v)=\sum_{i=0}^{1}\alpha_{i,m}(u)F(u_{(m-1)+i},v)+\sum_{j=0}^{1}\beta_{j,n}(v)F(u,v_{(n-1)+j})-\sum_{m=0}^{1}\sum_{n=0}^{1}\alpha_{i,m}(u)\,\beta_{j,n}(v)\,F(u_{(m-1)+i},v_{(n-1)+j})$$

$$,m=1,\ldots,M,\quad n=1,\ldots,N$$

$$,u\in[u_{m-1},u_m],\quad v\in[v_{n-1},v_n]\qquad(4.3)$$

여기서 $U_{mn}(u,v)$는, 사용된 곡선들에 의해 분할된 각 부분곡면들에 대한 표현식이다. 본 연구에서는 $\alpha_{i,m}(u)$와 $\beta_{j,n}(v)$를 아래와 같은 融合函數를 사용함으로써, 쿤즈패취 곡면들간의 일계도함수의 연속성을 만족하도록 하여, 이들에 대한 連續方程式을 풀어야하는 문제를 제거하였다.

$$\alpha_{1,m}(u)=3\xi^2-2\xi^3,\quad \alpha_{0,m}(u)=1-\alpha_{1,m}(u)$$

$$\text{여기서 }\xi=\frac{u-u_{m-1}}{u_m-u_{m-1}}\qquad(4.4)$$

$$\beta_{1,n}(v)=3\eta^2-2\eta^3,\quad \beta_{0,n}(v)=1-\beta_{1,n}(v)$$

$$\text{여기서 }\eta=\frac{v-v_{n-1}}{v_n-v_{n-1}}\qquad(4.5)$$

$L_i(u)$, $L_j^*(v)$ 및 $\alpha_{i,m}(u)\beta_{j,n}(v)$에는 각 좌표곡선에 대응되는 매개변수 값들인 $u_0,\ldots,u_M$과 $v_0,\ldots,v_N$이 포함된다. 따라서 이들은 미리 결정되어야 하는데, 모델링곡선 요소는 이의 계산을 용이하게 자동화시킬 수 있게 한다. 본 연구에서는 초유한사상 곡면의 경우, 요동이 되도록 적게 나타나게 하기 위해서 이들을 모델링곡선들의 호길이매개변수들에 준하여 계산토록 하였다. 즉, 좌표곡선으로 사용된 모델링곡선들을 Φ_m, Ψ_n 이들의 호길이매개변수를 각각 r_m, s_n이라 하면

$$F(u_m,v)=\Phi_m(r_m),\quad F(u,v_n)=\Psi_n(s_n)\qquad(4.6)$$

와 같이 나타낼 수 있다. Φ_m에 대응되는 Ψ_n의 호길이매개변수 값을 s_{in}, Ψ_n에 대응되는 Φ_m의 호길이매개변수 값을 r_{mj}라 하면 u_i와 v_j는 다음과 같이 계산되고 있다.

$$u_i=\sum_{n=0}^{N}\frac{s_{in}}{N+1}\quad\text{여기서 }s_{in}=\Psi_{n'}+(1-2\Psi_{n'})\cdot s_{in}$$

$$v_j=\sum_{m=0}^{M}\frac{r_{mj}}{M+1}\quad\text{여기서 }r_{mj}=\Phi_{m'}+(1-2\Phi_{m'})\cdot r_{mj}\qquad(4.7)$$

여기서 $\Phi_{m'}$와 $\Psi_{n'}$은 각각 v와 r_m 그리고 u와 s_n사이의 방향관계를 나타내는 정보로서, 그 값은 모델링곡선들의 자료인 꼭지점 리스트들의 비교를 통해 자동계산되며 같은 방향이면 0, 반대방향이면 1값을 취한다.

임의의 곡면좌표값 (u, v)에 대응되는 점의 위치계산을 위해서는 u와 s_n, v와 r_m사이의 변환 관계를 정의하는 함수들 $s_n=f_n(u)$및 $r_m=g_m(v)$가 구성되어야 하는데 뒤에서 논의될 곡면 위에서의 패취 생성 문제를 고려하여 현재 시스템에서는 가장 간단한 형태인 선형보간식이 사용되고 있다.

$$f_n(u)=s_{(i-1)n}+\frac{u_i-u}{u_i-u_{i-1}}(s_{in}-s_{(i-1)n})$$

$$\text{여기서 }u\in[u_{i-1},u_i]$$

$$g_m(v)=r_{(j-1)m}+\frac{v_j-v}{v_j-v_{j-1}}(r_{jm}-r_{(j-1)m})$$

$$\text{여기서 }v\in[v_{j-1},v_j]\qquad(4.8)$$

4.2 곡면의 종류와 좌표곡선의 형태

초유한사상 곡면과 Coons patch 곡면의 경우, 구성될 함수식의 차수 즉 M 및 N 값과 곡면 좌표곡

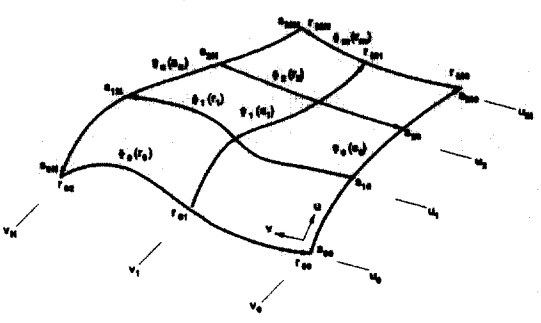


그림 4.4 Modeling-curves on the Transfinite and Coons patch surface

선들의 흐름형태는 사용된 모델링곡선들의 갯수 및 연결상태에 의해 결정된다. 따라서 이들에 대한 정보를 사용자가 명시하지 않아도 모델링곡선들로 이루어지는 곡선망의 연결상태를 분석함으로써 자동판정할 수 있게 된다. 곡선망의 분석은 그래프자료로부터 모델링곡선에 제공되는 꼭지점 리스트들의 비교를 통해 이루어진다.

좌표곡선들의 흐름형태는 퇴화2변형(Degenerate Bilateral) 퇴화3변형(Degenerate trilateral), 균일3변형(Uniform trilateral), 4변형(Quadri-lateral) 또는 이들의 폐합된 형태들로 나타나게 되지만(참고문헌 13의 그림 4.5, p.73참조), u방향으로 선형인 폐합된 퇴화이변형에 대해서는 자동판정 알고리즘의 개발이 불가능하여 시스템에서는 이를 제외시켰다. 균일삼변형은 3방향-선형보간만이 가능하다.

스위핑을 이용한 곡면모델링은 곡선을 어떤 궤적(Trajectory)을 따라 이동시켜 곡면을 정의하는 방법으로서 단면이 일정한 곡면을 생성하고자 할 때 사용될 수 있다. 궤적을 정의하는 방법에는 대표적으로 병진이동과 회전의 두가지가 있는데 이들에 대해서도 모델링곡선들의 연결 자료가 사용된다. 즉, 생성자곡선(Genertrix vurve)및 PD 곡선(Position and Direction curve)[6]을 모두 모델링곡선으로 정의함으로써 이들 사이의 연결자료를 곡면 좌표곡선들의 흐름형태 판정 및 생성될 패취들의 결정에 사용하는 것이다.

생성자곡선과 회전축의 교차상태에 따라 좌표곡선들의 흐름형태가 퇴화2변형 및 3변형 그리고 4변형으로 나타나게 되며, 생성자곡선과 회전축으로 사용된 모델링곡선들의 꼭지점 리스트들을 비교함으로써, 그 흐름형태 및 퇴화점을 자동판정할 수 있다. 생성자곡선의 양 끝점이 회전하면서 생기는 원호와, 생성자곡선의 복사체로서 생기는 곡선들에도 교차상태에 따라 링크와 노우드들이 생성되지만 이 곡선이 곡면의 정의에 사용되는 것은 아니므로 모델링곡선은 생성되지 않는다. 병진이동에 의한 곡면은 궤적에 의해 정의되며 좌표곡선들의 흐름형태는 4변형만이 가능하다.

4.3 위상학적 유계곡면 요소:패취

패취들이 생성되는 유한영역은 [0,1]×[0,1]의 곡면매개변수 값들로 정의되는 유계곡면 부분으로 하고 있다. 그러므로 모서리는 0과 1의 매개변수 값에 대응되는 좌표곡선들에도 생성되며 따라서 유연한 부분에도 모서리가 놓여지게 된다. 쉘 요소는 서로 접합된 패취들을 사용자가 지정함으로써 구성된다. 이 요소가 바로 하나의 복합곡면 또는 고체의 표면으로서 정의되는 최상위 요소이다.

본 모델은 그림 2.2(d)에서와 같이 非整合(Non-conformal)적으로 접합되는 곡면 및 패취들의 모델링도 허용하고 있다. 이는 모델링에 요구되는 곡면요소들의 갯수를 가능한 적게 함으로써 모델링에 소요되는 작업량을 감소시킨다.

패취를 유계시키는 모서리들은, 통상적으로 사용되고 있는 자료구조인 Loop에 의해 지적되도록 하였다. 그런데 본 모델에서, 패취는 곡면요소 위에 형성되고 있으므로 패취가 점유하는 곡면부분이 명시적으로 정의되어야 하는데, 곡면요소가 매개변수 벡터함수에 의해 표현되고 있으므로 본 연구에서는 다음과 같은 방법으로 이 것이 이루어지도록 하였다. 즉, Loop에도 호길이매개변수 s를 정의하고 이에 대한 곡면매개변수 u와 v의 함수를 구성하는 것이다.

$$u=u(s),\quad v=v(s) \qquad (4.9)$$

현재 시스템에서 패취의 경계는 곡면의 좌표곡선들을 따라 형성되고 있다. 따라서 이 함수들은 3.2항에서 논의된 Gauss 적분과 Newton Raphson 방법에 u또는 v에 대한 곡면 함수식의 편미분을 적용함으로써 정의될 수 있다. 이의 계산에는 모서리들이 놓이는 좌표곡선들이 교차하는 점에서의 u, v값과 s값이 사용되므로 이들도 패취의 자료로 취해진다.

그러나 곡면에 대한 진리조합을 통해 생성되는 교차선은 일반적으로 좌표곡선과 일치하지 않으므로 이러한 교차선 위에 놓이는 Loop 부분에서는 위의 함수구성 방법이 적용될 수 없다. 그렇지만 이 경우 교차선의 생성은 수치연산에 의해 이루어져야 하므로 식 4.9의 함수들도 이와 함께 구성될 수 있을 것이다. Loop 및 제시된 자료구성 자체는 이러한 경우에 나타나게 되는 일반 다각형의 패취에 대해서도 적용성을 그대로 유지하게 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 3차원 구조물의 효율적인 형상모

델러와 전처리시스템을 위하여 초유한사상을 이용한 경계표현방식의 새로운 모델링 방법의 논리적 기반을 제시하였다. 구조물의 형상은 곡선망과 곡면모델이 결합된 복합곡면 모델링에 의해 명확한 함수식으로 표현되는 데, 이는 구조물의 기하적 속성과 유한요소망 생성등의 기하적 연산작업을 정확하고 신속하게 한다. 다양한 곡선과 모델링곡선의 사용으로 모델링 될 수 있는 형상들의 범위를 확대하였으며, 곡선들의 연결자료 및 곡면모델링자료들을 자동으로 구성되게 함으로써 모델링에 필요한 작업량을 감소키켰다.

다수의 링크들의 합집합인 모델링곡선과 호길이 매개변수의 사용은 초유한사상 또는 콘즈패취에 의해 생성된 곡면에 다중곡률 및 C^1-불연속선의 존재를 허용한다. 따라서 다양한 형상의 곡면모델링에 소요되는 작업량을 감소시킬 수 있으며, 고차보간에 의해 형상표현 범위를 확대시킬 수 있다. 또한, 곡선망모델과 곡면모델의 이중적인 계층적 구조는 모델링요소 사이의 존재조건을 명확히 정의할 수 있으며, 이에 근거한 자료변경 논리에 의해 형상수정을 용이하게 할 수 있다. 본 시스템의 운용, 적용예와 유한요소망의 생성에 관한 부분은 다음에 계속될 논문에서 다루게 된다.

앞으로 보다 일반적인 형태의 패취를 대상으로 하는 곡면 자료와 교차 곡선의 생성을 위한 알고리즘 및 Segmenting등의 기능에 대한 연구가 요구된다. 동시에 모델링곡선과 이의 절점 그리고 패취를 각각 모서리(Edge), 꼭지점(Vertex), 면(Face)으로 취함으로써 곡면들로 표면이 정의되는 고체모델러로의 확장이 가능하며, 이를 위하여 고체의 자료구조, In-Out 검사기능 및 고체모델의 요소망생성에 대한 연구가 진행되어야 한다. 이러한 연구의 결과는 타설비와의 Interface 판정 기능, 전처리과정의 기타 부속자료 생성 기능 및 구조물 지식베이스와 결합됨으로써 설계의 전 과정에 걸쳐 사용될 수 있는 통합된 시스템을 구현할 수 있게 된다.

감사의 말

이 연구는 1989년도 과학기술처 특정연구개발사업 지원으로 수행되었으며 이에 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

1. Brian A. Barsky and Donald P. Greenberg, "Interactive surface representation system using a B-spline formulation with interpolation capability", *Computer Aided Design*, Vol. 14, No. 4, pp. 187-194, 1982.
2. Robert B. Haber, John F. Abel, and Donald P. Greenberg, "An integrated design system for cable reinforced membrances using interactive computer graphics", *Computers and Structures*, Vol. 14, No. 3-4, pp. 261-280, 1981.
3. Istvan Kadari and Vickie L. Kraman, "Design of shell structures using 3D structural analysis and CAD", *Shells, Membranes and Space Frames, Proceedings IASS Symposium*, Osaka, 1986, Vol. 2.
4. Renato Perucchio, Anthony R. Ingraffea, and John F. Abel, "Interactive computer graphic preprocessing for three-dimensional finite element analysis", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, pp. 909-926, 1982.
5. Robert Haber, Mark S. Shephard, John F. Abel, Richard H. Gallagher, and Donald P. Greenberg, "A general two-dimensional, graphical finite element preprocessor utilizing discrete transfinite mappings", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, pp. 1015-1044, 1981.
6. Michael E. Mortenson, *Geometric Modeling*, John Wiley & Sons, New York, 1985.
7. Richard J. Sharpe and Richard W. Thorne, "Numerical method for extracting an arc length parameterization from parametric curves", *Comuter Aided Design*, Vol. 14, No. 2, pp. 79-81, 1982.
8. Eillis J. Gordon and Charles A. Hall, "Construction of curvilinear co-ordinate systems and applicationa to mesh generation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 7, pp. 461-477, 1973.
9. 朴榮河, "3次元 構造物의 形象 모델링과 有限

要素網의 自動生成을 위한 CAD시스템의 開發", 碩士學位論文, 서울大學校 工科大學 土木工學科, 1989.

10. Robert B. Haber, and John F. Abel, "Discrete transfinite mappings for the description and meshing of three-dimensional surfaces using interactive computer graphics", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, pp. 41-66, 1982.
11. 高鉉武, "有限要素網의 自動生成", **大韓機械學會誌**, 第27券, 第6號, pp. 486-503, 1987.
12. 高鉉武, "電算機利用設計와 映像化", **建設技術情報**, 通卷60號, pp. 1-4, 1988.
13. "3차원 구조물의 형상모델링과 전처리시스템", SNU/CADCM-90-1, CAD 및 응용역학연구보고, 서울대학교 공과대학 토목공학과, 1990.

(接受:1990. 8. 21)