

論文 90-27-3-20

適應 補償器를 채용한 超安定性 適應 循環 필터

(Hyperstable Adaptive Recursive Filter with an Adaptive Compensator)

尹 炳 愚*, 辛 潤 炘*

(Byung Woo Yoon and Yoon Ki Shin)

要 約

適應 循環 필터에서 시스템 傳達 函數의 極點이 單位圓 밖으로 나감으로써 시스템이 불안정해지는 것을 방지하기 위해 適應 補償器를 채용한 適應 循環 필터 알고리즘을 제안하였고 제안한 알고리즘이 超安定性을 만족한다는 것을 證明하였다. 제안한 알고리즘을 適應 雜音 除去器에 응용하여 LS방법의 適應 循環 필터를 이용한 適應 雜音 除去器, 適應 非循環 필터를 이용한 適應 雜音 除去器와의 성능을 比較하여 제안한 알고리즘의 妥當性을 立證하였다.

Abstract

In this paper, an adaptive Infinite Impulse Response (IIR) filter algorithm using output error method, which prevents poles of a system transfer function from being out of unit circle, is proposed, and it is proved that the proposed algorithm always satisfies hyperstability. The proposed algorithm is applied to an Adaptive Noise Canceller (ANC), and compared with a Least Square (LS) method adaptive IIR filter algorithm and an adaptive Finite Impulse Response (FIR) filter algorithm. As a result, the validity of the proposed algorithm is proved.

I. 序 論

대부분의 시스템 出力은 원하는 信號에 어떤 형태의 雜音을 수반하게 된다. 예를들면 배경 잡음이 심한 환경에서 信號를 전송할 때나, 信號를 量子化 하여 디지털로 電送할 경우등에서는 여러가지 형태의 雜音을 동반하게 된다. 특히 前者의 경우에 있어서는 엔진이나 송풍기 등의 速度, 負荷 등 여러가지 상황에 따라서 雜音이 연속적으로 변하고, 결과로 雜音의 周波數와 振幅이 변하게 된다.

適應 필터는 固定 필터와는 달리 자신의 파라미터

를 자동으로 調整할 수 있으므로 信號와 雜音의 特性에 대한 事前 知識이 충분하지 못한 경우에도 雜音 成分을 제거할 수 있다.¹⁾ 그래서 1959年 Widrow와 Hoff가 LMS 알고리즘을 개발한 후 여러가지 應用 分野에 適應 FIR (finite impulse response) 필터가 사용되었다. 이것은 傳達函數가 非循環 형태로서 安定되기 때문에 쉽게 이용되어 왔다. 그러나 일반적으로 실제의 시스템에서는 傳達函數가 極點과 零點을 동시에 가지고 있는 경우가 많다. 이러한 경우 適應 循環 필터로는 쉽게 모델링 할 수 있으나 適應非循環 필터로는 大略的인 接近만 할 수 있으며 또한, 適應 循環 필터로는 數次로써 모델링 할 수 있는 것도 適應 非循環 필터를 이용하면 數百次的의 필터가 要求되기도 한다.

*正會員, 釜山大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Pusan Nat'l Univ.)
接受日字: 1989年 12月 16日

위와 같이 適應 循環 필터가 適應 非循環 필터에 비해 計算量이 적다는 것은 널리 알려져 있으나 適應 循環 필터는 適應 非循環 필터와는 달리 誤差 表面이 유니모달(unimodal)하지 않아 局部 極小點을 많이 가지고 있어 最大 傾倒 方法이나 뉴턴 方法 등을 이용할 수 없다.

適應 循環 필터에 충분한 수의 極點과 零點을 添加시키면 오차 表面의 局部 極小點을 除去시킬 수 있고,^[2] 또한 입력 신호의 자기상관행렬의 固有置의 分散을 줄여주어 시스템이 빨리 收斂할 수 있다는 자적이 있다.^[3] 방법은 단순히 필터 웨이트(weight)를 첨가함으로써 局部 極小點을 除去할 수 있고, 또한 기울기 방법을 이용할 수 있으나 그렇게 함으로써 필터의 차수가 높아지고 따라서 計算量도 많아진다는 短點이 있다.

또 다른 형태의 適應 循環 필터의 응용은 超安定性에 기초를 둔 알고리즘들^[4,5]이다. 이러한 Hypers-table Adaptive Recursive Filter (HARF) 알고리즘은 시스템이 SPR(strictly positive real) 條件을 滿足한다는 假定하에서 近似的으로 收斂함이 증명되었다.^[5,6] 그러나 시스템이 SPR 조건을 만족하도록 誤差 緩和 필터의 파라미터를 결정해야 한다는 문제가 HARF 알고리즘이 실제적으로 응용되는데 있어서의 주된 障礙 要因이다.^[7,8]

본 研究에서는 HARF 알고리즘에서의 위와 같은 問題點을 해결하기 위해 시스템이 항상 SPR 조건을 만족하도록 誤差 緩和 필터의 파라미터를 自動으로 조정할 수 있는 適應 알고리즘을 제시하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제시한 알고리즘의 妥當性을 立證한다.

II. 적응 순환 필터의 구조

그림 1은 適應 循環 필터의 구성도이다. 여기서 d(k)는 원하는 신호로서

$$d(k) = \sum_{i=1}^N a_i d(k-i) + \sum_{j=0}^M b_j x(k-j) = \theta^0 \Phi(k) \tag{1}$$

로 나타낼 수 있으며, 推定 出力 y(k)를 구하는 방법에 따라 方程式 誤差 방법과 出力 誤差 방법으로 나눌 수 있다. 방정식 오차 방법에서는 推定 出力 y(k)와 방정식 誤差 ε(k)를 각각

$$y(k) = \sum_{i=1}^N a_i(k) d(k-i) + \sum_{j=0}^M b_j(k) x(k-j) = \theta^1(k) \Phi(k) \tag{2}$$

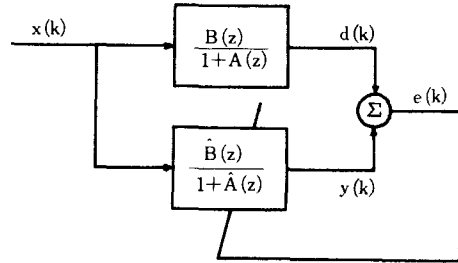


그림 1. 적응 순환 필터의 구조
Fig. 1. Structure of an adaptive IIR filter.

$$\epsilon(k) = d(k) - \theta^1(k) \Phi(k) \tag{3}$$

로 나타낼 수 있고, 出力 誤差 방법에서는 推定 출력 y(k)와 出力 誤差 e(k)를 각각

$$y(k) = \sum_{i=1}^N a_i(k) y(k-i) + \sum_{j=0}^M b_j(k) x(k-j) = \theta^1(k) \hat{\Phi}(k) \tag{4}$$

$$e(k) = d(k) - \theta^1(k) \hat{\Phi}(k) \tag{5}$$

로 나타낼 수 있다. 단 여기서 θ⁰은 파라미터 벡터, Φ(k)는 데이터 벡터, θ¹(k)는 推定 파라미터 벡터, Φ-hat(k)는 推定 데이터 벡터로서

$$\theta^0 = [a_1^0, \dots, a_N^0, b_0^0, \dots, b_M^0] \tag{6}$$

$$\Phi^1(k) = [d(k-1), \dots, d(k-N), x(k), \dots, x(k-M)] \tag{7}$$

$$\theta^1(k) = [a_1(k), \dots, a_N(k), b_0(k), \dots, b_M(k)] \tag{8}$$

$$\hat{\Phi}^1(k) = [y(k-1), \dots, y(k-N), x(k), \dots, x(k-M)] \tag{9}$$

일반적으로 適應 循環 필터에서 方程式 誤差 방법은 비교적 安定되어 있으나 正常 狀態에서 시스템의 雜音 特性이 좋지 않은 것으로 알려져 있다. 또한, 出力 誤差 방법의 적응 循環 필터에서는 雜音 特性은 좋으나 安定性이 크게 문제가 된다. 1987年 C. R. Johnson은 시스템이 SPR 조건을 만족한다는 假定하에서 超安定性 適應 필터(HARF) 알고리즘을 이용하여 適應 循環 필터가 近似的으로 收斂함을 증명하였다.^[5] 그러나 시스템이 SPR 조건을 만족해야 한다는 것이 실제적인 응용에서 중요한 障礙 要因이라는 것이 지적되었다.^[9]

適應 循環 필터의 安定性을 해석하기 위하여 먼저 V. M. Popov가 제안한 超安定性(hyperstability) 이론^[9]에 대해 알아보자. 이 超安定性 이론은 非線形 時變

시스템의 安定性을 해석하는데 유용하게 이용되고 있으며 다음과 같다.

1. 超安定性 理論

그림 2에 圖示되어 있는 非線形 시스템은 다음과 같은 조건을 만족하면 超安定的(hyperstable)이다.

i) 入力이 $w(k)$ 이고 出力이 $v(k)$ 인 線形 시스템의 傳達函數 $H(z)$ 가 安定되고 Strictly Positive Real (SPR)이다. 즉,

$$\text{Re } \{H(z)\} > 0, \text{ for } |z|=1 \quad (10)$$

ii) 入力이 $v(k)$ 이고 出力이 $\bar{w}(k) = -w(k)$ 인 非線形 時變 軌環 시스템이

$$\sum_{k=0}^{N_1} \bar{w}(k)v(k) \geq -\gamma_0^2, \text{ for all } k_1 > 0 \quad (11)$$

을 滿足한다. 이때 γ_0^2 은 유한한 양의 상수이다.

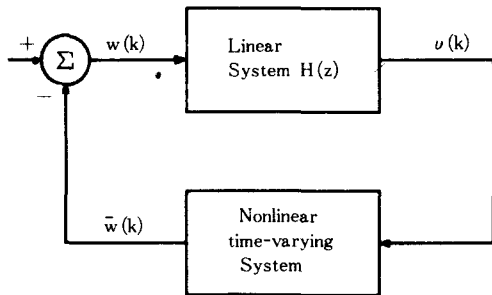


그림 2. 비선형 시변 궤환 시스템
Fig. 2. Nonlinear time-varying feedback system.

Ⅲ. 出力 誤差를 이용한 適應 循環 필터 알고리즘의 超安定性

出力 誤差를 이용한 適應 循環 필터 알고리즘의 收斂性을 고찰하기 위하여 다음과 같이 cost 함수 $J(\theta(k))$ 를 정의하자.

$$J(\theta(k)) = e^2(k) + (\theta(k) - \theta(k-1))^T \Lambda^{-1} (\theta(k) - \theta(k-1)) \quad (12)$$

단 Λ 는 적응 이득 행렬로서 다음과 같다.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \mu_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \mu_N & \\ 0 & & & \gamma_0 \ddots \gamma_N \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 $J(\theta(k))$ 를 최소로 하는 파라미터 벡터를 구하기 위해 $\theta(k)$ 로 편미분하여 영으로 두면 다음과 같은 循環式을 얻을 수 있다.

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Lambda \hat{\phi}(k) e(k) \quad (14)$$

이때 $e(k)$ 는 出力 誤差로서

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) - y(k) \\ &= \theta^o{}^T \phi(k) - \theta^T(k) \hat{\phi}(k) \\ &= \sum_{i=1}^N a_i^o [d(k-i) - y(k-i)] \\ &\quad + \sum_{i=1}^N [a_i^o - a_i(k)] y(k-i) \\ &\quad + \sum_{j=0}^N [b_j - b_j(k)] x(k-j) \\ &= \sum_{i=1}^N a_i^o e(k-i) + \hat{\phi}^T(k) V(k) \\ &= [1 - A(q^{-1})]^{-1} \hat{\phi}^T(k) V(k) \end{aligned} \quad (15)$$

로 나타낼 수 있다.

단, $V(k)$ 는 파라미터 誤差 벡터로서

$$V(k) = \theta^o - \theta(k) \quad (16)$$

이며,

$$1 - A(q^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^N a_i^o q^{-i} \quad (17)$$

이다. 式(13)~(17)에서 $V(k)$ 를 狀態 벡터로 볼 때 $V(k)$ 에 대한 dynamic equation은 式(18)과 같고 이 식을 그림으로 표시하면 그림 3과 같다.

狀態 방정식 : $V(k) = V(k-1) - \Lambda \hat{\phi}(k) e(k)$
 出力 방정식 : $e(k) = [1 - A(q^{-1})]^{-1} \hat{\phi}^T(k) V(k)$
 $= [1 - A(q^{-1})]^{-1} \{ \hat{\phi}^T(k) V(k-1) - \hat{\phi}^T(k) \Lambda \hat{\phi}(k) e(k) \}$

(18)

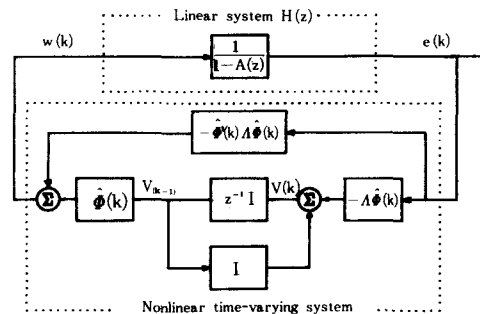


그림 3. 출력 오차 적응 순환 필터의 안정 오차 시스템
Fig. 3. Stable error system of an output error adaptive recursive filter.

그림 3에서 $\hat{\phi}(k)$ 는 $V(k-i), i>0$ 의 함수이므로 非線形 時變 軌環 시스템이다. 여기서 식 (18)을 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V(k) = V(k-1) - [1 - A(z)]^{-1} \Lambda \hat{\phi}(k) \hat{\phi}^T(k) V(k) \quad (19)$$

이때 상태 벡터의 에너지는 $V^T(k) \Lambda^{-1} V(k)$ 로 나타낼 수 있으며, 행렬 Λ 가 有限하고, 對稱이며 positive definite이면 에너지가 증가하지 않는다는 것이 증명되었다.^[12] 즉

$$V^T(k) \Lambda^{-1} V(k) - V^T(k-1) \Lambda^{-1} V(k-1) = -1 + [1 - A(z)]^{-1} X^T(k) \Lambda X(k) e^2(k) \quad (20)$$

로 나타낼 수 있으며, 이 식에서

$$\text{Re} \left\{ \frac{1}{1 - A(z)} \right\} > 0, \text{ for } |z| = 1 \quad (21)$$

을 만족하면 $V(k)$ 가 零으로 超安定적으로 收斂을 한다는 것을 알 수 있다. 그러나 $[1 - A(z)]^{-1}$ 는 미지의 파라미터들로 구성되어 있으므로 SPR 조건을 항상 만족한다고 볼 수 없다. 따라서 출력 오차를 이용한 LS (least square) 適應 循環 필터 알고리즘인 식 (14)는 초안정성을 만족한다는 보장이 없다. 이 문제점을 보완하기 위하여 그림 3을 다음의 그림 4와 같이 補正시킨다.

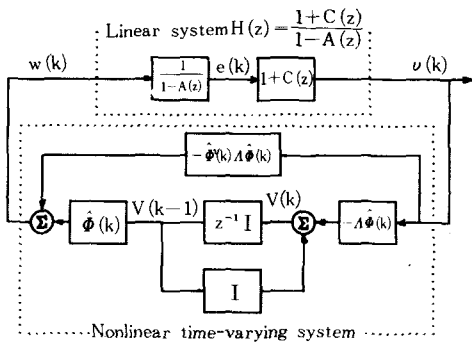


그림 4. 오차 완화 필터를 채용한 적응 순환 필터의 오차 시스템
Fig. 4. Error system of an adaptive IIR filter with error smoothing filter.

그림 4에서 필터 $1+C(z)$ 는 $[1 - A(z)]^{-1}$ 와 결합하여 $H(z)$ 가 SPR조건을 만족하도록 하는 역할을 하며, 이 필터를 誤差 緩和 필터 (error smoothing filter)라 한다. 여기서 오차 완화 필터(보상기)의 傳達函數는

$$1 + C(z) = 1 + \sum_{i=1}^N c_i z^{-i} \quad (22)$$

로 표시되고, 補償器의 출력 $v(k)$ 는

$$v(k) = e(k) + \sum_{i=1}^N c_i e(k-i) \quad (23)$$

로 표시할 수 있다. 그림 3과 그림 4를 비교하면, 그림 3에 상응하는 適應 알고리즘이 식(14)이므로 그림 4에 상응하는 알고리즘은 식 (14)의 $e(k)$ 대신 처리된 오차 (processed error) $v(k)$ 를 대치한 형태임을 알 수 있다. 즉 그림 4에 대한 알고리즘은 다음과 같다.

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Lambda \hat{\phi}(k) v(k) \quad (24)$$

그림상으로 추측한 알고리즘 (24)는 다음과 같은 최소 자승 방법을 이용하여 定量的으로 구할 수 있다.

$v(k)$ 의 자승을 LS방법으로 구하기 위하여 다음과 같은 cost함수를 정하고 이를 최소화 하는 파라미터 벡터를 구한다. 즉,

$$J(\theta(k)) = v^2(k) + (\theta(k) - \theta(k-1))^T \Lambda^{-1} (\theta(k) - \theta(k-1)) \quad (25)$$

에서 이 식의 cost 함수를 최소화 하는 파라미터 벡터는 (24)와 같음을 쉽게 알 수 있다. 식 (24)에서 $v(k)$ 는 $\theta(k)$ 의 함수이므로 이 식은 noncausal하다. 이를 causal한 식으로 고치기 위해, 먼저 事後 推定 誤差 $e(k)$ 를 다음과 같이 고쳐 쓴다.

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) - y(k) \\ &= d(k) - \theta^T(k) \hat{\phi}(k) \\ &= d(k) - \theta^T(k-1) \hat{\phi}(k) - \hat{\phi}^T(k) \Lambda \hat{\phi}(k) v(k) \\ &= e^o(k) - \hat{\phi}^T(k) \Lambda \hat{\phi}(k) v(k) \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)을 식 (23)의 처리된 誤差 信號에 대입하면 $v(k)$ 는 다음과 같이 causal한 형태로 표시된다.

$$\begin{aligned} v(k) &= e^o(k) - \hat{\phi}^T(k) \Lambda \hat{\phi}(k) v(k) + \sum_{i=1}^N c_i e(k-i) \\ &= \frac{1}{1 + \hat{\phi}^T(k) \Lambda \hat{\phi}(k)} [e^o(k) + \sum_{i=1}^N c_i e(k-i)] \\ &= \frac{v^o(k)}{1 + \hat{\phi}^T(k) \Lambda \hat{\phi}(k)} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 $v^o(k)$ 는 事前 處理 誤差 (a priori processed error)라 하며 다음과 같다.

$$v^o(k) = e^o(k) + \sum_{i=1}^N c_i e(k-i) \quad (28)$$

식 (27)을 식 (24)에 대입하면 식(29)와 같은 causal한 알고리즘이 되는데 이 알고리즘을 HARF (hyperstable

adaptive recursive filter)라 한다.

HARF 알고리즘

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{1}{1 + \hat{\phi}^t(k) \Lambda \hat{\phi}(k)} \Lambda \hat{\phi}(k) \nu^o(k)$$

$$\nu^o(k) = e^o(k) + \sum_{i=1}^N c_i^o e(k-i)$$

(29)

여기서 HARF 알고리즘은 식(20)에서 언급한 바와 같이 H(z)가 SPR 條件을 만족한다는 가정 아래 超安定性을 만족한다는 것을 알 수 있다. 그러나 여기서 가장 문제가 되는 것은 H(z)가 SPR 조건을 만족하도록 補償器 1+C(z)를 설정하는 문제이다.^(7,8) 즉, 그림 4의 H(z)가 SPR 조건을 만족하도록 線形(固定) 보상기를 설정하기 위해서는 미지의 기준 시스템의 분모인 1-A(z)에 대한 事前 知識이 필요하다. 그러나 주위 環境의 變化나, 시간에 따라 시스템의 특성이 변할 때 그 시스템에 대한 固定 補償器의 파라미터를 설정한다는 것은 문제점이 많다. 그래서 보상기의 파라미터를 시스템의 변화에 따라 自動으로 適應시킬 수 있는 알고리즘이 요구된다.

IV. 適應 補償器를 채용한 超安定性 적응 循環 필터

앞에서 언급한 선형 보상기의 파라미터를 결정하는데 있어서의 문제점을 해결하기 위하여, 그림 5와 같이 시스템의 변화에 따라 보상기 자체도 適應되는 알고리즘을 제시하고자 한다. 이 경우, 適應 필터뿐만 아니라 보상기의 파라미터도 시간에 따라 適應시킴으로써 결국 정상 상태에서 시스템의 전달 함수 H(z)가 SPR 조건을 만족하도록 하는 것이다. 이렇게 함으로써 알고리즘의 전체적인 收斂 速度는 감소하지만 보상기 설정에 있어서의 문제점을 해결할 수 있다.

식 (23)에서 보상기 파라미터 c^o을 시간에 따라 適應시켜 나갈 경우 c₁가 -a₁로 收斂하면 정상 상태에서는 H(z)=1이 되어 SPR 조건을 만족하게 되는 것이다. 그래서 適應 필터를 適應 시킴과 동시에 보상기의 파라미터 c₁도 -a₁ 값으로 수렴시키기 위해 다음과 같은 과정을 거친다.

먼저 出力 誤差 방법에서의 파라미터 $\theta^o, \theta(k), \hat{\phi}(k)$ 를 다음과 같은 延長된 형태로 표시한다. 이 때 延長된(extended) 파라미터 벡터 θ_e 는

$$\theta_e^o = [a_1^o \dots a_n^o, b_0^o \dots b_m^o, a_1^o \dots a_n^o]$$

$$= [a^o, b^o, a^o]$$

$$= [\theta^o, a^o]$$

(30)

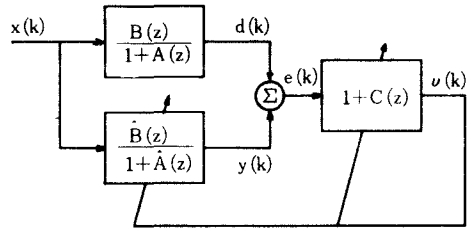


그림 5. 적응 보상기를 갖는 적응 순환필터의 잡음제거 시스템

Fig. 5. ANC system of a IIR filter with an adaptive compensator.

단,

$$a^o = [a_1^o \dots a_n^o]$$

(31)

$$b^o = [b_0^o \dots b_m^o]$$

(32)

이고, 延長된 推定 파라미터 벡터 $\theta_e(k)$ 는

$$\theta_e(k) = [a_1(k), \dots, a_n(k), b_0(k), \dots, b_m(k), -c_1(k), \dots, -c_n(k)]$$

$$= [a_k^t, b_k^t, -c_k^t]$$

$$= [\theta^t(k), -c_k^t]$$

(33)

단,

$$a_k^t = [a_1(k), \dots, a_n(k)]$$

(34)

$$b_k^t = [b_0(k), \dots, b_m(k)]$$

(35)

$$c_k^t = [c_1(k), \dots, c_n(k)]$$

(36)

이며, 延長된 데이터 벡터 $\hat{\phi}_e(k)$ 는

$$\hat{\phi}_e^t(k) = [\hat{\phi}^t(k), -e_k^t]$$

(37)

단,

$$e_k^t = [e(k-1), \dots, e(k-N)]$$

(38)

이다. 이상에서 정의된 벡터들을 이용하면 適應 補償器에 의한 事後 처리 오차 $\nu(k)$ 및 事前 처리 오차 $\nu^o(k)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\nu(k) = e(k) + \sum_{i=1}^N c_i(k) e(k-i)$$

$$= d(k) - \theta_e^t(k) \hat{\phi}_e^t(k)$$

(39)

$$\nu^o(k) = d(k) - \theta_e^t(k-1) \hat{\phi}_e^t(k)$$

(40)

HARF 알고리즘에 適應 보상기 파라미터 c₁(k)가 -a₁(k)로 수렴하게 하는 조건을 포함시키기 위해 다음과 같은 형태의 cost 함수를 정의하고 이를 최소화 하는 파라미터를 구하는 알고리즘을 유도하도록 하자.

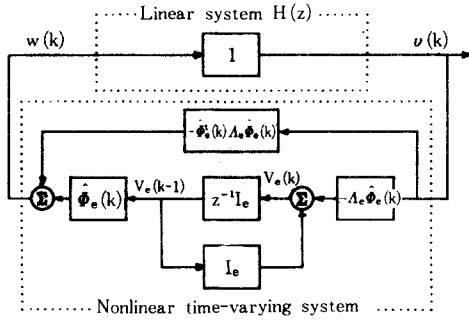


그림 6. 적응 보상기를 갖는 출력오차 적응 순환 필터의 안정 오차 시스템

Fig. 6. Stable error system of the ACHARF algorithm.

lemma :

다음과 같은 discrete-time nonlinear time-varying system 이 있다고 하자.

$$x_{k+1} = A_k \cdot x_k + B_k \cdot u_k : \text{state equation} \quad (53)$$

$$z_k = C_k \cdot x_k + J_k : \text{output equation} \quad (54)$$

$$x_k : \text{상태 벡터 } (n \times 1) \quad (55)$$

$$u_k : \text{입력 벡터 } (m \times 1) \quad (56)$$

$$z_k : \text{출력 벡터 } (m \times 1) \quad (57)$$

만일 아래의 조건을 만족하는 時變 對稱 행렬 (time-varying symmetric matrix) 들인 P_k, Q_k, R_k 및 時變 행렬 S_k 가 존재한다면,

$$A_k^t \cdot P_{k+1} \cdot A_k - P_k = -Q_k \quad (58)$$

$$C_k - B_k^t \cdot P_{k+1} \cdot A_k^t = S_k \quad (59)$$

$$J_k + J_k^t - B_k^t \cdot P_{k+1} \cdot B_k = R_k \quad (60)$$

이때 입력 벡터와 출력 벡터의 內積 $z_k^t \cdot u_k$ 의 합은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=K_0}^{K_1} z_k^t \cdot u_k &= 1/2 x_{K_1+1}^t \cdot P_{K_1+1} \cdot x_{K_1+1} - 1/2 x_{K_0}^t \cdot P_{K_0} \cdot x_{K_0} \\ &+ 1/2 \sum_{k=K_0}^{K_1} \{ x_k^t \cdot Q_k \cdot x_k + 2 \cdot u_k^t \cdot S_k \cdot x_k + \\ &+ 2 \cdot u_k^t \cdot R_k \cdot u_k \} \end{aligned} \quad (61)$$

식 (52) 의 각 변수들을 lemma 에 나타난 변수들과 대응시키면 다음과 같다.

$$x_{k+1} = V_e(k) \quad (62)$$

$$u_k = \nu(k) \quad (63)$$

$$z_k = w(k) \quad (64)$$

$$A_k = I \quad (65)$$

$$B_k = -\Lambda_e \hat{\phi}_e(k) \quad (66)$$

$$C_k = \hat{\phi}_e^t(k) \quad (67)$$

$$J_k = -\hat{\phi}_e^t(k) \Lambda_e \hat{\phi}_e(k) \quad (68)$$

또한 $P_{k+1} = P_k = \dots = e^{-1}$ 로 하면 다음과 같은 Q_k, R_k, S_k 를 얻을 수 있다.

$$Q_k = 0 \quad (69)$$

$$S_k^t = C_k - B_k \cdot P_{k+1} \cdot A_k = 0 \quad (70)$$

$$J_k + J_k^t - B_k^t \cdot P_{k+1} \cdot B_k = 2 J_k - J_k = J_k = R_k \quad (71)$$

이상의 식 (61) ~ (71) 을 이용하면 다음과 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{K_1} \bar{w}(k) \cdot \nu(k) &= \sum_{k=0}^{K_1} \nu^2(k) \\ &= -1/2 V_e^t(K_1+1) \Lambda_e^{-1} V_e(K_1+1) \\ &+ 1/2 V_e^t(0) \Lambda_e^{-1} V_e(0) - 1/2 \sum_{k=0}^{K_1} \nu(k) J_k \nu(k) \end{aligned} \quad (72)$$

여기서, $J_k \geq 0$ 이므로 $0 \leq \gamma_e^2 < \infty$ 일때

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{K_1} w(k) \cdot \nu(k) &= - \sum_{k=0}^{K_1} w(k) \cdot \nu(k) \\ &\geq -1/2 V_e^t(0) \Lambda_e^{-1} V_e(0) \\ &= -\gamma_e^2 \end{aligned} \quad (73)$$

이다. 따라서 $k \rightarrow \infty$ 이면 $\nu(k) \rightarrow 0$ 으로 收斂 하고, 이로 인해 $w(k) \rightarrow 0$ 으로 收斂 하여 ACHARF 알고리즘은 超安定性을 만족한다.

V. 시뮬레이션

본 연구에서 제시한 적응 보상기를 가지는 超安定性 적응 循環 필터의 성능을 적응 非循環 필터, 그리고 LS적응 순환필터의 성능과 비교하기 위하여 표1과 같은 조건으로 시뮬레이션을 하였다.

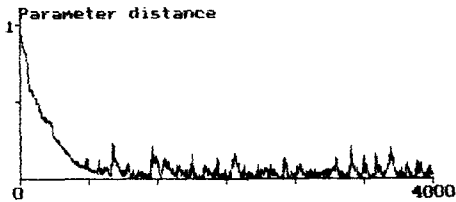
이때, LS 방법의 적응 循環 필터 알고리즘은 식 (14) 이고, 적응 補償器를 이용한 적응 循環 필터의 알고리즘은 식 (45) 이며, 적응 非循環 필터 알고리즘은 다음과 같다.^[11]

$$H(k+1) = H(k) + \mu e(k) X(k) \quad (74)$$

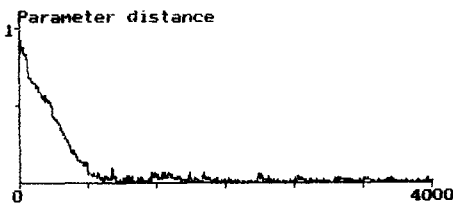
이상의 알고리즘 들을 표 1 과 같은 條件에서 音聲信號를 입력 신호로 하고 시뮬레이션 하였을 때 LS 방법의 適應 循環 필터와 제안한 알고리즘(ACHARF)의 收斂特性은 그림 7 과 같고 各부의 波形은 그림 8 과 같다. 그리고 구형파를 입력 신호로 했을 때 收斂特性은 그림 9 와 같고 各부의 波形은 그림 10 과 같다

표 1. 시뮬레이션 조건
Table 1. Simulation Condition.

기준 시스템	$H(z) = \frac{0.5}{1 - 1.272792z^{-1} + 0.81z^{-2}}$	
입력 신호	S(k)	음성 신호, 구형파
	X(k)	백색잡음
	S/N비	-5.47 dB
FIR 필터	필터 차수 = 30차 적응 이득(μ) = 0.01	
LS 적응 순환 필터	zero 차수 = 1 차	
	pole 차수 = 3 차	
	적응이득	$\mu = 0.1$ $\gamma = 0.03$
ACHARF 적응 순환 필터	zero 차수 = 1 차	
	pole 차수 = 3 차	
	보상기 차수 = 8 차	
	적응이득	$\mu = 0.1$ $\gamma = 0.007$ $\rho = 0.03$



(a)



(b)

그림 7. 음성신호 입력에 대한 수렴 특성

- (a) LS 방법에서의 수렴 특성
- (b) ACHARF 방법에서의 수렴 특성

Fig. 7. Convergence characteristic with a voice signal input.

- (a) convergence characteristic of the LS method,
- (b) convergence characteristic of the ACHARF method.

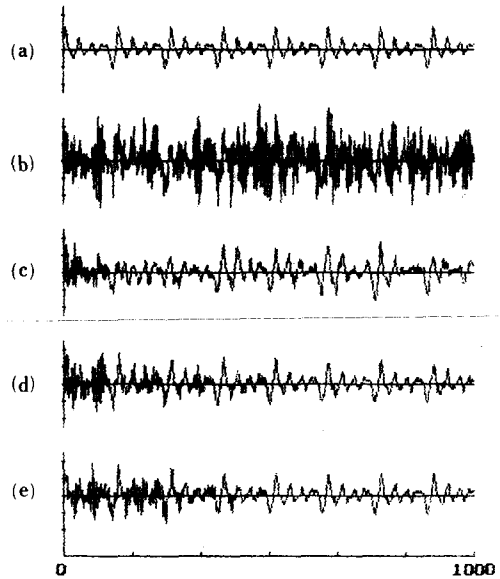


그림 8. 음성 신호 입력에 대한 출력 파형의 비교

- (a) 원신호 파형
- (b) 잡음에 의해 손상된 신호의 파형
- (c) FIR 필터를 이용한 ANC의 출력파형
- (d) LS 방법의 IIR 필터를 이용한 ANC의 출력파형
- (e) ACHARF 방법의 IIR 필터를 이용한 ANC의 출력파형

Fig. 8. Comparison of an output waveform with a voice signal input.

- (a) waveform of an original signal,
- (b) waveform of a signal corrupted by noise,
- (c) output waveform of an ANC with a FIR filter,
- (d) output waveform of an ANC with an ACHARF method IIR filter,
- (e) output waveform of an ANC with an ACHARF method IIR filter.

LS 방법의 적응 循環 필터를 이용한 적응 잡음 제거기에서는 出力誤差 $e(k)$ 가 雜音이 제거된 出力信號이기 때문에 시스템이 正常 상태에 도달한 후에도 오차가 零으로 되지 않고 파라미터가 계속 流動하므로 어느 정도 이상의 잡음은 줄어들지 않는다. 반면 提案된 알고리즘에서는 그림11에 나타난 것과 같이 적응 補償器의 파라미터가 正常 상태에서 입력 신호의 NULL을 형성하여 報償器의 출력이 零으로 收斂하게 되며 따라서 정상 상태에서의 잡음 제거 특성이 상당히 개선된다.

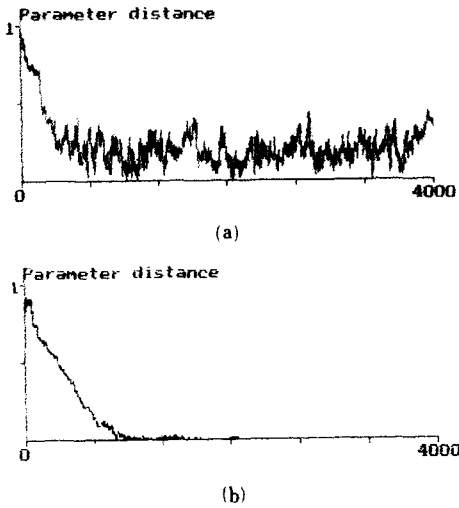


그림 9. 구형과 입력에 대한 수렴 특성
 (a) LS 방법에서의 수렴 특성
 (b) ACHARF 방법에서의 수렴 특성
Fig. 9. Convergence characteristic with a rectangle input.
 (a) convergence characteristic of the LS method,
 (b) convergence characteristic of the ACHARF method.

표 2는 基準 시스템이 IIR 시스템일 때 적응 非循環 필터를 이용한 적응 잡음 제거기의 신호대 잡음 비이다. 이 표에서 보면 주어진 基準 시스템은 약 30 차 정도의 適應 非循環 필터로 대략적인 모델링을 할 수 있음을 알 수 있다.

표 3은 주어진 基準 시스템에 대해 適應 시스템의 pole이 3차이고 zero가 1차일 때 補償器의 차수에 대한 시스템 출력의 S/N비를 나타낸 것이다. 여기서 보상기의 차수가 8차일 때가 雜音 特性이 가장 개선된 상태이며 LS 방법의 적응 循環 필터에서 19.70dB, LMS 적응 非循環 필터에서 11.21dB와 비교하면 잡음 제거 성능이 크게 改善되었다는 것을 알 수 있다.

VI. 결 론

適應 循環 필터는 적응 과정에서 pole이 單位圓 밖으로 나가면 시스템이 不安定하므로 적응 非循環 필터에 비해 安定性 문제가 크게 대두되며, 또한 cost 함수가 파라미터 벡터에 대해 멀티모달(multimodal)하므로 傾倒法 알고리즘이 이용되기 어려운 점이 있다. 그리고, 適應 循環 필터 알고리즘 중 方程式 誤

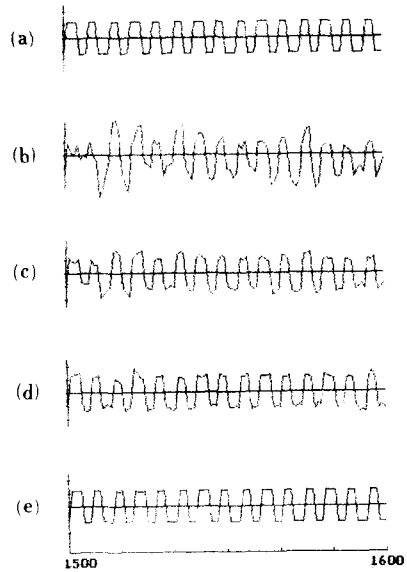


그림 10. 구형과 입력에 대한 출력 파형의 비교
 (a) 원신호 파형
 (b) 잡음에 의해 손상된 신호의 파형
 (c) FIR 필터를 이용한 ANC의 출력파형
 (d) LS 방법의 IIR 필터를 이용한 ANC의 출력파형
 (e) ACHARF 방법의 IIR 필터를 이용한 ANC의 출력파형

Fig. 10. Comparison of an output waveform with a rectangle input.
 (a) waveform of an original signal,
 (b) waveform of a signal corrupted by noise,
 (c) output waveform of an ANC with a FIR filter,
 (d) output waveform of an ANC with a LS method IIR filter,
 (e) output waveform of an ANC with an ACHARF method IIR filter.

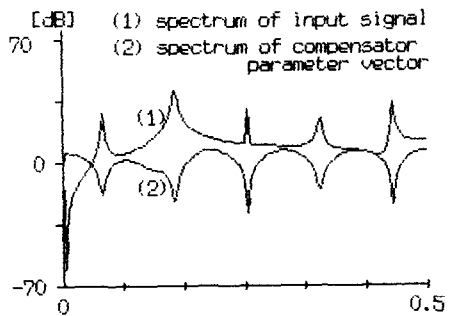


그림 11. 보상기의 주파수 특성
Fig. 11. Frequency characteristic of a compensator

표 2. 적응 비순환 필터의 신호대 잡음비
Table 2. SNR of an Adaptive FIR Filter.

필터 차수	S/N 비
5	1.603
10	6.974
15	10.101
20	10.734
25	10.935
30	11.212
35	10.399
40	10.042
45	10.609
50	10.222

표 3. 적응 보상기를 갖는 적응 순환 필터에서 보상기의 차수에 따른 신호대 잡음비
Table 3. SNR of an ACHARF as Compensator Orders.

보상기 차수	S/N 비
3	24.48
4	27.36
5	27.31
6	27.57
7	28.05
8	29.23
9	28.35
10	26.93

차 방법은 出力 誤差 방법에 비해 안정성 면에서는 유리하나 雜音 特性이 좋지 못하다. 반면, 出力 誤差 방법의 適應 循環 필터는 잡음 특성이 좋으나 안정성이 크게 문제가 된다. 線形 補償器를 갖는 적응 순환 필터 알고리즘은 이러한 문제점을 다소 해결할 수 있으나 變動하고 있는 미지의 시스템 특성에 대한 補償器 파라미터를 설정하는 것이 문제가 되어왔다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 補償器의 파라미터도 적응 필터의 파라미터와 함께 시간에 따라 적응 시킴으로써 미지의 시스템이 자동적으로 超安定性을 만족할 수 있도록 하는 알고리즘을 제시하였고, 제시한 알고리즘에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 妥當性을 입증하였다.

參 考 文 獻

[1] B. Widrow, J.R. Glover, J.M. McCool, J.

Kaunitz, Eugene Dong, C.S. Williams, R.H. Hearn, J.R. Zeidler, R.C. Goodin, "Adaptive noise cancelling: principles and applications," *Proceedings of IEEE*, vol. 63, no. 12, December 1975.

[2] S.D. Stearns, "Error surfaces of recursive adaptive filters," *IEEE Trans. Circuits Syst.* vol. CAS-28, Special Issue on Adaptive Systems, June 1981.

[3] G. Long, D. Shwed, and D.D. Falconer, "Study of a Pole-zero adaptive echo canceler," *IEEE Circuits Syst.*, vol. CAS-34, Special Issue on Adaptive Systems and Applications, July 1987.

[4] M.G. Larimore, J.R. Treichler, and C.R. Johnson, Jr., "SHARF: an algorithm for adapting IIR digital filters," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. ASSP-28, p. 428, August 1980.

[5] C.R. Johnson, Jr., "A convergence proof for a hyperstable adaptive recursive filter," *IEEE Trans. Inform Theory*, vol. IT-2 no. 6, November 1978.

[6] C.R. Johnson, Jr., M.G. Larimore, J.R. Treichler and B.D. O. Anderson, "SHARF convergence properties," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. ASSP-29, p. 659, June 1981.

[7] B. Widrow, S.D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Inc., pp. 154-164, 1985.

[8] H. Fan, W.K. Jenkins, "A new adaptive IIR filter," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-33, no. 10, October 1986.

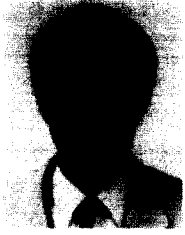
[9] C.R. Johnson, Jr., "Adaptive IIR filtering: current results and open issues," *IEEE Inform. Theory*, vol. IRT-30, no. 2, pp. 237-250, March 1984.

[10] V.M. Popov, *Hyperstability of Automatic control Systems*, Springer, New York, 1973.

[11] J.R. Treichler, C.R. Johnson, Jr., M. G. Larimore, *Theory and Design of Adaptive Filters*, Texas Instruments, Inc., 1987, pp. 113-156.

[12] Mendel, J.M., *Discrete Techniques of Parameter Estimation: The equation error formulation*, Marcel Dekker, New York 1973.

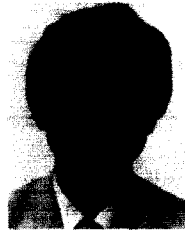
著 者 紹 介



尹 炳 愚 (正會員)

1961年 1月 27日生. 1987年 2月
부산대학교 전자공학과 졸업. 19
89年 2月 부산대학교 전자공학과
석사 학위취득. 1989年 3月~19
90年 3月 부산대학교 전자공학과
조교. 1989年 3月~현재 부산대

학교 전자공학과 박사과정 재학중. 주 관심분야는 신
호처리, 적응필터, 수중통신 등임.



辛 潤 錫 (正會員)

1957年 1月 2日生. 1979年 2月
서울대학교 전자공학과 졸업. 19
82年 2月 서울대학교 전자공학과
석사 학위취득. 1987年 2月 서울
대학교 전자공학과 박사 학위 취
득. 1985年 3月~현재 부산대학

교 전자공학과 조교수. 주 관심분야는 신호처리, 적응
필터, 수중통신 등임.