

Gauss-Markov 추정 기법을 이용한 디지털 비트 동기화기 실현에 관한 연구

A Study on the Realization of a Digital Bit Synchronizer using the Gauss-Markov Estimation Technique

배 현 덕* 유 흥 균*

(Hyeon-Deok Bae, Heunggyoon Ryu)

요 약

디지털 통신에서 매우 중요한 문제인 비트 동기화(bit synchronization)를 기저대역(baseband)의 PAM 신호에 대하여 weighted least square 추정 기법과 동가인 Gauss-Markov 추정 기법을 이용하여 연구하였다. 백색 가우시안 확률 분포를 갖는 잡음하에서, 천이 위상(transition phase)과 데이터 레벨의 추정을 2차원적으로 동시에 수행하여 수신단에서 완전한 신호를 복원하는, 검파기 포함형의 비트 동기화기(synchronizer) 실현에 관한 연구를 수행하였다. 컴퓨터 시뮬레이션으로 실현성을 확인하였으며, 기존의 대표적 비트 동기화 방식인 maximum likelihood 추정 이론에 근거한 DTTL(digital data transition tracking loop)와 그리고 minimum likelihood 추정 기법에 근거한 방식과의 추정 오차 성능을 비교 평가하였다.

ABSTRACT

We have investigated the digital bit synchronization problem in baseband communication receiver systems using the Gauss-Markov estimation technique which is equivalent to the weighted least square method. The realized bit synchronizer, including the data detector, processes the input signal two dimensionally into the transition phase and data level under the white Gaussian noise environment. We have confirmed the realization of the bit synchronizer via computer simulation. In addition, we have compared and evaluated the estimation error performance of the proposed method with that of the conventional DTTL method and of the minimum likelihood method.

*충북대학교 공과대학 전자공학과

I. 서 론

수신된 디지털 전송 신호로부터 올바른 논리 데이터를 검출하기 위해서는 적절한 신호 처리 후, 타이밍 회로에서 비트 동기화(bit synchronization)를 수행하고 데이터를 판별하게 된다.⁽¹⁻⁶⁾ 이때 대개의 비트 동기화 원칙은 MAP(maximum a posteriori) 판별 기준에 근거하게 된다.

실제의 경우에는 데이터 비트 시이퀀스가 랜덤화되어 MAP 비트 동기화는 ML(maximum likelihood) 비트 동기화가 되며, 이 기법은 데이터 천이추정 회로(DTTL: data transition tracking loop)⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 또는 전기 후기 게이트 추정 회로(ELGTL: early-late gate tracking loop)⁽⁶⁾⁽¹¹⁾로 실현된다. 또한 M.Moenclaey는 PAM 시스템에서 데이터 원조 방식(data-aided approach)과 데이터 비원조 방식(non-data-aided approach)이 있으며, 이의 결과는 높은 신호대 잡음비일때 서로 등가임을 보였다.⁽⁶⁾⁽¹²⁾ 한편, 1987년 J.H.Chiu와 L.S.Lee는 종래의 ML 방식에서 직교성에 변화를 가미한 minimum likelihood 기법을 제안하고 성능의 증가성을 입증하였다.⁽¹³⁾

본 연구에서는 미지의 확률 분포를 갖는 부가성 잡음 상황에서 데이터 펄스의 진폭과 천이 위상을 2차원적으로 추정하여 비트 동기화 및 데이터 복원화하였다.⁽⁶⁾ 이때 최소 자승 추정 방식(least square estimation)과 등가인 Gauss-markov estimator를 이용하여 새롭게 다뤘으며, 추정 오차 성능을 기존의 대표적 방식인 DTTL, 그리고 최근의 minimum likelihood 방식과 비교하여 높은 신호대 잡음비에서 동일함을 확인하였다.

II. Gauss-Markov 추정과 데이터 변환

선형 가우시안 측정 모델에서 측정치 데이터 벡터 Z와 미지의 추정하려는 벡터 X 사이에 다음 관계가 성립한다.

$$Z = AX + V \quad (1)$$

여기서 A는 측정 행렬,

V는 정규 분포를 갖는 측정 잡음 벡터로서 N(0,R)이다.

그러므로 측정 잡음은 식(2)의 확률 밀도 함수를 갖는다.

$$f_V(v) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |R|}} e^{-0.5 v^T R^{-1} v} \quad (2)$$

그러면 유사도 함수(likelihood function)은 $f_V(v)$ 의 측 이동된 형태로 식(3)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} f_{z,x}(z/X) &= f_V(z-AX) \\ &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |R|}} e^{-J} \end{aligned} \quad (3)$$

$$J = 0.5 (z-AX)^T R^{-1} (z-AX) \quad (4)$$

다음과 같이 하여 최소를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial J}{\partial X} = A^T R^{-1} (z-AX) = 0 \quad (5)$$

그러므로 찾고자하는 추정 벡터는 식(6)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{X} &= (A^T R^{-1} A)^{-1} A^T R^{-1} Z \\ &= P_{\hat{X}} A^T R^{-1} Z \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $P_{\hat{X}}$ 는 추정 벡터 \hat{X} 의 오차 공분산(error covariance) 행렬이다. 추정 오차(estimation error) \tilde{X} 는 다음의 식(7)이다.

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= X - \hat{X} \\ &= X - (A^T R^{-1} A)^{-1} A^T R^{-1} (AX + V) \\ &= -(A^T R^{-1} A)^{-1} A^T R^{-1} V \end{aligned} \quad (7)$$

한편, 수신 신호 $r(t; a, \theta)$ 는 $s(t; a, \theta)$ 와 $n(t)$ 의 합으로 이뤄진 관측 프로세스로서 $s(\cdot)$ 는 랜덤 구형과 2진 신호이다. $n(t)$ 는 신호 $s(\cdot)$ 와 상관성이 없으며(uncorrelated), 평균값이 0인 잡음 프로세스이다.

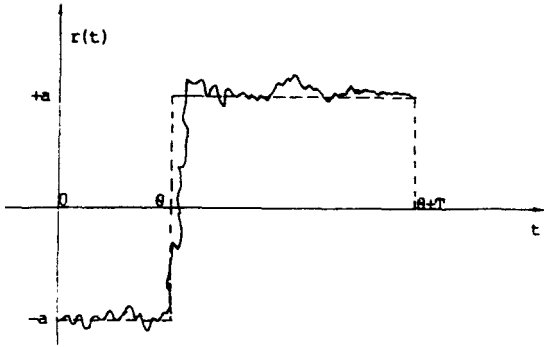


그림 1. 잡음에 오염된 수신 데이터 신호.
Fig.1 Noise-corrupted received data signal.

그림1.에서 실선은 잡음이 포함된 실제의 경우이며, 점선은 잡음이 없는 경우로서 진폭 a의 양극성 2진 NRZ(nonreturn-to-zero) 부호화된 신호이다. θ 는 추정된 천이 위상이고, T는 부호의 주기이다.

t_1 에 상관기 출력의 한 예를 그림 3에서 예시하고 있다.

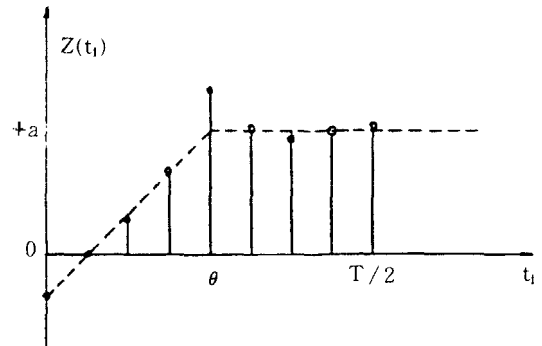


그림 3. 상관기 출력에서 데이터 시퀀스.
Fig.3 Data sequences at the correlator output.

기울기가 zero인 응답은 비트 천이 지점에 대하여 아무런 정보를 나타내지 않으므로 기울기 정보를

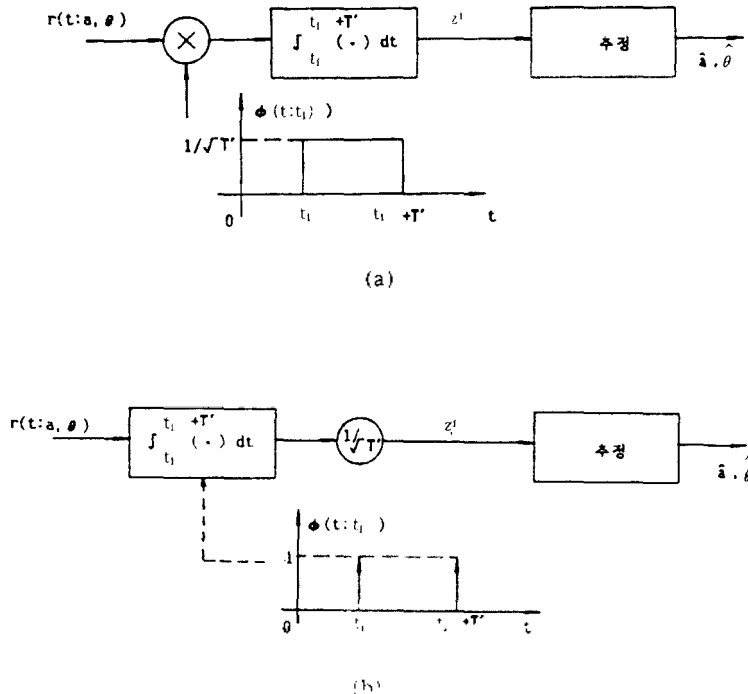


그림 2. 데이터 변환 구성도
(a) 기본 구성도, (b) 수정된 구성도.
Fig.2. Data Transformation Diagram
(a) Basic diagram, (b) Modified diagram.

분석하게 되는데, 이 기술기 정보는 크기는 같지만 방향이 다른 2가지로 구성된다. 그림2와 그림3에서 다음 식(8)와 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 z^{(n)} &= \int_0^{t_1+T} \phi(t)r(t; a, \theta)dt \\
 &= 1/\sqrt{T'} \int_0^{t_1+T} s(t; a, \theta)dt + v^{(n)} \\
 &= 1/\sqrt{T'} \int_0^{t_1} (-a)dt + 1/\sqrt{T'} \int_{t_1}^{t_1+T} a dt + v^{(n)} \\
 &= x^{(1)} + x^{(2)}t_1 + v^{(n)} \quad (8)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$x^{(1)} = a/\sqrt{T'} (T' - 2\theta) \quad (9)$$

$$x^{(2)} = 2a/\sqrt{T'} \quad (10)$$

$$v^{(n)} = 1/\sqrt{T'} \int_0^{t_1+T} n(t)dt \quad (11)$$

의 관계가 성립한다.

IV. 파라미터 추정과 신호 복원

그림 3의 기술기 응답에서 n개의 데이터를 얻게 되면 식(8)는 다음 식(12)의 행렬 형태로 표현된다.

$$Z = AX + V \quad (12)$$

여기서 Z, X, V, A는 다음과 같이 정의된 행렬들이다.

$$Z = [z^{(1)} z^{(2)} \dots z^{(n)}]^T \quad (13)$$

$$X = [x^{(1)} x^{(2)}]^T \quad (14)$$

$$V = [v^{(1)} v^{(2)} \dots v^{(n)}]^T \quad (15)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & t_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

일반적으로 행렬 A는 n×m이나 여기서는 m=2이다.

목적하는 추정치 \hat{a} 와 $\hat{\theta}$ 는 식(10), (11)로부터 다음과 같이 나타난다.

$$\hat{a} = 0.5 \sqrt{T'} \hat{x}^{(2)} \quad (17)$$

$$\hat{\theta} = 0.5T' \cdot \hat{x}^{(1)} / \hat{x}^{(2)} \quad (18)$$

한편, n이 2가 아닌 경우에는 측정 행렬 A가 비정방 행렬이 된다. 이때의 역행렬은 의사 역(pseudo inverse) 개념을 이용하여야 하므로 많은 계산 시간을 소요하게 된다.

그림 4는 불규칙 논리 데이터 {0,1,1,0,0,1,0,1,1,0}를 신호 레벨 +1, -1의 양극성 NRZ로 베이스 밴드 코딩된 신호가 평균이 0이고 분산의 크기가

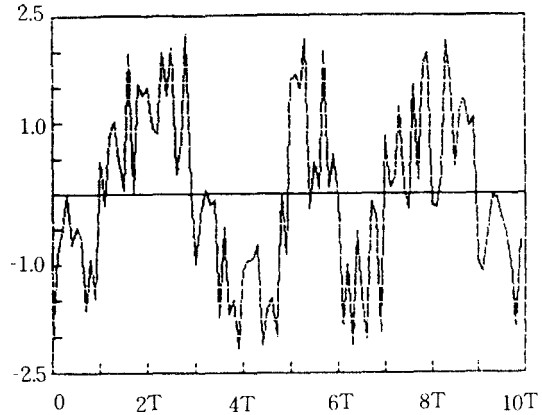


그림 4. 잡음에 오염된 입력 신호.
Fig.4 Input signal corrupted by noise.

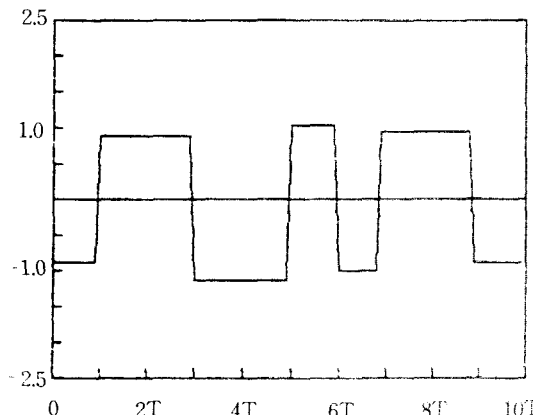


그림 5. 복원된 추정 신호.
Fig.5 Recovered estimation signal.

3.125인 부가성 잡음에 오염된 경우를 보인다. 그림 5는 그림 4의 오염된 신호를 입력으로 받아서 Gauss-Markov 추정기를 사용하여 복원한 신호를 나타낸다. 이때 적분 지연 시간과 추정 소요 시간 만큼 진상시켜 나타낸 컴퓨터 시뮬레이션 결과이다.

IV. 추정 오차 분산 변화

Gauss-Markov 추정에서 발생하는 추정 오차 분산은 식(19)와 같다.

$$\hat{P}_{\hat{x}} = (A^T R^{-1} A)^{-1} \quad (19)$$

여기서 A 는 식(16)으로 주어지는 측정 행렬이고 R 은 $E\{VV^T\}$ 의 측정 잡음 벡터의 분산이다.

추정 오차 분산을 구하기 위해서는 측정 행렬 A 의 계산이 필수적이다. 측정행렬 A 는 $n \times 2$ 행렬이므로 $n=2$ 일 때는 A 가 정방 행렬(square matrix)이 되지만, n 이 3보다 클 때는 행이 열보다 큰 비정방 행렬 (nonsquare matrix)가 되어 이것의 역을 구하기 위해서는 의사 역(pseudo-inverse)를 이용하여야 하므로 많은 계산 시간을 소용한다.

그림 6, 7은 데이터 표본 시각 $t_1=0.1, t_2=0.2$, 그리고 $t_1=0.3, t_2=0.7$ 일 때 입력 잡음 분산에 따른

추정 오차 분산의 크기 변화를 대수 눈금으로 나타내었다. 그림 7의 경우가 그림 6보다 추정 오차 분산이 더 작다. 그리고 그림 8은 표본 시각 t_1, t_2 사이의 시간 간격에 따라서 입력 잡음 분산이 1.0인 경우 추정 오차 분산을 구했다. 표본 시각 간격이 클수록 추정 오차 분산이 작아지지만 이웃 부호의 표본을 고려하여 0.5($T=1.0$ 으로 정규화)로 선택하는 것이 실제적이며 이때의 추정오차 분산은 3.89 [dB]이다.

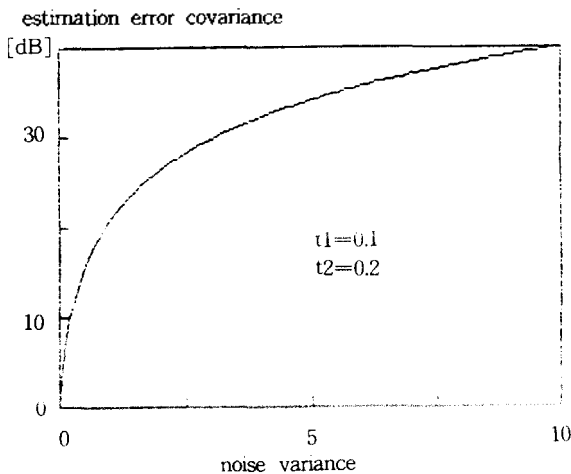


그림 6. 추정 오차 상호 분산(I).
Fig.6 Estimation error covariance (I)

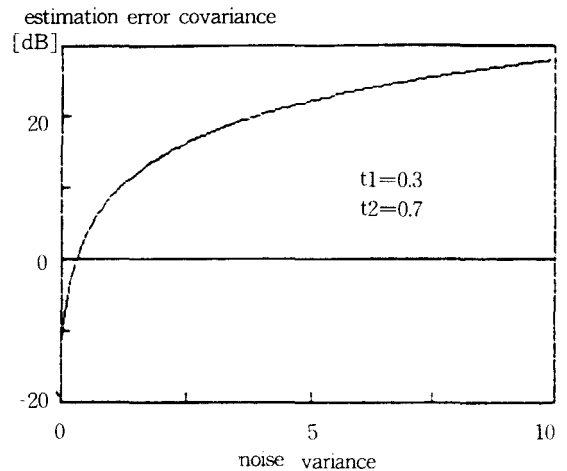


그림 7. 추정 오차 상호 분산(II)
Fig.7 Estimation error covariance (II)

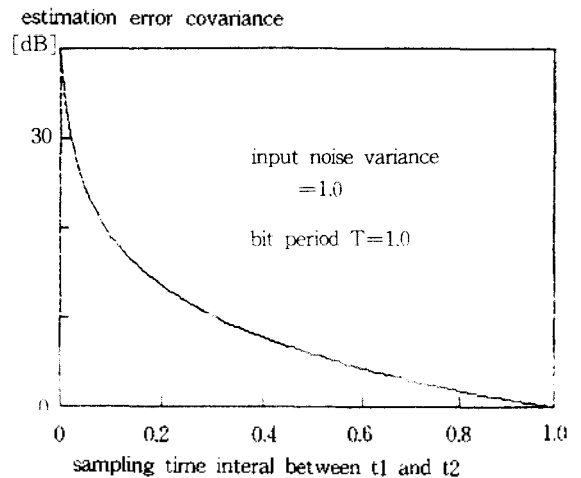


그림 8. 추정 오차 상호 분산(III).
Fig.8 Estimation error covariance (III)

그림 9,10은 데이터 표본 시각 $t_1=0.1, t_2=0.3, t_3=0.5$ 그리고 $t_1=0.4, t_2=0.5, t_3=0.6$ 일 때, 3×2 비정방 행렬 A에서 입력 잡음 분산에 따른 추정오차 분산의 크기 변화를 대수 눈금으로 나타내었다.

그림 9의 경우가 그림 10보다 추정 오차 분산이 더 작다. 그리고 그림 11은 표본 시각 $t_2=0.5$ 에 고정하고 t_1 과 t_3 사이의 시간 간격에 따라서 입력 잡음 분산이 1.0인 경우 추정 오차 분산을 구하였다. 표본 시각 간격이 클수록 추정 오차 분산이 작아지지만, 표본을 흘수번 하는 경우에는 연속되는 data stream에 대하여 표본의 규칙성을 찾기 어렵기 때문에 실현하기가 곤란하다. 한편 $n=4, 6, 8, \dots$ 인 경우는 대략 2의 지수승으로 계산량이 증가되므로 실시간 신호 처리가 더욱 어렵게 되므로 $n=2$ 인 경우를 선택한다.

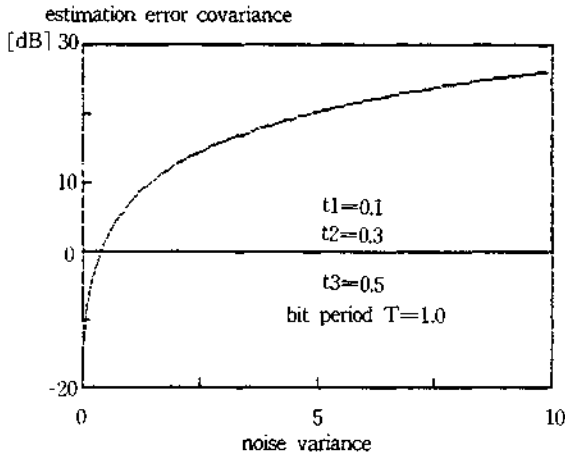


그림 9. 추정 오차 상호 분산(IV)
Fig.9 Estimation error covariance (IV).

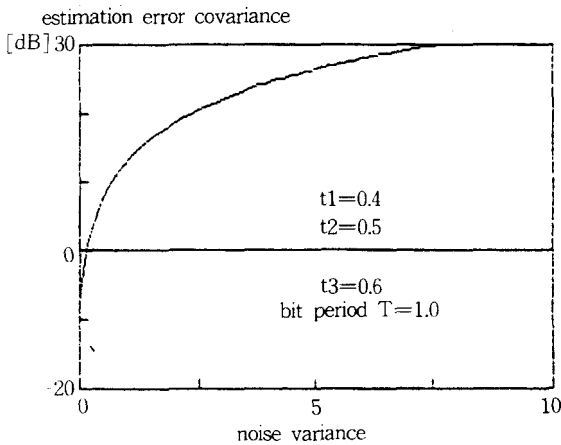


그림 10. 추정 오차 상호 분산(V)
Fig.10 Estimation error covariance (V)

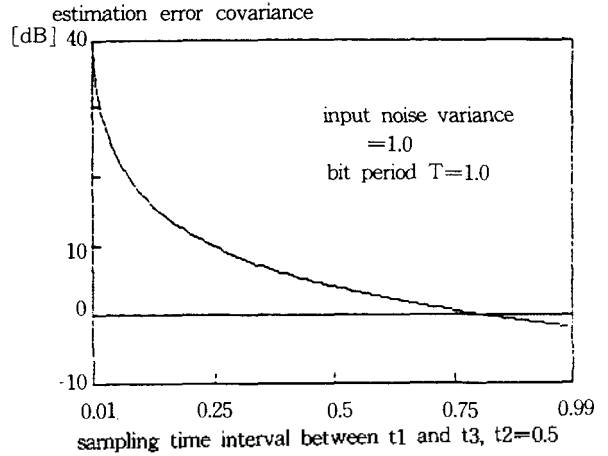


그림 11. 추정 오차 상호 분산(VI)
Fig.11 Estimation error covariance (VI)

그림 12, 13은 $n=4$ 로서 한 비트 주기내에서 4번의 데이터 표본을 취하여 행렬 A가 4×2 비정방 행렬인 경우에 대한 추정오차 분산을 구하였다. $n=4$ 인 경우는 표본 시간 간격이 그림 13과 같이 0.25 (비트 주기 $T=1.0$ 으로 정규화되어 있음)일 경우가 최적이고 그림 12과 같이 0.1 간격으로 표본화한 경우보다 추정 오차 분산이 거의 10[dB]의 차이를 보이고 있다.

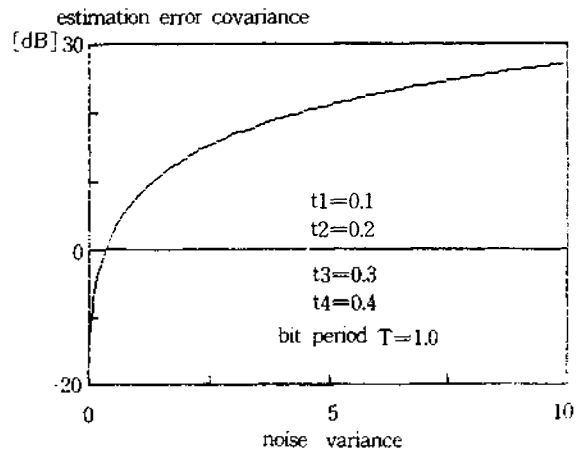


그림 12. 추정 오차 상호 분산(VII)
Fig.12 Estimation error covariance (VII)

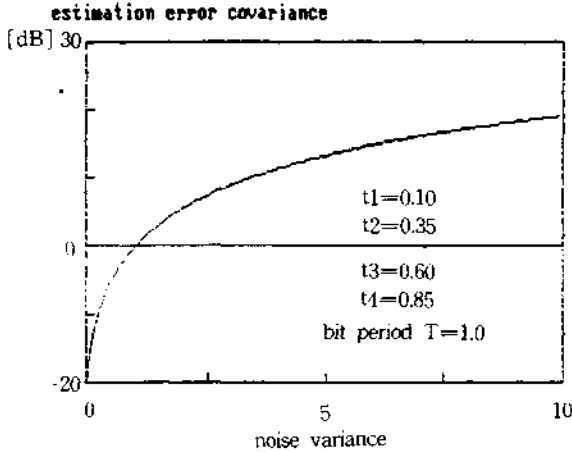


그림 13. 추정 오차 상호 분산(V)
 Fig.13 Estimation error covariance (V)

V. 기존 방식과의 성능 비교

최대 유사도 추정(maximum likelihood estimation)의 대표적 실현 방식인 DTTL의 오차 분산은 식(20)과 같다.¹²⁾¹⁰⁾

$$\sigma^2(DTTL) = \frac{N_0 T^2 \xi BWn}{2A^2 \operatorname{erf}^2[(A^2 T / N_0)]} \quad (20)$$

여기서 ξ 는 1이하로 DTTL의 적분 구간을 나타낸다.

한편, 최소 유사도 추정(minimum likelihood estimation) 방식의 오차 분산은 식(21)과 같다.

$$\sigma^2(\text{최소유사도}) = \frac{N_0 T^2 \xi BWn}{2A^2 \operatorname{erf}^2[(A^2 / 2N_0Ba)]} \quad (21)$$

Ba는 동기화기 전단의 수신기 잡음 대역폭이다. 보통의 경우 Ba는 $1/2T$ 보다 약간 크지만, 성립여파기인 경우는 동일하게 설정한다.

이때 식(19)로 주어지는 Gauss-Markov 추정 방식의 추정 오차 상호 분산은 식(18)과 비교하여 식(19)과 비교하여 비교하였다. 이때 가정하듯 신호의 진폭은 크기가 1.0이고, 비트 주기(T)는 정규화시켜 $T=1.0$ 이며, 최소 유사도 추정의 경우에는 사전 처리가 $Ba=1/2T$ 의 대역을 갖는 것으로 하였다. 루우프

의 잡음 증가 대역은 0.1로 선택하였다.

다음의 표1. 이 세가지 방식의 잡음 전력 밀도에 따른(곧 신호대 잡음비로 환산된다.) 오차 분산의 성능 비교이다.

표 1. 오차 분산 성능 비교.

Table 1. Performance comparison of error variance. 단위:[dB]

종류 NPSD	DTTL 추정방식		최소 유사도 방식	Gauss-Markov 추정방식	
	$\xi=0.5$	$\xi=0.1$		n=2일때	n=4일때
0.02	33.01	-30.00	-30.00	27.95	-31.23
0.1	-26.02	-23.01	-23.01	-13.97	-20.97
0.2	-20.00	-16.99	-16.99	-7.96	-14.95
0.5	-18.99	-15.98	-15.98	0.01	-6.99
1.0	-14.54	-11.53	-11.53	6.02	-0.97
1.5	-11.16	-8.15	8.15	9.54	2.55
2.0	-7.35	-4.34	-4.34	12.04	5.05
3.0	-2.59	0.42	0.42	15.56	8.57
4.0	1.28	4.29	4.29	18.06	11.07
5.0	4.00	7.01	7.01	20.00	16.44
10.0	12.99	16.00	16.00	26.02	19.83

여기서 NPSD는 잡음 전력 스펙트럼 밀도로서 식(20),(21)에서 N_0 을 대신한 표기이다.

표에서와 같이 N_0 가 작은 높은 신호대 잡음 비에서는 세가지 방식이 거의 동가인 성능을 보이고 있다. 그러나 낮은 신호 대 잡음비로 갈수록 최대 유사도 추정(maximum likelihood estimation)방식의 경우가 가장 우수한 오차 성능임을 보여준다. 그러나 Gauss-Markov 추정 방식에서는 적분기를 사용한 데이터 처리 이후, 논리 데이터와 천이 위상을 동시에 추정하여 추정기 자체에서 완전히 신호를 복원하는 장점이 있다.

VI. 결 론

본 연구에서는 Gauss-Markov 추정 개념을 도입하여, 논리 데이터와 천이 위상을 동시에 추정하여 잡음 하의 원래 신호를 복원하였다.

다른 추정 방식보다 간편하게 논리 데이터와 천이 위상의 두가지 추정치(estimate)를 구할 수 있었다. 추정을 위해서는 적분에 의한 표본이 필수적인데 수신 신호의 연속된 데이터 열을 고려하여 1주기내에 적수번이 효과적이다. $n=2$ 인 경우를 제외하고는

측정 행렬 A 가 비정방 행렬이되어 의사 역(pseudo-inverse)을 이용해야지만 추정치를 구할 수 있게 된다. 표본횟수 n 이 클수록 추정 오차 분산이 작아지지만 고속의 디지털 입력 신호를 실시간 처리하기 위해서는 $n=2$ 로 선정한다.

성능 평가면에서는, 높은 신호대 잡음 비에서 세가지 방식이 거의 동가의 성능을 나타내며, 낮은 신호대 잡음비로 갈수록 최대 유사도 추정(maximum likelihood estimation)방식의 경우가 가장 우수하다.

그러나 제안된 추정 방식에서는 적분기를 사용한 데이터 처리 이후, 논리 데이터와 천이 위상을 동시에 추정하여 추정기 자체에서 완전히 신호를 복원하였다.

참 고 문 헌

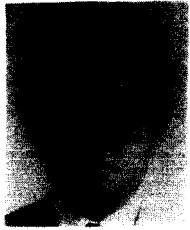
1. L.E. Franks, Carrier and Bit synchronization in Data Communication A Tutorial Review, IEEE Trans. Vol. COM-28, No.8, pp.1107-1120, Aug. 1980.
2. M.H. Meyer and L.E. Franks, Joint carrier phase and symbol timing for PAM systems, B.S.T.J. Vol.50, pp. 1121-1129, May-June, 1971.
3. W.C. Lindsey, Synchronization Systems in Communication and Control, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1972.
4. U. Mengali, Synchronization of QAM signals in the presence of ISI, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., Vol. AES-12, pp.556-560, Sept. 1976.
5. M. Moeneclaey, Synchronization problems in PAM systems, IEEE Trans. Communi., Vol. COM-28, pp. 1130-1136, Aug. 1980.
6. L. Mengali, Joint phase and timing acquisition in data transmission, IEEE Trans. Communi. Vol. COM-25, pp.1174-1185 Oct. 1977.
7. A.J. Viterbi, Principles of Coherent Communication, New-York: McGraw-Hill, 1966.
8. E. Rosa, Analysis of phase-locked timing extraction circuit for pulse code transmission, IEEE Trans. Communi, Vol. COM-22, pp.1236-1249, Sept. 1974.
9. F.M. Gardner, Phaselock Techniques, 2-nd ed. New York: Wiley, 1979.
10. J.K. Holmes, Coherent Spread Spectrum System, John Wiley & Sons, Inc. 1982.
11. D.D. Falcorner and J. Salz, Optimum reception of digital data over the Gaussian channel with the unknown delay and phase jitter, IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-23, pp.117-126, Jan. 1977.
12. W.C. Lindsey and M.K. Simon, Data-aided carrier tracking loop, IEEE Trans. Communi., Vol. COM-19, pp.157-168, April, 1971.
13. J.H. Chiu and L.S. Lee, The Minimum Likelihood A New Concept for Bit synchronization IEEE, COM-35, No.5, May, 1987.
14. A. Gelb, Applied Optimal Estimation, M.I.T. Press, 1974.
15. C.L. Rao, Linear Statistical Inference and its Applications 2nd ed., John Wiley and Sons Inc. 1973.
16. H.L. Van Trees, Detection Estimation and Modulation Theory, part I, New-York: Wiley, 1968.
17. F.L. Lewis, Optimal Estimation: With an Introduction to Stochastic Control Theory, John Wiley and Sons Inc. 1986.
18. S. Barnett, Matrices in Control Theory: With applications to linear programming, Van Nostrand Reinhold, London, 1971.
19. 유홍균, 안수길, Gauss-Markov Estimator를 이용한 비트동기화를 위한 파라미터 추정에 관한 연구, 대한 전자 공학회지, 제26권, 제3호, 3월, 1989.
20. Heunggyoon Ryu, Souguil ANN, A study on the parameter estimation of Received NRZ signal under noise environment, IEEE Internat'l Conf. on Communi. System, Oct. 1988.

▲裴鉉憲 (정회원)

1954년 9월 4 일생
 1977년 2월 : 한양대학교 전자공
 공학과(B. S)
 1980년 2월 : 서울대학교 대학
 원 전자공학과(M.
 S)
 1986년 2월 : 서울대학교 대학
 원 전자공학과박
 사과정 수료

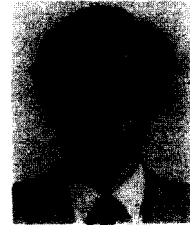
1983년 3월~1987년 2월 : 관동대학교 전자공학과 조
교수

1987년 3월~현재 : 충북대학교 전자공학과 부교수
※관심분야 : 신호처리(적응신호처리, 나차원신호처
리)



▲柳興均 (정회원)

1982년 2월 : 서울대학교 전자
 공학과(B. S)
 1984년 2월 : 서울대학교 대학
 원 전자공학과(M
 S)
 1989년 2월 : 서울대학교 대학
 원 전자공학과
 (Ph. D)



1983년 1월~10월 : 한국전자통신연구소 위촉연구원

1988년 2월~현재 : 충북대학교 전자공학과 조교수
※관심분야 : 통신이론, 광통신공학, 신호처리 등.