論文 90-27-2-7

직류 서어보 전동기 제어를 위한 직접 극배치 PID 자기동조 제어기의 설계

(A Study on the Direct Pole Placement PID Self-Tuning Controller Design for DC Servo Motor Control)

南 文 鉉*, 李 揆 英**

(Moon Hyun Nam and Kyu Young Rhee)

要 約

직류 전동기의 위치 및 속도 제어를 위해 그동안 주로 사용해 왔던 고전적인 선형 PID 제어 알고리듬을 사용하여 왔으나, 주위환경의 변화나 부하의 변동 또는 외란과 같은 비선형 요소들로 인해 실제 시스템의 모델링에는 많은 제한이 따랐다. 이 문제를 해결하기 위해 시스템의 모델링 없이 매개변수들을 온라인으로 추정하여 식별할 수 있는 PID 자기 동조기의 설계 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 극 배치 PID 자기 동조 제어기의 설계 기법을 제안하고, 각각의 제어기 매개변수들을 추정하기 위하여 순환 최소자승 알고리듬을 사용하였으며, Diophantine 방정식의 도입으로 인한 4개의 추가매개 변수들을 추정된 제어기 매개변수들을 이용하여 새롭게 유도된 방정식에서 구하였다. 제안된 제어기의 성능을 평가하기 위하여 최소, 비최소 위상 시스템에 대한 시뮬레이션을 하였고 실제 로보트 매니플레이터용 DC 서어보 전동기에 대하여 무부하와 부하 실험을 거쳐 그 특성이 양호함을 검증하였다.

Abstracts

This paper concerned about a study on the direct pole placement PID self-tuning controller design for DC servo motor control system. The method of a direct pole placement self-tuning PID control for a DC servo motor of Robot manipulator tracks a reference velocity in spite of the parameters uncertainties in nonminimum phase system. In this scheme, the parameters of classical controller are estimated by the recursive least square (RLS) identification algorithm, the pole placement method and diophantine equation. A series of simulation in whih minimum phase system and nonminimum phase system are subjected to a pattern of system parameter changes is presented to show some of the features of the proposed control algorithm. The proposed control algorithm which shown are effective for the practical application, and experiments of DC servo motor speed control for Robot manipulator by a microcomputer IBM-PC/AT are performed and the results are well suited.

*正會員, 建國大學校 電氣工學科

(Dept. of Electrical Eng., Konkuk Univ.)

**正會員, 大田工業大學 電氣工學科

(Dept. of Electrical Eng., Taejon Nat'l. Univ.)

接受日字 : 1989年 10月 11日

I. 서 론

전동기의 속도 및 위치 제어 방식으로는 일반적으로 비 적응제어 방식과 적응제어 방식으로 나눌 수 있다. 비 적응제어 방식의 한 예로는 고전적인 PID

제어 방식을 들 수 있는데, 이런 제어기는 원하는 응답 특성을 얻기 위하여 각 이득 계수들을 시스템 특성에 알맞게 미리 설정해 주어야 하기 때문에 시스템 매개변수들을 정확하게 알아야 하며 외란이나 부하 변동에 의해 매개변수들이 바뀌면 제어기 매개변수들을 다시 조정해 주어야 하는 어려움이 따른다. 그러나 이런 문제점들은 추정 이론을 도입한 적응제어 방법으로 해결할 수 있다.[1][2][3][4]

적응제어는 1951년 Draper와 Li에 의해 처음 제안 되었으며, 그 후 Whitaker et al. 등에 의해 항공기 제어 시스템에 적용하면서 MRAC 방법, STR 방법등으로 발전되어 왔다. Whitaker와 그의 동료들에 의해 개발된 MRAC 방법은 시스템에 적당한 제어기를 구성하여 출력이 기준 신호와 일치하는 이상적인 시스템의 특성을 추정하면서 추정된 매개변수를 바탕으로 적절한 제어기를 구성하는 것으로 이방식은 제어기가 동작 중에 시스템의 동작점이 변하거나 외부에서 외란이 가해지더라도 제어 목적을 유지할 수 있는 것으로 Monopoli나 Landau 등에 의해 발전되어 왔다.[5][6] STR에 관한 이론은 1958년 Kalman에 의해 처음 발표되었고, 그 이후 Astrom과 Wittenmark 등에 의해 이 이론이 완성되었으며,[7][8] 이 방법의 기본적 개념은 기준 모델을 구성하지 않고 플랜트의 매개변수를 온라인 추정하여 평가함수를 최소화하는 제어입력을 구하여 제어기에 도입, 출력이 기준입력을 추종하도록 제어하는 것을 말한다.[1][4]

그림1은 모르는 매개변수를 갖는 시스템을 자기동조로 제어할 때 온라인으로 해를 구하는 방식을 나타낸 것이다.[9][10] 이러한 자기동조 제어는 제어방식에 따라 간접방법과 직접방법으로 나눌 수 있다. 간접방법은 시스템 매개변수를 추정하여, 이를 참값이라고 가정하고 이로부터 제어기 매개변수를 구하는 방식이고,[1] 직접방법은 시스템 출력과 원하는 기준 입력 사이의 오차에 대하여 평가함수를 세워 이로부터 이 오차를 0으로하는 제어기 매개변수를 직접 추정하는 방식이다.[4][10] 이 직접방법은 시스템의 매개변수를 제어기 매개변수로 표현함으로써 계산시간을 줄일 수 있고 상당한 간략화를 이룰 수 있어, 온라인으로 제어할 때 아주 유용한 방법이다.

본 연구에서는 직접방법에 의한 직접 극배치 방법과 순환 최소자승 및 Diophantine 방정식에 의해 제어에 필요한 매개변수를 추정, 계산하여 제어기에 도입하는 직접 극배치 PID 자기 동조제어기의 설계방법을 제안한다.[3][4][7] 여기에서 설계된 제어기를 최소 위상 시스템과 비최소 위상 시스템에 적용하여,[10][11][12] 시뮬레이션을 통해 그 성능과 동특성을 검토하며, 미지의 매개변수를 갖는 로보트 매니퓰레이터용 직류 서어보전동기에 적용하여, 직접 극배치 자기동조 제어기의 제어 특성이 양호함과 타당성을 입증하고, 실용 가능성을 제시하고자 한다.

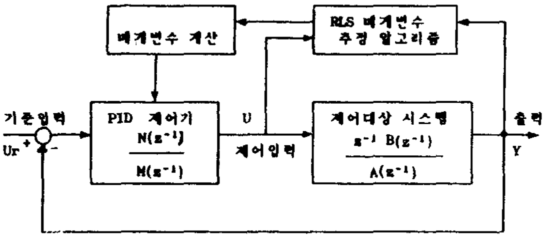


그림 1. 자기동조 제어기의 구성도

Fig. 1. Block diagram of self-tuning controller.

Ⅱ. 연구방법

제어대상 시스템은 단위 시간 지연 2차 시불변 단일 입,출력 선형 시스템으로 근사화 된다고 가정한다. 극 배치 방정식에 의하여 폐 루우프 시스템의 극을 원하는 위치에 재 배치할 수 있으며 Diophantine 방정식을 도입함으로써 제어기 매개변수들을 선형적으로 추정할 수 있다. 또한 극배치 방정식과 Diophantine 방정식으로 부터 새로운 방정식을 유도하고, 이 방정식으로 개 루우프 시스템의 영점이 폐 루우프 시스템에서도 유지되어 제어대상 시스템 영점의 안정성 여부(최소 위상 또는 비 최소 위상 시스템)에 관계없이 제어 목적을 이룰 수 있다. 제어기 매개변수를 추정하기 위하여 순환 최소자승 알고리듬을 사용하며, Diophantine 방정식의 도입으로 인해 남은 4개의 추가 매개변수들은 추정된 제어기 매개변수들을 이용하여 새롭게 유도된 방정식에서 구한다. 이 결과 폐 루우프 시스템의 극은 원하는 위치에 놓이게 되며, Diophantine 방정식으로 부터 기인된 임의의 극이 추가되는 것을 방지할 수 있다. 또한 간단한 방정식으로 추가 매개변수를 구할 수 있으므로 계산량을 줄일 수 있다.

Ⅲ. PID 제어기 구성

제어대상 시스템은 단위 시간 지연의 2차 선형 시불변 모델로 가정한다.

$$A(z^{-1})\,y(k) = z^{-1}\,B(z^{-1})\,u(k) \qquad (1)$$

여기서, $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$

$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1}\,;\ b_0 \neq 0$

윗 식에서 시스템 다항식 $A(z^{-1}), B(z^{-1})$은 서로

소인 다항식이라고 가정하며, 이들 다항식의 계수는 모르는 것이다. 식(1)에 부분 상태변수 x(k)를 도입하면,

$$A(z^{-1})\ x(k)=u(k) \tag{2a}$$

$$y(k)=z^{-1}\ B(z^{-1})x(k) \tag{2b}$$

식(2)의 제어대상 시스템을 원하는 제어목적에 따라 제어하기 위해서는 제어 알고리듬이 필요하다. 이러한 제어 알고리듬으로 가장 널리 쓰이는 제어기는 PID제어기로서 PID 제어기를 구현하는 방법은 여러가지가 있다. 이 제어기들을 사용하기 위해서는 전체 폐 루우프 시스템이 안정하도록 선택된 제어기 구조에 적합한 제어기 매개변수들을 선정해 주어야 하며, 이 제어기들은 각기 다른 폐 루우프 전달함수에 의하여 서로 다른 응답 특성을 갖는다. 연속시간 PID 제어기 구조에 사다리꼴 적분 근사화법을 도입하여 이산시간 PID 제어기 구조를 유도하기로 한다. 일반적인 연속시간 PID제어기를 다음 식과 같이 정의한다.

$$U(s)=G(s)[U_r(s)-Y(s)] \tag{3}$$

여기서,

$$G(s)=K_P[1+\frac{1}{T_iS}+\frac{T_dS}{1+T_iS}] \tag{4}$$

$U_r(s)$: 기준입력의 라플라스 표현
$Y(s)$: 제어기 출력의 라플라스 표현
K_P : 비례상수　T_i : 적분시간　T_d : 미분시간

식(4)를 표본화 시간을 T_o로 하고 이산 형태로 나타내면,

$$G_1(z^{-1})=\frac{d_o+d_1\ z^{-1}}{1-z^{-1}}+\frac{f(1-z^{-1})}{1+e\ z^{-1}} \tag{5}$$

여기서,

$$d_o=k_P(1+\frac{T_o}{2T_i})\qquad d_1=k_P(\frac{T_o}{2T_i}-1)$$

$$f=\frac{T_o-2T_i}{T_o+2T_i}\qquad c=\frac{T_o-2T_i}{T_o+2T_i}$$

따라서, 식(3)을 다항식 형태로 표현하면,

$$U(k)=[\frac{D(z^{-1})}{I(z^{-1})}+\frac{F(z^{-1})}{E(z^{-1})}][U_r(k)-y(k)] \tag{6}$$

또는,

$$U(k)=\frac{D(z^{-1})E(z^{-1})+F(z^{-1})I(z^{-1})}{I(z^{-1})\ E(z^{-1})}[U_r(k)-y(k)] \tag{7}$$

여기서, 다음과 같은 다항식을 정의한다.

$$N(z^{-1})=D(z^{-1})\ E(z^{-1})+F(z^{-1})\ I(z^{-1}) \tag{8}$$

$$M(z^{-1})=I(z^{-1})\ E(z^{-1}) \tag{9}$$

그러므로, 전체 폐루우프 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$y(k)=\frac{z^{-1}\ B(z^{-1})\ N(z^{-1})}{A(z^{-1})\ M(z^{-1})+\cdot z^{-1}\ B(z^{-1})\ N(z^{-1})}U_r(k) \tag{10}$$

결국 그림1의 구조에서 기준 입력과 시스템 출력의 오차에 대하여 제어기 출력을 구할 수 있다.

$$M(z^{-1})\ u(k)=N(z^{-1})\ e(k)$$

단,

$$\begin{aligned} M(z^{-1})&=I(z^{-1})\ E(z^{-1})=(1-z^{-1})(1+m\ z^{-1}) \\ N(z^{-1})&=D(z^{-1})\ E(z^{-1})+F(z^{-1})\ I(z^{-1}) \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} &=(d_o+d_1\ z^{-1})(1+e\ z^{-1})+f(1-z^{-1})^2 \\ &=(d_o+d_1\ e\ z^{-1}+d_1\ z^{-1}+d_1\ e\ z^{-2}+f-2f\ z^{-1}+f\ z^{-2} \\ &=(d_o+f)+(d_o\ e+d_1-2f)z^{-1}+(d_1\ e+f)z^{-2} \\ &=n_o+n_1\ z^{-1}+n_2\ z^{-2} \end{aligned} \tag{12}$$

따라서 독립된 제어기 매개변수(m, n_0, n_1, n_2)4개를 가지고 있음을 알 수 있다.

Ⅳ. 직접 극배치 PID 자기동조제어기의 설계

제어대상 시스템을 2차 선형 시불변 모델로 가정한다.[13-18]

$$A(z^{-1})y(t)=B(z^{-1})u(t) \tag{13}$$

식(13)에서 제어기를 구성하기 전에 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$는 서로 소이고 $A(z^{-1})$은 monic 이라고 가정한다. 이산시간 PID 제어기 구조를 변형시켜 다시 쓰면,

$$M(z^{-1})u(k)=N(z^{-1})e(k) \tag{14}$$

여기서,

$$M(z^{-1})=(1-z^{-1})(1+m\ z^{-1}) \tag{15}$$

$$N(z^{-1})=1+n_0+n_1\ z^{-1}+n_2\ z^{-2} \tag{16}$$

$$e(k)=U_r(k)-y(k) \tag{17}$$

여기서 식(16)의 우변 상수항에서 1을 분리시킨 이유는 제어기 설계를 용이하게 하기 위해서이다. 폐 루우프 전달함수가 식(10)이고, 또한, 폐 루우프가 안정하고 기준입력 U_r로부터 출력값 까지의 전달함수가 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$G_m(z^{-1}) = \frac{z^{-1} B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} \quad (18)$$

여기서 A_m, B_m은 서로 소이며, A_m 다항식은 monic이다. 또한 $G_m(z^{-1})$의 극점들은 단위 원안에 존재하는 안정극으로 설정한다. 따라서, 표준 이산시간 PID 제어기는 독립된 4개의 매개변수를 가지므로 이 매개변수들을 이용하여 폐 루우프 시스템의 극을 원하는 위치로 배치시킬 수 있다. 이를 위해서는 제어기 다항식 $M(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$이 다음의 극배치 방정식을 만족시켜야 한다.

$$A(z^{-1})M(z^{-1}) + z^{-1} B(z^{-1})N(z^{-1}) = A_m(z^{-1}) \quad (19)$$

$$A_m(z^{-1}) = 1 + A_m z^{-1} + \cdots + A_{mn} z^{-n} \quad (20)$$

극배치 방정식을 도입하기 위하여는 극배치 방정식의 해가 존재할 조건을 마련해 주어야 한다. 그러므로 시스템 다항식이 어떤 값을 갖더라도 항상 시스템의 극을 원하는 위치에 재배치 가능하기 때문이다. 윗 식의 극배치 방정식의 경우 다항식 $A(z^{-1})$과 $B(z^{-1})$은 앞 절에서 서로 소인 다항식이라고 가정하였고, 다항식 $A_m(z^{-1})$의 최고 차수가 4보다 작다고 하면 위식을 만족시키는 다항식 $M(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$의 계수들은 항상 유일하게 구해진다. 그러므로 식(19)이 성립하면 기준입력 $U_r(k)$와 $y(k)$ 사이의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{z^{-1} B(z^{-1})N(z^{-1})}{A(z^{-1})N(z^{-1}) + z^{-1} B(z^{-1})M(z^{-1})} = \frac{z^{-1} B_m(z^{-1})}{A_m z(^{-1})} \quad (21)$$

일반적인 고전 제어에서와 마찬가지로 만일, 제어대상 시스템의 매개변수를 정확히 안다면, $M(z^{-1})U(k) = N(z^{-1})e(k)$의 제어칙과 식(19)의 극배치 방정식으로 원하는 보상기를 구현할 수 있다. 지금까지 고찰한 것은 간접 극배치 PID 자기동조기로 이는 시스템 매개변수와 제어기 매개변수를 모두 구현해야 하므로 설계절차가 길어지지만, 본 연구에서 제안한 직접극배치 PID 자기동조기는 직접 매개변수 추정 알고리듬으로 제어기 매개변수를 구하므로 계산 시간을 줄일 수 있고 설계 절차가 상당히 간략해짐을 알 수 있다.

본 연구에서는 $A(z^{-1})$과 $B(z^{-1})$의 계수는 모르는 상태에서 오직 시스템의 입력과 출력만을 직접 측정하여 이로부터 원하는 제어목적을 이루는 제어기를 설계하고자 한다. 이러한 제어기 설계기법으로 제어기 매개변수를 선형적으로 추정하는 기준 선형 매개변수 추정법을 유도하기 위하여 Diophantine 방정식을 도입하자. $A(z^{-1})$과 $B(z^{-1})$이 서로 소라는 가정에 의해 다음의 Diophantine 방정식이 성립된다.

$$A(z^{-1})\, Co(z^{-1}) + z^{-1} B(z^{-1})\, Do(z^{-1}) = 1 \quad (22)$$

다항식 $A(z^{-1})$과 $B(z^{-1})$은 각각 차수가 2차, 1차이고 서로 소라는 가정에 의하여 차수가 1차인 유일한 다항식 쌍 $Do(z^{-1})$과 $Co(z^{-1})$의 각각에 상수 k_o배인 $D(z^{-1})$과 $C(z^{-1})$이 존재한다.

$$Co(z^{-1}) = 1 + c_1' z^{-1}$$

$$Do(z^{-1}) = d_o' + d_1' z^{-1} \quad (23)$$

그리고,

$$D(z^{-1}) = k_o D_o(z^{-1}) = d_o + d_1 z^{-1} \quad (24)$$

$$C(z^{-1}) = K_o C_o(z^{-1}) = K_o + c_1 z^{-1} \quad (25)$$

여기서, 계수 k_o는 0이 아닌 임의의 상수이다. 따라서 Diophantine 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A(z^{-1})\, C(z^{-1}) + z^{-1} B(z^{-1})\, D(z^{-1}) = k_o \quad (26)$$

식(26)에서 우변을 이와 같이 k_o로 놓은 이유는 다음에 유도될 방정식에서 k_o를 매개변수로 사용하기 위함이며, k_o는 이 방정식으로 부터 유일하게 결정된다. 식(26)을 만족시키는 다항식 $D(z^{-1})$과 $C(z^{-1})$은 k_o의 값에 따라 무수히 존재한다. 그러나 식(22)을 만족시키는 다항식 $D_o(z^{-1})$과 $C_o(z^{-1})$는 Diophantine 방정식 특성에 의하여 유일하게 결정된다. 식(26)의 Diophantine 방정식이 성립하면, 이 관계식을 이용하여 식(19)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$N'(z^{-1}) = N(z^{-1}) - 1$ 이라 하면,

$$\begin{aligned} &A(z^{-1})M(z^{-1}) + z^{-1} B(z^{-1})N'(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1}) \\ &= (1/k_o)[A(z^{-1})\, N(z^{-1}) + z^{-1} B(z^{-1})\, D(z^{-1})]A_m(z^{-1}) \\ &\quad = (1/k_o) z^{-1})\, B(z^{-1}) D(z^{-1}) A_m(z^{-1}) \\ &\quad + (1/K_o) A(z^{-1}) C(z^{-1}) A_m(z^{-1}) \end{aligned} \quad (27)$$

다시 식(27)의 양변에 $x(k)$을 곱하면,

$$\begin{aligned} &A(z^{-1})M(z^{-1})x(k) + z^{-1} B(z^{-1})N(z^{-1})x(k) + z^{-1} B(z^{-1})x(k) \\ &= (1/k_o) z^{-1} B(z^{-1}) D(z^{-1}) A_m(z^{-1}) x(k) \\ &+ (1/k_o) A(z^{-1}) \quad (z^{-1}) A_m(z^{-1}) x(k) \end{aligned} \quad (28)$$

와 같이 되므로 윗식에 식 (2a)와 (2b)를 적용시켜 $y(k)$에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(k) = &-M(z^{-1})U(k) - N'(z^{-1})y(k) + (1/K_o) D(z^{-1}) A_m(z^{-1}) y(k) \\ &+ (1/k_o)\, C(z^{-1})\, A_m(z^{-1})\, U(k) \end{aligned} \quad (29)$$

식(29)은 결국 극배치 방정식과 Diophantine 방정식을 이용하여 시스템 입, 출력 사이의 관계를 나타낸 것으로서 직접제어 방법이 Diopnantine 방정식으로 부

터 유도됨을 알 수 있다. 이를 U(k)와 y(k) 사이의 전달함수로 나타내면 다음과 같다.

$$y(k)=\frac{k_0 M(z^{-1})-A_m(z^{-1})\,C(z^{-1})}{A_m(z^{-1})\,D(z^{-1})-k_0 N(z^{-1})}U(k) \tag{30}$$

전체 전달함수는

$$y(k)=\frac{[k_0 M(z^{-1})-A_m(z^{-1})C(z^{-1})]N(z^{-1})}{A_m(z^{-1})[M(z^{-1})D(z^{-1})-N(z^{-1})C(z^{-1})]}Ur(k) \tag{31}$$

식(29)을 정리하면 다음식과 같다.

$$y(k)=P\phi^T(k) \tag{32}$$

여기서,

$$\phi(k)=[\phi_1(k)\ ;\ \phi_2(k)] \tag{33}$$

$$P=[P_1\,;P_2] \tag{34}$$

$$\phi_1(k)=[\,(z^{-1}-1)\,U(k-1),\ -y(k),-y(k-1),-y(k-2)\,] \tag{35}$$

$$\phi_2(k)=[\,A_m(z^{-1})y(k),A_m(z^{-1})y(k-1),A_m(z^{-1})\,U(k-1),\ (A_m(z^{-1})-1+z^{-1})u(k)\,] \tag{36}$$

$$P_1=[\,m,n_0,n_1,n_2\,] \tag{37}$$

$$P_2=[\,d_0\ ,d_1',c_1',1\,] \tag{38}$$

$$d_0'=d_0/k_0$$
$$d_1'=d_1/k_0$$
$$c_1'=c_1/k_0 \tag{39}$$

식(37)의 마지막 항에서 다항식 $A_m(z^{-1})$의 상수항은 1이므로 상수항은 서로 상쇄되어 괄호안의 다항식은 $A_m(z^{-1})$부터 시작된다. 벡터 P_1은 제어기 매개변수로 되어있고 벡터 P_2는 Diophantine 방정식의 도입으로 인한 추가 매개변수로 구성되어 있으며, 이 추가 매개변수들은 다항식 $C_0(z^{-1})$와 $D_0(z^{-1})$의 계수들이다. 또한 벡터 $\phi(k)$는 시스템 입력과 출력으로 구성된다. 이상으로 매개변수 벡터p에 대하여 선형관계식을 유도하였다. 여기에 RLS 매개변수 추정 알고리듬을 이용하여 제어기 매개변수를 추정하고, 그 밖의 추가 매개변수들까지 추정하여야 하므로 계산량이 많아지는 단점이 있으며, 식(31)에서 알 수 있듯이 Diophantine 방정식의 도움으로 인하여 원하지 않는 극이 생길 수 있으므로 원래 설계시의 폐 루우프 특성을 기대할 수 없게 된다. 따라서, 본 연구에서는 앞에서 유도한 선형 관계식에서 제어기 매개변수 벡터 p_1만 추정하고, 추가 매개변수 벡터 p_2는 제안된 방정식을 이용하여 구하므로써 Diophantine 방정식의 도입에 의한 임의의 극배치를 피할 수 있게 되어 특성 방정식은 원래의 $A_m(z^{-1})$이 된다.

$$y(k)=\frac{k_0 M(z^{-1})-A_m(z^{-1})C(z^{-1})}{A_m(z^{-1})D(z^{-1})-k_0 N(z^{-1})}u(k) \tag{40}$$

$$A(z^{-1})\,y(k)=z^{-1}B(z^{-1})u(k) \tag{41}$$

식(40)과 식(41)는 등가식 이므로 다음과 같은 식이 성립한다.

$$A(z^{-1})=A_m(z^{-1})D(z^{-1})-k_0\,N(z^{-1}) \tag{42}$$

$$z^{-1}B(z^{-1})=k_0\,M(z^{-1})-A_m(z^{-1})C(z^{-1}) \tag{43}$$

식(42)과 식(43)이 성립하기 위하여는 다항식 $A_m(z^{-1})$의 차수가 1보다 작거나 같아야 한다. 식(42)에서 $A(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$의 차수가 2이므로 주어진 다항식 $A(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$에 대하여 매개변수 d_0, d_1, c_1에 의해 식(42)은 항상 성립한다. 또한 식(42)에서 양 변의 상수항이 0인 2차식이므로 주어진 다항식 $B(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$에 대하여 매개변수 k_0와 c_1에 의해 식(43)은 항상 성립한다. 그러므로 식(42)과 식(43)을 동시에 만족시키는 매개변수 k_0의 값을 구하기 위해 위의 두 식을 한 식으로 유도하면 다음의 방정식이 성립한다.

$$M(z^{-1})\,D(z^{-1})-N(z^{-1})\,C(z^{-1})=1 \tag{44}$$

따라서, 식(43)는 앞으로 추정될 $M(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$을 사용하여 추가 매개변수 $C(z^{-1})$과 $D(z^{-1})$을 구하는데 사용된다. 만일 $M(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$이 각각 식(42)과 식(43)의 형태를 갖는다면, $M(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$은서로 소인 다항식이 되어, 식(44)의 해가 항상 존재한다. 또한 $A(z^{-1})$과 $N(z^{-1})$이 서로 소라는 가정에 의해 k_0는 0이 될 수 없으므로 추가 매개변수 p_2 내의 값들이 존재한다. 그러므로 추가 매개변수 p_2는 앞으로 추정될 제어기 매개변수 p_1을 사용하여 위의 방정식으로 부터 구할 수 있다. 이상으로 시스템 다항식 $A(z^{-1})$과 $B(z^{-1})$을 모른다고 가정하여 PID 구조의 선형 제어기를 설계하였다.

제어기 매개변수를 추정해 내는 반복 최소자승 매개변수 추정 알고리듬은 다음과 같다.

$$P(k)=P(k-1)+[\frac{R(k-1)\phi(k)}{\sigma+\phi^T(k)R(k)\phi(k)}]\,[Y(k)-P(k\text{-}1)\phi(k)] \tag{45}$$

$$R(k)=\frac{1}{\sigma}[R(k-1)\frac{R(k-1)\phi(k)\phi^T(k)R(k-1)}{\sigma+\phi^T(k)R(k-1)\phi(k)}] \tag{46}$$

여기서 망각인수 σ는 $0.9\le\sigma\le1$이며, P는 추정된 제어기의 매개변수이다.

V. 시뮬레이션 및 적용실험

1. 시스템 선정과 컴퓨터 시뮬레이션

앞에서 설계된 직접 극배치 PID 자기동조 제어기의 응답특성을 알아보기 위하여 다음의 이산 방정식으로 나타낸 3종류의 시스템을 제어대상으로 하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 이때 이용한 컴퓨터는 IBM-PC/AT이고, 언어는 Turbo-C를 사용하였다. 기준 입력은 +1, −1로 변화하는 구형파이고 이에대해 정상상태에서 부하 외란을 가했을 때의 출력을 관찰하였다. 이 때 초기 매개변수 P(0)=[0 0 0 0]이고 망각인수 σ는 1로 하였다. 또한 폐 루우프 특성방정식 $A_m(z^{-1})$은 모두 1로 하였다.

먼저 그림2는 다음과 같은 극과 영점이 모두 단위원 내에 존재하는 최소위상 시스템에 대한 시뮬레이션 결과이다.

$$A(z^{-1})=1+0.3z^{-1}-0.1z^{-2}$$
$$z^{-1}B(z^{-1})=z^{-1}(1-0.4z^{-1})$$

그림3은 다음과 같은 불안정한 극(1, 2)와 안정한 극(0)과 안정한 영점(−0.712)을 갖는 비최소위상 시스템이다.

$$A(z^{-1})=z^{-1}-1.2z^{-2}$$
$$z^{-1}B(z^{-1})=z^{-1}(-3.09+2.2z^{-1})$$

또한 그림4는 다음과 같은 불안정한 극(1.423, 1.251)과 불안정한 영점(1.428)을 갖는 비최소위상 시스템이다.

$$A(z^{-1})=1-2.68z^{-1}+1.76z^{-2}$$
$$z^{-1}B(z^{-1})=z^{-1}(1.25-1.76z^{-1})$$

위의 그림들로 부터 극, 영점이 모두 안정한 영역에 존재할 경우에 대한 그림2는 매우 안정하여 30스텝 이후에는 급격히 변하는 출력없이 정상상태에 도달해서 시스템 입-출력이 일치하였다. 그러나, 비최소위상 시스템인 경우인 그림3은 급격히 변하는 기준 입력에 대해 출력에 발진이 생겼다. 그러나 약20스텝에서는 기준입력과 같은 응답특성이 보였으며 70 스텝, 140 스텝 등에서는 점진적으로 이 발진도 줄어 들어 계속되는 기준입력의 변화에 신속히 대처함을 보여주었다. 마지막으로 그림 4도 마찬가지로 좋은 응답 특성을 얻었지만 출력이 약간 찌그러짐을 알 수 있었다.

2. 적용실험

본 연구에서 제안한 직접극배치 PID 자기동조 제어기를 KED−1로 보트의 전기자 제어 직류 전동기(Japan Servo DM 60 HP)에 적용 하였으며, 이 때 사용한 부호기(Koyo Electronice TRD-J1000-RZ)의 분해능은 1회전당 1000 펄스이다. 이 때 실험 시스템의 출력은 전동기 축에 연결된 회전형 부호기의 회전수에 비례하는 펄스로 나타낸다. 시스템의 출력값은 부호기의 출력 펄스를 받아들여 정해진 기간(표본화 기간)동안 세어진 값으로 나타내며, 이 값을 제어 알고리듬에 사용하였다. 로보트 매니플레이터의 구동장치인 직류 전동기의 속도 및 위치 제어를 수행하기 위하여 설계, 제작한 하드웨어는 컴퓨터와 시스템과의 접속 회로, PWM파형 발생회로, 전동기 구동회로, 전동기 회전방향 결정회로, 부호기와 연결된 전동기 회전방향 결정회로, 위치측정 계수기

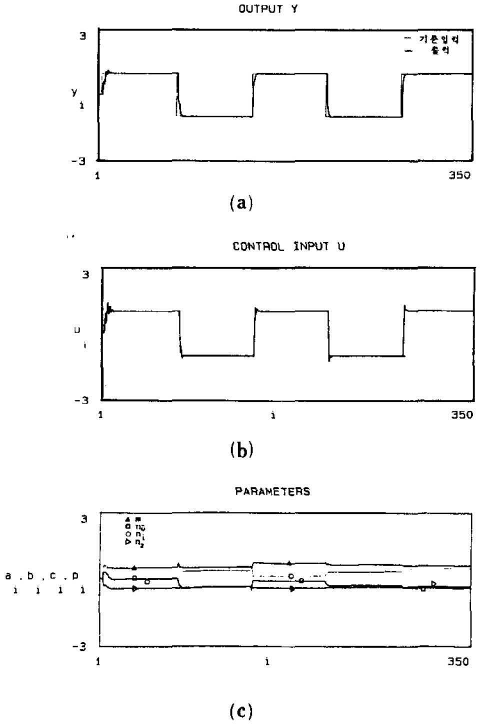


그림 2. 직접 극배치 PID 자기동조제어기
(최소위상 시스템의 경우)
(a) 기준입력과 출력
(b) 제어입력
(c) 제어기 매개변수

Fig. 2. Direct pole placement PID self-tuning controller.
(minimum phase system case)
(a) Reference input and output.
(b) control input.
(c) controller parameters.

회로, 속도측정 계수기 회로 등으로 구성되어 있다. 직접극배치 PID 적응제어 알고리듬은 IBM-PC/AT 에 의하여 소프트웨어로 처리하였으며, 이것의 출력을 PWM 신호 발생부에 공급하여 직류 전동기를 구동하였다.[14][15]

Ⅵ. 결과 및 고찰

시뮬레이션 결과는 그림2, 3, 4에 각각 나타냈다. 그림2의 최소위상 시스템은 견고한 결과를 나타냈으며, 그림3은 비최소 위상시스템에 대한 기준입력과 출력, 제어입력 및 매개변수를 나타낸 것으로서 빠르고, 큰 진동없이 정상상태에 수렴하는 것을 확인하였다. 그러나, 급격히 변하는 기준입력에 대하여 출력에 약간의 진동이 발생하였으나, 약 20 스텝정도에서 완전히 감소되어 미세한 시차를 두고 기준입력을 잘 추종하는 것을 확인하였다. 이와같은 진동은 미분항을 제어기에 도입하면 해결할 수 있다. 그림4에 나타낸 것과 같이 불안정한 극과 영점을 갖는 비최소 위상시스템에 대해서도 앞의 두 경우와 마찬가지로 기준입력을 양호하게 추종하는 것을 확인하였으며, 비교적 수렴시간이 많이 걸렸으나, 이 시간은 불안정한 극으로 인한 것으로서 극 영점배치 방법이나 PID 제어기를 사용하여 개선할 수 있다. 적용실험은 직류 전동기에 일정시간마다 정, 역회전의 2340[rpm]을 인가하였다. 초기 매개변수 P(0)=[0. 1, 0. 1, 0. 1, 0. 1]로 하였고, IBM PC/AT 상에 Turbo-C 언어를

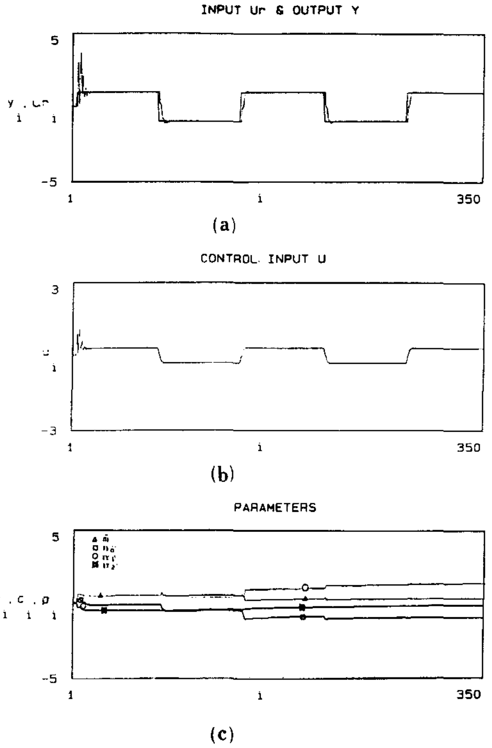


그림 3. 직접 극배치 PID 자기동조 제어기
(비최소위상 시스템인 경우)
(a) 기준입력과 출력
(b) 제어입력
(c) 제어기 매개변수

Fig. 3. Direct pole placement PID self-tuning controller.
(nonminimum phase system case)
(a) Reference input and output.
(b) Control input.
(c) Controller parameters.

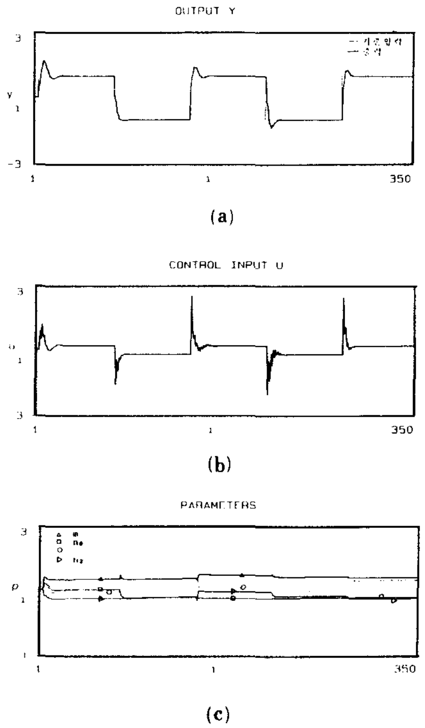


그림 4. 직접 극배치 PID 자기동조 제어기
(비최소위상 시스템인 경우)
(a) 기준입력과 출력
(b) 제어 입력
(c) 제어기 매개변수

Fig. 4. Direct pole placement PID self-tuning controller.
(nonminimum phase system case)
(a) Reference input and output.
(b) Control input.
(c) Controller parameters.

사용하였고표본화 주기는 197.093185[ms]로 하였으며, 그림 5, 6, 7에 그 결과를 나타냈다. 그림5는 전동기가 무부하일 경우 직접 극배치 PID 자기 동조 제어 방식을 적용하였을 때의 출력, 제어입력과 매개변수를 나타낸 것으로 기준입력을 오차없이 추종하는데 시간 스텝은 약 10여 스텝정도 소요되었다. 따라서 이 알고리듬은 제어대상 시스템여부(최소 또는 비최소위상)에 관계없이 기준입력을 정확히 추종함을 알 수 있다.

부하변동시의 제어시스템의 적응성을 조사하기 위해 부하를 변동시켰을 때의 응답을 알아보기 위해 0.1kg의 관성부하를 전동기축에 연결하여 그 결과를 그림6에 나타내었다. 그림6(a)에서 초기에 진동을 나타냈으나 약 25 스텝정도에서 정상상태에 도달하였으며, 위의 결과로 미루어 관성부하를 연결하였을 때 시스템의 극, 영점이 모두 불안정한 비최소 위상 시스템으로 되었음을 알 수 있었고, 기준입력이 바뀔 때 마다 상당한 진동이 있음을 볼 수 있었다. 앞에서 언급한 바와 같이 극 영점배치 기법이나 적분제어기를 사용함으로써 위와 같은 진동과 시간지연을 개선할 수 있을 것이다. 그림6(b)에서는 원하는 기준속도를 추종하기 위한 제어입력을 나타낸 것으로 2340[rpm]의 정회전에서 역회전으로 기준입력이 변하였을 때 진동이 발생함을 볼 수 있었지만 시간이 지남에 따라 이러한 진동이 줄어들고 추종 소요시간도 적어졌다. 이 때의 매개변수도 그림6(c)에서 처럼 많은 변화가 일어나다가 원하는 기준입력을 추종할 수 있는 제어기 매개변수가 되면 점진적으로 일정값에

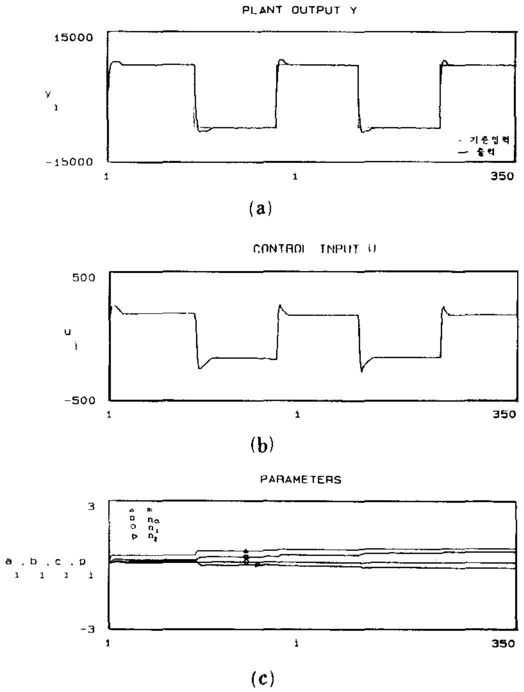


그림 5. 직접극배치 PID 자기동조제어기(무부하일 경우)
(a) 기준입력과 출력
(b) 제어입력
(c) 제어기 매개변수

Fig. 5. Direct pole placement PID self-tuning controller.
(no load case)
(a) Reference input and output.
(b) control input.
(c) Controller parameters.

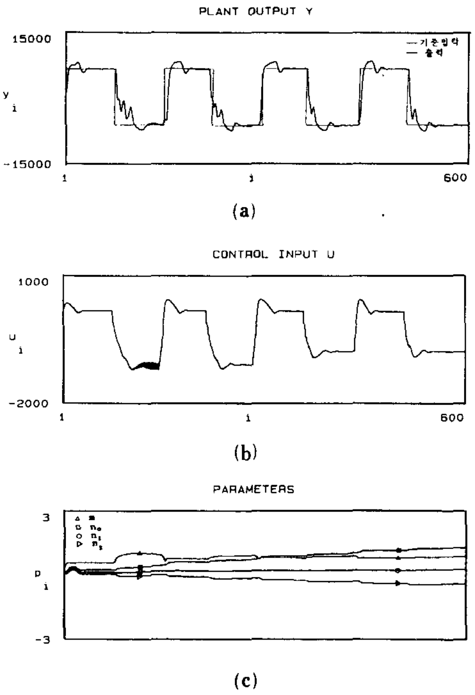


그림 6. 직접극배치 PID 자기동조제어기
(0.1kg 부하일 경우)
(a) 기준입력과 출력
(b) 제어입력
(c) 제어기 매개변수

Fig. 6. Direct pole placement PID self-tuning controller.
(0.1kg load case)
(a) Reference input and output.
(b) Control input.
(c) Controller parameters.

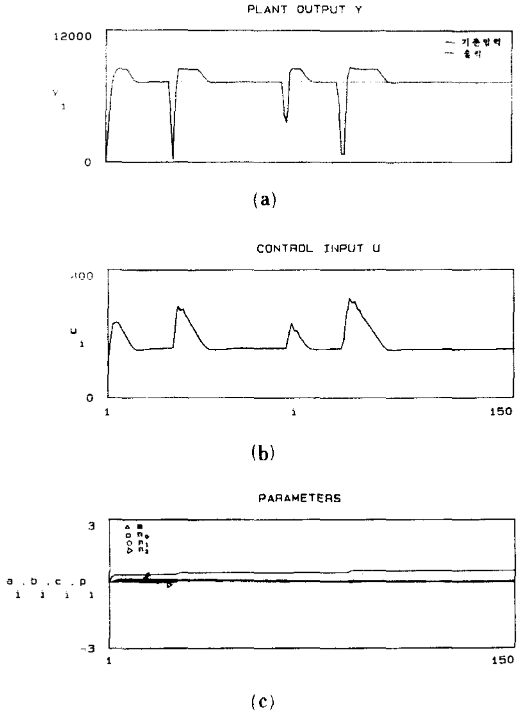


그림 7. 직접극배치 PID 자기동조제어기
(마찰부하일 경우)
(a) 기준입력과 출력
(b) 제어 입력
(c) 제어기 매개변수

Fig. 7. Direct pole placement PID self-tuning controller.
(friction load case)
(a) Reference input and output.
(b) Control input.
(c) Controller parameters.

수렴하는 것을 알 수 있었다. 다음은 여러가지 부하 효과를 주기위해 각각 서로 다른 마찰부하를 인가했을 경우와 제거했을 경우의 응답특성을 조사해 보았다. 이때의 기준입력은 2340[rpm]의 정회전을 주었으며, 구동중 손으로 정지할 때까지 구속, 무구속 시험을 반복하여, 결과를 그림7(a)에 나타내었다. 그림 7(b)는 속도가 줄어들 때 이를 보상해 주기 위해 제어입력이 증가하는 것을 나타내고 있으며, 그림 7(c)는 이때의 제어기 매개변수 추정값을 나타낸 것이다. 결과에서 보듯이 마찰을 적게 주었을 경우가 많이 주었을 경우보다 수렴 속도가 더 빠름을 알 수 있다.

Ⅶ. 결　론

본 연구에서는 직접극배치 PID 자기동조 제어기를 구성하여 로보트 매니퓰레이터 제어용 직류 서어보 전동기의 속도 제어에 적용하였다. 이의 성능을 구현하기 위하여 시뮬레이션과 적용실험을 통하여 부하 및 무부하시의 수렴속도를 조사하였다. 본 제어기는 제어대상 시스템 영점의 안정성 여부에 관계없이 적용 가능함을 확인하였으며, 이 결과를 바탕으로 직류 서어보 전동기를 제어대상으로 선정하여 이 전동기의 속도 제어를 실행하여 실제 전동기의 제어에 직접 극배치 PID 자기 동조기 이론을 적용하여 양호한 결과를 얻었다. 또 제어 대상의 모델을 구하지 않고도 매개변수 추정으로 과도 상태의 시간과 초과량을 줄일 수 있었으며, 정상상태 오차를 현저하게 감소시킬 수 있었다. 직류 전동기에 직접극배치 PID 자기동조기를 적용한결과 기준입력을 잘 추종하는것을 확인하였으며, 또한 신속하고 정교한 속도 및 위치제어를 수행할 수 있어 정밀한 속도 및 위치제어를 요구하는 로보트나 공작기계, 자동화 기계 기구등의 제어에 직접 극배치 PID 자기동조제어기를 적용할 수 있을 것이다.

Ⅷ. 감사의 글

본 연구를 성심껏 도와주신 건국대학교 공과대학 전기공학과의 김 낙교 박사님과 제어 시스템 연구실의 정 철, 윤 희성, 김 경수, 박 홍래, 탁 신재 후학들에게 심심한 감사를 드립니다.

參 考 文 獻

[1] F. Cameron and D.E. Seborg, "A self-tuning controller with a PID structure," Int. J. Contr., vol. 38, no. 2, 1983.

[2] B. Wittenmark, "Self-tuning PID controllers based on pole placement," Dept. of Auto. Contr., Lund Inst. of Tech., Lund, Sweden, Rep., no. LUFD2/(TFRT-7179)/1/0371/, 1979.

[3] R. Ortega and R. Kelly, "PID self-tuners: some theoretical and practical aspects," *IEEE Trans. Ind. Elec.*, vol. IE-31, no. 4, Nov. 1984.

[4] K.J. Astrom and B. Wittenmark, Adaptive Control. Weseley, Inc., 1989.

[5] R.V. Monopoli, "Model reference adaptive control with an augmented error signal," *IEEE Trans. Automa. Contr.* vol. AC-19 no. 5, pp. 474-484, Oct. 1974.

[6] Y.D. Landau, "Adaptive control-the model reference approach," Marcel Dekker. Inc. 1979.

[7] A.Y. Allidina, F.M. Hughes, "Self-tuning controllers for deterministic systems," In vol. 37, no. 4, pp. 831-841, 1983.

[8] K.J. Astrom, B. Wittenmark. "On self-tuning regulators," *Automatica,* vol. 9, pp. 185-199, 1973.

[9] R. Lozano L., "Convergence analysis of recursive identification algorithm with forgetting factor," *Automatica,* vol. 19, no. 1, 1983.

[10] H. Elliott, "Direct Adaptive pole placement with application to nonminimum phase system," *IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol. AC-27, June 1981.

[11] G.C. Goodwin and K.S. Sin, "Adaptive filtering prediction and control, prentice Hall, 1984.

[12] G.C. Goodwin and K.S. Sin, "Adaptive control of nonminimum phase systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.,* vol. AC-26, no. 2, pp. 478-483, Apr. 1981.

[13] 김종환, "비최소 위상 시스템에 대한 직접극배치 PID 자기동조기 및 적응제어기에 관한 연구"서울대학교 대학원 박사학위논문, 1987.

[14] 손재현, "HERO 2000 로보트 매니퓰레이터의 이동궤적 추적기 설계에 관한 연구"건국 대학교 대학원 석사 학위논문, 1988.

[15] 윤희성, 이규영, 정철, 남문현, "비최소위상 시스템에 대한 직접 극배치 PID 자기동조기의 설계," 대한전기학회, 대한 전자공학회 제어계측 연구회 합동학술 발표 논문집, pp. 35-39, 6, 1989.

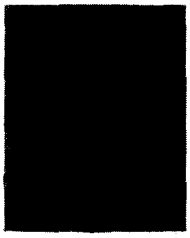
[16] Y.D. Landau, "Elimination of the real positivity condition in the design of parallel MRAS"' *IEEE Trans., Automat. Contr.,* vol. AC-23-no. 6, pp. 1015-1020, Dec. 1978.

[17] C.J. Harris, S.A. Billings, "Self-tuning and adaptive control: Theory and applications," *IEEE Control Eng. Service 15, Peter Deregrinus LTD, IEEE,* 1981

[18] K.S. Narendra and L.S. Valavani, "Stable adaptive observers and controllers," *Proc. IEEE,* vol. 64, pp. 1198-1208, Aug. 1976.

著 者 紹 介

南 文 鉉(正會員)
1942年 10月 10日生. 1975年 연세대학교 전기공학과 졸업. 공학박사 취득. 1976~현재 건국대학교 전기공학과 교수. 1980~1982 University of California Berkeley의 Research Associates. 주관심분야는 신경제어, 비선형제어, 시간측정사 등임.



李 揆 英(正會員)
1950年 1月 8日生. 1977年 건국대학교 전기공학과 졸업 (공학사). 1979年 건국대학교 대학원 전기전자공학과 졸업 (공학석사). 1990年 2月 건국대학교 대학원 전기공학과 졸업 (공학박사). 1977年~1980年 쌍용양회공업주식회사 기획부 기술과(참사). 1980年~현재 대전공업전문대학 전기공학과 부교수. 주관심분야는 로보틱스, 생체제어, 제어계측 등임.