

# 공간영역에서 코히어런트 단층촬영 기법을 이용한 새로운 초고주파 영상방법

## (A New Microwave Imaging Technique Using a Coherent Tomographic Scheme in Space Domain)

徐 京 煥\*, 金 世 潤\*\*, 羅 正 雄\*

(Kyoung Whoan Shu, Se Yun Kim, and Jung Woong Ra)

### 要 約

지금까지 마이크로웨이브 영상은 주로 파수영역의 해석에 의해 2차원 푸리에 역변환으로 물체의 영상을 재현하였다. 본 논문에서는 공간영역에서 코히어런트 단층촬영 방법으로 영상을 재현할 수 있는 새로운 식을 유도하고 X-ray 단층촬영에 널리 이용되고 있는 filtered-backprojection 알고리즘을 적용하여 line 및 원통 도체에 대한 영상을 수치제산에 의해 재현하였다. 제시된 공간영역의 해석은 기존의 파수영역의 문제점인 interpolation 및 원점에 대칭인 도체의 영상재현시 나타나는 영상의 artifact를 완전히 해결할 수 있음은 물론, 보다 좋은 영상의 질을 얻을 수 있었다. 또한 파수영역의 해석과는 달리, 모멘트 방법을 적용하여 좁은 주파수 대역폭으로도 초고해상도를 얻을 수 있는 가능성을 line 물체의 영상을 통해 보였다.

### Abstract

The microwave imaging technique which is mostly analyzed in the spectral domain has been exploited the image reconstruction of object using the 2-dimensional inverse Fourier transform so far. In this paper, a new method of microwave imaging corresponding to a coherent tomographic scheme in the space domain is presented for the conducting objects. Also, it is shown that image reconstruction for lines targets and conducting circular cylinder is performed by computer simulation using the filtered-backprojection which is the reconstruction algorithm widely used in X-ray CT. The proposed method analyzed in the space domain can reconstruct the image without any problems such as interpolation and image artifact which results from the reconstruction in the spectral domain for the symmetric conducting objects located in the origin. The image reconstructed by the filtered-backprojection in the space domain has given the superior quality compared with that produced by 2-dimensional IFFT using the interpolation scheme in the spectral domain. Finally, the image of line targets using the moment-method in the space domain which does not require the wide-band signal as the spectral domain has shown a possibility of super-resolution in the microwave imaging.

### I. 서 론

전자파를 이용한 마이크로웨이브 영상은 오늘날 각종 소자 및 측정장비와 측정기술의 개선, 그리고 컴퓨터의 대기억 용량 및 처리시간 단축 등의 눈부신 발전에 힘입어 레이더에 의한 목표물 탐지, 원격탐사,

\*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

\*\*正會員, 韓國科學技術研究院 應用電子研究室  
(Applied Elec. Lab., KIST)

接受日字: 1989年 10月 23日

자원탐사 그리고 단층촬영기법에 의한 인체진단등의 여러분야에서 활발히 응용되고 있다. 이는 전자파를 임의의 물체에 입사시켜 물체에 의해 산란된 전자파를 측정하여 얻은 정보를 역산란방법(inverse scattering technique)에 의해 미지의 물체에 대한 물리적인 성질 즉, 유전율 또는 투자율 분포, 반사계수등을 계산함으로써 물체의 위치, 종류 및 내부구조를 비파괴적으로 알아내는 역산란문제이다.

레이다 시스템을 이용한 전자파 역산란방법은 전천후 원격탐사 방식으로서 오늘날 많이 사용하고 있는 SAR(synthetic aperture radar) 장치<sup>[1-3]</sup>와 실험실내에서 구성이 가능한 ISAR(inverse SAR) 장치<sup>[4-6]</sup>로 나누며, 이는 모두 산란전자파의 far-field 측정에 의한 역산란문제로서 물체의 반사계수를 영상으로 나타낸다. SAR 장치는 작은 안테나를 움직이는 비행기나 위성등에 탑재하여, 거리-도플러(range-doppler) 처리방식에 의해 약 수-수십 미터의 해상도를 얻고 있다. 거리(range) 방향의 분해능은 높은 주파수로 변조된 좁은 펄스로 송신하여, 수신된 신호를 펄스폭과 같은 range gate로 분리하여 얻는 방법과 선형주파수로 변조된 펄스를 송신하여 수신전자파를 펄스응축 필터를 통과시켜 range gate로 분리하는 방법이 있다. 그리고 수평(azimuth) 방향의 분해능은 비행체가 진행하면서 수평방향의 안테나 빔 폭내에 송·수신한 신호를 coherent 하게 합성하여, 도플러 처리에 의해 같은 거리(range) 내에서 서로 이웃하는 물체를 구별한다. 한편, ISAR 장치는 송·수신 안테나를 고정시키고, 영상할 물체를 회전할 수 있게 하여 실제 SAR 시스템의 simulator로서 모형물체에 대한 레이다 cross-section 및 반사계수 측정등에 사용되고 있으며, view angle의 aperture 크기에 따라 range-doppler 처리<sup>[4]</sup> 및 2차원 푸리에 역변환 방식<sup>[5-8]</sup>으로 나눈다. 먼저 range-Doppler 처리는 SAR 에서 spot-mode<sup>[2]</sup>의 영상방법과 같으며, 혹성이나 어느 특정한 지역에 대한 영상을 하고자 할때 쓰는 방식으로서, 일반적으로 aperture angle의 크기는 시스템의 range resolution 및 물체의 크기에 따라 달라지나, 대개 10° 미만으로서 이는 one-range cell 폭에 해당하는 각도이다. 한편 2차원 푸리에 역변환방식은 물체를 360° 까지 회전시켜 가면서, 각 view angle  $\theta$ 에 따라 측정된 각스펙트럼(angular spectrum) 데이터로부터 푸리에 역변환에 의해 물체의 영상을 재현하는 방법이며, 고해상도의 좋은 영상을 얻기 위해 위의 2가지 방식은 모두 넓은 주파수 대역폭 및 편파(polarization)의 변화를 사용하며, 또한 aperture angle 이 전자에서는 제한이

따르나, 후자인 경우에는 가능한 360° 까지 하고 있다.

단층촬영 기법에 의한 인체진단은 물체의 유전율이 변화는 경계면에서 전자파의 산란및 굴절의 특성을 포함하는 diffraction tomography<sup>[9-11]</sup> 개념을 사용하므로서, 종전의 Computerized Tomography (CT)<sup>[12-14]</sup> 방법의 한계성을 극복하여 물체내에 물리적인 특성변화가 매우 적을때, Born 또는 Rytov 방법을 적용하여 물체의 영상을 얻고 있다. 그러나 물체의 크기 및 유전율의 변화가 심한 경우에는 이러한 가정이 어긋나 적용할 수가 없다.

이상에서 설명한 마이크로웨이브 영상의 해상도는 일반적으로 사용 주파수대역에 좌우되므로 고해상도를 얻기 위해서는 상대적으로 넓은 주파수 대역폭을 요구된다. 따라서 사용하는 안테나 및 송·수신부, 무반사 실험실등 광대역내에서 균일한 주파수 특성을 가지게 설계 및 제작한다는 것은 실로 불가능한 일이다. 이러한 어려움을 극복하기 위해 좁은 대역내에서도 고해상도를 얻을 수 있는 방법의 필요성이 필수불가결함을 알 수 있다.

이러한 문제점을 해결할 수 있는 한 방법으로서, 본 논문에서는 mono-static ISAR 시스템을 이용하여 도체에 대해 물리광학(physical optics) 및 far-field 근사식을 적용하여 적분방정식을 공간영역에서 coherent 한 tomography 개념으로 해석하고, 제시된 알고리즘을 적용하여 interpolation 없이 공간영역에서 2차원 line 및 원통도체에 대해 영상을 재현하였다. 즉 물체의 공간을 어떤 view angle  $\theta$ 에 대해 해상도  $\Delta R$ 을 갖는 N개의 단층(layer)으로 분할하고, 각 단층을 선적분한 투영(projection) 데이터를 미지수로 표현한다. 따라서 단층 갯수 만큼의 주파수를 선택하므로서 rank N을 갖는 행렬의 역변환 또는, IDFT (inverse discrete fourier transform)으로 각 단층별로 투영된 N개의 물리적인 양을 구하게 된다. 이와 같은 과정으로 물체를 360° 까지 회전시켜가면서 각각의 view angle  $\theta$ 에 대해 새로운 N개의 투영 데이터를 구한다. 이들 투영 데이터로부터 X-ray CT에서 사용하고 있는 filtered-backprojection(fb) 알고리즘을 적용하여 물체의 영상을 재현할 수 있음을 제시한다.

산란된 전자파의 각스펙트럼으로부터 영상을 재현할 수 있는 기존의 파수영역의 방법은 2차원 푸리에 역변환<sup>[6-8]</sup>과 2차원 푸리에 적분을 1차원 circular convolution형<sup>[5]</sup>으로 나타내는 것이 있다. 전자파는 극좌표형으로 얻어진 각스펙트럼 데이터를 직교형 좌표로 배열하기 위한 interpolation 과정이 필요하며,

후자는 interpolation 과정은 필요없으나 point spread function (psf)의 side-lobe가 높아 영상의 dynamic range를 줄이며, 전자에 비해 계산시간이 많이 소요되는 단점을 지니고 있다. 위의 두 파수영역의 영상 재현 알고리즘은 원점에 대칭인 도체(예; 원통, 구)의 영상재현에는 원치않은 영상 artifact가 중앙에 나타나게 된다.

본 논문에서는 기존 방법들의 문제점을 완전히 해결하여 공간영역에서 interpolation 없이 쉽게 영상을 재현할 수 있음은 물론, 넓은 주파수 대역폭을 사용하지 않고서도 사용 파수중에서 가장 짧은 파장의 0.1 배까지 초고해상도를 얻을 수 있는 가능성을 line 물체에 대한 영상을 수치계산으로 보였다. 또한, 파수영역에서는 해상도가 사용주파수의 대역폭에 좌우되는데, 같은 주파수의 대역폭을 사용할시, 본 논문에서 제시된 알고리즘으로 재현된 영상의 질(quality)이 artifact 없이 좋은 결과를 얻을 수 있음을 line 및 원통도체에 대해서 보였다.

다음 II 장에서는 2차원 완전도체의 적분방정식을 물리광학 및 far-field 근사식을 적용하여 파수 및 공간영역에서 해석을 하였으며, III 장에서는 II 장에서 유도된 적분방정식으로부터 영상을 재현하는 방법을 파수 및 공간영역에서 다룬다. 그리고 IV 장에서는 수치계산에 의한 영상재현 및 검토를 해보았으며, 끝으로 V 장에서는 결론을 맺는다.

II. 2차원 구조를 갖는 산란체의 적분방정식 및 해

1. 2차원 도체 기둥의 적분방정식 및 해

그림1과 같이 mono-static 안테나로부터 충분히 멀리 떨어져 있는 단면 S를 갖는 2차원 도체구조에 평면파가 z 축으로 편파되어 입사한다고 한다. 본 논문에서는 시간의 조화함수  $e^{j\omega t}$ 를 사용하였으며, 모든 전자파에 대한 표현식에서는 생략하였다.

산란체가 완전도체인 경우, 아래와 같은 2가지 가정을 하게 되면 도체에 대한 적분방정식을 파수영역에서 해석적으로 해를 구하는 방법을 현재 사용하고 있다.

첫째, 안테나와 물체 중심간의 거리가 물체의 크기 보다 매우 크다면, far-field 조건을 만족하는 영역에서는 2차원 자유공간에서의 Green 함수인 Hankel 함수를 근사적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>[15]</sup>

$$H_0^{(2)}(k\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp(j\frac{\pi}{4}) \exp(-jkr) \exp(j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}') \quad (1)$$

여기서 k와  $\mathbf{k}_r$ 는 파수(wave number) 및 파수의

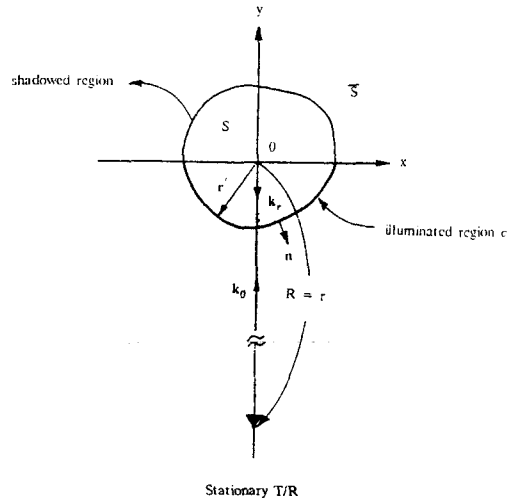


그림 1. 2차원 도체 산란체에 대한 영상구조  
Fig. 1. Imaging geometry for a 2-dimensional conducting scatterer.

단위 벡터이며, 그림1에서 원점으로부터 안테나로 향하는 방향을 취한다. 또  $r$ 과  $r'$ 은 각각 수신위치 및 contour c 위의 임의의 점을 나타내는 벡터이다. 둘째, 물체의 크기가 파장보다 크며 곡률반경이 완만한 도체에 대해 표면에 유기되는 등가전류  $\mathbf{j}(x, y')$ 를 물리광학(physical optics) 근사식을 이용하여 다음과 같이 표현한다.[15]

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(x', y') &= 2\mathbf{n} \times \mathbf{H}^i, \quad \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{n} > 0 \text{ (illuminated region)} \\ &= 0, \quad \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{n} < 0 \text{ (shadowed region)} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\mathbf{n}$ 은 산란체 표면에 수직한 단위 벡터로서 물체의 외부를 향하며,  $\mathbf{H}^i$ 는 입사파의 magnetic field를 나타낸다. 앞에서 가정한 두가지 조건으로부터, 벡터 제2차 그린정리(vector Green's second identity)를 이용한 적분방정식으로부터 산란체가 2차원 도체인 경우에 대한 산란파의 식은 다음과 같이 주어진다.<sup>[16-18]</sup>

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \frac{\exp(-j(kr - \frac{\pi}{4}))}{\sqrt{2\pi kr}} \int_{c_1} [\mathbf{n}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_i) - \mathbf{E}_i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{n})] \exp(+j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') d\mathbf{c} \quad (3)$$

여기서  $c_1$ 는 산란체에 입사파가 조사된 영역(illuminated region)을 나타내는 contour을 의미한다. 물체로부터 R 만큼 떨어진 송신안테나에서 z축으로 분극된 입사파를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}') = \mathbf{z}_0 \exp(-j(kR + \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}')) \quad (4)$$

여기서  $k$  및  $k_0$ 는 산란파 및 입사파의 파수이며,  $k = -k_0$ 이다. 입사파가 평면파로 가정하면  $k \cdot E_i = k_0 \cdot E_i = 0$ 이 되어, 식(3)은 벡터문제가 2차원 스칼라문제로 환원됨을 알 수 있다.

식(4)을 식(3)에 대입하고,  $p = k - k_0 = 2k$ 으로 정의하면 다음과 같다.

$$E_z^s(\mathbf{r}') = \frac{\exp(-j(kr + kR + \frac{\pi}{4}))}{\sqrt{2\pi r R}} p(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \quad (5)$$

$$p(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = -\frac{j}{\sqrt{k}} \int_{c_1} (\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{n}) \exp(j\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}') d\mathbf{c}' \quad (6)$$

식(6)의 적분구간을 물체의 전체 contour 적분으로 나타내기 위해 식(6)에  $k = -k$ ,  $p = -p$ 를 대입하고, 복소 conjugate 하여 자신과 더하면,

$$[p(\mathbf{p}) + p^*(-\mathbf{p})] = -\frac{j}{\sqrt{k}} \int_c (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) \exp(j\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}') d\mathbf{c}' \quad (7)$$

이 된다. 면적  $S$  내에 물체의 특성함수(characteristic function)를 아래와 같이 정의<sup>(16-18)</sup>하여,

$$\gamma(\mathbf{r}') = \begin{cases} 1 & , \mathbf{r}' \text{ in } S \\ 0 & , \mathbf{r}' \text{ not in } S \end{cases} \quad (8)$$

식(6)에 대입하고, 발산정리(divergence theorem)를 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{p}) &= \frac{\sqrt{k}}{p^2} [p(\mathbf{p}) + p^*(-\mathbf{p})] = \iint_{-\infty}^{\infty} \exp(j\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\mathbf{r}') \exp(j\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)은 앞에서 가정한 두조건을 이용하여 2차원 도체 구조에 대한 산란파와 물체의 특성함수 사이에 관계를 맺어주는 적분방정식으로서, 마치 푸리에 변환인식으로 해석을 할 수 있다. far-field 산란파로부터  $\Gamma(\mathbf{p})$ 를 얻을 수 있다면, 물체의 특성함수  $\gamma(\mathbf{r}')$ 은 식(9)을 푸리에 역변환하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\gamma(\mathbf{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{p}) \exp(-j\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}') d\mathbf{p} \quad (10)$$

식(9)과 식(10)은 서로 푸리에 변환쌍을 이루고, 파수 영역에서 무한대 영역의 주파수 및 모든 view angle에 따라 되반사된 산란파의 양만 있으면, 식(10)으로부

터 물체의 크기 및 모양 즉, 등가전원의 공간상 분포 및 크기를 구할 수 있다. 그러나 일반적으로 파수  $p$ 의 제한된 영역 즉, 사용주파수 대역 및 view angle의 범위가 제한될 수 있어 실제 재현된 영상은 근사적인 형태가 된다.

2. 공간영역에서 해석한 적분방정식 및 해

그림2는 회전물체에 의한 초고주파 영상시스템의 구성도를 나타내며, 앞에서 가정한 2가지 조건을 적용하여 본 논문에서 제시한 공간영역의 적분방정식 해를 구해본다.

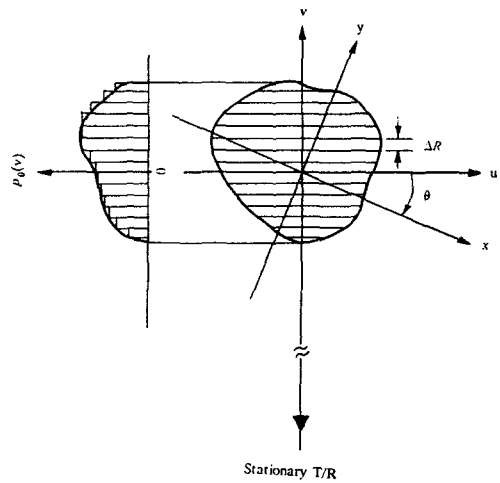


그림 2. 평면 물체에 대한 코히어런트 단층 촬영 기법의 구조

Fig. 2. Imaging geometry of a coherent tomographic scheme for a planar object.

먼저 첫번째 가정으로부터 송·수신 안테나와 물체 사이의 거리가 물체의 크기보다 매우크다면, 물체에 입사되는 전자파가 거의 평면파가 되므로 같은 거리에 있는 iso-range 선은 u축과 평행하여 같은 위상을 갖는 선이 된다. 송신 신호진폭에 대해 점(x,y)에 있는 point 물체에 의해 반사된 수신 신호의 진폭비를 반사함수  $g(x,y)$ 라고 정의하면, 두번째 가정으로부터 반사함수는 물체의 회전각도 및 곡면에 따라 다르며, 반사가 되지 않은 부분이 있을수 있으나 여기서는 그러한 부분이 없다고 가정한다.

처음에 안테나가 y축과 일직선상에 있다고 가정하며, 물체가  $\theta$ 만큼 회전할때 좌표는 각각 v축 및 u축이 된다. 첫번째 가정으로부터 투영 데이터  $p(v, \theta)$

는 물체의 반사함수  $g(x, y)$  를  $u$ 축에 대해 적분한 형태로서 다음과 같이 표현된다.

$$p_{\theta}(v) = \int_{-\infty}^{\infty} g_{\theta}(u, v) du \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} u &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ v &= -x \sin \theta + y \cos \theta \\ g_{\theta}(u, v) &= g(x, y) \end{aligned} \quad (12)$$

식(11)은 안테나로부터 iso-range 선상인  $u$ 축에 평행한 점들의 선적분한 신호로서,  $v$ 축상에 투영된 양을 의미한다. 두번째 조건을 이용하면 최종적으로 안테나에 수신된 산란전자파의 신호는 왕복 거리에 해당하는 위상부분을 포함한 선적분 형태가 되며, 매질내에서 전파속도가 일정하다면 다음과 같이 수신 전자파  $G_{\theta}(k)$ 를 나타낸다.

$$G_{\theta}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(v) \exp(-j2kv) dv \quad (13)$$

여기서  $G_{\theta}(k)$ 는 수신된 전자파로부터 안테나와 물체 중심간의 거리에 따른 신호의 감쇄 및 위상으로 정규화된 신호를 의미한다.

투영함수  $p_{\theta}(v)$ 를 단층으로 분할할때 임의의 기저함수로 전개하는 모멘트 방법과 Nyquist rate의 delta함수로 표분화하는 두가지가 있다. 먼저 전자의 경우 해상도  $\Delta R$  간격으로 그림2에서와 같이 투영함수  $p_{\theta}(v)$ 를  $v$ 축으로  $N$ 개의 단층형태로 분할하여 식(13)을  $v$ 축으로 펄스 기저함수로 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_{\theta}(k) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(v) \exp(-j2kv) dv = \sum_{n=1}^N p_{\theta}(v_n) \int_{v_n - \Delta R}^{v_n + \Delta R} dv \exp(-j2kv) \\ &= \sum_{n=1}^N A_n(k) p_{\theta}(v_n) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서

$$A_n(k) = \Delta R B(k\Delta R) \exp(-j2kv_n) \quad (15a)$$

$$B(k\Delta R) = \frac{\sin(k\Delta R)}{k\Delta R} \quad (15b)$$

으로서,  $B(k\Delta R)$ 은 펄스 기저함수에 따른 스펙트럼이며,  $v_n$ 은  $n$ 번째 단층의 중심을 가리키는 좌표이다. 또한 각 단층내에서 투영된 양  $p_{\theta}(v_n)$ 은 일정하다고 가정하며, 단층 중심에서의 값으로 대표하는 것을 의미한다.  $N$ 개의 각 단층별로 투영된 값  $p_{\theta}(v_n)$ 을 구하기 위해서는  $N$ 개의 서로 다른 주파수  $f_1, f_2, \dots, f_N$ 을

식(14)에 대입하여 선형 연립방정식을 만들므로써 가능하게 된다. 이와 같은 방법으로 물체를  $360^\circ$  까지 회전시켜가면서, 각각의 view angle  $\theta$ 에 대해 새로운  $N$ 개의 투영된 값을 구하게 된다.

식(14)의 투영된 양  $p_{\theta}(v_n)$ 을 행렬식으로 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$p_{\theta} = [A]^{-1} G_{\theta} \quad (16)$$

여기서,  $[A]$ 는  $[N \times N]$ 크기의 계수 행렬이며,  $p_{\theta}$  및  $G_{\theta}$ 는  $[N \times 1]$ 크기의 벡터로서 투영된 양 및 정규화된 산란파를 나타낸다.

다음은 후자의 방법으로서 Nyquist rate로 해상도  $\Delta R$ 을 최소과장의 0.5배 이하로하여 투영함수  $p_{\theta}(v)$ 를 단층으로 분할하면, 주파수 대역은 최대주파수 (=광속도/최소과장)까지 된다. 표분화 이론을 적용하여 물체의 스펙트럼이 최대 주파수까지 제한된 상태라는 가정하에 공간영역에서 이상적인 delta 함수로 표분화 한다면, 제한된 대역내의 투영함수  $p_{\theta}(v)$ 를 복원할 수 있다.

이를 해석적인 표현으로 나타내면 다음과 같다. 단층 중심에서 표분화된 투영데이터  $p_{\theta m}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$p_{\theta m} = S_m(v) p_{\theta}(v) \quad (17)$$

$$S_m(v) = \sum_{m=1}^N \delta\left(\frac{v}{\Delta R} - m\right) = \sum_{m=1}^N \Delta R \delta(v - m\Delta R) \quad (18)$$

여기서  $S_m(v)$ 는 물체의 공간을  $v$ 축으로 간격  $\Delta R$ 마다 이상적인 함수로 표분화함을 의미한다. 따라서 식(17)을 식(13)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$G_{\theta}(k) = \sum_{m=1}^N \Delta R p_{\theta}(m\Delta R) \exp(-j2km\Delta R) \quad (19)$$

식(19)는 일종의 DFT 형태이며, 전자와 같이  $N$ 개의 서로 다른 주파수를 선택하므로써 투영데이터  $p_{\theta}(m\Delta R)$ 은 고속푸리에 역변환(IFFT)에 의해 실시간 처리로 구할 수 있다.

이상에서 설명한 두가지 방법에 따라 구한 투영데이터로부터 영상재현은 공간영역의 영상재현 방법인 convolution 또는 filtered-backprojection 알고리즘을 적용한다.

### III. 영상재현 방법

#### 1. 파수영역의 영상재현 방법

II장에서 도체의 적분방정식을 유도할 때 물리광학 근사식을 적용하여 물체의 반사함수와 far-field의

를 푸리에 역변환에 의해 물체의 반사함수를 영상으로 재현한다. 극좌표형의 데이터를 푸리에 역변환하는 방식으로는 interpolation에 의한 직각좌표에서의 2차원 IFFT와 interpolation 없이 극좌표에서 2차원 푸리에 적분을 1차원 circular convolution 형 적분으로 나타내는 방법이 있다.

먼저 전자[6-8]의 방법을 보기 위해 식(10)을 직각좌표로 나타내면 다음과 같다.

$$\gamma(x', y') = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} dp_x dp_y \Gamma(p_x, p_y) \exp(-j(p_x x' + p_y y')) \quad (20)$$

여기서,  $p_x = p \cos \theta$ ,  $p_y = p \sin \theta$ 이며, 파수영역의 좌표이다. 이와같이 직각좌표의 푸리에 역변환을 이용하면, 재현된 영상의 quality가 interpolation 방법에 따라 매우 달라지며, 간단한 interpolation 방법으로는 zeroth-order와 first-order가 있다.<sup>[19-20]</sup> 그림3에서 직각좌표의 zeroth-order interpolation 데이터는 근접한 4개의 극좌표 데이터중에서 가장 가까운 것을 취하는 반면, first-order interpolation은 근접한 4개의 극좌표 데이터를 가중 평균(weighted average)을 취하는데, 이때 가중은 직각좌표와 극좌표사이의 Euclidean 거리에 역비례한다. 그림3에서 직각좌표 c에서의 데이터는  $d_1 = \min[d_1, d_2, d_3, d_4]$ 일때, zeroth-order인 경우에는  $F(c) = F(p_1)$ 이 되며, linear-order인 경우에는  $F(c)$ 가 다음과 같이 표현된다.

$$F(c) = \frac{\frac{F(p_1)}{d_1} + \frac{F(p_2)}{d_2} + \frac{F(p_3)}{d_3} + \frac{F(p_4)}{d_4}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_4}} \quad (21)$$

여기서  $p_i (i=1, 2, 3, 4)$ 와  $c$ 는 극좌표 및 직각좌표를 나타내며,  $d_i$ 는 극좌표와 직각좌표사이의 거리를 의미한다. 또한  $F(c)$ 는 직각좌표  $c$ 지점에서의 데이터를 나타내는 함수이고,  $F(p_i)$ 는 극좌표  $p_i$ 지점에서의 데이터를 나타내는 함수이다. 이상에서 보는 바와 같이 interpolation 차수를 높이면, 영상의 quality를 높일 수 있으나, 계산이 복잡해지고 시간이 많이 요구됨을 알 수 있다. 그러나 interpolation 과정을 거치고 나면, 직각좌표에서의 2차원 푸리에 역변환은 IFFT<sup>[21]</sup> 알고리즘을 적용하여 많은 데이터를 거의 실시간으로 처리할 수 있는 큰 장점을 지니고 있다.

다음은 후자<sup>[5]</sup>의 방법으로서 식(20)을 극좌표로 나타내면 다음과 같다.

$$\gamma(r', \phi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Gamma(\rho, \theta) \exp(-j\rho r' \cos(\phi - \theta)) \rho \, d\rho \, d\theta \quad (22)$$

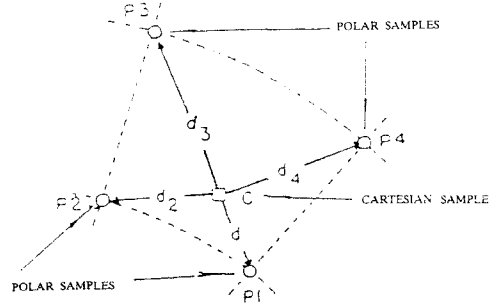


그림 3. 영차(0) 및 선형 보간법의 정의에 대한 변수  
Fig. 3. Parameters for the definition of zeroth-order and linear interpolation.

여기서  $r'$ ,  $\phi$ 와  $\rho$ ,  $\theta$ 는 각각 공간영역 및 파수영역의 좌표를 의미한다. 단일 주파수에 대해 측정된 각 스펙트럼  $\Gamma(\rho, \theta)$ 는 반경이  $\rho = p (=2k)$ 인 원주상에 제한된 데이터를 얻는다. 그러므로,  $\rho = p$ 인 원상을 제외한  $\Gamma(\rho, \theta)$ 를 zero로 하고 식(22)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma(r', \phi) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \Gamma(\rho, \theta) \delta(\rho - p) \exp(-j\rho r' \cos(\phi - \theta)) \rho \, d\rho \, d\theta \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} p \int_0^{2\pi} \Gamma(p, \theta) \exp(-jpr' \cos(\phi - \theta)) \, d\theta \quad (23) \end{aligned}$$

식(23)은 측정 스펙트럼  $\Gamma(\rho, \theta)$ 와  $\delta(\rho - p)$ 의 곱인 푸리에 적분형태이므로 이는 공간영역에서는 서로 convolution 적분으로 나타낼 수 있다. 이때 시스템 psf인  $h(r', \phi)$ 는  $\delta(\rho - p)$ 의 푸리에 역변환이 되며 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} h(r', \phi) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \delta(\rho - p) \exp(-j\rho r' \cos(\phi - \theta)) \rho \, d\rho \, d\theta \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} p \int_0^{2\pi} \exp(-jpr' \cos(\phi - \theta)) \, d\theta \\ &= \frac{1}{(2\pi)} p J_0(pr') \quad (24) \end{aligned}$$

식(24)의 psf는 zeroth-order Bessel함수이며, radial 방향으로는 대칭 형태로서 이론적으로 first null-to-null 분해능이 약 0.4λ의 고분해능을 갖게되나, first-side lobe가 높아(약 -8dB) 영상의 dynamic range을 줄이게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 넓은 주파수 대역에서 많은 주파수를 사용하게 되며, 일반적으로 N개의 주파수 사용에 대한 식(23)의 표현은 다

음과 같다.

$$\gamma(r', \phi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i=0}^N p_i \left[ \int_0^{2\pi} \Gamma(p_i, \theta) \exp(-jp_i r' \cos(\phi - \theta)) d\theta \right] \quad (25)$$

식(25)는 N개의 주파수에 대한 산란 데이터를 각각의 주파수에 대한 푸리에 역변환으로 재현된 영상을 단순히 선형적으로 중첩함을 의미한다. 여러 주파수 사용에 따른 psf(=h(pr'))는 r'=0 근처에서 각각의 주파수에 대한 값은 constructive addition 효과를 주며, r'이 원점에서 멀어지질 경우에는 destructive addition 효과를 준다. 그러므로 많은 주파수를 사용한 psf는 단일 주파수를 사용한 psf 보다 side-lobe를 훨씬 줄일 수 있어 보다 좋은 영상을 얻을 수 있다. 따라서 영상재현 알고리즘은 식(25)를 단순히 수치적분한 것으로 많은 주파수를 사용할 경우 전자에 비해 상당히 많은 계산시간이 소요됨을 알 수 있다.<sup>16)</sup> 그러나 전자와 같이 많은 주파수를 사용하지 않고서도 interpolation 없이 극좌표 데이터를 그대로 영상을 재현할 수 있는 장점을 지니고 있음을 알 수 있다.

이상으로서 물체에 유기되는 등가유기전류의 분포에 대한 영상재현 방법을 파수영역에서 알아 보았으며, 다음은 본 논문에서 제시한 공간영역에서 영상을 재현하는 방법을 서술한다.

2. 공간영역에서 영상재현 방법

투영된 양으로부터 공간영역에서 영상을 재현할 수 있는 알고리즘은 filtered 또는 convolution backprojection 이다.<sup>19,20,24)</sup> 이 알고리즘은 매우 간단하고 영상의 quality가 가장 탁월하여 X-ray CT 분야에서 오늘날 널리 사용하고 있다. 앞에서 설명한 파수영역의 영상재현을 공간영역에서는 다음과 같은 물리적인 해석으로 보일 수 있다. 물체내의 점(x, y)을 재현하기 위해서는 각 투영(projection) 선(line)에서 점(x, y)사이의 거리의 함수로 표현된 가중함수와 각 선의 투영데이터와의 곱에 대한 합으로 표현할 수 있다. 점(x, y)의 영상재현을 위해 각 투영선에 주어지는 가중은 단지 투영 선과 점(x, y) 사이의 거리에 함수로서, 투영선의 기울기와는 무관하다.

그림4에서와 같이 물체의 분포함수 g(x, y)를 각각 좌표(x, y)로 나타내며, 물체를 θ만큼 회전할때 좌표를(u, v)으로 정의한다. view angle θ에서 평행 빔에 의해 u축으로 투영된 양을 p<sub>θ</sub>(u)라하면, 이는 v축으로 따라서 선적분한 양들의 합을 의미하며 아래와같이 표현한다.

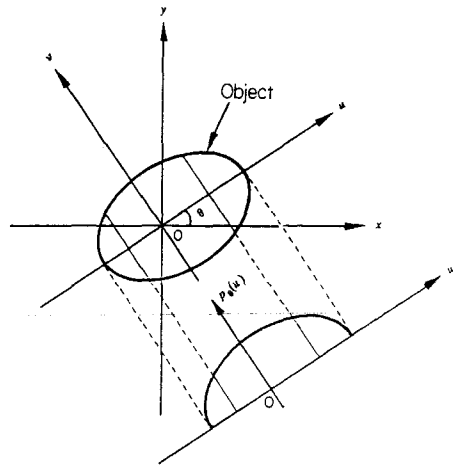


그림 4. 2차원 평행 빔 투영에 대한 구조  
Fig. 4. Geometry for 2-D parallel beam projection.

$$p_{\theta}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u, v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - u) dx dy \quad (26)$$

여기서,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

투영된 양 p<sub>θ</sub>(u)를 푸리에 변환 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$p_{\theta}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(u) \exp(-jku) du = G(k_x, k_y) |_{\theta} = G(k, \theta) \quad (27)$$

여기서, G(k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub>)는 g(x, y)의 2차원 푸리에 변환이며, k<sub>x</sub>=kcosθ, k<sub>y</sub>=ksinθ이다. 또한 (k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub>) 및 (k, θ)는 각각 파수영역에서 직각 및 극좌표를 나타낸다. 식(27)은 어떤 view angle θ에 대해 투영된 데이터의 1차원 푸리에 변환은 물체의 분포함수 g(x, y)를 2차원 푸리에 변환하여, 파수영역에서 각도 θ에 따라 slice 한 양과 같음을 보여준다. 이는 2차원 영상재현에 많이 사용되고 있는 projection slice 이론이며,<sup>19,20)</sup> 이로부터 물체의 분포함수 g(x, y)를 아래와 같이 구한다.

$$g(x, y) = F_2^{-1} [P_{\theta}(k)] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta}(k) \exp(jk(x \cos \theta + y \sin \theta)) |k| dk d\theta \quad (28)$$

여기서,  $F_2^{-1}$ 는 2차원 푸리에 역변환을 의미하는 연산이며,  $|k|$ 는 극좌표로 변환할때 Jacobian 으로부터 오는 항이다.  $u = x \cos \theta + y \sin \theta$ 를 식(28)에 대입하고 안쪽 적분을 분리하여 아래와 같이 나타낸다.

$$q(u, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(k) |k| \exp(jku) dk \quad (29)$$

식(29)은  $p_{\theta}(k)$ 와  $|k|$ 의 곱이므로 이는  $p_{\theta}(u)$ 의 Hilbert transform의 미분을 의미한다. 왜냐하면 파수영역에서  $|k| = jk(-j \operatorname{sgn} k)$ 는 미분을 취한 항( $jk$ )와 Hilbert transform( $-j \operatorname{sgn} k$ )의 곱이기 때문이다. 그러므로 점  $(x, y)$ 에 대한 재현은  $\theta$ 값에 대해  $q(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta)$ 에 대한 back projection 평균값의 1/2이 된다. 만약  $\phi(u)$ 가 우함수로서  $|k| < \Omega$ 에 대하여 즉, 작은  $k$ 에 대해서  $\phi(k) = |k|$ 이고,  $|k| > \Omega$ 에 대해서는  $p(k, \theta)$ 가 작다면 즉,  $g(x, y)$ 가 천천히 변화하는 함수가 되어 근사적으로  $q(u, \theta)$ 을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$q(u, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(k, \theta) \phi(k) \exp(jku) dk \quad (30)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau, \theta) \phi(u - \tau) d\tau \quad (31)$$

만약  $p(\tau, \theta)$ 를 안다면,

$\tau = u_k = ia, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \theta = \frac{j\pi}{n}, j = 0, 1, 2, \dots, n-1$ 로 정의하고,  $a$ 는 각 view에서 평행한 ray 사이의 간격이며,  $n$ 은 전체 view의 숫자이다. 식(28)을 식(31)의 합으로 달리 표현하면,  $\phi$ 에 대한 함수로서 근사적인 영상재현식  $g_{\bullet}$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g_{\bullet}(x, y) = \frac{a}{2n} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} p(u, \theta_i) \phi(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u) \quad (32)$$

$|u| \geq 1$ 에 대해서는  $p(u, \theta)$ 가 0이기때문에,  $x^2 + y^2 \geq 1$ 에서는  $f(x, y) = 0$ 이면 식(32)의  $i$ 에 대한 합은 유효하며,  $|i| \leq 1/a$ 이다. 따라서 각 view에서  $m$ 개의 ray가 단위원을 지나간다면 ray 사이의 간격  $a$ 는  $2/m$ 가 된다. 식(29)의  $\phi(d)$ 는 영상재현할 점  $(x, y)$ 에서 선  $L(u, \theta_i)$ 에 주어지는 가중함수이며  $d$ 는  $x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u$  으로서 점  $(x, y)$ 에서 선까지의 거리를 의미한다.  $g_{\bullet}$ 가 함수  $g(x, y)$ 의 근사적인 대역폭  $\Omega$ 에 대해  $g$ 와 매우 유사하다면  $|k| < \Omega$ 에 대해서는  $\phi(k) = |k|$ 을 만족해야 함을 알 수 있다.  $\phi(u)$ 가 ray와 ray 사이에 선형적이라면,

$$u_i < u < u_{i+1}, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (33)$$

$g_{\bullet}$ 를 계산할때 크게 계산시간을 단축시킬 수 있는 가능성을 지니게 된다. 예를들어 다음과 같이  $\phi$ 를 선택하면,

$$\phi(0) = \frac{4}{\pi a^2}$$

$$\phi(ia) = -\frac{4}{\pi a^2 (4i^2 - 1)}, \quad i = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (34)$$

$\phi(k)$ 의 특성은 다음과 같다.

$$\phi(k) = \left| \frac{2}{a} \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right| \left( \frac{\sin\left(\frac{ka}{2}\right)}{\frac{ka}{2}} \right)^2 \quad (35)$$

$|k| \ll 1/a$ 에 대해서는  $\phi(k) = |k|$ 이므로 식(29)의  $g_{\bullet}$ 는 대역폭  $\Omega \ll 1/a$ 에 영상재현함수  $g(x, y)$ 을 정확하게 재현할 수 있다.  $\phi$ 가 ray와 ray 사이의 간격에서 선형이므로 식(32)의 계산시간을 단축시키게 된다. 왜냐하면

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} p(u_i, \theta_i) \phi(u_i - u), \quad |i| < 1/a \quad (36)$$

식(36)이 계산되어 있기 때문이다.

식(36)은 영상할 점  $(x, y)$ 가 정확히 선  $L(u_i, \theta_i)$  위에 존재할때  $j$ 번째 view에 있어서 back projection 되어야 할 양을 의미한다. 일반적으로 두 ray 사이에 존재하는 점  $(x, y)$ 는  $\phi$ 의 선형적인 특성때문에 식(32)에 필요한 정확한 값은 점  $(x, y)$ 에 인접한 ray에 대한 식(36)의 값으로부터 선형적인 interpolation에 의해 구한다.

식(32)의 convolution kernel  $\phi(u)$ 는  $|k|$ 의 역푸리에 변환을 의미하며, 정확한 형태의  $\phi(u)$ 를 재현하기가 어려우므로 몇가지 수정된 filtered function를 사용하고 있다.<sup>[24-26]</sup> 본 논문에서는 Shepp and Logan filter<sup>[24]</sup>를 사용하며, 영상할 물체에 따라서 적절한 filter를 선택하는 것이 좋다.

이상에서 설명한 바와 같이 각각의 view angle  $\theta$ 에 따라 투영된 양만 있으면, 공간영역에서 filtered-back projection (fb) 알고리즘을 적용하여 interpolation 없이 영상을 재현할 수 있으며, 영상재현은 식(32)을 수치적으로 되므로, 파수영역의 2차원 FFT 방법보다는 계산시간이 더 소요됨을 알 수 있다.

#### IV. Computer Simulation에 의한 영상재현 및 검토

##### 1. 공간 영역에서 투영 데이터를 구하는 방법

앞에서 설명한 공간영역의 적분방정식에서 물체를 단층으로 분할할때, 투영함수  $p_{\theta}(v)$ 를 임의의 기저함



수로 전개하는 모멘트 방법과 Nyquist rate 개념으로 표본화(sampling)하는 두가지로 분류할 수 있다.

첫째, 모멘트 방법은 물체의 공간을 단층으로 분할할때 일반적으로 사용과장중에서 가장 짧은 파장의 0.1배 간격으로 나누며, 펄스 기저함수를 택하여 투영함수  $p_\theta(v)$ 를  $v$ 축으로 전개하는 방법이다. 이와 같이 모멘트 방법을 적용하면 해상도  $\Delta R$ 이 사용주파수 대역에 의해서 결정되는 파수영역의 해석과는 달리 좁은 주파수대역에서도 식(16)의 행렬  $[A]$ 가 well posedness 특성을 갖도록 적절히 주파수를 단층 갯수만큼 선택하면, 해상도를 최소 파장의 0.1배인 초고해상도로 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그림5는 펄스 기저함수의 전개에 기인한 sine 함수인 식(15-b)의 스펙트럼을 나타내며, 가급적 기울기가 완만한 파수대역에서 주파수를 선택하는 것이 좋다.

둘째, Nyquist rate로 해상도  $\Delta R$ 을 최소파장의 0.5배 이하로하여 공간영역에서  $\Delta R$ 간격마다 이상적인 delta 함수로 표본화하면, 파수영역에서 이상적인 delta 함수가  $-\infty$ 에서  $+\infty$ 까지  $\pi/\Delta R$  주기로 나타난다. 파수영역에서 물체의 제한된 스펙트럼과 위의 주기적인 delta 함수와 convolution 하게 되면, 결국 물체의 제한된 스펙트럼의 정보가  $\pi/\Delta R$ 의 주기로 나타난다. 그러므로 제한된 대역폭 ( $0 - \pi/\Delta R$ )까지의 스펙트럼으로 영상을 재현하게 되며, 대역폭내에서 단층 갯수만큼 주파수를 선택하게 된다. 따라서 각각 층별로 투영된 양은 식(19)을 역푸리에 변환에 의해서 구한다.

2. 산란전자파의 계산

본 논문에서 선택한 2차원 산란체는 line 물체 및 원통도체로서, 이들은 평면파 입사에 대해 엄밀한

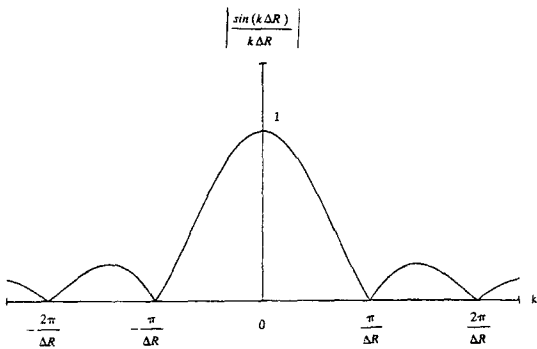


그림 5. 스펙트럼  $\frac{\sin(k\Delta R)}{k\Delta R}$  의 크기

Fig. 5. Magnitude plot of the spectrum  $\frac{\sin(k\Delta R)}{k\Delta R}$ .

해가 있으므로 쉽게 수치계산에 의해 산란파를 구할 수 있다. 먼저 2차원 line 물체는 이상적으로 Dirac delta 함수  $\delta(x,y)$ 를 의미하나, 도체봉의 단면이 사용 주파수의 파장에 비해 매우 작다고 가정하면, far-field 에서는 선전류에 의한 산란전자파를 계산하여 simulation 데이터로 사용할 수 있다. 다수의 물체에 대한 산란파의 계산은 물체 상호간의 간섭을 무시하여 단순히 선형중첩으로 계산하였으며<sup>[27]</sup>, 또한 물체의 특성이 달라 반사계수가 서로 다른 line 물체의 경우도 고려하였다. 원통도체에 대해서는 산란전자파의 계산은 엄밀한 해<sup>[15]</sup>가 주어져 있으므로 수치계산에 의해 하며, 입력자료로 사용하는 데이터는 수치계산된 산란전자파에 안테나와 물체 중심간의 거리에 해당하는 신호의 감쇄 및 위상으로 정규화하여 사용한다.

3. 도체에 대한 영상재현 및 비교

1) 공간영역에서 재현된 영상

안테나로부터 10m 떨어져 원점에 놓여져 있는 line 물체의 영상을 그림6-a, b에 나타내었다. 이 영상들은 사용 주파수 대역(0.1GHz-1.0GHz)의 psf 로서 물체의 반사계수 함수를 제공한 세기(intensity) 즉, power 단위로 나타낸 것이다. 그림6-a는 모멘트 방법을 적용한 것으로 물체가 놓인 공간영역의 크기를 최소파장의 2배인 60cm 으로 정하고, 해상도  $\Delta R$ 를  $0.1\lambda_{min}$  간격으로 전체 20개의 단층으로 분할하였다. 각 단층별로 투영 데이터를 얻기 위해 20개의 주파수 선택이 필요하므로, 사용주파수 대역에서 0.1GHz 간격으로 10개의 주파수와 나머지 10개의 주파수는  $-k$ 영역의 스펙트럼을 이용하며,  $+k$ 영역의 스펙트럼 사이에는 물체가 real 함수일때 복소 conjugate 관계가 있으므로, 쉽게 산란데이터를 얻을 수 있다. 전체 view angle의 숫자는 300개로서  $360^\circ$ 를  $1.2^\circ$ 씩 증가하여 각스펙트럼을 계산하였으며, 재현된 영상은  $50 \times 50$ 으로서, 30개의 zero를  $x, y$  축으로 덧붙여 나타낸 것이다.

그림6-b는 해상도  $\Delta R$ 를 15cm로 정하고 물체가 놓여져 있는 1.5m의 공간을 10개의 단층으로 분할 하였다. 각단층별로 투영데이터를 구하기 위해서는 10개의 주파수 선택이 필요하며, 최소파장이 해상도의 2배인 30cm가 되는 주파수까지를 대역폭( $0 - 1\text{GHz}$ )으로 정한다. 따라서 주파수 간격  $\Delta f$ 는 0.1GHz 가 되며, 공간영역의 각 view angle  $\theta$ 마다 해상도를 높이기 위해 118개의 zero를 덧붙여 128 point IFFT를 적용하였다. 이로부터 각각의 보는 각도에 대해 투영데이터를 구하여 재현된 영상이며,  $128 \times 128$  으로

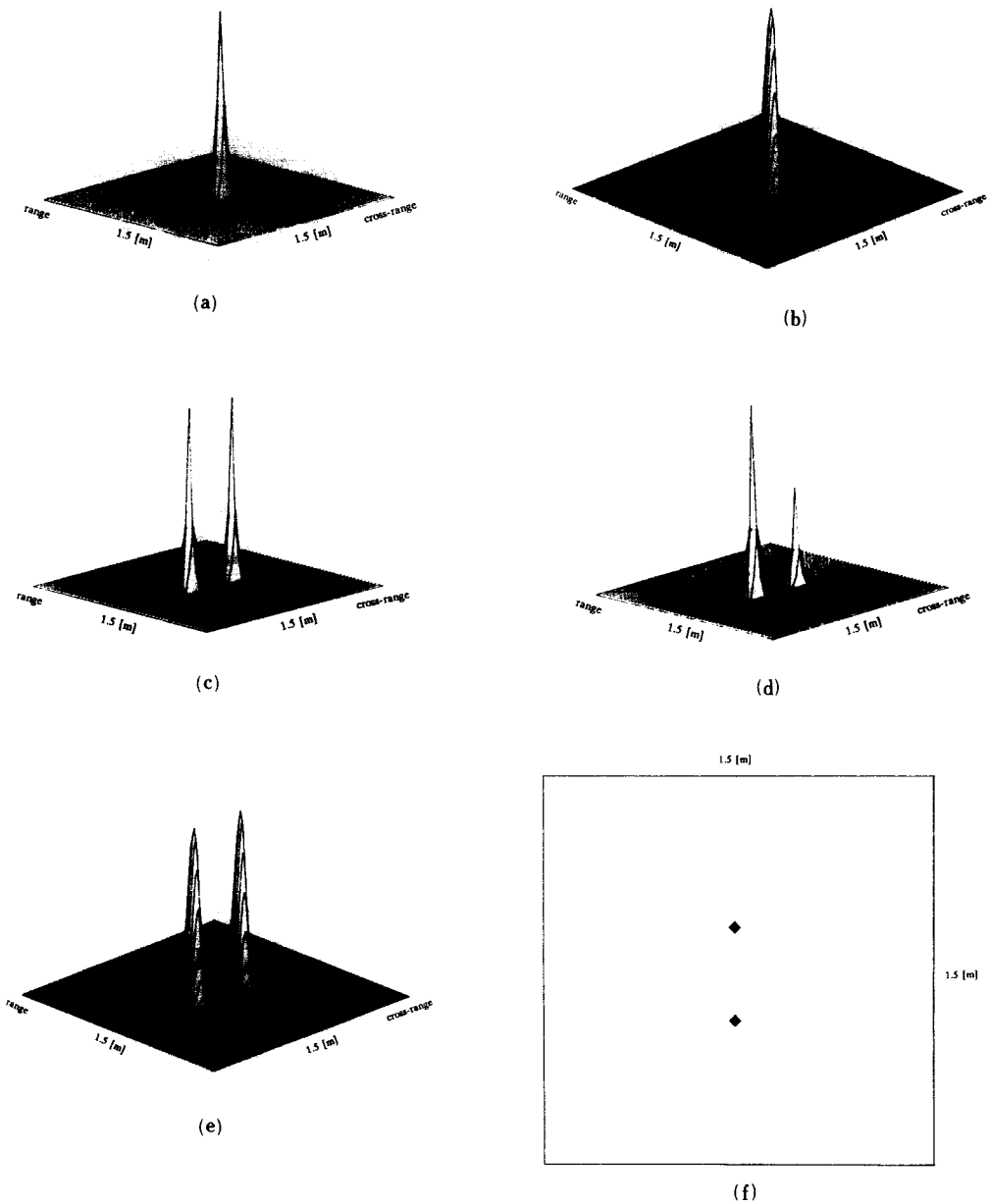


그림 6. (a) 모멘트 방법에 따른 point-spread function (psf)의 세기  
 (b) Nyquist 표본화에 따른 psf의 세기  
 (c) 모멘트 방법에 따른 동일반사를 주는 두선 물체에 대해 수치 계산으로 재현된 영상의세기  
 (d) 다른 반사를 주는 경우 그림 6(c)에 대한 영상재현의 세기  
 (e) Nyquist 표본화에 따른 그림 6(c)에 대한 영상재현의 세기  
 (f) 그림 6(c)의 반전력 단면도

Fig. 6. (a) Intensity of Point-spread function (PSF) corresponding to a moment-method.  
 (b) Intensity of PSF corresponding to a nyquist rate sampling.  
 (c) Intensity of image reconstructed from simulated data for two-line objects with the same reflectivity corresponding to a moment-method.  
 (d) Intensity of image reconstruction for fig.6(c) with the different reflectivity.  
 (e) Intensity of image reconstruction for fig.6(c) corresponding to a nyquist rate sampling.  
 (f) Cross-sectional view of fig.6(c) at half-level cutting.

나타내었다.

그림6-c, d는 그림6-a와 같은 조건하에서 cross-range 방향으로  $1.2\lambda_{\min}$  ( $=36\text{cm}$ ) 떨어져 있는 두 line 물체의 반사계수가 서로 같은 경우 및 다른 경우에 대한 영상을 나타낸다. 그림6-c는 두 물체의 반사계수가 서로 같은 경우이고, 그림6-d는 한 물체의 반사계수에 비해 다른 물체가 0.707인 경우를 가정하였으며, 재현된 영상의 반사계수가 1인 line 물체에 비해 약 절반의 높이로 나타남을 알 수 있는데, 이는 상대적인 세기(intensity)로 재현하였기 때문이다.

그림6-e는 그림6-b와 같은 조건으로 cross-range 방향으로  $1.2\lambda_{\min}$  떨어져 있고, 동일한 반사계수를 갖는 두 line 물체의 영상을 나타낸다.

일반적으로 마이크로웨이브 영상에서는 main-lobe 크기의  $-3\text{dB}$  되는 점의 너비를 해상도라 정의하는데, 그림6-c를 반전력의 단면으로 나타낸 것이 그림 6-f 이며, 정확히 두 line 간의 거리가  $36\text{cm}$  ( $=1.2\lambda_{\min}$ )임을 알 수 있다.

그림 7a는 안테나로부터 10m 떨어진 직경 20cm의 원통형 도체에 대한 영상을 재현한 것으로, 해상도  $\Delta R$ 를 3.75cm로 정하고 물체가 놓여져 있는 1.5m의 공간을 40개의 단층으로 분할하였다. 각 단층별로 투영 데이터를 구하기 위해서는 40개의 주파수 선택이 필요하며, 최소파장이 해상도의 2배인 7.5cm가 되는 주파수까지를 대역폭(0-4 GHz)으로 정한다. 여기서 낮은 주파수 대역을 선택한 것은 원통형 도체에 대한 산란전자파의 엄밀한 해가 잘 수렴할 수 있도록 하기 위함이다. 주파수의 간격은 0.1 GHz이며, 전체 view angle의 숫자는 300개로서  $360^\circ$ 를  $1.2^\circ$ 씩 증가하였다. 또한 역푸리에 변환시 공간영역의 해상도를 높이기 위해 88개의 zero를 덧붙여 128 point IFFT를 적용하였으며, 각 view angle 마다 투영 데이터를 구하였다. 재현된 영상은 거의 side-lobe 없이 원통모양을 갖추고 있으며, 위쪽 부분이 고르지 못한 것은 제한된 대역폭의 산란 스펙트럼을 사용하였기 때문이며, 보다 넓은 대역폭의 산란파를 이용하면 더욱 균일한 분포를 이루게 될 것이다. 그림 7-a의 해상도를 보기 위해 반전력 단면으로 나타낸 것이 그림 7-b 이며, 환(ring)의 폭은 해상도  $\Delta R$ 에 의해서 나타나며 이론적인 해상도 ( $=c/2B$  여기서,  $c$ ; 광속도,  $B$ ; 주파수 대역폭)와 거의 같음을 알 수 있다.

이상으로서 본 논문에서 제시한 공간영역의 영상 재현 방법으로 line 및 원통도체에 대한 영상을 재현하였으며, 모멘트 방법을 적용한 그림 6-a의 psf 가

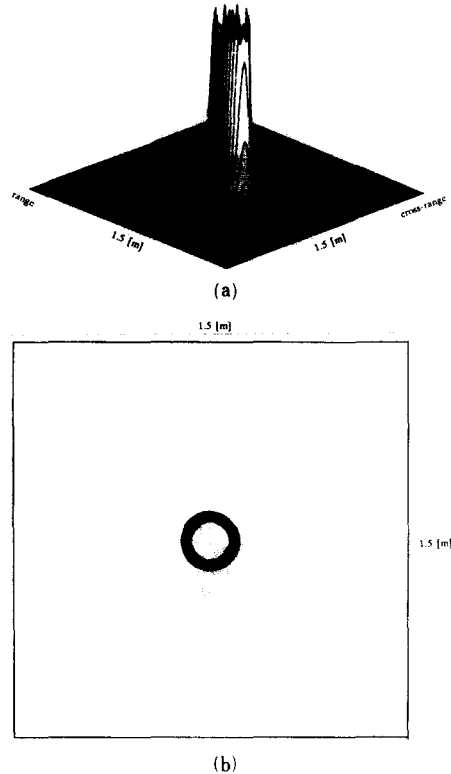


그림 7. (a) Nyquist 표본화에 따른 도체 기능의 수치 계산으로 재현된 영상의 세기  
(b) 그림 7(a)의 반전력 단면도

Fig. 7. (a) Intensity of image reconstructed from simulated data for conducting cylinder corresponding to a nyquist rate sampling.  
(b) Cross-sectional view of fig. 7(a), at half level cutting.

side-lobe 없이 매우 sharp 하여 최소파장의 0.1배인 초해상도를 얻을 수 있는 가능성을 보였다. 또한, 같은 대역폭을 사용한 그림 6-a와 그림 6-b를 비교하면 후자의 main-lobe가 상당히 blur 하며, 약간의 side-lobe도 존재함을 알 수 있다.

## 2) 파수영역에서 재현된 영상

수치계산에 의해 구한 산란전자파의 각펙트럼으로부터 물체의 영상을 재현하는 방법으로는 III장에서 설명한 바와같이 2차원 IFFT 알고리즘과 1차원 circular convolution 형 적분이 있다. 본 논문에서는 편위상 전자의 방법으로 영상을 재현하였다.

그림 8-a, b는 그림 6-b와 같은 조건하에서 원점 및 cross-range 방향으로  $1.2\lambda_{\min}$  ( $=36\text{cm}$ ) 떨어져 있는 1 line 및 2 line 들의 영상이다. 사용한 주파수대역폭은 (0.1GHz-1.0GHz)이며, 주파수 증가를 0.1

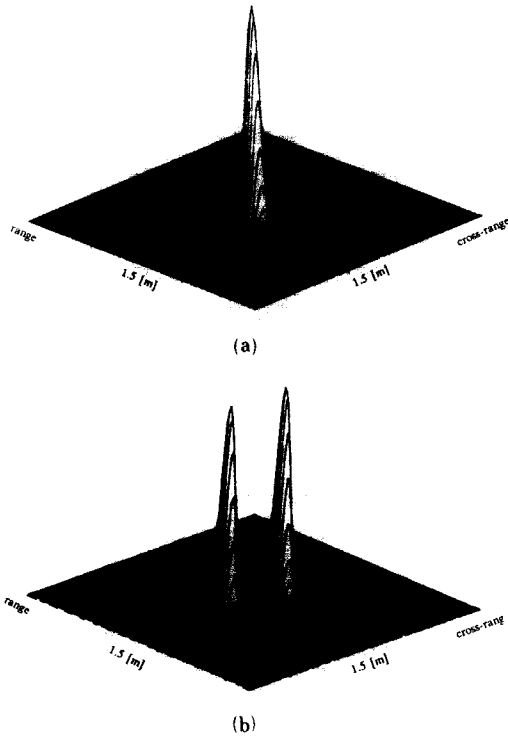


그림 8. (a) 그림 6(a)에 대해 2차원 고속푸리에 역변환을 이용한 psf의 세기  
 (b) 그림 6(c)에 대해 2차원 고속푸리에 역변환을 이용한 영상재현의 세기  
 Fig. 8. (a) Intensity of PSF for fig. 6(a), using a 2-dimensional IFFT.  
 (b) Intensity of image reconstruction for fig. 6(a), using a 2-dimensional IFFT. (c)

GHz로서 전체 10개의 주파수에 대한 angular spectrum 데이터로부터 zeroth-order interpolation을 하였다. interpolation 한 데이터에 공간영역의 해상도를 높이기 위해 x, y 축으로 각각 107개의 zero를 덧붙혀 128×128 point의 2차원 IFFT를 적용한 것이다. 그림 8-a는 이러한 조건하에서 재현한 시스템의 psf를 나타내며, 공간영역에서 재현된 그림 6-b와 비교하면 main-lobe는 거의 유사하나, side-lobe가 약간 높게 나타남을 알 수 있는데, 이는 interpolation에 따른 error에 기인한 것으로 생각되며, 또한 그림 8-b와 공간영역에서 재현된 그림 6-e를 비교해서도 알 수 있다.

그림 9-a는 그림 7-a와 같은 조건에서 측정된 각 스펙트럼 데이터를 zeroth-order interpolation에 의한 128×128 point의 2차원 IFFT를 적용하여 재현된 원통도체에 대한 영상이다. 이를 자세히 보기 위해 반전력의 단면도로 나타낸 것이 그림 9-b 이며,

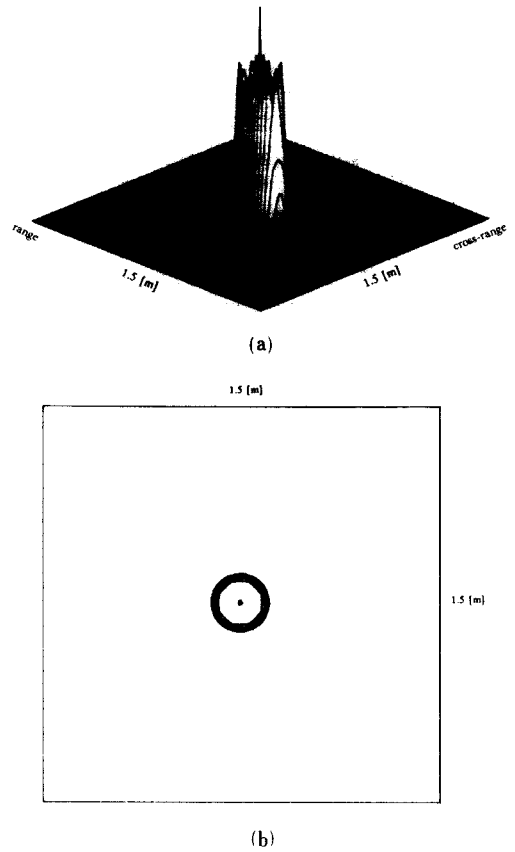


그림 9. (a) 그림 7(a)에 대해 2차원 고속푸리에 역변환을 이용한 영상재현의 세기  
 (b) 그림 9(a)의 반전력 단면도  
 Fig. 9. (a) Intensity of image reconstruction for fig. 7(a), using a 2-dimensional IFFT.  
 (b) Cross-sectional view of fig. 9(a), at half-level cutting.

공간영역에서 재현된 그림 7-b와 비교하면 중앙에 원하지 않는 point가 나타남을 알 수 있다. 이러한 영상의 artifact는 본 논문의 appendix에서 해석적으로 규명을 하였으며, 다른 문헌<sup>18)</sup>의 영상에서도 찾아볼 수 있다.

4. 검토 및 고찰

마이크로웨이브 영역에서 코히어런트 단층촬영 개념을 적용하여 물체의 공간을 단층별로 나눈 다음, 각 단층별로 투영된 양으로부터 공간영역에서 영상을 재현할 수 있는 filtered-backprojection 알고리즘을 적용하여 line 물체 및 원통도체의 영상을 재현하였으며, 또한 파수영역에서 재현된 영상과도 비교하

었다. 단층별로 나눌때 간격을 최소 파장의 0.1배로 할 것인가, 또는 0.5배 이하로 sampling을 하느냐에 따라 moment 및 Nyquist rate 방법으로 나눈다. 먼저 moment 방법에서는 해상도  $\Delta R$ 과 주파수 간격  $\Delta f$ 를 적절히 선택하여, 식(16)의 계수 행렬 [A]가 well-posedness 특성을 갖도록 하면, 파수영역에서 처럼 넓은 주파수 대역을 사용하지 않고서도 초고해상도 (=최소파장의 0.1배)를 얻을 수 있는 가능성을 보였다. 둘째로, Nyquist rate 방법에서는 해상도  $\Delta R$ 을 최소파장의 0.5배 이하로 표본화(sampling) 하면, 사용 주파수 대역내에서는 표본화 이론을 만족하므로, 제한된 대역폭내의 산란 스펙트럼으로 영상을 재현할 수 있다는 근거에서 출발한다.

이상에서 설명한 두가지 방법은 interpolation 없이 공간영역에서 영상을 재현하기 위해서는, 먼저 각 단층별로 투영 데이터를 구하는 과정이 필요하며, 전자는 식(16)과 같은 행렬의 역변환에 의해서 이루어지며 후자는 식(19)를 푸리에 역변환을 거쳐 IFFT로 구한다. 구한 투영 데이터로부터 영상을 재현하는 알고리즘은 지금까지 공간영역에서 재현할 수 있는 방법 중 가장 신뢰도가 높고, 영상의 질(quality)이 좋아 X-ray CT 분야에 널리 이용되고 있는 filtered-back-projection 이다. 본 논문에서도 이 알고리즘으로 재현된 도체의 영상들이 파수영역에서 재현된 영상들보다 좋음을 보였으며, 또한 원점에 대칭인 도체의 영상을 artifact 없이 재현할 수 있어 파수영역에서 재현하는 알고리즘의 단점을 보완할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 도체에 대해 물리광학 근사식을 적분방정식에 적용하여 마이크로웨이브 영역에서 코히어런트 단층촬영 개념으로 공간영역에서 해석할 수 있는 새로운 식을 유도하고, 제시된 filtered-back-projection 알고리즘으로 2차원 line 물체 및 원통형 도체에 대한 영상을 수치계산에 의해 재현하였다. 즉 물체의 공간을 해상도  $\Delta R$ 을 갖는 N개의 단층으로 분할하고 단층 갯수만큼의 주파수를 선택하여 각 단층별로 투영된 양을 계산한다. 이와 같은 방법으로 물체를 회전시켜 가면서 각각의 view angle  $\theta$ 에 대해 새로운 N개의 투영된 양을 구하여, 그 양을 filtered-backprojection 알고리즘으로 영상을 재현하였다.

본 논문에서 제시한 공간영역의 해석은 기존의 산란된 전자파의 각스펙트럼 데이터로부터 파수영역에서 직교좌표의 데이터로 치환을 위한 interpolation과

정이 필요없으며, 단층 간격을 최소파장의 0.1 배로 나누는 모멘트 방법을 적용하여 line 물체에 대한 영상을 재현함으로써, 파수영역의 해석처럼 넓은 주파수 대역을 사용하지 않고서도 초고해상도 (=최소파장의 0.1배)를 얻을 수 있는 가능성을 보였다. 또한 공간영역을 Nyquist rate 개념으로 최소파장의 0.5배 이하로 표본화(sampling) 하여 제한된 대역폭내에서 line 물체 및 원통형 도체에 대한 영상을 재현하였으며, 기존의 파수영역에서 재현된 영상에 비해 artifact 없이 보다 좋은 결과를 보여 주었다.

본 논문에서 제시한 공간영역의 영상재현 방법은 공간과 파수영역의 이중성 성격을 이용한 것으로 마이크로웨이브 영역에서 코히어런트 전자파를 사용한 back scattering tomography 이다. 이는 X-ray의 transmission tomography 와는 물리적으로 다음과 같은 차이가 있다. 첫째 전자는 유전율이 변화하는 경계면에서 전자파의 산란 및 굴절을 포함한 산란전자파의 위상과 진폭을 측정하나 후자의 경우에는 전자파가 물질내에서 직진 투과한다는 가정하에 위상이나 세력감쇄중 어느 한 양을 측정하므로 물체내부의 성질을 정확히 알기란 힘들다. 둘째 어떤 view angle에서 주어진 입사파의 방향에 대해 물체내의 물리적 양을 투영할 방향이 서로 다른데, 전자는 입사파의 방향에 대해 수직하며, 후자는 입사파의 방향과 동일함을 알 수 있다. 따라서 어떤 view angle  $\theta$ 에 대해 투영 데이터는 서로 수직관계가 있으며, 이들 투영 데이터로부터 영상을 재현하는 과정은 같은 알고리즘을 적용할 수 있음을 알 수 있다.

끝으로 본 논문에서 제시된 방법은 3차원 도체<sup>[7]</sup> 및 Born 근사식을 만족하는 유전체<sup>[23]</sup>의 영상재현에도 확장 적용할 수 있으며, 앞으로 실험을 통한 영상재현 및 유전체에 대한 수치계산 등이 남은 과제이다.

## 부 록

파수영역의 영상재현 알고리즘으로 원점에 대칭인 도체(원통, 구)의 영상을 재현하기 위해 원통도체의 반사함수  $\gamma(r', \phi)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\gamma(r', \phi) = \delta(r' - r_0), \quad (x')^2 + (y')^2 = (r_0)^2 \\ = 0, \quad \text{otherwise} \quad (A-1)$$

즉, 식(A-1)은 크기가 1이며 반경  $r_0$ 에서 전반사를 갖는 고리(ring) 모양의 delta 함수를 나타낸다. 원통도체에 대해서 파수영역의 산란 데이터  $\Gamma(\rho, \theta)$ 를 구

하기 위해 식(9)를 극좌표형으로 고친 식은 다음과 같다.

$$\Gamma(\rho, \theta) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \gamma(r', \phi) \exp(j\rho r' \cos(\phi - \theta)) r' dr' d\phi \quad (A-2)$$

식(A-1)를 식(A-2)에 대입하면

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho, \theta) &= r_0 \int_0^{2\pi} \exp(j\rho r_0 \cos(\phi - \theta)) d\phi \\ &= 2\pi r_0 J_0(\rho r_0) \end{aligned} \quad (A-3)$$

이 된다. 식(A-3)는 파수  $\rho=0$ 에서 최대치를 갖고,  $\rho$ 가 원점에서 멀어짐에 따라 단조감소하는 zeroth order Bessel 함수를 나타낸다.

원통도체의 반사함수  $\gamma(r', \phi)$ 를 재현하기 위해 식(A-3)를 식(20)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma(r', \phi) &= \frac{1}{(2\pi)} r_0 p J_0(\rho r_0) \int_0^{2\pi} \exp(-j\rho r' \cos(\phi - \theta)) d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} r_0 (p r_0) J_0(\rho r') \end{aligned} \quad (A-4)$$

식(A-4)의 첫번째 Bessel 함수는 원통의 반경  $r_0$ 와 파수  $p$ 의 함수로서 공간의 좌표와 무관한 일종의 상수이며, 두번째 Bessel 함수는 공간의 좌표인  $r'$ 과 파수  $p$ 의 함수로서 일정한 파수에 대해서는  $r'=0$ 에서는 최대치를 갖고  $r'$ 이 원점에서 멀어짐에 따라 단조감소하는 zeroth order Bessel 함수를 나타낸다.

따라서 많은 주파수를 사용할 경우  $r'=0$ 에서는 재현된 값이 계속 더해지게 되며,  $r'=r_0$ 에서는 주파수에 따라 constructive 효과를 갖게 되나  $r'=0$ 인 점보다는 낮은 값이며, 그외의 영역에서는 서로 destructive 효과주게 된다. 그러므로 파수영역에서 원점에 대칭인 도체(예: 구, 원통)의 영상재현시 항상 원점에 point 물체와 같은 artifact가 생김을 알 수 있다.

參 考 文 獻

[1] K. Toyimasu, "Tutorial review of synthetic aperture radar (SAR) with applications to imaging of the ocean surface," *Proc. IEEE*, vol. 66, no. 5, pp. 563-583, May 1978.  
 [2] D.A. Ausherman, A. Kozma, J.L. Walker, H.M. Jones, and E.C. Pogg, "Developments in radar imaging," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-20, no. 4, pp. 363-400, July 1984.

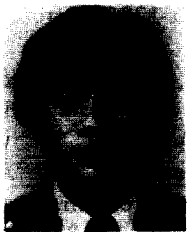
[3] D.R. Wehner, *High Resolution Radar*, Artech house, Inc. 1987.  
 [4] J.L. Walker, "Range-Doppler imaging of rotating objects," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-16 no. 1, pp. 23-52, January 1980.  
 [5] D.L. Mensa, S. Halevy, and G. Wade, "Coherent doppler tomography for microwave imaging," *Proc. IEEE*, vol. 71, no. 2, pp. 254-261, February 1983.  
 [6] F.Y.S. Fok, J.D. Young, "Space-frequency sampling criteria for electromagnetic scattering of a finite object," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, no. 8, August 1987.  
 [7] N.H. Farhat, C.L. Werner, T.H. Chu, "Prospects for three-dimensional projective and tomographic imaging radar networks," *Radio Sci.*, vol. 19, no. 5, pp. 1347-1355, September-October 1984.  
 [8] T.H. Chu, N.H. Farhat, "Polarization effects in microwave diversity imaging of perfectly conducting cylinder," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-37, no. 2, pp. 235-244, February 1989.  
 [9] C. Pichot, L. Jofre, G. Peronnet, and J.C. Bolomey, "Active microwave imaging of inhomogeneous bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, no. 4, pp. 416-425, April 1985.  
 [10] A.J. Devaney, "A computer simulation study of diffraction tomography," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-30, no. 7, pp. 377-386, July 1983.  
 [11] S.X. Pan and A.C. Kak, "A computational study of reconstruction algorithms for diffraction tomography: Interpolation versus filtered back propagation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31, no. 5, pp. 1262-1275, October 1983.  
 [12] K.A. Dines, R.J. Lytle, "Computerized geophysical tomography," *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 7, pp. 1065-1073, July 1979.  
 [13] R. Radcliff, C.A. Balanis, and H.W. JR, "A stable tomography technique for refractive media," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. GE-22, no. 6, pp. 698-703, November 1984.  
 [14] H.J. Scudder, "Introduction to computer aided tomography," *Proc. IEEE*, vol. 66, pp. 628-637, June 1978.

- [15] R.F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, 1961.
- [16] S.R. Raz, "On scatter reconstruction from far-field data," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. AP-24, no. 1, pp. 66-70, January 1976.
- [17] R.M. Lewis, "Physical optics inverse diffraction," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-24, no. 3, pp. 308-314 May 1969.
- [18] N.N. Bojarski, "A survey of physical optics inverse scattering identity," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-30, pp. 980-989, September 1982.
- [19] R.M. Mersereau, A.V. Oppenheim, "Digital reconstruction of multidimensional signal from their projection," *Proc. IEEE*, vol. 62, no. 10, pp. 1319-1338, October 1974.
- [20] R.M. Lewitt, "Reconstruction algorithm: transform method," *Proc. IEEE*, vol. 71, no. 3, pp. 390-408, March 1983.
- [21] E.O. Brigham, *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, 1974.
- [22] R.F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Macmillan, 1968.
- [23] T.H. Chu, N.H. Farhat, "Frequency-swept microwave imaging of dielectric objects," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-36, no. 3, pp. 489-493, March 1988.
- [24] L.A. Shepp and B.F. Logan, "The fourier reconstruction of a head section," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-21, pp. 21-43, 1974.
- [25] Cho ZH, Chan JK, Hall E. Kruger RP, McCaughey DG, "A comparative study of 3-D image reconstruction algorithms with reference to number of projections and noise filtering," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-22, p. 344, 1975.
- [26] S. Huang, M.E. Phelps, E.J. Hoffman, and D.E. Kuhl, "Cubic splines for filter design in computed tomography," *IEEE Trans. Nucl. Sic.*, NS-27, pp. 1368-1374, 1980.
- [27] H.J. Li, N.H. Farhat, and Y. Shen, "A new iterative algorithm for extrapolation of data available in multiple restricted region with application to radar imaging," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, no. 5, pp. 581-588, May 1987.

---

 著 者 紹 介
 

---



徐京煥(正會員)

1960年 3月 16日生. 1983年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업. 1983年 1月~1985年 2月 삼성반도체 통신(주) 근무. 1985年 3月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정(산학)입학. 1988年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사학위 취득. 1986年 3月~현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정(산학)재학. 주관심분야는 초고주파 영상 및 radar 신호처리 등임.

金世潤(正會員) 第25卷 第8號 參照

현재 한국과학기술연구원 응용전자연구실 선임연구원

羅正雄(正會員) 第25卷 第8號 參照

현재 한국과학기술원 전기및 전자공학과 교수