

## 壓縮性 모래의 3次元 變形舉動

## Three Dimensional Deformation Behaviour of Compressible Sand

박 병 기\* · 정 진 섭\*\* · 임 성 철\*\*\*  
 Park, Byung Kee · Jeong, Jin Seob · Lim, Sung Chull

## Abstract

A series of cubical triaxial tests with independent control of the three principal stresses were performed on a compressible sand. All specimens which were formed by depositing the fine sand loosely, were used. It was found that slope of the stress-strain curve increased with increased  $b$  value, and the major principal strain at failure first remains approximately constant for  $b$  values smaller than about 0.3 for drained condition and 0.6 for undrained condition respectively, and thereafter decreases with increasing value of  $b$ . The test results showed that the direction of the strain increments at failure form acute angles with the failure surfaces for both the drained and undrained condition. The results are thus not in agreement with the normality criterion from classic plasticity theory. However, it was found that the projections of the plastic strain increment vectors on the octahedral plane are perpendicular to the failure surface in that plane.

## 要 旨

壓縮性 모래를 사용하여 主應力を 각기 독립적으로 조절할 수 있는 立方體三軸試驗을 하였다. 그 결과 初期 變形係數는  $b$ 값의 증가와 더불어 증가하고 中間主應력이  $b$ 값이 적을 때는 主變形率間의 舉動에 영향을 미치지 못하고 排水 경우는  $b=0.3$ , 非排水 경우는  $b=0.6$  값에서부터  $b$ 값이 커질수록 最大主變形率( $\epsilon_1$ )값이 더 적은 값에서 破壞된다. 破壞時 塑性變形率 증분벡터의 방향은 排水條件에 무관하고 직교조건은 三軸面에서는 만족되지 않으나 八面體面에서는 만족되는 材料임을 알았다.

## 1. 序 論

最近에 이르러 흙의 應力-變形率關係에 관한 여러가지 見解가 발표되고 있다. 그러나 현재까지 應

\*正會員 · 全南大學校 工科大學 土木工學科 教授

\*\*正會員 · 圓光大學校 工科大學 土木工學科 副教授

\*\*\*正會員 · 全南大學校 大學院 土木工學科 博士課程

力-變形率 關係에 대한 명확한 정이가 내려져 있지 않다. 따라서 이와 같은 문제의 解決을 위해 많은 構成모델이 발표되고 있으며 그 수만도 대략 60개를 헤아린다. 이들 모델들은 각각 특징이 있게 提案되고 있지만 이들은 통일된 觀點에서 分類 示하는 하기는 매우 어렵다.

그러나 기본적으로 彈·塑性모델에 관하여 材料의 構成法則에 包含되는 流動則 (Flow Rule)에 있어서 塑性變形的 始點領域을 나타내는 降代函數와 塑性 Potential 函數가 일치한다고 가정하는 關聯 流動則(Associate Flow Rule)을 수용 하는 모델과 이들이 일치하지 않는다고 보고 각각 따로 규정하는 非關聯 流動則(Nonassociate Flow Rule) 모델로 나눌 수 있다고 본다면 이들 構成모델의 特性이 매우 명확해진다. 實驗 結果로부터 얻어진 경우는 대부분 後者의 경우가 많다.

그러므로 本 論文은 中間主應力을 制御할 수 있는 立方體三軸壓試驗機를 利用하여 壓縮性 모래의 一連의 實驗 結果에 대한 變形 特性을 調査하여 流動則과의 關係를 알아보고 그 結果를 앞으로 應力-變形率關係 研究의 基礎的인 資料로 하고자 한 것이다.

## 2. 三軸試驗

### 2.1 試驗裝置

本 研究에 使用된 立方體形 三軸試驗裝置는 Lade에 의해 製作되어 樞의 3次元 舉動에 관한 研究에 使用된 것이다. 立方體形 試料를 使用한 三軸試驗裝置는 그림 1과 같다.<sup>(1)</sup> 이 공시체는 크기가 76mm×76mm×76mm이며 상판(Cap)과 저판(Base) 및 고무막으로 둘러싸여 있다. 最小主應力( $\sigma_3$ )은 水平方向으로 作用하며 Cell 내의 液壓으로 가한다. 鉛直荷重은 變形制御方式으로 載荷하며 最大主應力( $\sigma_1$ )은 피스톤을 통해 鉛直方向의 軸差應力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )를 Load cell에 의해 測定하여 구한다. 中間主應力( $\sigma_2$ )은 最小主應力( $\sigma_3$ )와 직교하는 또 하나의 水平方向으로 作用하도록 特殊하게 考案된 水平載荷裝置를 使用하여 應力制御方式으로 載荷하며 수평방향 應力( $\sigma_2 - \sigma_3$ )은 재하장치에 부착된 가압장치를 통해 측정한다.

垂直方向 變形量은 三軸 Chamber밖의 載荷피스톤에 附着시킨 Dial Gage로 測定하고 中間主應力

및 最小主應力方向의 變形量은 이 方向 兩側 공시체면에 직접 附着시킨 Clip Gage로 測定한다.<sup>(1,2)</sup>

### 2.2 試料준비

本 試驗에 使用된 試料는 미국서부의 Los Angeles부근의 Antelope Valley에서 채취한 모래를 室內에서 乾燥시켜 No. 60체를 전부 통과하고 No. 80체에 20%, No. 100체에 42.5%, No. 200체에 100% 남도록 체가름하여 配合한 입경이 微細한 모래이다.

이 試料의 비중( $G_s$ )은 2.85, 最小間隙比( $e_{min}$ )는 1.05, 最大間隙比( $e_{max}$ )는 1.31이다. 또한 공시체의 Cell Pressure는 0.25kg/cm<sup>2</sup>일때 相對密度( $D_r$ )는 50%이다.

初期間隙比( $e_{cp}$ )는 1.18이 되게 하고 剪斷試驗을 실시하였으며, 試料의 치수는 언급한 바와 같이 76mm×76mm×76mm의 立方體이다.

### 2.3 試驗方法

室內에서 空氣乾燥한 모래를 三軸試驗機에 놓기 전에 공시체와 상판 및 하판 사이의 摩擦에 의한 拘束力을 없애기 위해 상, 하판에 Silicon Grease를 바르고 0.3mm 두께의 고무 Membrane을 附着한다. 이는 재하판과 공시체 사이의 剪斷應力이 發生하는 것을 防止하고 공시체내의 變形이 均一하게 分布되도록 하기 위해서이다.

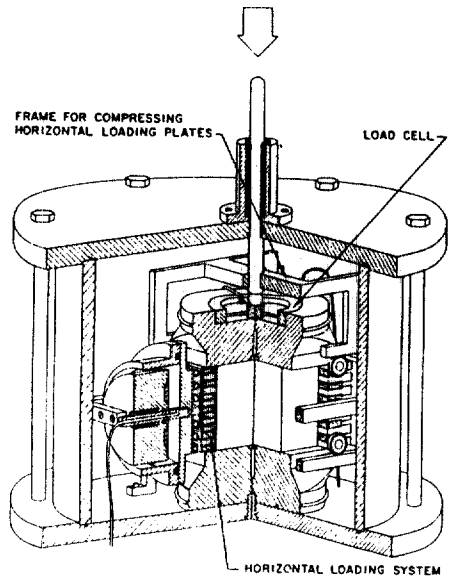


그림 1. Cubical Triaxial Apparatus

공시체를 成形하여 載荷 및 變形測定裝置에 設置한 후 三軸 Chamber를 씌우고 물을 채운다음 壓密非排水 試驗인 경우에는  $3\text{kg}/\text{cm}^2$ 의 Cell Pressure와  $2\text{kg}/\text{cm}^2$ 의 Bake Pressure를 가하여 有效等力壓力이  $1\text{kg}/\text{cm}^2$ 가인 狀態에서 剪斷試驗을 遂行하고 壓密排水試驗은 Back Pressure를 가하지 않고 遂行했으며 試驗은 拘束壓力을 一定하게 한 狀態에서  $b=(\sigma_2-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)$ 의 값을 一定하게 유지시키면서 遂行한다<sup>(3)</sup>. 여기서  $b$ 는 中間主應力의 相對的 크기를 나타내는 係數로서  $b$ 값을 대략 0.00, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.70, 0.90, 1.00의 8段階가 되도록 一連의 三軸壓試驗을 실시하였는데 이때  $b$ 값은 水平荷重을 鉛直荷重의 變化에 따라 적절하게 조정함으로써 一定하게 維持할 수 있도록 되어 있으나 조정과 정에서 약간이 차이를 가져와 排水인 경우는  $b$ 값이 0.00, 0.14, 0.24, 0.32, 0.48, 0.74, 0.96이 되고 非排水인 경우의  $b$ 값은 0.00, 0.13, 0.25, 0.32, 0.55, 0.73, 0.91, 0.95의 값을 얻었다. 試驗이 進行되는 동안 실내온도는 항상  $20-20^\circ\text{C}$ 가 되도록 유지 하였다.

### 3. 體積變化 特性

#### 3.1 拘束壓力( $\sigma_c$ )의 변화

그림 2는 拘束壓力을 달리하여 壓密排水試驗 結果를 軸變形率( $\epsilon_1$ )에 대한 軸差應力( $\sigma_1-\sigma_3$ ) 및 體積變形率( $\epsilon_v$ )의 關係를 나타낸 것이다.

그림의 應力-變形率關係에서 拘束壓力이 증가하면 초기 排水彈性係數가 증가하고 있다. 또한 體積變形率도 拘束壓力의 증가와 더불어 破壞에 도달할 때까지 증가하고 있음을 보여주고 있다. 이것은 같은 Density를 가질 때 拘束壓力이 증가하면 壓縮性이 커진다는 것을 의미한다고 볼 수 있으며 이러한 내용은 일반적인 상식에도 부합되고 있다.

#### 3.2 $b$ 값의 變化

그림 3은 壓縮性 모래에 대한  $b$ 값을 다르게 하여 壓密排水三軸試驗한 結果를 軸變形率( $\epsilon_1$ )에 대한 軸差應力( $\sigma_1-\sigma_3$ ) 및 體積變形率( $\epsilon_v$ )關係를 나타낸 것이다.

그림에서 強度는 中間主應力 값의 증가와 더불어 증가하고 있다. 이때의 強度는 中間主應力의 증가로 體積減少를 가져오고 이 結果 密度의 증가에 따른 強度增加로 생각할 수 있다. 그리고 應力-變形率 曲線의 초기 기울기도 中間主應力의 증가와 더

불어 계속적으로 증가하고 있다. 이러한 舉動은 應力水準이 낮은 경우는 應力-變形率曲線에 대한  $\sigma_2$ 의 影響이 物性的인 意味로는 후크의 법칙 (탄성거동)을 考慮할 수 있다는 것을 意味한다.

한편 體積變形率의 初期變形係數도  $b$ 값의 증가와 더불어 증가하고 있다.  $\epsilon_1$ 값이 6% 이후의 壓縮率은 一定한 값을 보이고 있다. 이러한 特性으로부터 판단할 때 낮은 應力水準에서는 또한 彈性舉動을 나타내고 있음을 보여주고 있으며 應力水準이 증가하면 그만큼 塑性 體積變化가 支配한다고 判斷된다.

### 4. 主變形率間的 關係

排水 및 非排水條件에 대해서 그림 4에 中間主

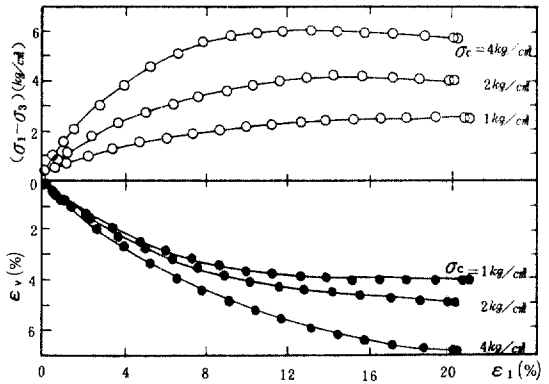


그림 2. Comparison of stress-strain and volume change characteristics for Antelope Valley Sand #60-200

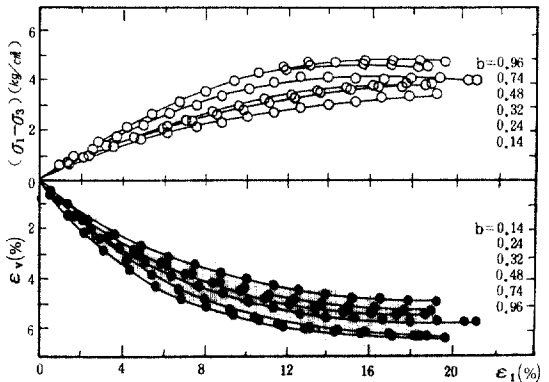


그림 3. Comparison of stress-strain and volume change characteristics obtained in Cubical Tri-axial tests for Antelope Valley Sand #60-200

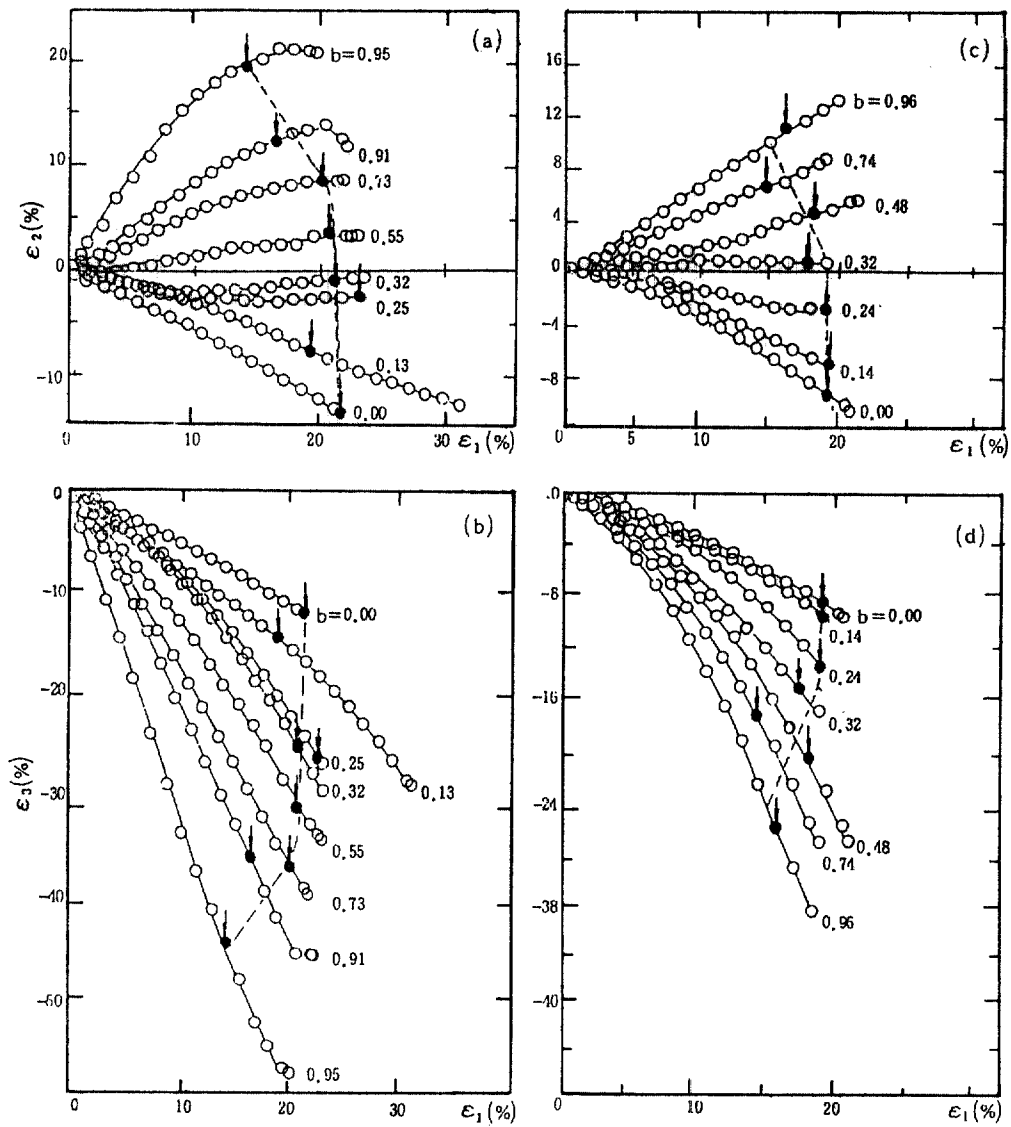


그림 4. Relations between principal strains obtained in Cubical Triaxial test.  
 (a)(b) Consolidated undrained tests, (c)(d) Consolidated drained tests.

變形率( $\epsilon_2$ )와 最小主變形率( $\epsilon_3$ )를 最大主變形率( $\epsilon_1$ )과의 관계를  $b$ 값의變化에 따라 나타낸 것이다.

그림에서 검은점과 화살표는 實際 破壞點의 位置이며 다소 視點錯誤는 있으나 이 점들을 대략적으로 연결한 線이 破壞變形率線이다.

이 그림에서 中間主變形率( $\epsilon_2$ )는 平面變形率 條件보다 적은  $b$ 값에 대해서는 膨脹하고 더 높은  $b$ 값에 대해서는 壓縮하고 있으며 膨脹과 壓縮의 境界가 되는 平面變形率 條件일 때의  $b$ 값은 排水인 경우  $b=0.35$ 이고 非排水인 경우는  $b=0.35$ 로서 非排

수인 경우가 약간 큰 b값에서 平面變形率 條件을 나타내고 있다. 그리고 最小主變形率( $\epsilon_3$ )는 모든 경우에 膨脹하고 있다.

그림 4.(a)(b)에 나타난 非排水試驗의 경우 b값이 0에서 0.6정도까지 增加하는 동안에는 破壞-變形率線이 點線처럼 垂直線으로 變化하며, 그 이상이 되면 破壞-變形率線은 減少한다. 즉 b값이 0에서 0.6정도까지는 ( $\epsilon_1$ )이 一定한 값에서 破壞가 일어나며 b값이 0.6 이상이 되면 b값이 커질수록 더 작은  $\epsilon_1$ 값에서 破壞가 일어나고 있음을 알 수 있다.

그림 4.(c)(d)에 나타내 排水試驗의 경우도 非排水試驗의 경우와 같은 樣相을 나타내고 있으나 이 경우는 非排水 경우보다 더 작은 b값에서 ( $b=0.3$ ) 부터 主變形率 사이에 影響을 미치고 있다. 이와같은 사실은 中間主應力이 낮은 b값에 대해서는 主變形率間의 舉動에 影響을 미치지 못하고 排水인 경우는  $b=0.3$ , 非排水인 경우  $b=0.6$ 보다 큰 값에서 부터 b값의 增加와 더불어 보다 큰 影響을 미치고 있음을 알 수 있다.

5. 變形率 増分 벡터의 방향

塑性理論에 의하면 塑性變形率증분벡터의 方向은 塑性 포텐셜면에 직교하고 만일 재료의 降伏面과 塑性포텐셜면이 같으면 關聯則(Associate Flow Rule)이 성립되고 같지 않으면 非關聯則(Non-associate Flow Rule)이 된다고 보고 있다. 따라서 實驗結果가 이와 같은 직교조건을 만족시키는지의 여부를 조사하는 것은 매우 중요하고도 흥미있는

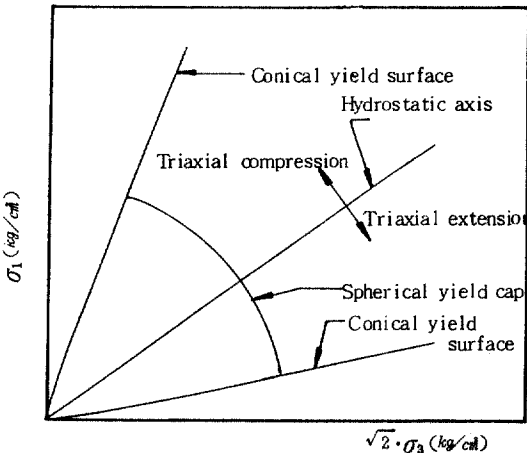


그림 5. Schematic illustrations of conical and spherical cap yield surface in Triaxial plane

문제이다<sup>6)</sup>.

Lade 는 흙에 대한 構成모델로서 그림 5에 보인 바와 같이 두개의 降伏面을 提案하고 있는데 하나는 그림 5에서 (1)식으로 表現되는 圓錐降伏面(Conical Yield Surface)이며 破壞할때의  $f_p$ 값은 (2)식으로 나타내고 또 하나의 降伏面은 (3)식으로 表現되는 球形 Cap降伏面(Spherical Yield Cap)이다<sup>6)</sup>.

$$f_p = (I_1^3 / I_3 - 27)(I_1 / P_a)^m \dots\dots\dots (1)$$

$$f_p = \eta_1 \dots\dots\dots (2)$$

$$f_c = I_1^2 + 2I_2 \dots\dots\dots (3)$$

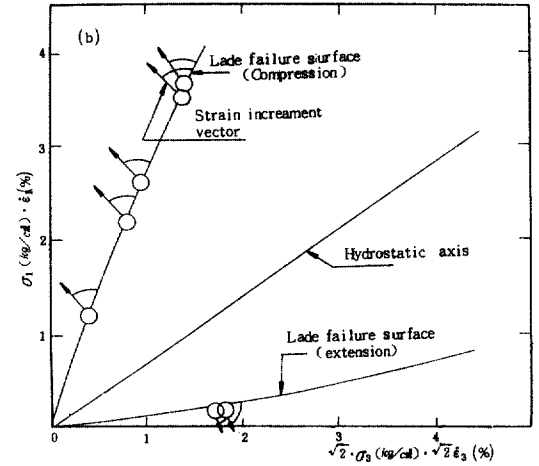
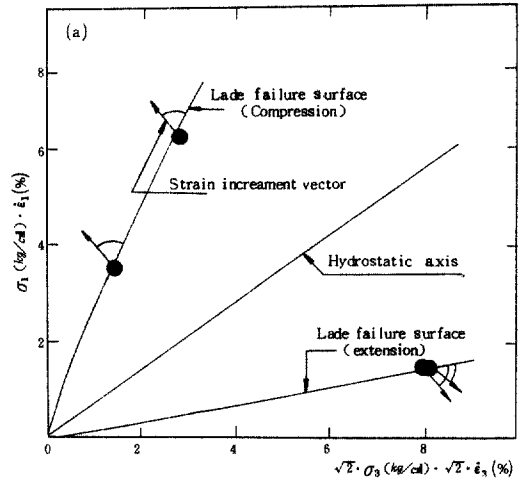


그림 6. Directions of strain increment vectors in triaxial plane for Antelope Valley Sand #60-200(a) consolidated drained tests (b) Consolidated undrained tests

여기서  $P_3$ 는 大氣壓이고  $m$ 과  $\eta_1$ 는 土質常數이며  $I_1, I_2, I_3$ 는 다음과 같다.

$$I_1 = I\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = Z_{xy}Z_{yx} + Z_{yz}Z_{zy} + Z_{zx}Z_{xz} - (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z)$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + Z_{xy}Z_{yz}Z_{zx} + Z_{yx}Z_{zy}Z_{xz} - (\sigma_xZ_{yz}Z_{zy} + \sigma_yZ_{zx}Z_{xz} + \sigma_zZ_{xy}Z_{yx})$$

어떤 材料가 破壞될 때는 應力의 증분없이 變形( 파괴)만 증가됨으로 이때의 變形率증분은 거의 塑性變形率증분이라고 할 수 있다. 따라서 파괴시 變形率증분의 方向은 塑性變形率의 증분 方向과 같다고 할 수 있다.

따라서 破壞面에서의 塑性變形率 증분벡터의 方向을 알아보기 위하여 破壞時의 變形率 증분벡터를 구하여 직교조건을 알아본다.

그림 6. (a)는 排水試驗結果 그리고 그림 6.(b)에는 非排水試驗 結果를  $\sigma_1$ 軸을 包含한 三軸平面을 나타내고 있다. 그림중의 實線은 實驗結果를 얻은 材料常數  $\eta_1=39$ 와  $m=0.3$ 을 Lade의 破壞面 方程式(2)에 代入하여 얻은 異論 破壞面이 도시되어 있음과 동시에 破壞時 變形증분벡터가 각 破壞強度의

試驗值에서 부터 투영 圖示되었다. 이 그림으로 부터 破壞面과 豫각을 이루고 있다. 따라서 塑性變形率 증분벡터의 方向이 間隙水 影響을 거의 받지 아니하며, 降伏面과 塑性 Potential면도 一致하지 아니함을 알 수 있다.

이와 같은 관계는 本 實驗외에도 Ko and Scott (1967)등이 Ottawa Sand에 대해서도 같은 見解를 보인 바 있다<sup>(5,6)</sup>.

그림 7.(a)는 排水試驗結果 그리고 그림 7.(b)에는 非排水試驗結果를 正八面體 面에 나타냈다. 이 그림은 主應力의 對稱性을 利用 1/6面 만을 나타낸 것이다. 그림에는 Lade의 破壞面이 도시되어 있음과 동시에 破壞時의 變形率 증분벡터는 排水, 非排水 條件에 關係없이 正팔면체상의 파괴면에 거의 수직으로 발생되고 있음을 알 수 있다. 따라서 八面體面에서는 直교조건이 만족되나 三軸面에서는 만족되지 못하므로 結果의 壓縮性모래는 非關聯則(Norassociate Flow Rule)材料임을 알 수 있다. 이러한 경향은 本 試驗結果 외에도 Lade et al (1973)의 Monterey No. 0 Sand에 대한 試驗結果에서도 나타난 바 있다<sup>(1,7)</sup>.

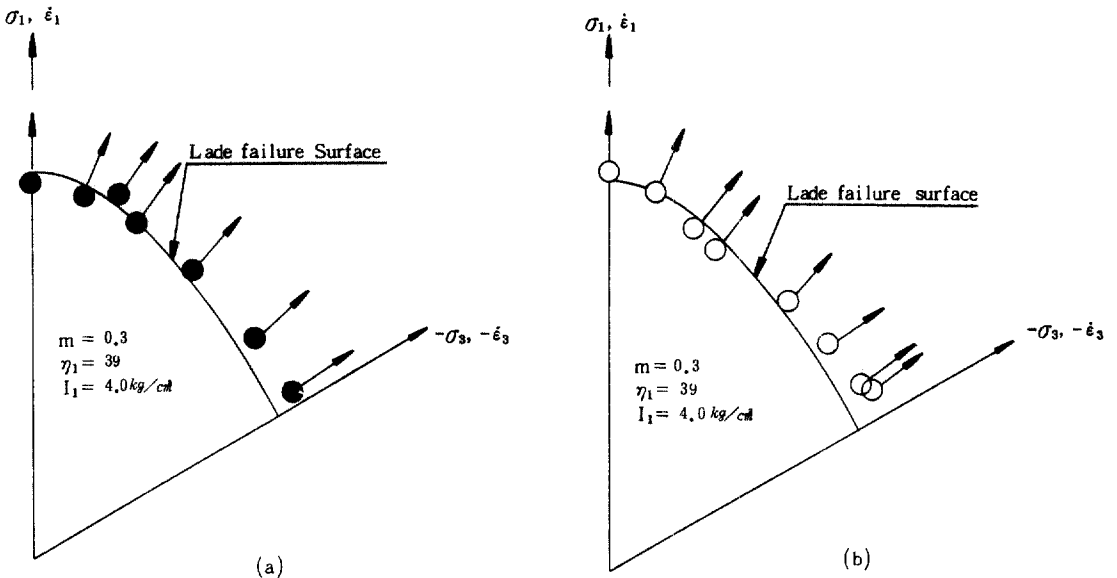


그림 7. Directions of projections of strain increment vectors on Octahedral plane for Antelope Valley Sand #60-200(a)Consolidated drained tests(b)consolidated undrained tests.

## 6. 結 論

세 主應力을 각각 獨立的으로 制御할 수 있는 立方體形 三軸試驗機를 使用하여 壓縮性모래의 3次元的 變形舉動을 調査하여 다음과 같은 結果를 얻었다.

1) 初期壓縮率은 b값의 增加와 더불어 增加하고 있다. 따라서 이러한 特性은 낮은 應力 수준에서는 彈性舉動을 나타내고 있음을 보여주고 있으며 應力水準의 增加하면 그 만큼 塑性體積變化가 支配하기 시작한다고 判斷된다.

2) 中間主應力이 적은 b값에 대해서는 主變形率間的 舉動에 影響을 미치지 못하고 排水 경우는  $b=0.3$ , 非排水인 경우는  $b=0.6$ 보다 큰 값에서 부터 b값이 커질 수록 破壞變形率線은 더 작은  $\epsilon_1$ 값에서 破壞하도록 影響을 주고 있다.

3) 破壞時 塑性變形率 증분벡터의 方向은 排水條件에 無關하며, 直交條件이 八面體面에서는 滿足되나 三軸面에서 滿足되지 못하므로 非關聯則 材料라 할 수 있다.

### 感謝의 말

본 연구는 한국과학재단 지원하에 연구수행중 해외연구에 이루어진 것으로 도움을 준 당해 재단과 UCLA의 Poul V. Lade 교수에 감사의 뜻을 표한다.

### 참 고 문 헌

1. Lade, P. V., and Duncan, J. M., "Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division ASCE*, Vol. 99,

No. SM10, proc. Paper 10057, Oct., 1973, pp. 793-812.

2. Lade, P. V., and Duncan, J. M., "Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil" *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 101, No. GT10, proc. paper 11670, Oct, 1975, pp. 1037-1053.

3. Lade, P. V., and Musante, H. M., "Three-Dimensional Behaviour of Remolded Clay" *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 105, GT2, proc. paper 13551, Feb., 1978. pp. 193-209

4. Lade, P. V., "Three-Dimensional Behaviour and Parameter Evaluation of an Elastoplastic Soil Model" *Geomechanical Modelling in Engineering Practice*, 1986, pp. 297-331.

5. Ko, H. Y., and Scotte, R. F., "Deformation of Sand in Shear", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol. 93, No. SM5, proc. paper 5470, Sept., 1967, pp. 283-310.

6. Ko, H. Y., and Scotte, R. F., "Deformation of Sand at Failure", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division ASCE*, Vol. 94, No. SM4, proc. Paper 6028, July, 1968, pp. 883-898.

7. Lade, P. V., *The Stress-Strain and Strength Characteristics of Cohesionless Soils*, Thesis Presented to the University of California, at Berkeley, Calif., in 1972, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of philosophy.

(接受: 1990. 6. 1)