

超音波를 利用한 二體 平面接觸部의 定量的인 接觸壓力 測定에 關한 研究

A Study on a Quantitative Measurement of Contact Pressure Between two Rough
Flat Surfaces by Means of Ultrasonic Waves.

김 경 모* 정 인 성**
Kyoung Mo Kim In Sung Chung

ABSTRACT

It is important to have exact information about the contact pressure distribution in the design of connected parts of machines and structures. In previous works, stress analyses on a two body contact problem have been carried out in large numbers. Besides, the measurement of contact stress is important to confirm the adequateness of the theoretical analysis, to verify appropriateness of Hertzian contact theory and to know the practical pressure distribution, but an excellent measuring method can't be found at present.

Therefore, a quantitative measurement of contact pressure by means of ultrasonic waves using a normal probe and an angle has been proposed to measure the contact pressure distribution between two rough flat surfaces. At first, in a new proposed calibration method, the relation between mean contact pressure and sound pressure of reflected waves is obtained by using calibration blocks with various surface roughnesses made of the same material as the rectangular section beams. And then, this experimental results are compared with the analytical ones, and the utility of this method is discussed.

1. 序論

大部分의 機械나 構造物들은 構成部品의 結合 또는 接觸으로 連結되어 있으며 接觸面을 통하여 힘과 모멘트를 傳達하고 接觸面 사이에서는 複雜한

微視的 또는 巨視的 相對運動이 發生하기 때문에 部品들 사이의 接觸狀態와 條件에 따라서 機械나 構造物의 性能과 壽命이 큰 影響을 받는데 이것은 界面 接觸壓力의 크기와 分布狀態가 接觸面의 靜剛性과 動特性에 크게 影響을 미치기 때문이다. 더 육이 最近에는 機械 시스템이 精密化, 高速化되어 감에 따라서 構成部材의 連結部分의 接觸部에서 發生하는 實際 接觸壓力에 대한 正確한 知識을 가

*正會員：전북산업대학

**正會員：전북대학교

지고 2體 平面接觸部의 理論的인 解析結果와 Hertz¹⁾接觸 設計式에 대한 妥當性을 檢證하여 接觸 構成部材의 最適強度 設計式을 提示하고자 하는 努力이 繼續되어 왔다.

以上의 目的으로 接觸面의 粗度變化에 따른 垂直荷重을 받는 2體 平面接觸部에서 發生하는 實際接觸壓力을 測定하기 위하여 提案된 光彈性 實驗法^{2)~4)}, 側壓핀법^{5)~7)}, 感壓紙法⁸⁾, 表面粗度 變化法⁹⁾, 蒸着素子法¹⁰⁾ 및 壓電材 セン서법^{11), 12)}, 등을 利用한 實驗的 研究와 統計學的인 側面에서 接觸面의 表面粗度에 대한 確率密度 函數를 통하여 接觸의 狀態量을 規定하는 表面微少突起의 線密度와 面密度를 決定하고 接觸狀態에 對應하는 確率構造에 따라 接觸點, 接觸面積 및 接觸壓力을 定量的으로 決定하는 解析方法을 提示한 瀬戸口良三^{13)~16)}의 報告와 表面 微少突起의 彈·塑性變形을 考慮한 接觸理論에 據하여 垂直荷重을 받는 2體 平面接觸部의 彈·塑性變形에 대한 實用式을 제시한 塚田忠夫와 阿武芳朗^{17)~21)}의 報告가 있으며, 有限要素法을 利用하여 接觸 變形機構를 解析한 White와 Enderby²²⁾, Parsons와 Wilson²³⁾ 및 Endo²⁴⁾등의 理論的 研究가 행하여져 왔다.

그러나 前者는 實際 接觸狀態를 變化시키거나, 많은 假定과 理論을 適用시켜야 하고, 後者は 接觸部 表面 微少突起의 變形이 接觸壓力에 대해 非線形의이고 表面粗度, 波形 및 凝着力 등의 境界條件設定이 困難하여, 어느 것이나 近似解 以上은 기대할 수가 없다는 점이 指摘되어 왔다.

그래서 測定의 多點化와 高速化가 어려운 反面, 接觸의 狀態를 그대로 維持하면서, 非破壞 및 非接觸 測定이 可能하고, 平面接觸에서 曲面의 接觸에 이르기까지 測定이 可能하며, 負荷 및 除荷過程 등의 負荷의 作用에 관계없이 測定할 수 있고, 光·電子波에 비해서 傳波速度가 빠르기 때문에 彈性接觸 理論에 의한 解析結果를 檢討하는 手段으로서 超音波法^{25)~27)} 중에서 活用度가 많아 關心을 끌고 있는 펄스反射法을 採擇하였다.

이 測定法은 Krächter²⁸⁾가 プレス ダ이의 接觸 狀態를 檢討하는데 利用한 것이 嘴矢가 되어 Minkuchi^{29), 30)}의 報告에 이르기까지 接觸壓力 測定에

관한 研究報告書^{31)~33)}가 나와 있으나 定量的인 測定方法에 대한 研究는 아직까지도 確立되지 않은 것 같다.

本 研究에서는 探觸子 헤더를 中心으로 한 實驗裝置의 設計·製作을 通해서 測定하고자 하는 對象物과 同一한 材料와 크기로 加工된 較正用 試片의 接觸部 表面粗度를 變化시켜가며, 垂直荷重을 가하므로서 發生하는 縱波와 橫波에 대한 接觸壓力과 反射(透過) 音壓 사이의 關係를 얻은 다음, 이러한 結果를 利用하여 定量的인 接觸壓力 測定法의 實用化를 기하기 위한 方法과 實驗式을 提示하고자 한다. 또한 較正實驗 結果를 利用해서 垂直 壓縮荷重을 받는 矩形斷面의 2體 平面接觸部의 接觸部에서 發生하는 接觸壓力分布를 測定하여 理論的 解析結果와 比較·分析하여 보고 이러한 測定法의 正確性과 實用上의 問題點을 檢討하여 2體 接觸部의 接觸運動을 事前에 點檢할 수 있는 安全檢查法으로 活用하고자 한다.

2. 2體 平面接觸 變形機構에 대한 理論的 考察

垂直荷重을 받는 2體 平面接觸 面의 接觸部에서

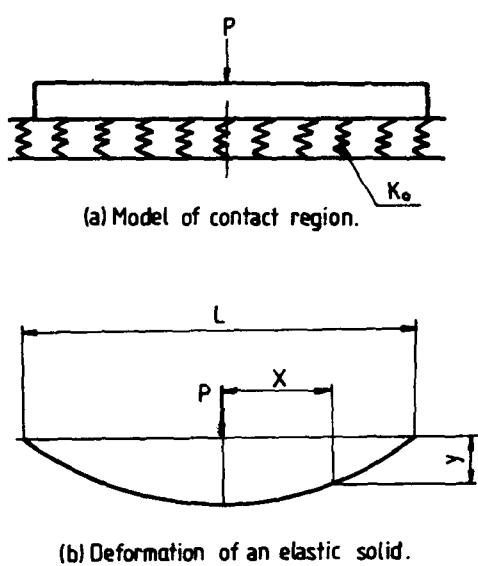


Fig. 1 The deformation model of an elastic solid in the contact region

發生하는 變形과 壓力分布狀態를 理論的으로 檢討하기 위하여 結合部의 上·下部 平面表面에 存在하는 多은 微少突起들을 Fig. 1과 같이 接觸 스프링定數가 K_0 인 코일 스프링으로 모델화 하였다.

接觸길이 L 인 矩形斷面의 彈性보가 中央에 集中荷重 P 를 받고 있다면 荷重의 作用點으로부터 x 만큼 떨어진 位置에서 發生하는 變形 y 는 다음과 같다.

$$y''' + K_0 y / EI = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

이 式에서 $\lambda = 4\sqrt{K_0/4EI}$ 로 用아 特性方程式을 풀면 다음과 같다.

$$r = \pm \lambda(1 \pm i) \quad \dots \dots \dots (2)$$

따라서 變形 y 는 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned} y(x) = & C_1 \sinh \lambda x \cos \lambda x + C_2 \sinh \lambda x \sin \lambda x \\ & + C_3 \cosh \lambda x \cos \lambda x + C_4 \cosh \lambda x \sin \lambda x \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3)$$

식 (3)의 1, 2, 3차 導函數를 구하여 4개의 界境條件 ($x = 0$; $y' = 0$, $EIy''' = P/2$, $x = L/2$; $y'' = 0$, $y''' = 0$)을 代入한 다음 Cramer의 法則을 用하여 풀면 다음과 같은 變形式이 얻어진다.

$$\begin{aligned} y(x) = & \frac{P\lambda}{2K_0(\sinh \lambda L + \sinh \lambda L)} \\ & \{ \cosh \lambda x \cos \lambda(L-x) + \cos \lambda x \cosh \lambda(L-x) \\ & - \sinh \lambda x \sin \lambda(L-x) + \sin \lambda x \sinh \lambda(L-x) \\ & + 2\cosh \lambda x \cos \lambda x \} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (4)$$

여기서 P : 垂直荷重, K_0 : 單位길이 당 結合部 스프링定數, B : 試片의 幅, I : 試片의 관성모멘트, E : 試片의 영係數, L : 試片의 길이

따라서 荷重의 作用點으로부터 任意의 位置, x 인 지점에서의 壓力 $P(x)$ 는 다음式으로 整理된다.

$$P(x) = K_0 \cdot y(x) / B \quad \dots \dots \dots (5)$$

위 式에서 치집량 $y(x)$ 는 式 (4)에서 求하고, K_0 는 $\lambda = 4\sqrt{K_0/4EI}$ 에서 求하여 곱하면 單位길이 당 荷重이 되고 이것을 幅 B 로 나누면 壓力이 된다.

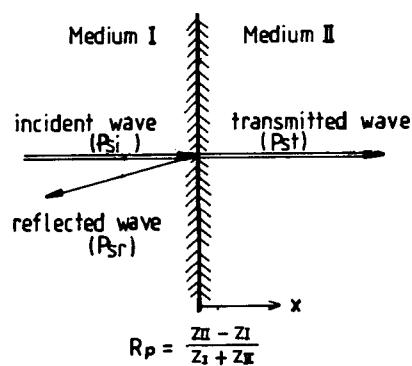
따라서 이 式을 利用하여 荷重의 作用點으로부터 任意의 位置에서 發生하는 壓力 分布의 크기를 計

算하여 이 값과 實驗에서 測定된 값을 比較·檢討하였다.

3. 接觸壓力의 測定原理와 定量的 測定方法의 提案

超音波는 可聽音波보다 높은 周波數를 가진 音波로서 一定한 媒質에서는 一定한 速度로 전파되나 音響 임피던스가 다른 2개의 媒質이 접한 接觸面에서는 一部는 透過되고 一部는 反射된다.

Fig. 2와 같이 超音波가 音響 임피던스가 다른 2媒質의 界境平面에 垂直으로 投射될 때 發生하는 反射波量은 界境面에서의 音壓 振幅比, 即 音壓反射率 R_p 에 의하여 決定된다. 매질 I에서 매질 II로 超音波가 投射될 때, 入射波 音壓 P_{si} 反射波 音壓 P_{sr} 및 透過波 音壓을 P_{st} 라고 하면 매질중에서 音波의 狀態를 나타내는 일반 波動方程式과 Helmholtz方程式³⁴⁾인 속도 포텐셜 ϕ 函數에 의해서 音壓反射率 R_p 는 各 媒質의 임피던스의 合에 대한 差의 비로서 定義되며 이들은 다음과 같은 關係를 갖는다.



R_p : reflected pressure ratio.

Z_1 : specific acoustic impedance of medium I

Z_2 : specific acoustic impedance of medium II

Fig. 2 Reflection and transmission of plane waves at a boundary.

$$P_{sr} = R_p \cdot P_{si} = R_p(P_{sr} + P_{st}) \quad \dots\dots\dots(7)$$

여기서 ρ_1, ρ_2 ; 各 媒質의 密度, C_1, C_2 ; 各 媒質에서 音波의 傳達速度

Z_i , Z_{ii} ; 各 媒質에서 音響 임피던스(acoustic impedance)

式 (6)에서 音響 임피던스가 같은 同質의 媒質에서는 $Z_i = Z_{ii}$ 가 되어 $R_p = 0$ 이 되므로 完全이 透過되고, $Z_{ii} > Z_i$ 또는 $Z_i > Z_{ii}$ 인 異質의 媒質에서 $R_p = 1$ 이 되어 거의 反射된다.

따라서 Fig. 3과 같이 同質의 金屬과 金屬 사이에 空隙이 있으면 超音波는 反射되고 真實接觸의 部分에서는 透過하게 된다. 例를 들면 鋼의 音響임피던스는 $4.6 \times 10^7 \text{ kg} / \text{m}^2\text{s}$ 이고, 空氣의 音響 임피던스는 $4.2 \times 10^2 \text{ kg} / \text{m}^2\text{s}$ 이므로 鋼(空氣)을 透過한 超音波가 空氣(鋼)를 만나게 되면 $R_p = 1$ 이 되어 모두 反射하게 된다.

True contact ($R_p = 0$) Air gap ($R_p \approx 1$)



Fig. 3 Contact of solid surfaces.

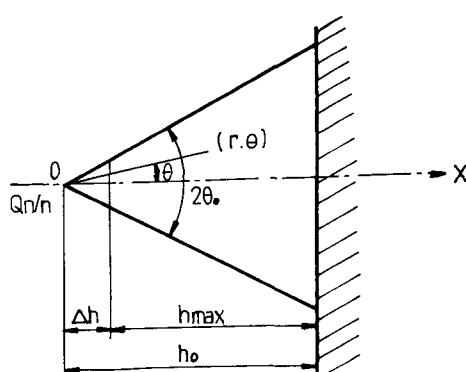


Fig. 4 A model of an asperity.

Fig. 4와 같이 機械加工되어 同種의 金屬으로 된 2體 接觸平面 表面이 垂直荷重 Q_n 의 作用下에 높이가 h_0 인 n 개의 圓錐形 微少突起가 接觸하고 있을 때 각각의 微少突起에 作用하는 垂直荷重 Q 는 Q_n/n 이 되고 Q 를 받아 微少突起에 發生하는 荷重方向의 变위 U_x 와 Q_n 에 의한 真實 接觸面積의 增加量 ΔS 는 다음과 같다.

$$ux = (ur)_o = o = \frac{2Q}{E(\sin 2\theta_0 + 2\theta_0)} \int_{\Delta h}^{ho} \times^{-1} dx$$

$$= 2Q/E(\sin 2\theta_0 + 2\theta_0) \log_{10} ho/\Delta h$$

.....(8)

$$\Delta S = 2n u x \tan\theta_0 \\ = 4nQ \tan\theta_0 / E(2\theta_0 + \sin 2\theta_0) \log h_0 / \Delta h \\ = A_p \cdot Q \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

接触부의 表面狀態와 재질이 均一하다면 A_p 를
比例常數로 하여 眞實 接觸面積의 變化量을 垂直
荷重과의 線形의 函數關係로 表示할 수 있으며 眞實
接觸面積의 生成은 彈·塑性變形에 의한 것이지만
眞實 接觸面積의 變化量은 垂直荷重 變化量과 거의
比例한다.

式 (9)에서 ΔS 가 增加하면 音波의 反射波量은 減少하고 透過波量은 따라서增加한다. 즉 $R_p = 1$ 인 部分이 減少하므로서 同質의 媒質에서는 粒子速度가 均一하고 媒質 内에서 音波의 減衰을 無視할 수 있으므로 超音波의 入・反射波량을 각各 音壓 波高置로 나타내어 接觸面積과의 函數關係로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{srh} = P_{sjh}\{S_0 - (S_i + \Delta S)\} / S_0 \quad \dots\dots\dots [10]$$

여기서 S_o ; 表面粗度가 0인 理想平面, S_i : 초기의 接觸面積, P_{srh} ; 反射音壓 波高置, P_{sih} ; 入射音壓 波高置

식 (11)를 식 (10)에 대입하여 入射音壓 波高置에 대한
反射音壓 波高置를 垂直荷重 Q 와 接觸壓力 P 와의
關係式 나타내면 다음과 같다.

$$\text{Psrh} / \text{Psih} = (1 - B_0) - B_2 Q = (1 - B_0) - B_3 P$$

여기서 B_0 , B_1 , B_2 , B_3 은 정수이며 B_0 는 Si/SO 이므로 $B_0 \ll 1$ 게 된다.

理想的인 接觸의 경우는 反射音壓과 接觸壓力의 關係가 Fig. 5에 나타낸 바와 같이 波線으로 表示된 直線의 關係에 있으나, 實際接觸의 경우는 超音波가 매질내부를 通過할 때 일어나는 散亂, 粒子와의 内部摩擦 등에 의해 減衰가 일어나고 作用荷重을 아주 크게 하더라도 $R_p = 1$ 인 部分이 存在하며 表面狀態의 不均一性에 의해 斜線으로 표시된 範圍 内의 값으로 存在한다.

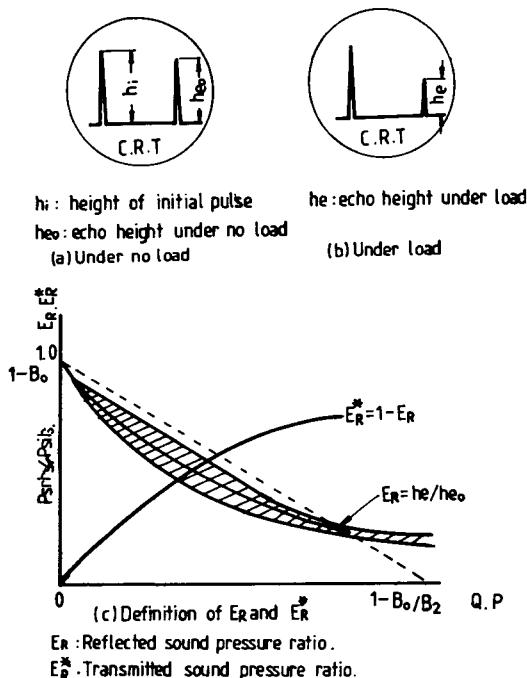


Fig. 5 Measuring principle of ultrasonic waves
method

超音波 探傷時 無負荷 時에는 反射波고가 heo가 되었다가 荷重을 가하면 真實接觸面積의 增加에 따라 透過音壓量이 增加하므로 反射波高置가 he로 減少한다.

식 (12)의 關係로부터 無負荷 時 에코의 높이에 대한
負荷 時 에코의 높이의 비를 反射音壓率 E_R 로 정
의하고 Fig. 5(c)에서 알 수 있는 바와 같이 이를
다시 接觸壓力과 比例關係에 있는 透過音壓率 E_R^* 로
나타내면 다음과 같다.

따라서 上의 結果를 利用하여 表面粗度, 두께 변화를 준 標準 較正試片을 壓縮하므로서 發生하는 反射波(透過波)의 音壓으로써 接觸壓力을 定量的 으로 測定할 수 있다.

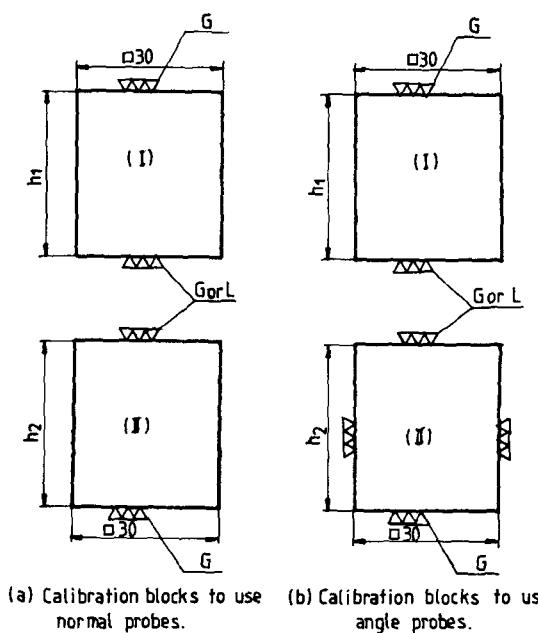
4 実験装置와 方法

4.1 較正 實驗

超音波의 種類에 關係없이 垂直 壓縮荷重을 받는 2體 平面接觸部에서 發生하는 接觸壓力을 定量의 으로 測定할 수 있는가를 確認하기 위해서 較正試片의 높이는 一定하게 하고 5段階의 粗度變化를 주어, 各各 5조씩의 縱波 및 橫波用 較正試片을 加工하였고 矩形斷面의 2體 平面接觸 빔의 接觸部에서 發生하는 縱方向의 壓力分布를 測定하기 위하여 3段階의 높이변화와 2단계의 粗度變化를 주어 橫波用 較正試片 6조를 加工하여 Fig. 6과 Table 1에 提示한 바와 같이 總 16조를 準備하였다. 表面粗度 測定時 메터컷업(meter cut-off) 치는 0.8mm로 하고, 7회의 測定置 中에서 5회의 測定置를 平均한 値을 中心線 平均粗度(CLA) R_a 值으로 하였으며, R_a 가 0.27 μm 까지는 C600, C1000 등 2종의 亂을 利用하여 50~80 m/min 速度로 습식래핑을 행하여 粗度變化를 주었으며, 0.43~1.91 μm 까지의 範圍에서는 테이블을 往復式 外經研削機와 WA100, WA180, WA240 등 3종의 연삭숫들로 피드속도 1/100 m/rev를 주어 加工한 다음 사포가공을 並行하여 粗度變化를 주었다.

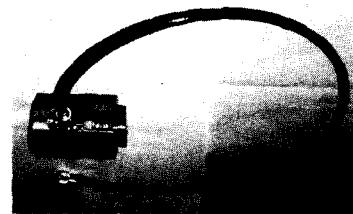
Table 1에 나타낸 바와 같이 縱波와 橫波用 探觸子의 接觸面은 研削을 하여 사용하였고 縱波와 橫波는 較正試片 및 矩形斷面의 2體 平面接觸 빔의 接觸壓力分布를 구하기 위한 橫波用 較正試片이 서로 同一한 接觸狀態를維持할 수 있도록 하였다.

또한 正確하고 安定된 超音波의 音壓을 얻기 위

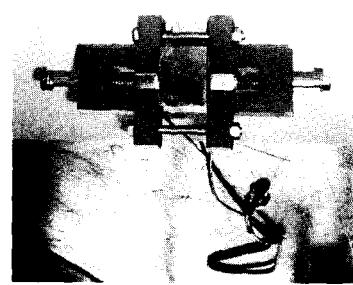


(a) Calibration blocks to use normal probes.
(b) Calibration blocks to use angle probes.

Fig. 6 Demensions of calibration blocks.



(a) Normal probe holder



(b) Angle probe holder

Fig. 7 Photograph of a normal probe holder and an angle.

Table 1. Shapes and material properties of calibration blocks.

No	Bloc.	Calibration blocks for normal probe			Calibration blocks for angle probe														
		h_1 mm	h_2 mm	Cond. of cont. surf.	E ₁ GPa	Y ₁	Y ₂	Mat.	No	Bloc.	h_1 mm	h_2 mm	Condition of contact surface			E ₁ GPa	Y ₁	Y ₂	Mat.
													Ra μm	Flat. μm	Mach. meth.				
1	I	30	0.26	0.5	Grinding				1	I	30	10	0.27	0.17	0.4	0.3			
	II	40	0.27	0.4		Lapping				II	40	50	0.28	0.17	0.5	0.4			
2	I	30	0.43	0.6					2	I	30	15	0.43	0.17	0.7	0.4	Grinding		
	II	40	0.43	0.7						II	40	50	0.44	0.26	0.3	0.4			
3	I	30	0.76	0.8	Grinding	206	0.3	SM C	3	I	30	20	0.77	0.17	0.8	0.4		Lapping	206
	II	40	0.80	0.8						II	40	50	0.79	0.26	0.4	0.4			
4	I	30	1.32	1.1					4	I	30		1.33		1.1			Grinding	
	II	40	1.30	1.1						II	40		1.31		1.0				
5	I	30	1.89	1.3					5	I	30		1.90		1.2				
	II	40	1.91	1.3						II	40		1.90		1.3				

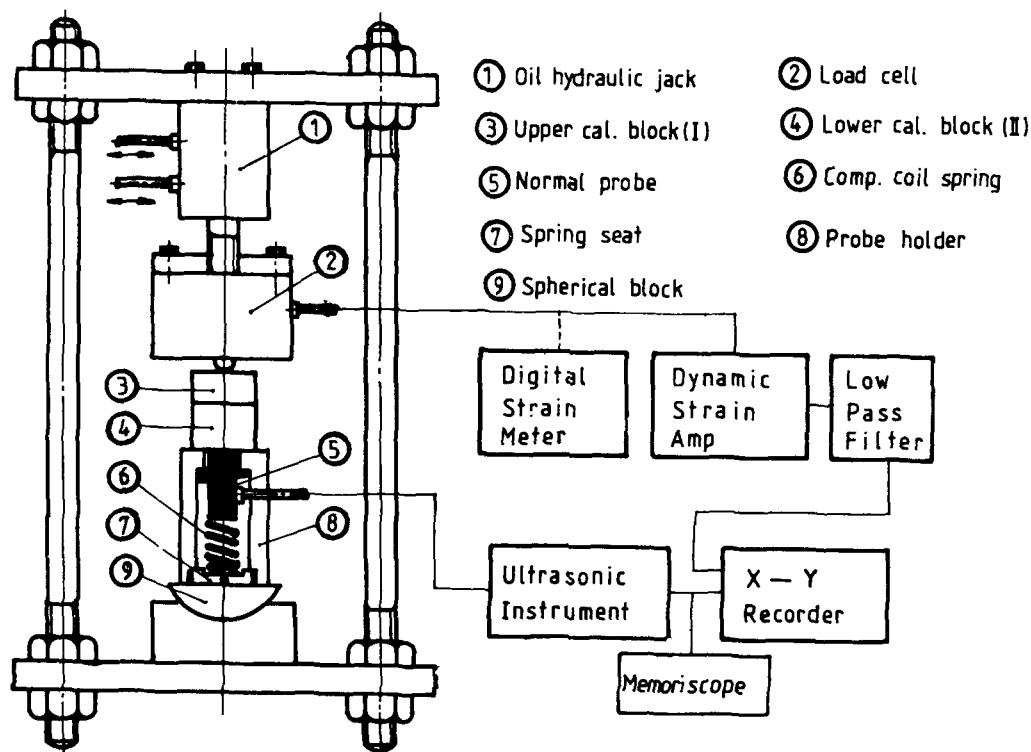


Fig. 8 Schematic diagram of experimental apparatus using normal probes of ultrasonic waves.

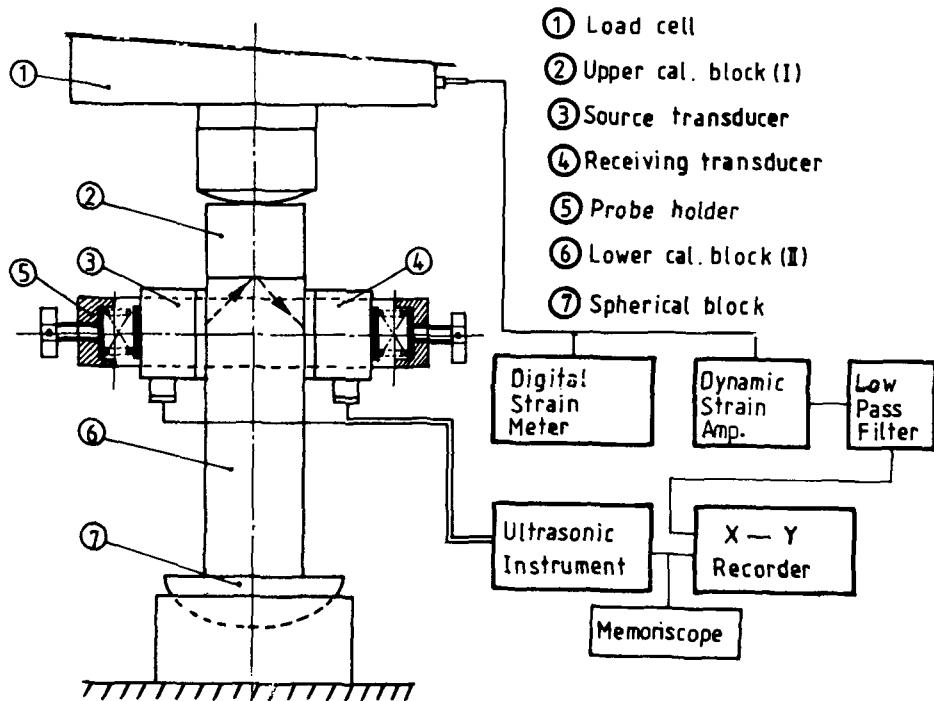


Fig. 9 Schematic diagram of experimental apparatus using angle probes of ultrasonic waves.

하여接触될上·下부試片의表面을트리클로로에틸렌(trichloroethylene)으로不純物을除去하였고縱波 및 橫波用探觸子홀더(probe holder)를Fig. 7과같이製作하여縱波와橫波用實驗裝置에부착하였다.

Fig. 8과 Fig. 9는縱波 및 橫波用實驗裝置의概略圖와測定回路를나타낸것이다.

負荷와除荷를자유로할수있는油壓펌프와復動式油壓재①에連結된最大用量 $5t^c$ 의로드셀(load cell)②와디지털스트레인메터(digital strain meter, MS-1120)에의하여試片의두께에따라 $1\sim2kN$ 單位로 $30kN$ 까지段階的荷重變化를줄수있도록하였다.

荷重의作用點이上·下부較正試片③과④의中心에서편심되지않도록自動調心形球面자리를만들어半球形블럭⑨위에探觸子홀더(probe holder)⑧을設置하였고,探觸子⑤가 $5N$ 정도의일정한壓力을維持할수있도록홀더안에끼워넣고압축코일스프링⑥을裝着하였다.

또한超音波의透過를돕기위하여下부較正試片④와探觸子⑤사이의接觸面에구리스(CROWN #2)를塗布하였다.

計測에있어서荷重의변화값은로드셀,dynaminc strain amplifier,DPM-

E),로우패스필터(low pass filter)를거쳐X-Y레코더의횡축으로,超音波의反射(透過)音壓은探觸子,超音波探傷器(FD-210),메모리스코우프를거쳐X-Y레코더의종축에同時에檢出되도록하였다.

超音波의橫波를利用한實驗및測定方法도縱波의境遇와같은方法으로행하였다.

縱波와橫波의速度는較正試片I,II에서 $5900m/sec$, $3230m/sec$ 이었으며,垂直및斜角探觸子의發振周波數는공히 $5MHz$ 인것을使用하였고,垂直探觸子의振動子直徑은 $10mm$,斜角探觸子의振動子크기는 $10\times10mm^2$ 屈折角은 45° 指向角은 $0.14rad$ 인것을使用하였다.

反射波音壓은縱·橫波의境遇공히첫번째에코의높이를採擇하였다.

이와같은兩波를利用한較正實驗을통하여試片의粗度變化및높이와粗度變化에대한接觸壓力과反射(透過)音樂率과의定量的關係를얻었다.

4.2 矩形斷面의 2體平面接觸 뼈의 壓縮 實驗

앞절의較正實驗의結果에대한實用性을立證하기위해서橫波用較正試片의材料,規格,接觸部表面狀態와거의同一하게橫波用 뼈試片을Fig. 10과Table 2와같이3段階의높이變化와2段階의

Table 2.Shapes and material properties of beam specimens.

No	Spec.	h_1 h_2 mm	Cond of contact surface			E_1 E_2 GPa	v_1 v_2	Mat.
			Ra μm	Flat. μm	Machining method			
1	I	10	0.17	0.3	Grinding Lapping	206	0.3	SM45C
			0.26	0.4				
	II	50	0.17	0.4				
			0.26	0.4				
2	I	15	0.17	0.4	Grinding Lapping	206	0.3	SM45C
			0.26	0.3				
	II	50	0.17	0.3				
			0.26	0.4				
3	I	20	0.17	0.4	Grinding Lapping	206	0.3	SM45C
			0.26	0.4				
	II	50	0.17	0.4				
			0.26	0.4				

粗度變化를 주어 6조를準備하였다.

縱波用垂直探觸子로測定하기 어려운荷重部에隣接한接觸壓力의測定에便利한橫波用斜角探觸子를利用하여 Fig. 10의上·下部試片兩側面에 10mm單位로表示한測定位置에 따라探觸子移送裝置에 의해서送信 및受信探觸子를縱方向의左右로 移動해가며接觸壓力分布를測定하였다.

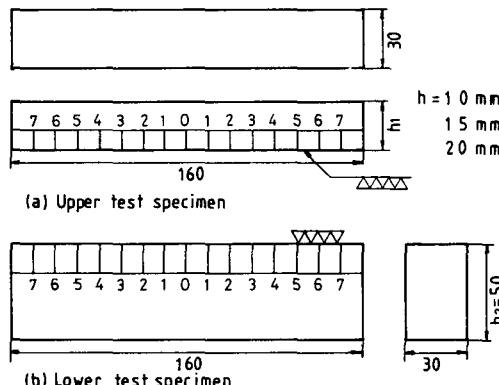


Fig. 10 Specifications of beam specimens.

上·下부 빔試片의加工方法도較正試片의加工方法과同一하게하였고,垂直壓縮荷重은 10, 20, 30kN의3段階로,빔試片의높이는 10, 15, 20mm의3段階로,接觸部表面粗度는 0.17, 0.26 μm 의2段階로變化시켰다.

橫波用較正試片 No. 1, No. 2, No. 3와같이平面度도 0.3~0.4 μm 가되도록加工하여接觸할表面의不純物을트리클로로에틸렌(trichloroethylene)으로除去하였다.

下部의빔試片의側面에부착할送信 및受信探觸子로부터超音波의透過를돕기위하여구리스(CROWN #2)를塗布하고,周波數5MHz의斜角探觸子를본實驗室에서製作한探觸子移送裝置를Fig. 11의베이스상에設置하였다.

本實驗에서도探觸子홀더를除外한橫波를이용한較正實驗 및測定方法을그대로행하여荷重去除時빔높이와表面粗度變化에따른接觸壓力分布가荷重變化에따라定量的으로얻어졌다.

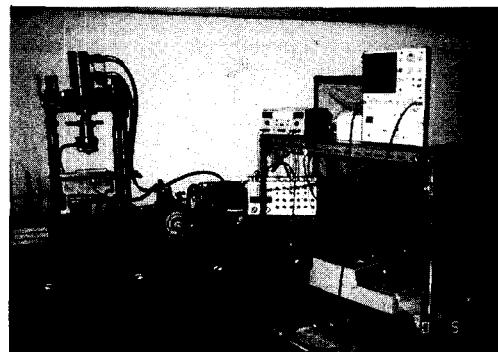


Fig. 11 Photograph of experimental apparatus.

5. 實驗結果 및 考察

5.1 縱波와 橫波에 대한 較正曲線

較正試片의規格을一定하게하고 0~14kN까지 2kN間隔으로垂直壓縮荷重을작용시킨 2體平面接觸에서接觸부의表面粗度 R_a 를 0.27~1.9 μm 까지 5段階로變化시켰을때,縱波 및橫波用較正試片의接觸부에서發生하는接觸壓力 P 와透過音壓率 E_R^* 와의關係를나타낸것이Fig. 12(a)이다. Fig. 12(a)는發振周波數 f 가 5MHz, 크리스탈(crystal)의直徑이 10mm인縱波用垂直探觸子를使用하여Table 1의較正試片 No. 1에서 No. 5까지接觸부에서發生하는 $P-E_R^*$ 와의關係로이때의受信感度(gain)는 23~25dB이었고펄스폭(pulse width)은 0.8 μm 이었다.

初負荷過程의垂直壓縮荷重을 x 축에잡고,接觸부에서發生하는反射音壓을正確히測定하기 위하여下部較正試片의中心에探觸子의接觸位置를明示한部分으로부터發生한첫번째反射波에코(reflected echo)의값을透過音壓率 E_R^* 값으로換算하여그값을 y 축에잡아플로팅한것이며Fig. 12(b)는前述한橫波用斜角探觸子를使用하여Table 1의No. 1에서No. 5까지初負荷時에接觸부에서發生하는 $P-E_R^*$ 의關係로,下部의較正試片의兩側面에發信 및受信探觸子의接觸位置를明示한部分으로부터發生한첫번째反射波에코의값을읽어上記와같은要領으로플로팅한그라프로,이때의受信感度는 19~21dB이었고펄스幅은 0.84 μm 이었다.

μm 이었다.

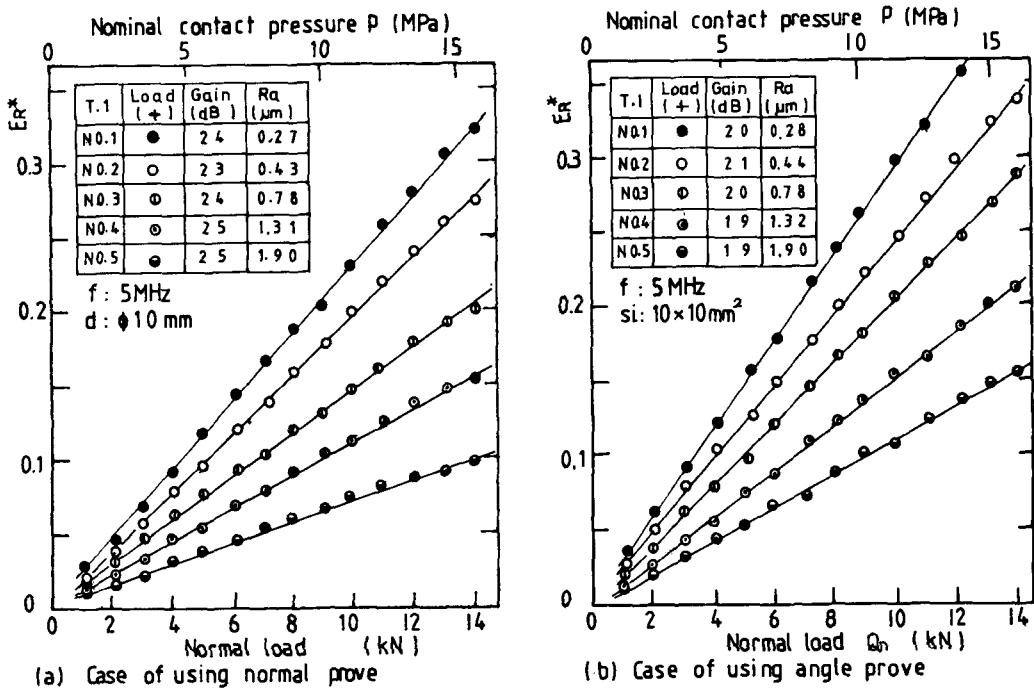


Fig. 12 Relation between the characteristic E^* and the nominal contact pressure P under the first loading.

式 (13)으로부터 定義된 兩波의 透過 音壓率 E_R *와
公稱 接觸壓力 P 와의 관계로부터 負荷履歷이 없는
最初의 負荷時에는 超音波의 種類에 관계없이 이들
사이에 直線的 函數關係가 있음을 알 수 있다. 反射
(透過) 音壓이 3.1절에서 測定上의 問題點으로 提
起한 荷重의 增加에 따른 새로운 接觸 微少突起의
發生으로 인한 真實 接觸面積의 增加, 超音波의 減衰,
表面粗度의 不均一性 및 接觸表面의 屈曲 등에 크게
影響을 받지 않음으로서 測定上의 再現性이 優秀
하고 表面粗度가 減少할수록 直線的으로 減少(增
加)하였다.

이는 式 (9)로부터 알 수 있는 바와같이 真實 接觸面積의 生成은 微少突起의 彈・塑性 變形에 의한 것이지만 荷重의 變化는 真實 接觸面積의 變化이고, 真實 接觸面積의 變化는 式 (11), (12)로부터 알 수 있는 바와 같이 超音波의 反射(透過)波量의 變化임이

立證되었다. 따라서 超音波의 種類에 關係없이 測定하고자 하는 對象物과 材質, 物性, 두께 및 表面狀態 등이 같은 較正試片을 이용하므로서 Fig. 12와 같은 結果로부터 處女面(最初의 荷重作用面)에 發生하는 接觸壓力 P 와 透過音壓率 E_R^* 사이에는 다음과 같은 直線的 函數關係가 있음을 알 수 있으며 正確性和 再現性가 充分히 實用의이라고 생각된다.

위式에서 k , n 는 定數이고, 處女面에서 $n=1$ 이 되며, 負荷履歴이 있는 既壓縮面에서는 이 影響에 의하여 $P-E_R^*$ 가 指數函數의 變化를 하므로 後術하고자 한다. k 는 E_R^*/P 로 接觸面의 表面粗度에 따라서 決定되는 值으로 表面粗度常數라 定義하고 縱波와 橫波를 利用한 境遇에 粗度常數를 각각 kn , ka 로 表示하여 이들과 表面粗度 Ra 의 關係를 그라프로 나타내면 Fig. 13과 같이 Ra 와 k 는 反比例

關係에 있음을 알 수 있다.

따라서 接觸部의 表面粗度 R_a 가 $0.27 - 1.91 \mu\text{m}$ 範圍에서는任意의 表面粗度를 가진 2體 平面接觸部의 接觸壓力을 超音波의 種類에 관계없이 식(13)과 Fig. 13을 利用하여 定量的으로 實測할 수 있다.

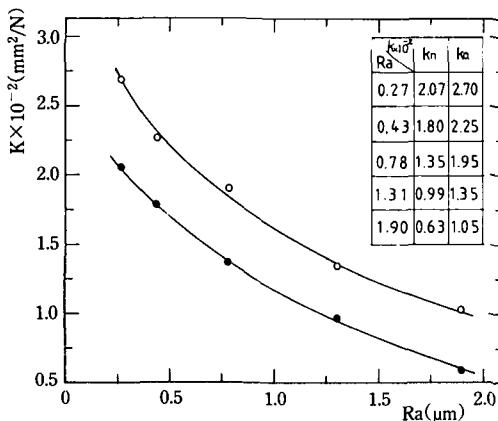


Fig. 13 Relation of roughness constant k with R_a in case of using the normal prove(k_n) and the angle prove(k_a) under the first loading.

Fig. 14는 負荷 및 除荷過程에서 發生하는 弹性履歴損失(hysteresis loss)을 檢討하기 위해서 Table 1의 較正試片 No.2를 利用하여 0~24.3kN까지 2kN間隔으로 荷重變化를 주어 1~7회까지의 負荷 및

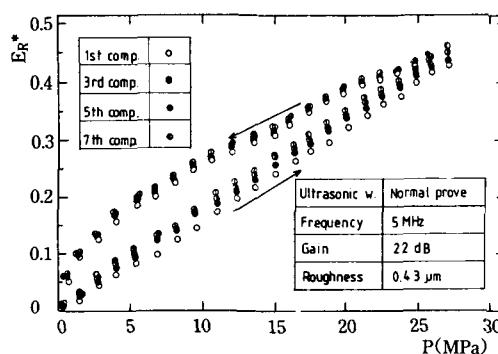


Fig. 14 Hysteresis loop between the characteristic E_R^* and the nominal contact pressure from the first loading and unloading to the seventh.

除荷過程 중 출수 회에 대한 $P-E_R^*$ 사이의 히스테리시스 루프(hysteresis loop)를 圖示한 것이다. 處女面의 負荷科程에서는 $P-E_R^*$ 가 直線的 관계를 보이지만 負荷履歷이 있는 再 負荷 및 除荷科程에서는 曲線的 關係로 變化하고 負荷 및 除荷科程이 계속됨에 따라 表面 微少突起의 塑性變形으로 인하여 루프의 面積이 減少하는 弹性履歴損失(hysteresis loss)을 나타내고 있다.

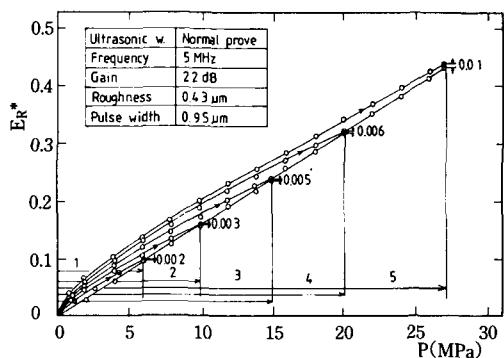


Fig. 15 Influence of hysteresis in already compressed contact surface under loading.

특히 負荷過程에서 處女面에 대한 既 壓縮面의 履歴舉動을 살펴보기 위해서 最大 再負荷를 5段階로 나누어 各 區間에서 發生하는 $P-E_R^*$ 의 關係를 檢討하여 본 缺課 Fig. 15와 같이 1區間의 最大負荷 5.4kN이 걸릴 境遇 0.003의 履歴損失(hysteresis loss)를 보였다가 最大負荷 以上의 負荷가 걸리면 $P-E_R^*$ 는 다시 處女面의 举動을 계속하고 5區間의 最大負荷 24.3kN에 이르면 履歴損失이 0.01로 되어 荷重의 增加와 더불어 5倍 以上 增加함을 알 수 있다.

또한 5회의 負荷履歷이 있는 1區間에서 1회의 負荷履歷이 있는 5區間으로 갈수록 履歴損失은 減少하고 있으므로 어떠한 2體 接觸部에서 發生하는 接觸壓力을 正確히 測定하고자 할 때는 反復의 으로 가하야진 負荷履歷을 감안하여야 하고 可能한 處女面의 接觸時에 發生하는 接觸壓力을 測定하여 性能検査 등의 參考資料로 活用하는 것이 좋을 것이다.

다음은 Table 2와 Fig. 10과 같은 矩形斷面의 2體平面接觸 빔의 接觸部에서 發生하는 壓力分布를 定量的으로 測定하기 위하여 Table 1의 橫波用 較正試片 No. 1, No. 2, No. 3를 利用해서 2段階의 粗度變化($R_a=0.17, 0.26\mu\text{m}$)와 3段階의 높이변화($h_1=10, 15, 20\text{mm}$)를 주어 0~32.4kN까지 2~5kN間隔으로 垂直 壓縮荷重을 变화시킬 때 1, 2차 시의 負荷 및 除荷過程에서 發生하는 接觸壓力 P 와 透過音壓率 E_R^* 사이의 關係를 圖示한 것이 Fig. 16과 Fig. 17이다.

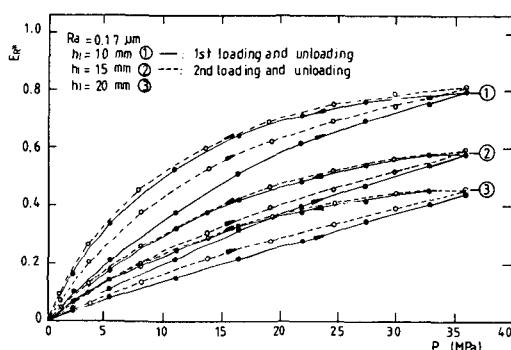


Fig. 16 Calibration curve of the characteristic E_R^* to the nominal contact pressure P according to height variation of calibration blocks.

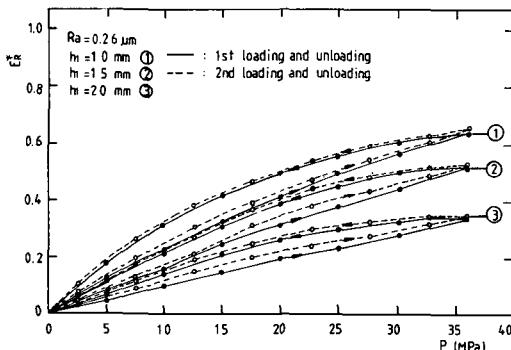


Fig. 17 Calibration curve of the characteristic E_R^* to the nominal contact pressure P according to height variation of calibration blocks.

同一한 荷重과 位置에서 測定한 E_R^* 값이 1, 2차 시의 負荷 및 除荷過程에서 서로 다르며 試片의 높이변화에 따라 큰 차이가 發生하였다. 負荷 및 除荷過程에서는 주로 接觸表面에 存在하는 微少突起의 塑性變形에 起因한 것이라 생각되며 높이가 낮을 수록 表面粗度 以外의 片面의 影響과 휨모멘트의 影響을 받아 直線的變化에서 曲線的變化를 하며 音壓率의 차이가 發生하고 있는 것으로 생각된다. 이는 치수效果에 의한 應力集中 現象³⁵⁾과도 有關 되기 때문에 接觸部材의 設計 時 유념해야 할 것이다.

이러한 影響圈을 벗어나려면 本 實驗에서 採擇한 較正試片을 中心으로 $h_2/h_1=2.5$ 以上 되어야 함을 알 수 있으며 이때부터 式 (13)의 $n=1$ 에 一致한다고 볼 수 있으나 $h_2/h_1 < 2.5$ ($h_1=20\text{mm}$)인 境遇은 $P - E_R^*$ 의 關係를 把握할 수 없기 때문에 로그좌표상에서 分析하였다.

Fig. 18은 Table 1의 橫波用 較正試片 No. 1, No. 3의 각각의 境遇에 대해서 2段階의 높이변화($h_2/h_1 = 5.0, 0.5$)와 2段階의 粗度變化($R_a=0.17, 0.26\mu\text{m}$)

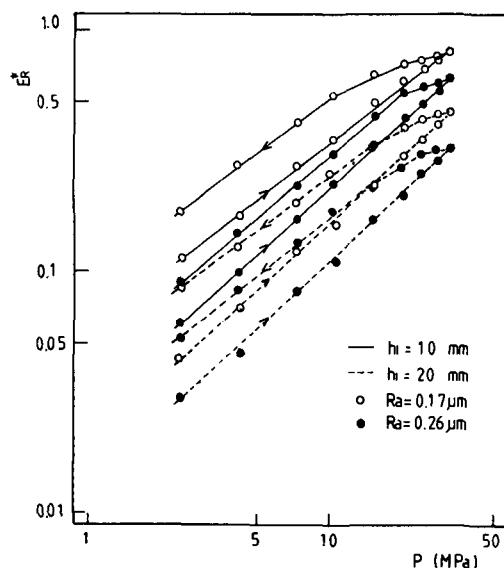


Fig. 18 Relation of the characteristic E_R^* with the nominal contact pressure under the first loading and unloading in logarithmic plane by means of angle probe.

를 주었을 때 初負荷 및 除荷 時에 發生하는 $P-E_R^*$ 의 關係를 로그좌표에 옮긴 것이다. Fig. 16과 Fig. 17에서도 알 수 있는 바와 같이 1, 2차의 最大負荷 34.2kN이 걸렸을 境遇負荷履歷에 의한 透過音壓率 E_R^* 는 0.01~0.02정도로 약 2% 增加하나 높이변화에 따른 E_R^* 는 높이가 배로 增加할 때 각각의 境遇에 약 45% 減少하고 粗度變化에 대한 E_R^* 는 粗度가 53% 增加할 때 약 20% 減少하므로 높이와 粗度變化에 대한 增加率을 같이 했을 境遇라면 E_R^* 는 45/37로 높이변화가 E_R^* 즉 接觸壓力 P 에 미치는 影響이 약 22%가 더 크다.

높이와 表面粗度를 變化시킨 어느 境遇도 處女面을 壓縮한 負荷過程에서는 E_R^*/P 가 거의一定하게 1이 됨으로써 높이를 一定하게 하고 接觸部 表面粗度를 變化시킨 境遇와 一致함을 알 수 있다. 除荷過程에서는 微少突起의 彈·塑性變形과 凝着 등의 影響으로 彈性, 遷移 및 塑性領域 順으로 區分되어 E_R^*/P 가 減少하고 있기 때문에 式(13)의 指數 n 을 定義하기가 매우 어렵다.

그러나 再負荷過程에서는 Fig. 19와 Fig. 20을 통해서 檢討해 본 結果 $P-E_R^*$ 가 指數函數의 變化를

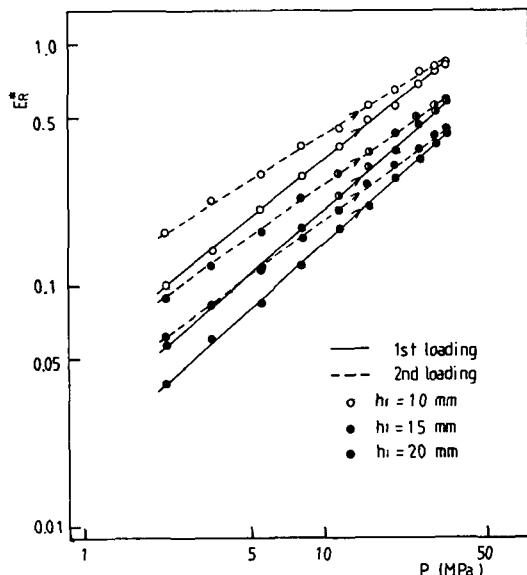


Fig. 19 Relation of the characteristic E_R^* with the nominal contact pressure under the 1st and 2nd loading in case of $Ra=0.17\mu m$.

하고 있음이 確實하였고 이 境遇에도 表面粗度 Ra 가 增加함에 따라 粗度定數 k 는 거의 一定한 比率로 減少하였기 때문에 Fig. 13과 較正曲線을 통하여 쉽게 決定할 수 있었다. 1, 2차 負荷時 表面粗度 Ra 가 0.17, 0.26 μm 일 때 각각의 境遇에 대해서 3段階의 높이변화($h_2/h_1=5.0, 3.3, 2.5$)에 따른 $P-E_R^*$ 關係를 로그평면에 나타내본 結果 較正試片의 높이와 接觸部 表面粗度變化와는 無關하게 再負荷 時의 기울기가 어느 것이나 $n=2/3$ 로 一定하였다.

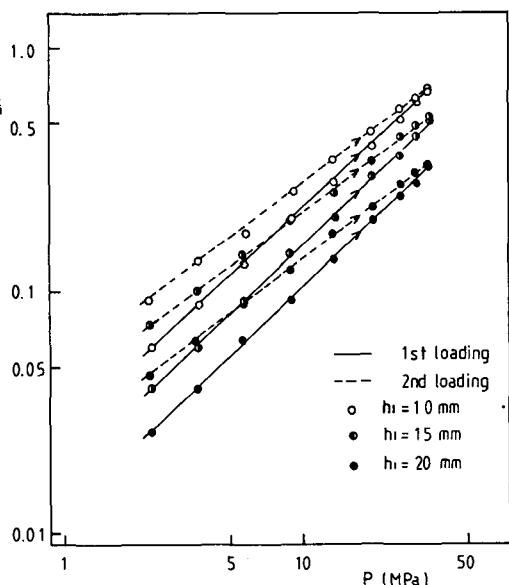


Fig. 20 Relation of the characteristic E with the nominal contact pressure under the 1st and 2nd loading in case of $Ra=0.26\mu m$.

處女面에 負荷時에는 表面 微少突起가 주로 塑性變形을 하는 接觸舉動을 나타내고 있으며 再負荷 時의 境遇는 주로 彈性變形을 하는 接觸舉動을 보이고 있다고 할 수 있으며, 再負荷의 境遇는 “球面과 平面의 接觸에서 接觸面積이 荷重의 2/3승에 比例 한다.”는 Hertz의 彈性接觸理論에 接近하고 있음을 알 수 있다. 縱波用 較正試片을 利用하여 1~7회까지의 負荷時에 發生하는 $P-E_R^*$ 와의 關係를 分析한 結果와도 一致하고 負荷의 反復 횟수를 더해 갈에 따라 E_R^*/P 의 기울기가 2/3가 되어 Hertz接觸에 이르게 됨을 類推할 수 있다.

이 再負荷 過程에서 發生하는 E_R^* 와 P의 關係에 대한 實驗은 廣範圍하고 빛은 努力を 必要로 하기 때문에 Table 1의 較正試片 No. 1, No. 2, No. 3를 對象으로 하였다. 또한 높이의 變化에 대한 限界荷重도 問題가 되겠으나 $Ra=0.17-0.43\mu\text{m}$, $h=10-50\text{mm}$ 까지로 制限하였기 때문에 以外의 높이변화에 대한 表面粗度의 變化 幅을 擴張하였을 때에도 本 實驗 結果와 크게 다르지는 않겠으나 以上的 實驗 式이 通用될 수 있겠느냐 하는 問題는 此後의 研究를 통하여 報告하고자 한다.

5.2 矩形斷面의 2體 平面接觸 빔의 接觸壓力 分布

높이와 表面粗度를 變化시킨 橫波用 較正試片 No. 1, No. 2, No. 3를 利用한 較正實驗 結果를 適用하여 3段階의 荷重變化($Q_n=10, 20, 30\text{kN}$)를 주었을 때 3段階의 높이변화($h_2/h_1=5.0, 3.3, 2.5$)와 2段階의 粗度變化($Ra=0.17, 0.26\mu\text{m}$)에 대한 2體 平面接觸 빔의 接觸部에서 縱方向으로 發生하는 接觸壓力 分布의 實驗置³⁶⁾와 接觸部의 微少突起을 코일스프링으로 모델화하여 얻은 式(5)에 의하여 計算된 理論置를 比較해서 Fig. 21-Fig. 26에 圖示하였으며 2體 接觸으로 되어 있는 部品의 強度設計 時에 가장 關心있게 檢討해야 할 荷重의 作用點 直下에서 發生하는 最大 接觸壓力 P_{\max} 값을 理論置와 比較해서 Table 3에 나타냈다.

理論置와 實驗置의 變化類型이 荷重의 作用點으로부터 縱方向의 測定位置 x가 解析的인 接觸分離點(seperation point)을 치할 때까지는 거의 비슷하고 h_2/h_1 이 2.5에서 5.0으로 增加할수록 즉 빔의

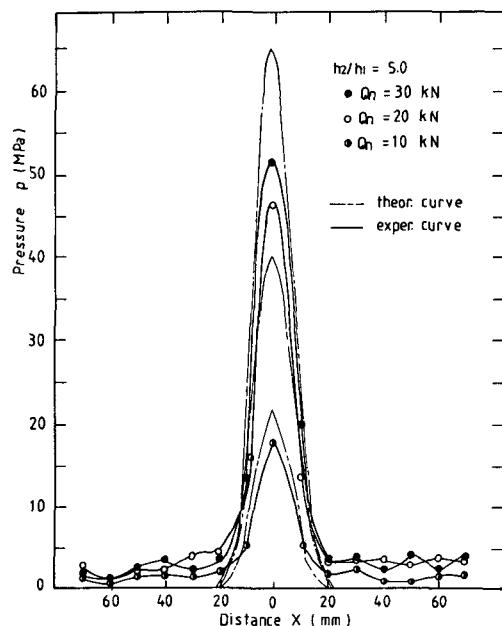


Fig. 21 Experimental and theoretical value of the contact pressure distribution in case of $Ra=0.17\mu\text{m}$ ($h_2/h_1=5.0$).

Table 3 Experimental values and theoretical of P_{\max} .

h/h	$Q_n(\text{kN})$	Theoretical value	Experimental value	
			$Ra=0.17(\mu\text{m})$	$Ra=0.26(\mu\text{m})$
5.0	10	22.0	18.0	16.0
	20	43.9	46.9	29.5
	30	65.8	52.0	45.3
3.3	10	14.8	17.3	10.5
	20	29.6	34.0	19.7
	30	43.9	43.2	32.6
2.5	10	11.0	15.3	5.5
	20	22.0	27.7	9.9
	30	32.7	35.2	22.5

두께가 얇아질수록, 表面粗度 R_a 가 增加할수록 實驗置가 理論置에서 크게 離脫되고 있다.

이는 주로 表面粗度, 破形, 凝着力 및 真實 接觸面積 등의 境界條件를 考慮하지 않았고, 휨모멘트 및 사이즈 效果에 의한 應力集中 등의 影響을 無視하고 弹性論의 側面에서 解析的으로 얻은 값이기 때 문인 것으로 料된다.

Fig. 21, 22, 23은 表面粗度 $R_a=0.17\mu\text{m}$ 일 때 3段階의 荷重變化를 주어 $h_2/h_1=5.0, 3.3, 2.5$ 인 뼈의 接觸部에서 발생하는 接觸壓力 分布를 각각 나타낸 것이다.

뼈의 높이가 낮을수록 휨모멘트 및 사이즈 效果에 의한 應力集中 등의 影響을 받아 荷重의 作用點直下에서 最大 接觸壓力 P_{max} 이 鮮明하게 나타나고 同一한 허용굽힘 응력을 넘어서 塑性變形이 發生하기 때문에 에러가 나타나고 뼈의 높이가 增加하면 壓力分布가 比較的으로 均一하게 되어 荷重의 增加와 함께 接觸壓力이 增加함을 알 수 있다.

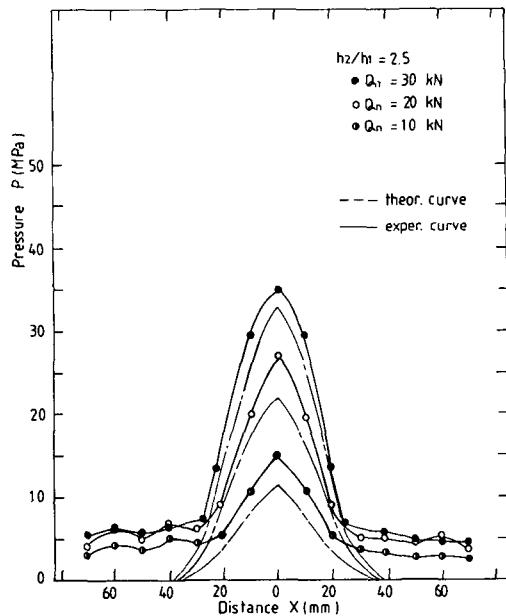


Fig. 23 Experimental and theoretical values of the contact pressure distribution in case of $R_a=0.17\mu\text{m}$ ($h_2/h_1=2.5$).

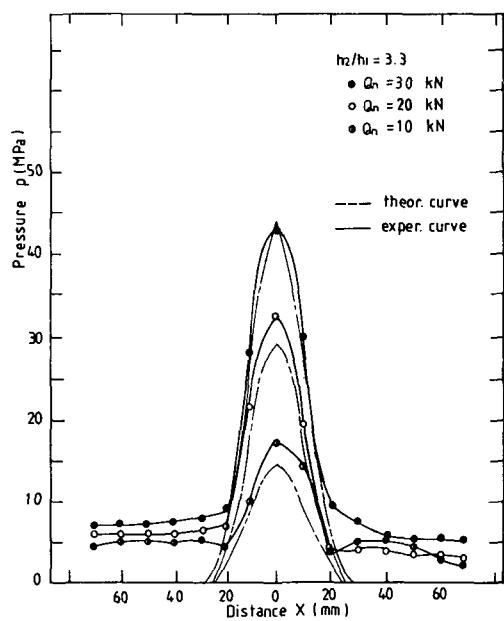


Fig. 22 Experimental and theoretical value of the contact pressure distribution in case of $R_a=0.17\mu\text{m}$ ($h_2/h_1=3.3$).

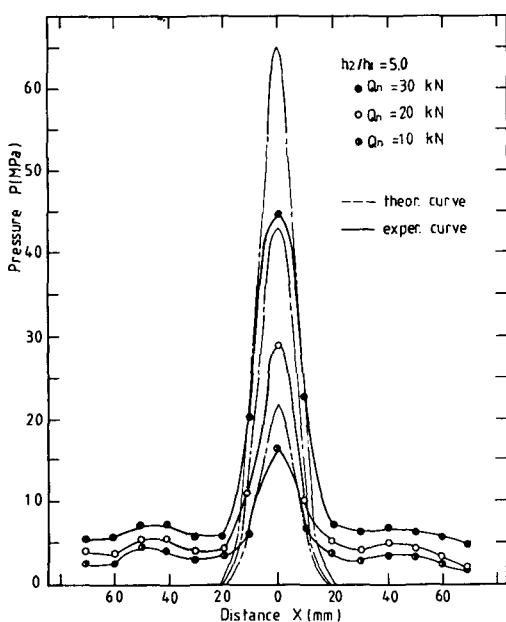


Fig. 24 Experimental and theoretical values of the contact pressure distribution in case of $R_a=0.26\mu\text{m}$ ($h_2/h_1=5.0$).

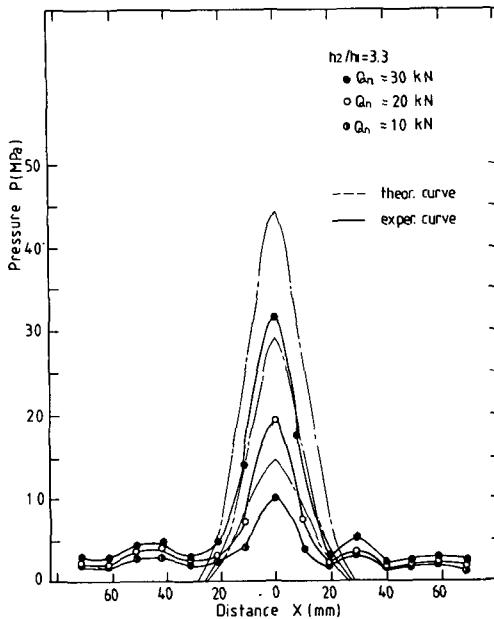


Fig. 25 Experimental and theoretical values of the contact pressure distribution in case of $Ra=0.26\mu\text{m}$ ($h_2/h_1=3.3$).

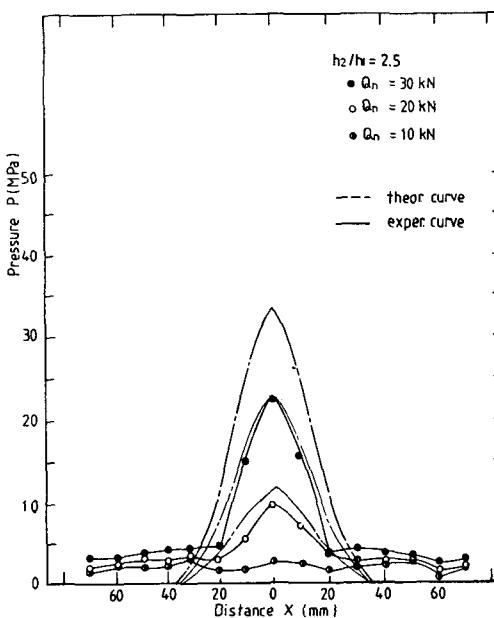


Fig. 26 Experimental and theoretical values of the contact pressure distribution in case of $Ra=0.26\mu\text{m}$ ($h_2/h_1=2.5$).

대체로荷重의作用點으로부터 $x=20\text{mm}$ 이상에서平均接觸壓力이 발생하고 $x=40\text{mm}$ 近方에서接觸分離現象이 나타나고 있음을 알 수 있다.粗度變化가接觸壓力分布에 미치는影響을検討하기 위해서 $Ra=0.26\mu\text{m}$ 일때 위와 같은方法으로 빔의接觸部에서 발생하는接觸壓力分布를圖示한 것이Fig. 24, 25, 26이다.

前述한內容과大同小異하나表面粗度가增加할수록빔의接觸部에서發生하는接觸壓力이전반적으로減少하고있으며 $Ra=0.17\mu\text{m}$ 일때와比較하면實驗置가理論置에서더크게離脫되고있음을알수있다.이는앞에서言及한비와같이表面粗度가增加할수록주로휨모멘트및사이즈效果에의한應力集中등의影響을더크게받아塑性變形이增加하고表面狀態의不均一性등에起因하는것으로생각된다.

以上과같은較正및빔의壓縮實驗을통해서超音波를利用한2體接觸部의定量的인接觸壓力測定法이實際의으로有用함을알수있으나크게다음과같은問題點이있다.적은指向角을가지고있는푸르브의開發을통해서超音波가測定面에作用하는範圍을좁혀야하고,測定하고자하는對象物과同一한較正試片을準備할수없다.

6. 結論

超音波의種類(縱波와橫波)에관係없이接觸力を定量적으로測定하기위해서較正實驗을利用한方法이提案되었으며實際의인有用性을檢討하기위해矩形斷面의2體平面接觸빔을壓縮환경의接觸壓力分布가測定되었다.또는實驗結果와解析結果가比較,檢討되었고다음과같은結論이얻어졌다.

(1)較正實驗을통하여超音波의種類(縱波 및橫波)에관係없이測定하고자하는對象物과同一한材質,두께및表面狀態를지닌較正試片을利用하므로써反比例關係에있는粗度定數 k 와表面粗度Ra曲線(Ra-k曲線)上에서任意의表面粗度를가진粗度定數 k 를읽어式(13)에의하여接觸壓力을定量적으로測定할수있다.

(2) 試片의 높이와 表面粗度가 減少할수록 透過音壓率 E_R^* 가 增加하고 處女面의 負荷斜程에서는 E_R^* 가 接觸壓力 P에 正比例하고 再 負荷過程에서는 E_R^* 가 接觸壓力 P의 2/3 승에 比例하므로 本 測定法을 使用할 時遇는 그 接觸面에 걸었던 過去의 負荷履歷을 考慮해야하나 그 接觸에 걸었던 最大 負荷를 超過하는 負荷가 걸릴 時遇는 다시 處女面의 舉動을 나타낸다.

(3) 試片의 높이가 減少하고, 表面粗度가 增加할 수록 實驗置가 理論置에서 크게 離脫되며 荷重의 作用點 直下에서 最大 接觸壓力 P_{max} 이 鮮明하게 나타난다.

(4) 荷重의 作用點으로부터 20mm 안밖에서 平均 接觸壓力이 發生하며 40mm 以上이 되면 세파레이숀(seperation)이 나타나기 시작한다.

(5) 測定器로서 再現性은 優秀하나 적은 指向角을 가지고 있는 探觸子의 開發을 通해서 超音波가 測定面에 作用하는 範圍를 좁혀야 한다.

以上과 같은 研究를 통하여 이제까지는 機械나 構造物의 使用部材에 대한 材質의 安全 檢查나 鎔接部의 缺陷檢査 等과 같은 品質管理의 手段으로써 超音波의 フル反射法이 주로 適用되어 왔으나, 靜・動的인 2體接觸部의 力學的 舉動을 定量的으로 究明할 수 있으므로써 接觸部의 強度設計에 安全을 기하고 圓滑한 運轉 및 使用을 위한 安全點檢에 따른 補修對策을 세울 수 있어 超音波의 應用範圍가 擴大되었다고 思料되나 探傷技術의 曾及을 위한 教育이 隨伴됨으로서 소기의 目的을 達成할 수 있으리라고 생각된다.

참고문헌

- (1) Hertz, H., "Über die Berührung Fester Elastischer Körper", J. Reine und Angewandte Mathematik, Vol. 92, pp.156-171, 1882.
- (2) 菫山地, “接觸問題の有限要素解析法に関する研究”, 日本機械學會論文集, 76券, 621號, pp. 348-358, 1973.
- (3) 林卓夫, “光彈性法による異方性板の應力解

- 析(1)”, 非破壊検査, 第21券, 第8號, pp. 492-497, 1973.
- (4) 鳩山正義, “光彈性法による三次元應力解析”, 非破壊検査, 第26券, 第6號, pp. 404-410, 1978.
- (5) Minakuchi, Y., Koizumi, Y., Shibuya, T. and Yoshimine, k., “Contact Stresses in Two Elastic Bodies(Elastic Bodies Finite Hollow Cylinders)”, Bulletin of the JSME, Vol. 26, No. 215, pp. 716-723, 1983.
- (6) 水口ほか3名, 機講論, No. 810, pp. 118-130, 1981.
- (7) van Rooyen, G. T. and Backofen, W. A., “Contact Pressure Measurement by means of Pressure Sensitive Pins”, J. Iron Steel Inst., Vol. 186, pp. 235-240, 1957.
- (8) Plock, R., “Die Übergangssteifigkeit von Schraubenber-Bindungen”, Industrie-Anzeiger J., Vol. 93, No. 27, pp. 571-575, 1971.
- (9) 加藤仁, 山口勝美, 加藤隆雄, “表面あらさ變化による金屬接觸面の壓力分布測定法(第1報)”, 日本機械學會論文集(第3部), 44卷, 381號, pp. 1742-1750, 1978.
- (10) 小山武夫, “蒸着素子による接觸壓力分布の測定”, 潤滑, 第30卷, 第9號, pp. 639-644, 1985.
- (11) 尾田十八, 品田智宏, 井上二郎, 花本康二, “壓電セラシツクスを用いた接觸壓力分布の測定用センサシステムの開発”, 日本機械學會論文集(A編), 54卷, 498號 pp. 399-404, 1988.
- (12) 尾田十八, 本悟, 井上二郎, 多保田純, “壓電セラシツクスを用いた接觸壓力分布の測定用システムの開発”, 日本機械學會論文集(A編), 55卷, 513號 pp. 1230-1235, 1989.
- (13) 濱戸口良三, “接觸機構に関する研究(第1報)”, 精密機械, 37卷, 12號, pp. 404-405, 1971.
- (14) 濱戸口良三, “接觸機構に関する研究(第2報)”, 精密機械, 37卷, 12號, pp. 297-302,

- 1972.
- (15) 濱戸口良三, “接觸機構に関する研究(第3報)”, 精密機械, 38卷, 6號, pp. 489–494, 1972.
 - (16) 濱戸口良三, “接觸機構に関する研究(第4報)”, 精密機械, 38卷, 9號, pp. 733–738, 1972.
 - (17) 塚田忠夫, 阿武芳朗, 釜洞文夫, “表面おらとつによる接觸部剛性(第1報) 2平面接觸部の弾性変形”, 日本機械學會論文集(第3部), 36卷, 291號, pp. 1923–1930, 1970.
 - (18) 塚田忠夫, 阿武芳朗, “表面おらとつによる接觸部剛性(第2報)”, 日本機械學會論文集(第3部), 37卷, 304號, pp. 2387–2393, 1971.
 - (19) 塚田忠夫, 阿武芳朗, 釜洞文夫, “表面おらとつによる接觸部剛性(第3報)”, 日本機械學會論文集(第3部), 37卷, 304號, pp. 2394–2399, 1971.
 - (20) 塚田忠夫, 阿武芳朗, 釜洞文夫, “表面おらとつによる接觸部剛性(第4報)”, 日本機械學會論文集(第3部), 37卷, 304號, pp. 2394–2399, 1971.
 - (21) 塚田忠夫, 阿武芳朗, “機械加工された 2平面接觸部の変形機構(第5報)”, 日本機械學會論文集(第3部), 40卷, 336號, pp. 2389–2397, 1974.
 - (22) White, D. J. and Enderby, L. R., “Finite Element Stress Analysis of a Multipiece Piston”, J. of Strain Analysis, Vol. 4, No. 1, pp. 32–37, 1969.
 - (23) Parsons, B. and Wilson, E. A., “A Method for Determining the Surface Contact Stress Resulting from Interface Fits”, Trans. ASME. J. of Eng. for Industry, Vol. 92, No. 1, pp. 208–214, 1970.
 - (24) Endo, T., Oden, E. B., Becker, E. B. and Miller, T., “A Numerical Analysis of Contact and Limit-Point Behavior in a Class of Problems of Finite Elastic Deformation”, Computers and Structures, Vol. 18, No. 5, pp. 899–910, 1984.
 - (25) 益子正己, 伊東誼, “すべり案内面の 壓力分布に 關する研究(第1報)” 日本機械學會論文集, 第34卷, 257號, pp. 191–198, 1968.
 - (26) Kendall, K. and Tabor, D., “An Ultrasonic Study of the Area of Contact between Stationary and Sliding Surfaces”, Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A No. 323, pp. 321–329, 1971.
 - (27) 堤正臣, “超音波の 機械計測への 應用”, 精密機械, 第48卷, 第7號, pp. 953–959, 1982.
 - (28) Krächter, H., “Ein Neuartiges Verfahren zur Messung von Druckkräften mit Ultraschall”, Werkstatt U. Betrieb, Vol. 91, No. 5, pp. 246–253, 1958.
 - (29) Minakuchi, Y., et al., “Contact Pressure Measurment by means of Ultrasonic Waves”, Bulletin of JSME, Vol. 28, No. 235, pp. 40–45, 1985.
 - (30) Minakuchi, Y., “Contact Pressure Measurement by means of Ultrasonic Waves”, Bulletin of JSME, Vol. 28, No. 239, pp. 792–798, 1985.
 - (31) Tsutsumi, Miyakawa, A., and Ito, Y., “Topographical representation of Interface Pressure Distribution in a Multiple Bolt-Flange Assembly Measurement by means of Ultrasonic Waves”, 28th Nat. Design Eng. Cont. Trans. ASME, pp. 1–8, 1981.
 - (32) Krolikowski, J., Szczepk, J., and Witczak, Z., “Ultrasonic Investigation of Contact between Solids under High Hydrostatic Pressure”, Ultrasonics, Vol. 27, No. 1, pp. 45–49, 1989.
 - (33) Tsutsumi, M., Ito, Y., and Masuko, M., “Deformation of Bolted Joints in Machine Tools”, Bulletin of JSME, Vol. 22, No. 168, pp. 885–892, 1979.
 - (34) Lawrence, E. K., Austin, R. F., Alan, B. C.,

- James, V. S., "Fundamentals of Acoustics", John Wiley & Sons, Inc. New York, pp. 429 – 435, 1985.
- (35) Eisenstadt, M. M., "Introduction to Mechanical Properties of Materials Macmillan Publishing Co., Inc. New York, pp. 203 – 206, 1988.
- (36) 鄭寅聖, “超音波(橫波)를 利用한 接觸壓力 测定에 關하여(1)”, 工學研究, 第15輯, pp. 93 – 100, 1984.