

論文 90-27-3-1

TE 입사파에 의한 무한 평면 격자상의 전류분포

(Current Distributions on the Infinite Conductor Grating Plane for TE Incident Waves)

金興洙*, 李相高**

(Heung Soo Kim and Sang Seol Lee)

要 約

무한히 긴 도체 격자판에 TE파가 입사될 때 스트립 위에 유기되는 전류분포를 스펙트럴 영역해석법과 모멘트법을 이용하여 구한다.

스트립 간의 간격이 $0.05\lambda \sim 5\lambda$ 인 격자판에 유기되는 전류분포의 파의 입사각에 따른 변화와 스트립 간격에 대한 스트립 폭의 비가 $0.4 \sim 0.8$ 일때 스트립상의 전류분포 변화를 계산한다. 이 결과의 타당성을 입증하기 위해서 다른 방법에 의한 결과와 비교한다.

Abstract

When TE waves incident to the infinite conductor grating plane, current distributions on the strip is found by the spectral domain analysis and the moment method.

Current distributions on the strip as the parameter of incident angle of waves are calculated for the grating plane of which strip space is $0.05\lambda \sim 5\lambda$, and of which the ratio of strip width to its space is $0.4 - 0.8$. In order to varify the validity of the present method, the numerical results are compared with other method.

I. 서 론

전자파의 산란현상을 해석함에 있어 입사된 전자파에 의해 유기되는 전류분포를 계산하는 것은 매우 중요하다.

최근 금속 도체가 격자형을 이루고 있는 평면에

의한 산란 현상에 관하여 많은 연구가 진행되었다. J. H. Richmond는 평면 금속 격자판 위에 TM파가 입사되었을 때 유기되는 전류분포와 산란 전자파를 격자의 주기성을 이용하여 Fourier 급수형태로 전개하였다^[1] 또한 평면파가 입사될 때 도체 스트립 혹은 스텔에 의해 유기되는 전류 또는 자류를 Chebyshev 다항식으로 표현한 연구들이 많이 행하여지고 있으며, 그중 C. M. Butler는 스트립에 TM파와 TE파가 입사될 때 경계조건을 만족하는 적분방정식의 해를 Chebyshev 다항식을 이용하여 구하였고^[2] 또한 파장에 비해 매우 좁은 스트립들이 격자형으로 배열되어 있는 경우에 대한 산란현상도 해석하였다^[3]

*正會員, 濟州大學校 通信工學科
(Dept. of Telecomm. Cheju Univ.)

**正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科
(Dept. of Telecomm. Hanyang Univ.)

接受日字: 1989年 8月 7日

한편 산란현상을 연구하는데 있어 산란전자파를 스펙트럴 영역으로 변환하여 해를 구하는 방법들이 많이 연구되어지고 있다. 이러한 방법으로 Mittra 등은 FSS (frequency selective surface) 에 대한 연구를 하였으며^[5] K. Uchida 등은 스펙트럴 영역 해석법과 샘플링 이론을 이용하여 금속 평면 격자 상의 전류 분포를 구하였다.^[6]

이 연구에서는 완전도체로 이루어진 무한 평면 격자판에 TE파가 입사될 때 스펙트럴 영역 해석법과 모멘트법을 이용하여 도체표면에 유기되는 전류분포를 구하고, K. Uchida 등이 계산한 결과와 비교한다.

II. 영역의 변환

그림에서 각 스트립은 완전 도체로 이루어져 있으며, 스트립 격자판은 y 방향으로 무한히 길고 격자판의 두께는 무시할 정도로 얇은 것으로 한다. 스트립은 ±x 방향으로 일정한 간격의 격자형이다. 스트립의 폭은 2d (=w) 이고 스트립 간의 간격은 s이다. 한편 입사파는 그림 1과 같이 자계 성분이 스트립과 평행을 이루고 있는 TE파로 하며, θ는 파의 진행 방향과 z축이 이루는 각도를 나타낸다.

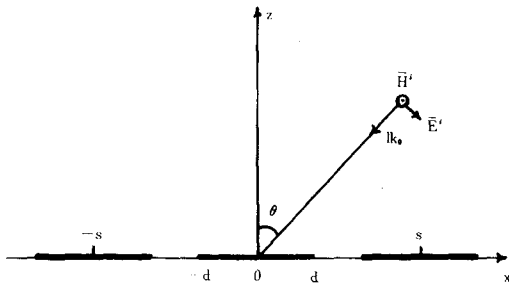


그림 1. 도체 격자판에 입사되는 TE파
Fig. 1. The waves incident upon the conductor grating plane.

따라서 입사파의 자계 및 전계 성분은 다음식으로 주어진다.

$$\vec{H}^i = \hat{y} \cdot H \cdot e^{jk_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (1)$$

$$\vec{E}^i = E_0 (\hat{x} \cos \theta - \hat{z} \sin \theta) \cdot e^{jk_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (2)$$

x-y 평면 즉 z=0에서의 전계 및 자계에 대한 경계 조건은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$E_x(x, y, 0^+) = E_x(x, y, 0^-) \quad (3)$$

$$H_y(x, y, 0^+) = H_y(x, y, 0^-) \quad \text{: 도체 아닌 부분}$$

$$H_y(x, y, 0^+) = H_y(x, y, 0^-) = J_x(x) \quad \text{: 도체부분} \quad (4)$$

스트립은 완전도체로서 입사파 E_x^i와 산란파 E_x^s는 다음의 관계식을 만족한다.

$$E_x^i(x, y, 0) = -E_x^s(x, y, 0) \quad (5)$$

자계 성분에 의해 유기된 2차 전류 J_x(x)에 의해 발생된 산란파의 전계식은 다음으로 주어진다.

$$E_x^s(x, y) = -\frac{\eta}{4k_0} \left(\frac{d^2}{dx^2} + k_0^2 \right) \int_{-d}^d J_x(x') \cdot H_0^{(2)}(k_0 |x-x'|) dx' \quad (6)$$

여기서 k_0는 자유공간의 파수이고 η는 파동 임피던스를 나타낸다. H_0^{(2)}는 2종 Hankel함수이다.

임의 함수 f(x)에 대하여 다음 함수변환을 정의한다.

$$\tilde{f}(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{j\beta x} dx \quad (7)$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\beta) e^{-j\beta x} d\beta \quad (8)$$

(6)식을 (7)식에 의하여 변환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tilde{E}_x^s(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} E_x^s(x, y) e^{j\beta x} dx \quad (9)$$

(9)식을 적분하면 다음식을 얻는다.

$$\tilde{E}_x^s(\beta) = -\frac{\eta}{2k_0} (k_0^2 - \beta^2)^{1/2} \tilde{J}_x(\beta) \quad (10)$$

여기서 $\tilde{J}_x(\beta)$ 는 J_x(x)의 변환된 함수이다.

스트립 격자는 주기성을 갖고 있으므로 (10)식의 β를 Floquet 모드 혹은 Floquet harmonic을 이용하여 다음과 같이 놓는다.

$$\beta_l = k_0 \sin \theta + \frac{2\pi}{s} \cdot l, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (11)$$

여기서 l은 Floquet 모드의 번호이다. 따라서 하나의 스트립에 의한 산란전계식은 다음과 같다.

$$\tilde{E}_x^s(\beta_l) = -\frac{\eta}{2k_0} (k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2} \cdot \tilde{J}_x(\beta_l) \quad (12)$$

그림 1과 같이 스트립을 주기적으로 배열하여 격자를 이룬 경우에 대하여는 E_x^s(x)를 (12)식에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_x^s(x) = -\frac{\eta}{2k} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2} \cdot \tilde{J}_x(\beta_l) \cdot e^{-j\beta_l x} \quad (13)$$

(13)식에 (2)식과 (5)식의 경계조건을 적용하면 다음식을 얻는다.

$$\frac{\eta}{2k_0} \sum_i (k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} \cdot \tilde{J}_x(\beta_i) \cdot e^{-j\beta_i x} = E_0 \cdot \cos\theta \cdot e^{-jk_0 \sin\theta x} \quad -d \leq x \leq d \quad (14)$$

여기서 $\tilde{J}_x(\beta_i)$ 은 전류를 나타내는 미지의 함수이고 이것을 급수 형태로 다음과 같이 놓는다.

$$J_x(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot f_n(x) \quad (15)$$

여기서 I_n 과 $f_n(x)$ 은 각각 계수와 전개 함수를 나타내며 여기서 전개 함수를 다음과 같이 선택한다.

$$f_n(x) = e^{jn\pi/dx} \quad -d \leq x \leq d \quad (16)$$

(15)식을 Fourier 변환하여 (14)식에 대입하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\eta}{2k_0} \sum_i (k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} \sum_n I_n \cdot \tilde{f}_n(\beta_i) \cdot e^{-j\beta_i x} = E_0 \cdot \cos\theta \cdot e^{-jk_0 \sin\theta x} \quad (17)$$

여기서 $\tilde{f}_n(\beta)$ 은 $f_n(x)$ 의 Fourier 변환이다.

(17)식의 양변에 $f_m(x)$ 의 공액함수 $f_m^*(x)$ 를 곱하고 도체가 존재하는 구간에 대해 적분하면 다음식을 얻는다.

$$\frac{\eta}{2k_0} \sum_n I_n \sum_i (k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} \cdot \tilde{f}_n(\beta_i) \cdot \tilde{f}_m^*(\beta_i) = E_0 \cos\theta \cdot \tilde{f}_m^*(k_0 \sin\theta) \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (18)$$

(18)식을 행렬로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m] \quad (19)$$

여기서

$$Z_{mn} = \frac{\eta}{2k_0} \sum_i (k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} \cdot \tilde{f}_n(\beta_i) \cdot \tilde{f}_m^*(\beta_i) \quad (20)$$

$$V_m = E_0 \cos\theta \cdot \tilde{f}_m^*(k_0 \sin\theta) \quad (21)$$

이다.

또한 $[Z_{mn}]$ 은 $N \times N$ 의 행렬이고, $[I_n]$ 과 $[V_m]$ 은 각각 $N \times 1$ 의 행렬로서 $[I_n]$ 은 다음식으로 구할 수 있다.

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (22)$$

(22)식에서 구한 계수 I_n 을 (15)식에 대입하면 스트리얼 상에 분포되는 전류를 구할 수 있다.

또한 산란 전계는 (13)식으로 부터 다음과 같이 계산한다.

$$E_x^s(x) = -\frac{\eta}{2k_0} \sum_n \sum_i (k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} \cdot I_n \cdot \tilde{f}_n(\beta_i) \cdot e^{-j\beta_i x} \quad (23)$$

그림 1에서 나타낸 바와 같이 각 스트리얼들은 간격 s 로 주기적으로 무한히 반복되고 있으므로 s 만큼 떨어진 임의의 두점에서의 전자계는 $\exp(-jks \cdot \sin\theta)$ 만큼의 위상 변화만 있을 뿐이다. 즉 한점에서의 전자계를 $f(x)$ 라 두면 s 만큼 떨어진 지점의 전자계를 $f(x+s)$ 로 쓸 수 있고 이들 두 지점의 전자계의 관계식은 다음과 같다.

$$f(x+s) = f(x) \exp(-jks \cdot \sin\theta) \quad (24)$$

(24)식은 전자계를 계산하는데 있어 기본구간 $-s/2 < x < +s/2$ 에서만 고려하면 된다는 것을 나타낸다.

III. 계산결과 및 고찰

앞에서 유도한 전류에 관한식(15)을 이용하여 입사파에 의해 유기되는 전류분포를 계산한다. 입사파의 주파수는 7.5 [GHz]라 두고 전계의 세기는 1 [V/m]라 한다.

입사각의 변화에 따른 스트리얼상의 전류분포 변화를 계산하고, 격자판에 파가 수직으로 입사될 때 스트리얼의 폭과 간격의 비에따른 스트리얼상에 전류분포의 변화를 계산한다.

그림 2에서 그림 8까지는 스트리얼의 간격이 $0.05\lambda \sim 5\lambda$ 까지의 격자에 대하여 입사각의 변화에 따른 전류분포를 나타내고 있다. 이때 스트리얼의 폭과 간격의 비(= w/s)는 0.5로 한다.

그림 2, 3은 스트리얼의 폭과 간격이 파장에 비해 좁은 경우이다. 이때의 전류분포는 입사각이 커짐에 따라 전류값은 감소하고 있음을 알 수 있고, 그의 분포형태는 언제나 대칭형이다. 또한 파가 수직으로 입사될 때는 폭과 간격의 변화에 관계없이 유기전류의 크기와 분포가 거의 같음을 알 수 있다.

그림 4, 5, 6은 스트리얼의 간격이 약 한파장인 경우이다. 여기서는 파가 수직 입사한 경우만 대칭 분포

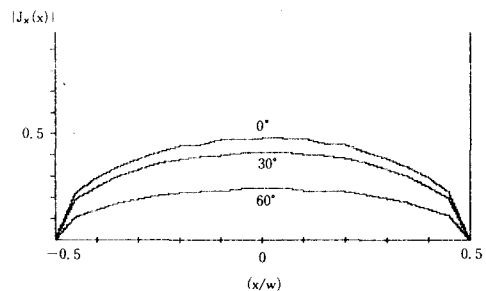


그림 2. $S=0.05\lambda$ 일때 전류분포
Fig. 2. Current distributions for $s=0.05\lambda$.

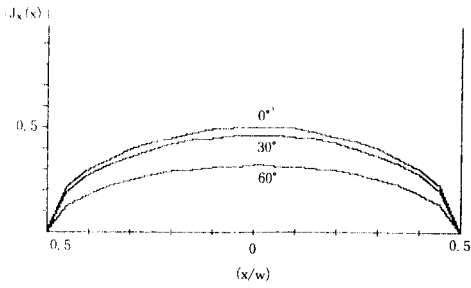


그림 3. $S=0.5\lambda$ 일 때 전류분포
Fig. 3. Current distributions for $s=0.5\lambda$.

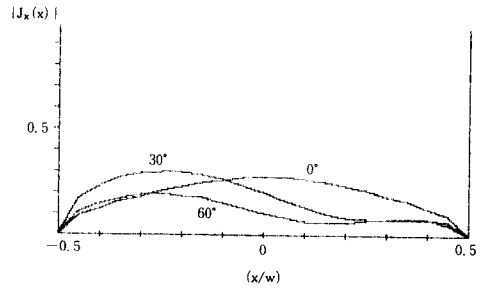


그림 6. $S=1.5\lambda$ 일 때 전류분포
Fig. 6. Current distributions for $s=1.5\lambda$.

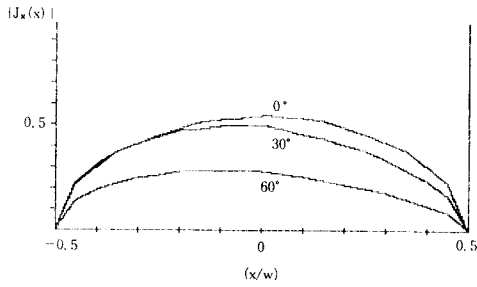


그림 4. $S=0.75\lambda$ 일 때 전류분포
Fig. 4. Current distributions for $s=0.75\lambda$.

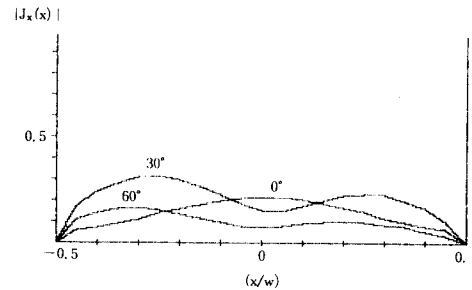


그림 7. $S=2\lambda$ 일 때 전류분포
Fig. 7. Current distributions for $s=2\lambda$.

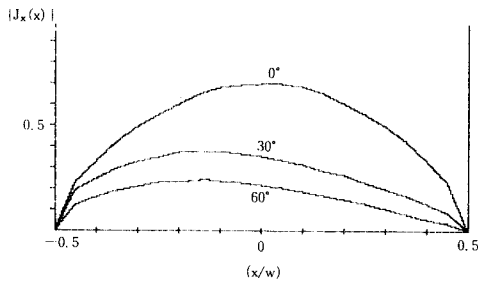


그림 5. $S=\lambda$ 일 때 전류분포
Fig. 5. Current distributions for $s=\lambda$.

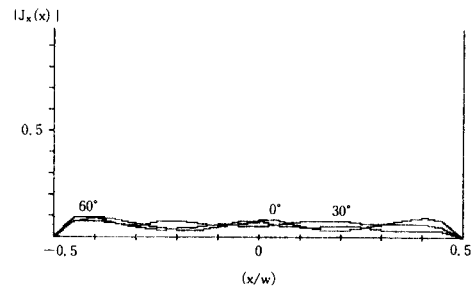


그림 8. $S=5\lambda$ 일 때 전류분포
Fig. 8. Current distributions for $s=5\lambda$.

를 이루며 그 외의 입사각에 대하여는 비대칭 분포를 하고 있다. 스트립 간의 간격이 한파장 일 때 전류의 크기가 최대가 되는 것을 알 수 있으며, 간격이 한파장 이상으로 되면 전류값은 점점 감소한다.

그림 7,8은 스트립 간의 간격이 두파장 이상인 경우이다. 간격이 넓어짐에 따라 전류의 크기는 감소하

고 있으며 약간의 리플을 포함한다.

그림 9은 파가 수직으로 입사될 때 스트립 간의 간격을 한파장으로 두고 스트립의 폭을 $0.4\lambda \sim 0.8\lambda$ 로 했을 때의 전류분포 변화이다. 스트립 간의 간격에 대한 폭의 비가 작을수록 전류값은 증가하고 있다.

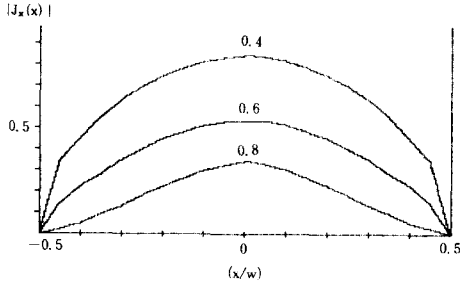


그림 9. 스트립의 간격에 대한 폭의 비(=w/s)가 0.4, 0.6, 0.8일때의 전류분포(s=λ)
 Fig. 9. Current distributions(s=λ) for the ratio of strip width to its space(=w/s); 0.4, 0.6, 0.8.

그림 2에서 그림 9까지의 전류분포를 계산하기 위한 프로그램 상에서 Floquet mode 수 L과 행렬의 크기 N을 각각 30 이상으로 했을 때 전류값은 일정한 값으로 수렴하기 시작하였고 L을 10씩 증가 시킴에 따라 전류값의 변화율은 급격히 줄어들어 L=50 이상이 되면 변화율은 0.01% 미만으로 되었다. N의 증가에 의한 전류값의 변화율은 L의 증가에 따른 변화율 보다 매우 작았다. 전류값을 계산하기 위한 프로그램 상의 L과 N 값을 각각 50과 40으로 정하여 계산하였다.

한편 이 연구에서 제시한 방법의 타당성을 입증하기 위해 K. Uchida 등이 계산한 결과⁽¹⁾와 비교하여 표 1에 나타내었다. 표 1에서는 파가 수직 입사될 때 스트립 간격 s를 한파장으로 하고 폭과 간격의 비(w/s)를 0.5로 하여 계산한 전류분포 결과치를 최대값을 기준으로한 정규화된 값으로 나타내었다.

표 1. 다른 방법에 의한 결과와 비교
 $\theta=0^\circ, s=\lambda, w/s=0.5$

Table 1. Comparison with the result of other method.
 $\theta=0^\circ, s=\lambda, w/s=0.5$

(x/w)	이 연구에서 제시한 방법에 의한 결과	다른 방법에 의한 결과
0.0	1.00000	1.00000
0.1	0.96505	0.96521
0.2	0.86235	0.86279
0.3	0.69711	0.69715
0.4	0.46798	0.46781
0.5	0.00017	0.00000

표 1에 나타난 바와 같이 이 연구에서 제시한 방법에 의한 결과는 다른 방법에 의한 결과와 좋은 일치를 보이며 이 연구에서 제시한 방법의 타당성을 잘 입증한다.

IV. 결 론

완전도체로 되어 있는 무한히 긴 스트립 격자 판 위에 TE파가 입사될 때 유기되는 전류분포를 계산하였다.

일반적으로 스트립 소자의 수가 무한히 많은 경우 소자들을 작은 소구간으로 분할하여 계산하는 방법은 적용할 수 없다. 또한 지금까지 연구된 해석 방법은 스트립의 폭이 파장에 비하여 매우 작은 경우에 적용할 수 있는 근사적 계산 방법이었다.

이 연구에서는 도체 스트립의 주기성을 이용하여 스펙트럼 영역 변환법과 모멘트 법을 적용하므로써 스트립 폭과 간격이 파장에 비하여 매우 큰 경우에도 해석이 가능하다.

參 考 文 獻

- [1] J.H. Richmond, "On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating." *IEEE Trans. Ant. Proc.*, vol. AP-28, no. 6, pp. 883-887, Nov. 1980.
- [2] C.M. Butler and D.R. Wilton, "General analysis of narrow strips and slots," *IEEE Trans. Ant. Proc.*, vol. AP-28, no. 1, pp. 42-48, Jan. 1980.
- [3] W.A. Walker and C.M. Butler, "A method for computing scattering by large arrays of narrow strips," *IEEE Trans. Ant. Pro.*, vol. AP-32, no. 12, Dec. 1984.
- [4] C.M. Butler, "General solution of the narrow strip (and slot) integral equation." *IEEE Trans, Ant. Pro.*, vol. AP-33, no. 10, pp. 1085-1090, Oct. 1985.
- [5] R. Mittra, R.C. Hall and C.H. Tsao, "Spectral domain analysis of circular patch frequency selective surfaces." *IEEE Trans. Ant. Pro.*, vol. AP-32, no. 5, pp. 533-536, May. 1984.
- [6] K. Uchida, T. Noda and T. Matsunaga, "Spectral domain analysis of electromagnetic wave scattering by an infinite planar metallic grating." *IEEE Trans. Ant. Pro.*, vol. AP-35, no. 1, pp. 46-52, Jan. 1987.

 著 者 紹 介



金 興 洙 (正會員)

1955年 10月 4日生. 1978年 한양
대학교 전자통신공학과 졸업.

1980年 한양대학원 전자통신공학
과 졸업. 1987年 한양대학원 전자통
신공학과 박사과정 수료. 1987年

~현재 제주대학 통신공학과 조

교수. 주관심분야는 전자파 산란현상, 안테나 공학
등임.

李 相 高 (正會員) 第26卷 第5號 參照

현재 한양대학교 전자통신공
학과 교수