

유전체 판상의 주기적인 스트립 회절격자에 의한 TE 산란의 해

(Solution for TE Scattering by a Periodic Strip Grating with a Dielectric Slab)

李 相 勳,* 趙 榮 基**

(Sang Hoon Lee and Young Ki Cho)

要 約

본 논문에서는 유전체 판상의 스트립 회절격자에 의한 TE 평면파의 산란문제에 관한 효율적인 수렴해를 제시하였다. 본 논문의 방법은 등가 원리에 따라서 단락된 슬롯 위에 놓여진 등가 자계 전류를 적절한 모서리 조건을 만족하는 Chebyshev 다항식의 급수로서 전개하는데 기초를 둔다. 본 논문의 정확도와 수렴 속도를 입증하기 위해 반사 계수와 투과 계수에 대한 수치적인 결과를 계산하여 다른 결과와 비교하였다.

Abstract

A fast convergent solution to the scattering problem of a transverse electric (TE) plane wave by a periodic strip grating with a dielectric slab is considered.

The present method follows from an expansion of the equivalent surface magnetic current placed over the shorted slot according to the equivalence principle in a series of Chebyshev polynomials satisfying the appropriate edge condition.

To examine the accuracy and convergence of the present method, the numerical results are calculated for the reflection and transmission coefficients and compared with other results available in the literature.

I. 서 론

유전체 판상의 스트립 회절 격자에 의한 전자파 산란 성질은 광학과 전자기학의 분야에서 매우 중요시 되어 왔다. 광학에서 이러한 구조들은 전송 회절격자로서의 사용에 응용되고 있으며, 전자기학

의 분야에서는 reflector antenna systems^[1], wave polarizers,^[2] artificial dielectrics, sidelobe suppression angular filter 그리고 polarization twisters^[3]의 구성에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

본 논문에서는 유전체 판상의 스트립 회절격자에 대한 TE 회절 문제에 대해서 등가 원리에 의해 단락된 슬롯의 등가 표면 자계 전류밀도 M 을 적절한 모서리 조건을 만족하는 Chebyshev 다항식의 급수로 전개함으로써 계산적으로 효율적인 해를 구하는 방법을 제시하였다.

**正會員, *準會員, 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)
接受日字: 1990年 8月 13日

스트립 회절격자는 완전 전도도를 가지고 무한히 길며, 유전체 판은 유한한 두께를 가지며 시간 종속 인자 $e^{j\omega t}$ 로 가정하고 전체적으로 생략하였다.

II. 본 론

유전체 판상의 주기적인 회절격자의 구조를 그림 1에 나타내었다. 스트립 회절격자는 x-y면에 놓여지고, x방향으로 무한히 길다. 스트립 회절격자의 모서리에 평행한 자체 벡터성분을 가진 H-편향된 평면파가 유전체 판 아래에 놓여진 스트립 회절격자에 수직으로 부터 θ_1 로 입사한다. 인접한 스트립 사이의 거리(슬롯폭)는 $d(=2a)$ 이고 스트립의 주기는 s 이다. 유전체 판은 상대 유전상수 ϵ_r 의 유한두께 t 를 가진다. 여기서 ϵ_0 는 자유공간의 유전율이다. 본 논문은 슬롯 부분을 완전 도체로 대체하고 단락된 슬롯의 내부와 외부의 면에 적절한 값의 등가 표면 자체전류를 놓음으로써 등가의 문제가 얻어진다고 설명되어지는 등가 원리를 이용하였다. 그림 2는 본 구조의 등가 모델을 나타낸다.

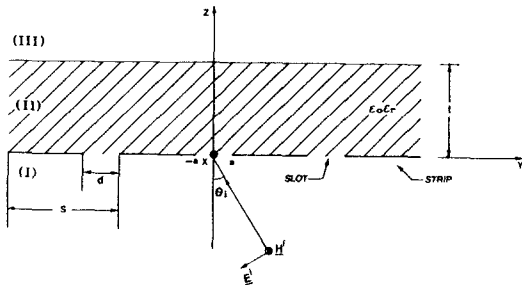


그림 1. 문제의 구조
Fig. 1. Geometry of problem.

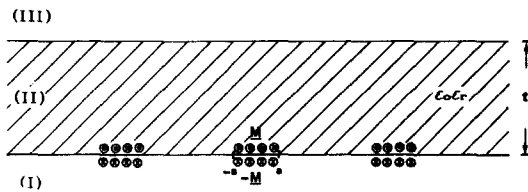


그림 2. 등가 모델
Fig. 2. Equivalent model

입사파와 반사파의 자체성분 $\mathbf{H}^I \cdot \mathbf{H}^R$ 은 각각 다음 식으로 주어진다.

$$\mathbf{H}^I = \hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} e^{-jk_0 \cos \theta_1 z} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}^R = \hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} e^{jk_0 \cos \theta_1 z} \quad (2)$$

본 문제의 구조가 주기적이므로 영역 (I)에서의 산란 자체성분 \mathbf{H}^S 는 Floquet 모드로 전개하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{H}^S = -\hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{\gamma_n z} e^{j(2n\pi y/s)} \quad (3)$$

여기서

$$\gamma_n^2 = \left(\frac{2n\pi}{s} + k_0 \sin \theta_1 \right)^2 - k_0^2$$

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \text{ 이다.}$$

식 (3)과 Maxwell 방정식 ($\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}$)을 이용하여 영역 (I)에서 산란 전계의 접선 성분 \mathbf{E}^S 를 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{E}^S = -\hat{y}_0 \frac{H_0}{j\omega \epsilon_0} e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \gamma_n e^{\gamma_n z} e^{j(2n\pi y/s)} \quad (4)$$

영역 (II)에서 총 자체와 접선의 전계성분은 각각 다음의 식으로 주어진다.

$$\mathbf{H}^S = \hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [b_n e^{-\gamma_n z} + c_n e^{\gamma_n z}] e^{j(2n\pi y/s)} \quad (5)$$

$$\mathbf{E}^S = -\hat{y}_0 \frac{H_0}{j\omega \epsilon} e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{n1} [b_n e^{-\gamma_{n1} z} - c_n e^{\gamma_{n1} z}] e^{j(2n\pi y/s)} \quad (6)$$

여기서

$$\gamma_{n1}^2 = \left(\frac{2n\pi}{s} + k_0 \sin \theta_1 \right)^2 - k^2$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} \text{ 이다.}$$

영역 (III)에서 산란자체와 접선의 전계성분은 각각 다음의 식으로 주어진다.

$$\mathbf{H}^S = \hat{x}_0 H_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{-\gamma_n z} e^{j(2n\pi y/s)} \quad (7)$$

$$\mathbf{E}^S = -\hat{y}_0 \frac{H_0}{j\omega \epsilon_0} e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n \gamma_n e^{-\gamma_n z} e^{j(2n\pi y/s)} \quad (8)$$

접선성분의 전자계가 $z=t$ 의 경계면에서 연속이라는 조건을 부과하면 계수 c_n 과 d_n 은 b_n 에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$c_n = e^{-2\gamma_{n1} t} \frac{\gamma_{n1} - \epsilon_r \gamma_n}{\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n} b_n \quad (9)$$

$$d_n = e^{-(\gamma_{n1} - \gamma_n)t} \frac{2\gamma_{n1}}{\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n} b_n \quad (10)$$

이제 단락된 슬롯 위에서 Chebyshev 다항식의 급수로 표현 자체 전류밀도 M 을 다음과 같이 표현하자

$$M = \hat{x}_0 e^{jk_0 \sin \theta_1 y} \sum_{t=0}^{\infty} f_t \frac{T_t(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}} \quad (11)$$

여기서 f_ℓ 는 구해야할 미지수이고 $T_\ell(y)$ 는 1종의 Chebyshev 다항식을 나타낸다.

영역 (I)에서 표면 자체전류 M 과 산란 전계성분 E^s 사이의 관계 ($M = \hat{z}_0 \times E^s$)로부터 다음의 표현식을 얻는다.

$$H_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \gamma_n e^{j2n\pi y/s} = \begin{cases} -\frac{jk_0}{\eta_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} f_\ell \frac{T_\ell(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}}, & -a < y < a \\ 0 & \text{스트립상} \end{cases} \quad (12)$$

여기서 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 이다.

식 (12)의 양변에 $e^{-j2n\pi y/s}$ 를 곱하고 $-s/2 < y < s/2$ 의 구간에 대해 적분하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$a_0 = -\frac{\pi a}{H_0 \eta_0 s \cos \theta_1} f_0 \quad (13)$$

$$a_n = -\frac{jk_0}{H_0 \gamma_n \eta_0 s} \sum_{\ell=0}^{\infty} f_\ell H_{\ell n} \quad (14)$$

여기서

$$H_{\ell n} = \int_{-a}^a \frac{T_\ell(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}} e^{-j2n\pi y/s} dy \quad (15)$$

으로 정의한다.

슬롯에서 접선의 자체 성분의 연속조건으로부터 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n + b_n + c_n) e^{j2n\pi y/s} = 2, \quad -a < y < a \quad (16)$$

그리고 $z=0$ 에서 접선의 전계성분에 대한 경계조건과 식 (9)를 이용해서 식 (16)의 b_n 을 a_n 으로 나타내면 다음과 같다.

$$b_n = \frac{\epsilon_r \gamma_n (\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n)}{\gamma_{n1} (\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n) - \gamma_{n1} (\gamma_{n1} - \epsilon_r \gamma_n) e^{-2\gamma_{n1}t}} a_n \quad (17)$$

식 (9)의 c_n 에 대해서 식 (17)을 이용하면 c_n 을 a_n 으로 나타낼 수 있다.

$$c_n = \frac{\epsilon_r \gamma_n (\gamma_{n1} - \epsilon_r \gamma_n) e^{-2\gamma_{n1}t}}{\gamma_{n1} (\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n) - \gamma_{n1} (\gamma_{n1} - \epsilon_r \gamma_n) e^{-2\gamma_{n1}t}} a_n \quad (18)$$

식 (16)에 식 (17)과 (18)을 대입하면 다음과 같다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n a_n e^{j2n\pi y/s} = 2, \quad -a < y < a \quad (19)$$

여기서

$$\beta_n = \frac{(\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n)^2 - (\gamma_{n1} - \epsilon_r \gamma_n)^2 e^{-2\gamma_{n1}t}}{\gamma_{n1} (\gamma_{n1} + \epsilon_r \gamma_n) - \gamma_{n1} (\gamma_{n1} - \epsilon_r \gamma_n) e^{-2\gamma_{n1}t}} \quad \text{이다.}$$

식 (19)의 양쪽에 $T_i(y/a)/\sqrt{1-(y/a)^2}$ 을 곱하고 구간 $-a < y < a$ 에 대하여 적분하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n a_n H_{in}^* = \begin{cases} \pi d, & \text{if } i=0 \\ 0, & \text{if } i \neq 0 \end{cases} \quad (20)$$

여기서 *는 복소 공액을 표시한다.

식 (20)에 식 (14)에서의 등가의 양 a_n 을 대입하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} f_\ell Y_{\ell i} = I_i, \quad i=0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

$$Y_{\ell i} = \frac{jk_0}{s \eta_0 \pi d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_n H_{in}^* H_{\ell n}}{\gamma_n} \quad (22)$$

여기서 I_i 는 i 가 0일때 $-H_0$ 이고 $i \neq 0$ 이면 0이다. 위의 행렬식에 대하여 역변환을 이용하면 f_ℓ 에 대한 해를 얻을 수 있다. 유전체판상의 스트립 회절격자에 대한 반사계수와 투과계수 Γ_H, T_H 는 다음과 같이 주어진다.

$$\Gamma_H = 1 - a_0 \quad (23)$$

$$T_H = d_0 \quad (24)$$

III. 결과 및 고찰

본 논문에서 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위해서 반사계수와 투과계수에 대한 수치적인 결과를 다른 논문의 결과와 비교하였다.

그림 3에서는 s/λ 의 함수로서 수직으로 입사하는 파에 대해서 $d/s=0.5, t/s=0.3$, 그리고 $\epsilon_r=3.0$ 인

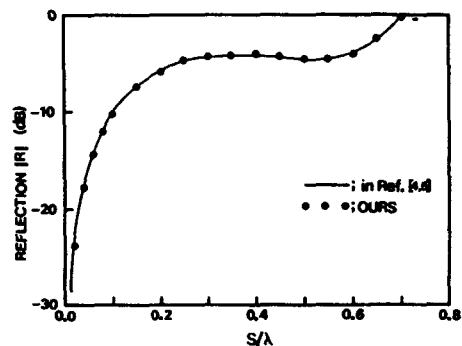


그림 3. s/λ 의 함수로서 수직입사파에 대한 반사계수 ($\theta_i=0^\circ, d/\lambda=0.5, t/s=0.3$, 그리고 $\epsilon_r=3.0$)

Fig. 3. Reflection coefficients for normally incident wave, as functions of s/λ . ($\theta_i=0^\circ, d/\lambda=0.5, t/s=0.3, \epsilon_r=3.0$.)

경우의 반사계수를 계산하였다. 본 연구에서 제시된 방법의 타당성을 입증하기 위해 포인트 매칭방법 (PMM)^(4,6)에 의해 얻어진 결과와 비교함으로써 정확도를 확인할 수 있었다.

그림 4는 유전체 판의 두께가 0.0λ , 0.03λ 그리고 0.07λ 인 경우의 상대 투과전력을 보인다. 유전체 판의 두께가 증가되어 짐에따라 스트립으로 부터의 상대 투과전력은 입사각이 대략 20° 에서 58° 까지에 대해서 감소되어짐을 관찰할 수 있다. 유전체 판이 없을 경우의 스트립 구조에 대해서 상대 투과전력을 구해서 Kalhor⁽⁶⁾의 결과와 비교했을 때 좋은 일치를 보임을 확인하였다.

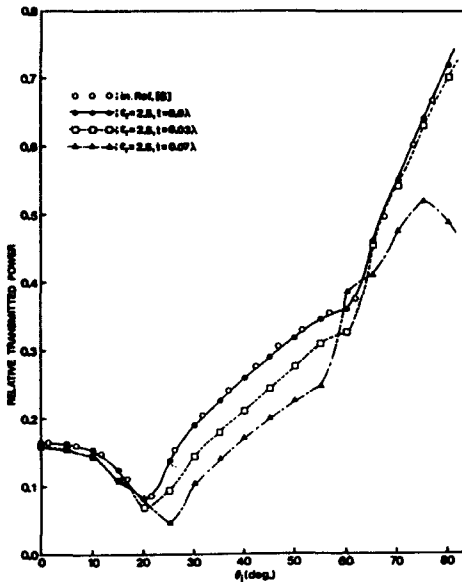


그림 4. 입사각의 함수로서의 상대투과 전력 ($s/\lambda=1.6$, $d/\lambda=0.6$)

Fig. 4. Relative transmitted power as a function of incident angle for $s=1.6\lambda$, $d=0.6\lambda$.

그림 5에서는 $s=0.6\lambda$, $d=0.3\lambda$, $t=0.12\lambda$ 그리고 $\epsilon_r=4.25$ 인 유전체 판상의 스트립 회절격자에 대해서 행렬크기에 대한 반사와 투과계수를 계산하였다. 수치결과들은 작은 크기의 행렬 수에 대해서도 훌륭한 수렴특성을 나타낸다. 계산된 값들을 기존의 결과와 비교했을때 본 논문의 등가 자체전류 접근 방법은 relative convergence 현상⁽⁷⁾을 발생시키지 않는다는 것을 관찰할 수 있었다.

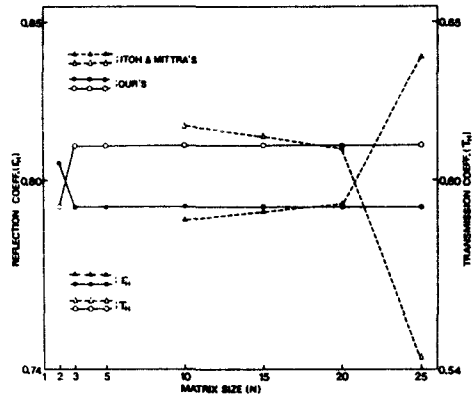


그림 5. 행렬크기에 대한 반사와 투과계수 ($\theta_i=0^\circ$, $s/\lambda=0.6$, $d/\lambda=0.3$, $t/\lambda=0.12$, 그리고 $\epsilon_r=4.25$)

Fig. 5. Field coefficients versus size of matrix. ($\theta_i=0^\circ$; $s/\lambda=0.6$, $d/\lambda=0.3$, $t/\lambda=0.12$, and $\epsilon_r=4.25$)

IV. 결 론

본 논문에서는 유전체 판상에 위치한 스트립 주기 격자구조의 회절현상에 대하여 등가원리를 이용하여 단락된 슬롯표면에 대치된 등가 표면 자체전류를 적합한 모서리 조건이 부과된 Chebyshev 다항식으로 표현함으로써 수치적으로 수렴도가 좋은 해를 구하는 방법을 제시하였다.

본문에서 제안된 방법에 의해 반사계수, 투과계수와 같은 중요한 양들을 계산하여 다른 결과와 비교함으로써 본 연구방법의 타당성을 입증하였으며 예상했던 바와같이 relative convergence 현상이 발생하지 않는다는 것을 확인할 수 있었다.

V. 부 록

1. Chebyshev 다항식의 적분

Bessel 함수와 Chebyshev 다항식의 적분⁽⁸⁾에 관계하는 다음의 결과들이 본 논문에서 유용하게 이용되어진다.

$$H_{zn} = \int_{-a}^a \frac{T_\ell(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}} e^{-j(2n\pi y/s)} dy$$

$$= \begin{cases} \pi a (j)^\ell J_\ell \left(\frac{-2n\pi a}{s} \right) & , n < 0 \\ \pi a & , n = 0 \ \& \ \ell = 0 \\ 0 & , n = 0 \ \& \ \ell \neq 0 \\ \pi a (-j)^\ell J_\ell \left(\frac{2n\pi a}{s} \right) & , n > 0 \end{cases} \quad (25)$$

$$H_{in}^* = \int_{-a}^a \frac{T_1(y/a)}{\sqrt{1-(y/a)^2}} e^{j(2n\pi y/s)} dy$$

$$= \begin{cases} \pi a (-j)^i J_1 \left(\frac{-2n\pi a}{s} \right) & , n < 0 \\ \pi a & , n=0 \text{ \& } i=0 \\ 0 & , n=0 \text{ \& } i \neq 0 \\ \pi a (j)^i J_1 \left(\frac{2n\pi a}{s} \right) & , n > 0 \end{cases} \quad (26)$$

여기서 $T_e(y)$ 는 제 1종 Chebyshev 다항식을 나타내고 $T_e(\cos \phi) = \cos l \phi$ 를 나타낸다.

參 考 文 獻

- [1] C. Dragone, "New grids for improved polarization diplexing of microwaves in reflector antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-26, pp. 459-463, May 1978.
- [2] S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design*, M.I.T. Radiation Lab. Series vol. 12, McGraw-Hill, pp. 449-450.
- [3] J.D. Hanfling, G. Jerinnc, and L. R. Lewis, "Twist reflector design using E-type and H-type modes," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-29, pp. 622-628, July 1981.
- [4] M. Ando and M. Murota, "Reflection and transmission coefficients of a thin strip grating on a dielectric sheet," *Trans. IECE Japan*, vol. E69, no. 11, pp. 1189-1198, 1986.
- [5] T. Hinata and T. Hosono, "On the scattering of electromagnetic wave by plane grating placed in homogeneous medium-mathematical foundation of point matching and numerical analysis," *Trans. IECE Jpan (Section J)*, J59-B, no. 12, pp. 571-578, 1976.
- [6] H. A. Kalhor, "Diffraction of electromagnetic waves by plane metallic grating," *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 68, no. 9, pp. 1202-1205, 1978.
- [7] T. Itoh and R. Mittra, "Relative convergence phenomenon arising in the solution of diffraction from strip grating on dielectric slab," *Proc IEEE*, pp. 1363-1365, Sept. 1971.
- [8] N.W. Mclachlan, *Bessel functions for engineers*, London: Oxford university Press, pp. 41-55, 1941.

著 者 紹 介



李 相 勳 (準會員)

1967年 11月 18日生. 1989年 경북대학교 전자공학과 졸업. 1989年~현재 경북대학교 대학원 전자공학과 재학중. 주관심분야는 전자파산란, 마이크로파공학 및 안테나 공학 등임.



趙 榮 基 (正會員)

1954年 9月 12日生. 1978年 서울대학교 전자공학과 졸업. 1981年 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사학위 취득. 1981年~현재 경북대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 전자파 산란, 마이크로파공학, 광학 및 안테나공학 등임.