

測角과 測距를 考慮한 閉合트래버스網의 同時調整 Simultaneous Adjustment of Closed Traverse Net Considered the Observed Angle and Distance

李 啓 鶴*

Lee Kye-Hak

要 旨

最近, 光波距離測量機(EDM)가 트래버스測量과 3邊測量에 널리 活用되고 있는 趨勢에 비추어, 本 研究에서는 Electronic Total Stations (Set 3)을 利用, 閉合 트래버스網을 嚴密히 調整하기 위하여 測角과 測距를 考慮한 同時調整法으로 嚴密調整을 行하였으며, 또한 觀測距離 및 倍角數에 따라 測角에 發生하는 各種 偶然誤差를 檢討해 보았다. 그리고 本 同時調整法과 컴파스法則 및 트랜싯트法則을 比較 檢討한 結果, 測角과 測距를 考慮한 同時調整法이 正確도가 가장 좋아 他調整法에 비해 實用性 및 適用의 妥當性이 立證되었다.

ABSTRACT

Recently, Electronic Distance Meter(EDM) is widely used for the traverse surveying and trilateration net.

In this study, the closed traverse network is precisely adjusted by simultaneous adjustment of the observed angle and distance, using the Electronic Total Stations (Set 3). And also, it is examined that each kind accidental errors appear observed angles according to the observed distance and the number of repeating angle.

In addition to the results of checking between the simultaneous adjustment, the compass rule and transit rule, simultaneous adjustment in combination of the observed angle and distance is more accurate and effective than other adjustment.

1. 序 論

從來 트래버스測量의 調整方法으로 가장 널리 利用해 왔던 것은 컴파스法則과 트랜싯트法則이 있는데, 이들은 다같이 먼저 角을 調整한 다음에 緯距 및 經距를 調整하는 方法이다.

그러나 理論적으로 測定距離와 測定角을 가지고 算出한 閉合誤差야말로 眞實한 閉合誤차이므로 嚴密히 調整하기 爲해서는 測定距離와 測定角을 同時에 調整하는 同時調整法이 必要하다¹⁾.

只今까지의 트래버스測量은 20"讀 트랜싯트와

各種 데이프를 使用해서 施行해 왔으나, 最近 光波距離測量機(EDM)의 出現으로 距離와 角을 精密히 測定할 수 있게 되었으며, 특히 一般市中 測量業界에서도 트래버스 測量이나 3邊測量에 光波距離測量機를 널리 活用하게 되었다.

따라서 本 研究에서는 最近에 導入한 Electronic Total Stations(Set 3)를 利用하여 測角에 있어서 各種 偶然誤差와 트래버스網의 同時調整을 試圖해 보고, 컴파스法則과 트랜싯트法則에 의한 方法과도 比較 檢討하여 그의 優位성과 實用性을 提示하고자 한다.

* 湖南大學校 土木工學科 教授

2. 嚴密調整 理論

(1) 測角의 偶然誤差

器械의 調作, 測量作業 등에서 細密한 注意를 하여도 測角值에는 pole, 十字線의 크기에 의한 視準誤差, 눈금에 따른 測讀誤差 및 器械를 올바르게 設置하지 못하기 때문에 생기는 致心誤差 等의 各種 偶然誤差가 따르기 마련이다²⁾.

只今 兩邊의 視準距離 $a^m, b^m (a \geq b)$ 인 交角 α 를 c 秒讀의 器械로 n 倍角法으로 觀測하고, 設置할 때의 最大 偏心量을 $e(m)$ 라 하면, 視準誤差 ϵ_1 (秒), 測讀誤差 ϵ_2 및 致心誤差 ϵ_3 는 各各

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1^2 &= \frac{(24.929)^2}{na^{0.918}} (1 + K^{0.918}) \\ \epsilon_2^2 &= \frac{c^2}{12n^2} \\ \epsilon_3^2 &= \frac{\rho^2 e^2}{3a^2} \left(\frac{1+K^2}{2} - K \cos \alpha \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

이며, 여기서 $K = \frac{a}{b}$ 이다.

따라서, 全測角誤差 Δ (秒)는

$$\Delta^2 = \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2 \quad (2)$$

로 나타낸다^{3), 4), 5)}.

(2) 同時調整法

只今, <그림 1>과 같이 n 多角形의 閉合 traverse에서 第 r 測點 P_r 에 對한 觀測內角을 β_r , 調整內角을 $\beta_{r,0}$, 調整量을 $\Delta\beta_r$, 第 r 測線 $P_r P_{r+1}$ 의 測定距離를 S_r , 調整距離를 $S_{r,0}$, 調整量을 ΔS_r , 그리고 同測線의 觀測方位角을 α_r , 調整方

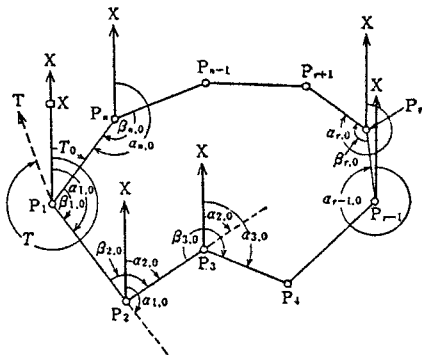


Fig. 1. Closed traverse net.

位角을 $\alpha_{r,0}$, 調整量을 $\Delta\alpha_r$ 라 한다.

그런데 多角形이 閉合하는 條件은 內角의 總合이 $(n-2) \times 180^\circ$ 이고, 緯距·經距의 代數合이 zero 이어야 하므로, 總合을 []로 表示하면,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= [\beta_{r,0}] - (n-2) \times 180^\circ = 0 \\ \varphi_2 &= [S_{r,0} \cos \alpha_{r,0}] = 0 \\ \varphi_3 &= [S_{r,0} \sin \alpha_{r,0}] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

가 된다^{1), 6), 7)}.

式 (3)에 $\beta_{r,0} = \beta_r + \Delta\beta_r$, $S_{r,0} = S_r + \Delta S_r$, $\alpha_{r,0} = \alpha_r + \Delta\alpha_r$ 을 代入하고, 角의 閉合差 $E_a = [\beta_r] - (n-2) \times 180^\circ$, 緯距의 閉合差 $E_L = [L_r] = [S_r \cos \alpha_r]$, 經距의 閉合差 $E_D = [D_r] = [S_r \sin \alpha_r]$ 로 놓고, 여기서, $\Delta\alpha_r$ (radian)은 微小하므로 $\cos \Delta\alpha_r \doteq 1$, $\sin \Delta\alpha_r \doteq \Delta\alpha_r$ 라 하고, 2次의 微小項을 省略하면,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= [\Delta\beta_r] + E_a = 0 \quad (E_a : \text{radian}) \\ \varphi_2 &= -[D_r \Delta\alpha_r] + [\Delta S_r \cos \alpha_r] + E_L \\ &= 0 \\ \varphi_3 &= [L_r \Delta\alpha_r] + [\Delta S_r \sin \alpha_r] + E_D \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

가 된다^{1), 8)}.

그런데, 交角法의 경우 第 1 測線의 觀測方位角 α_1 은 最終測線의 反視方位角을 T_0 (이것에는 誤差가 없다고 假定함), 第 1 測點의 觀測內角을 β_1 이라 할 때

$$\alpha_1 = T_0 + \beta_1$$

이며, 第 2 測線의 觀測方位角 α_2 는 第 2 測點의 觀測內角을 β_2 라 할 때

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_2 - 180^\circ = T_0 + \beta_1 + \beta_2 - 180^\circ$$

이다.

이와같이 하여 第 r 測點의 觀測內角을 β_r 이라 할 때 第 r 測線의 觀測方位角 α_r 은

$$\alpha_r = T_0 + \sum_{r=1}^r \beta_r - (r-1) \times 180^\circ \quad (5)$$

가 된다.

그러므로 調整方位角 $\alpha_{r,0}$ 는 式(5)의 β_r 에 調整內角 $\beta_{r,0}$ 를 代入하여 求한 α_r 의 값이므로

$$\alpha_{r,0} = T_0 + \sum_{r=1}^r \beta_{r,0} - (r-1) \times 180^\circ \quad (6)$$

이 된다.

그리고 調整量 $\Delta\beta_r$ 및 ΔS_r 은 最小제곱法에 의

해 다음 식(7)로부터 求한다.

$$\left. \begin{aligned} \Delta\beta_r &= -\lambda_1 - \left(\sum_{r=1}^n D_r \right) \lambda_2 + \left(\sum_{r=1}^n L_r \right) \lambda_3 \\ &\quad (r=1, 2, \dots, n) \\ \Delta S_r &= -S(L_r \lambda_2 + D_r \lambda_3) \\ &\quad (r=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

여기서, L_r : 第 r 測線의 緯距
 D_r : 第 r 測線의 經距
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: 未定係數

위의 식(7)에서 未定係數 λ_1, λ_2 및 λ_3 는 다음 聯立方程式으로 求할 수 있다^{1), 9)}.

$$\left. \begin{aligned} n\lambda_1 + [rD_r]\lambda_2 - [rL_r]\lambda_3 &= E_a \\ [rD_r]\lambda_1 + (P + S[L_r \cos \alpha_r])\lambda_2 \\ - (R - S[D_r \cos \alpha_r])\lambda_3 &= E_L \\ - [rL_r]\lambda_1 - (R - S[D_r \cos \alpha_r])\lambda_2 \\ + (Q + S[D_r \sin \alpha_r])\lambda_3 &= E_D \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(8)에서 P, Q, R 을 簡單히 하기 위하여 다음 式과 같이 代置한다.

$$\begin{aligned} P &= \left(\sum_{r=1}^n D_r \right)^2 + \left(\sum_{r=2}^n D_r \right)^2 + \dots \\ &\quad + \left(\sum_{r=r}^n D_r \right)^2 + \dots + D_n^2 \\ Q &= \left(\sum_{r=1}^n L_r \right)^2 + \left(\sum_{r=2}^n L_r \right)^2 + \dots \\ &\quad + \left(\sum_{r=r}^n L_r \right)^2 + \dots + L_n^2 \\ R &= \left(\sum_{r=1}^n D_r \right) \left(\sum_{r=1}^n L_r \right) + \left(\sum_{r=2}^n D_r \right) \left(\sum_{r=2}^n L_r \right) + \dots \\ &\quad + \left(\sum_{r=r}^n D_r \right) \left(\sum_{r=r}^n L_r \right) + \dots + D_n L_n \end{aligned}$$

式(8)로부터 얻어진 未定係數 λ_1, λ_2 및 λ_3 를 式(7)에 代入하면 調整量 $\Delta\beta_r$ 및 ΔS_r 이 求해진다.

그런데 式(7)과 式(8)에 包含된 S 의 값은 使用하는 器械에 의해 決定된다. 只今 使用하는 器械의 長이가 s 일 때의 標準偏差를 σ 라 하면, S 의 分散 σ_s^2 은 誤差傳播의 法則으로부터

$$\sigma_s^2 = \frac{S}{s} \sigma^2 \quad (9)$$

이 된다¹⁾.

또, $\Delta\beta_r$ 에 對한 標準偏差를 σ_a 라 하면, 測角의 精度는 角의 크기에 無關한 一定한 값이므로, 이것에 符合되는 距離 S 를 考慮하여 그 測

定精度를 σ_s 라 할 때 다음 式이 成立한다.

$$\sigma_s = S \sigma_a \quad (10)$$

式(9)와 式(10)으로부터 S 를 求하면 다음 式(11)과 같다.

$$S = \frac{1}{s} \left(\frac{\sigma}{\sigma_a} \right)^2 \quad (11)$$

따라서 式(11)로부터 求한 S 의 값을 式(7)에 代入하여 調整量 $\Delta\beta_r$ 및 ΔS_r 를 求할 수 있다.

3. 試驗觀測

(1) 觀測機種

本 研究에 使用된 器械로는 日産 Sokkisha 製 Electronic Total Stations (Set 3)를 使用하였으며, 이는 모든 測定數値가 digital化 되어있기 때문에 各 사람에 따른 測讀誤差는 無視되나, 測定の pole 視準에 있어서 視準誤差는 避할 수 없다.

最小 1"讀이며, 距離에 對한 精度(標準偏差)는 $\pm(3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm} \cdot D)$ 이고, 觀測距離는 3,000 m이며, 0.001 m까지 읽을 수 있다. 이 장비는 多角測量에 많이 活用할 수 있게 만들어져 있으며 角度에 따라서 自動적으로 水平距離가 換算되어 digital로 나타나기 때문에 迅速하게 測量作業을 遂行할 수 있다.

(2) 測定方法

閉合트레버스 網圖는 <그림 2>와 같이 湖南大 第 2 campus 校庭을 擇하였으며, 測線距離는 90 m~150 m 範圍로 하였고, 兩測點間의 高低差는 0.3 m~6.0 m 以內로 하였다.

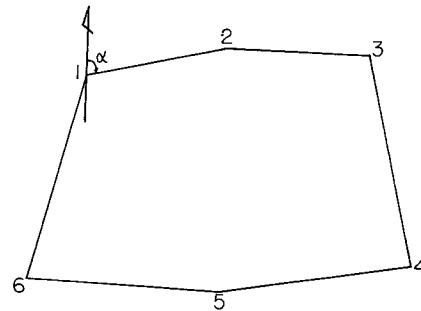


Fig. 2. Observed traverse net.

觀測角에 있어서 觀測對回數는 正·反으로 하여 3倍角으로 觀測하였으며, 觀測距離에 있어서는 track으로 5~6回 觀測하여 平均을 取하였는데 氣象에 따라서 대개 1mm 程度의 較差가 나타났다.

또한, 溫度補正에 對해서는 760 mm Hg, 30°C 이므로 氣象補正 圖表에 의하여 18 ppm의 補正값을 取하여 測定하였다¹⁰⁾.

(3) 觀測距離 및 倍角에 따른 誤差

前述한 式(1), (2)로부터 트래버스網의 交角 α 값에 의한 變化는 작으므로 α 값은 平均値 90°로 하고, Electronic Total Stations의 最小讀值 $c=1''$, 倍角數 $n=2, 3$, 最大 偏心量 $e=1\text{ mm}$ 의 경우 全測角誤差 $\Delta(\text{sec})$ 를 計算하면 <그림 3>과 같다.

<그림 3>에서 보는 바와 같이 $K=\frac{a}{b}$ 가 1에서 6으로 갈수록 全測角誤差 $\Delta(\text{sec})$ 는 增加 趨勢를 보이며, 또한, 觀測距離가 가까운 50 m에서 100 m, 200 m, 300 m로 멀어질수록 誤差 Δ 는 점점 減小現象을 보이고 있음을 알 수 있다.

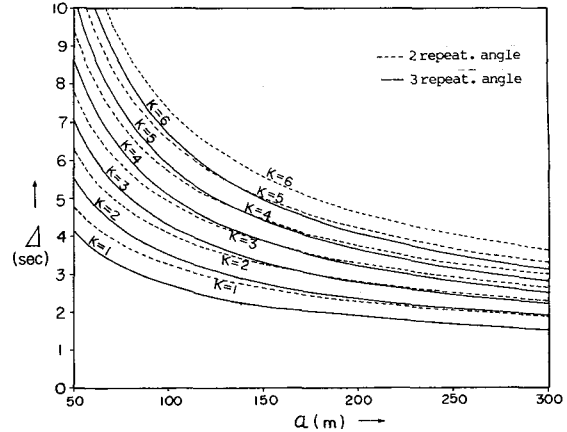


Fig. 3. Δ Curve.

4. 網調整 計算

(1) 閉合 트래버스網의 同時調整

觀測距離(S_r)와 角(β_r) 및 方位角(α_r)의 觀測값을 그대로 利用하여 緯距(L_r)와 經距(D_r)를 求한 結果는 <표 1>과 같다.

<표 1>의 觀測資料를 가지고 上述한 測角과

Table 1. Calculation of latitude and departure

Course (r)	Distance (S_r)	Observed Angle (β_r)	Azimuth (α_r)	Latitude (L_r)	Departure (D_r)
1-2	93.936m	118-13-04	77-28-13	20.3790m	91.6988m
2-3	95.234	166-03-47	91-24-26	-2.3388	95.2053
3-4	143.388	103-56-07	167-28-19	-139.9739	31.1034
4-5	130.925	86-28-40	260-59-39	-20.4943	-129.3110
5-6	127.314	168-37-40	272-21-59	5.2567	-127.2054
6-1	142.481	76-40-55	15-41-04	137.1757	38.5182
Sum	733.278	720-00-13		0.0044	0.0093

Table 2. Results of the simultaneous adjustment

Course (r)	Distance (S_r)	Observed Angle (β_r)	Adjusted Dist. ($S_{r,0}$)	Adjusted Angle ($\beta_{r,0}$)	Adjusted Latitude ($L_{r,0}$)	Adjusted Departure ($D_{r,0}$)
1-2	93.936m	118-13-04	93.9341m	118-12-57.7	20.3786m	91.6969m
2-3	95.234	166-03-47	95.2323	166-03-42.3	-2.3409	95.2035
3-4	143.388	103-56-07	143.3895	103-56-04.8	-139.9764	31.0991
4-5	130.925	86-28-40	130.9276	86-28-42.9	-20.4923	-129.3139
5-6	127.314	168-37-40	127.3162	168-37-40.3	5.2591	-127.2075
6-1	142.481	76-40-55	142.4783	76-40-52.0	137.1719	38.5219
Sum	733.278	720-00-13	733.2780	720-00-00.0	0.0000	0.0000

Table 3. Comparison of adjusted values of closed errors

Course	Distance	Bearing	Simul. Adjust.		Compass Rule		Transit Rule	
			Lat.	Dep.	Lat.	Dep.	Lat.	Dep.
1-2	93.936m	N77-28-13 E	-0.4mm	-1.9mm	-2.2mm	-1.5mm	-1.5mm	-2.1mm
2-3	95.234	S 88-35-34 E	-2.1	-1.8	-3.3	-1.8	-2.1	-2.5
3-4	143.388	S 12-31-41 E	-2.5	-4.3	-3.0	-6.9	-5.4	-5.2
4-5	130.925	S 80-59-39W	+2.0	-2.9	+3.6	-3.2	+4.8	-4.1
5-6	127.314	N87-38-01W	+2.4	-2.1	+4.9	-2.0	+6.5	-3.0
6-1	142.481	N15-41-04 E	-3.8	+3.7	-4.4	+6.1	-6.7	+7.6
Average			2.2	2.8	3.6	3.6	4.5	4.1

Closed error 0.0098 m { Latitude = +0.0047
Departure = +0.0086

Closed ratio $\frac{1}{74,820}$

0.0164 m { Latitude = +0.0102
Departure = +0.0129

$\frac{1}{44,590}$

測距를 考慮한 同時調整法의 理論에 依據, 調整한 값은 <표 2>와 같이 나타낼 수 있다.

(2) 3가지 調整法에 의한 結果比較 및 考察

從來에 우리가 주로 널리 利用해 왔던 컴파스法則과 트랜싯트法則으로 試驗觀測한 트래버스測量 데이터를 利用한 結果값과 本 研究의 同時調整法과의 比較表는 <표 3>과 같다.

<표 3>에서 알 수 있는 바와 같이 測角과 測距를 精密한 Electronic Total Stations으로 測定하기 때문에 在來의 컴파스法則과 트랜싯트法則에 의하여 算出된 閉合誤差도 充分한 誤差範圍內에 들어 있으므로 一般 座標計算에 充分히 利用 可能하다. 또한, 그 閉合誤差는 0.0164 m, 閉合比는 1/45,000 이며, 同時調整法에 의한 結果는 閉合誤差가 極히 微小한 0.0098 m 이고, 閉合比는 1/75,000 로써 아주 精度가 優秀하게 나타났다.

<표 3>의 3調整法과의 比較表에서 誤差調整量의 配分狀況과 正確度를 더 詳細하게 알 수 있도록 各 緯距 및 經距의 調整量을 圖示하면 다음 <그림 4> 및 <그림 5>와 같다.

<그림 4, 5>에서 보는 바와 같이 緯距 및 經距調整誤差의 配分量의 크기는 트랜싯트法則, 컴파스法則 그리고 同時調整法의 順位로 나타났고, 同時調整法으로 配分한 調整量은 他調整法에 比하여 誤差 配分量이 極히 적었으며, 트랜싯트法

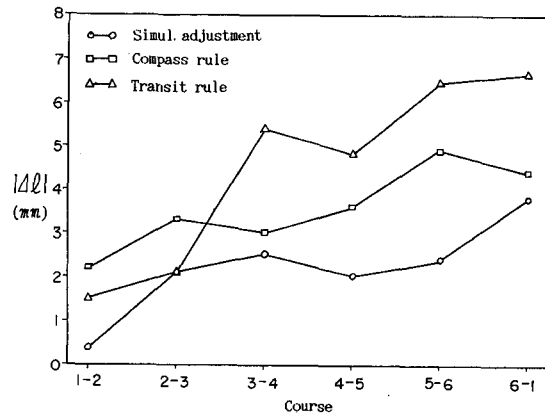


Fig. 4. Comparison of 3-different method in Latitude.

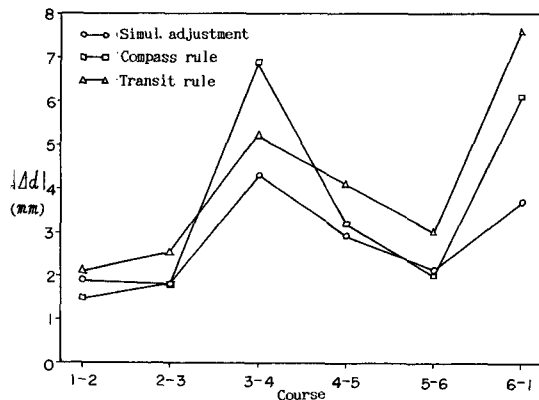


Fig. 5. Comparison of 3-different method in Departure.

則과 컴파스法則은 거의 비슷한 結果를 나타냈다. 以上の 結果로 보아 Electronic Total Stations 로 트래버스測量을 할 때의 調整方法은 簡易法으로 測距와 測角의 精度가 비슷할 때의 調整法인 컴파스法則으로 調整하는 것이 理想的이라고 思料되며, 計算의 複雜性을 避하기 위하여 同時調整法으로 data 를 電算處理하면 迅速하고 正確度 높은 트래버스 調整을 期할 수 있을 것으로 展望된다.

5. 結 論

트래버스測量에서 試驗觀測한 資料를 利用하며 測角에 對한 誤差를 檢討하고, 測角과 測距를 考慮한 同時調整法으로 閉合 트래버스網을 調整하여 從來의 調整法과 比較檢討한 結果를 要略하면 다음과 같다.

- (1) 閉合 트래버스의 交角觀測에 있어서 交角 兩邊의 길이의 比가 1에 가까울 때 ($K = \frac{a}{b} \approx 1$), 兩邊의 길이 가 길수록, 그리고 對回數가 많을수록 測角의 誤差가 작아진다.
- (2) 測角과 測距를 同時에 考慮한 同時調整法의 調整結果가 從來의 調整法과 比較한 바 正確度가 가장 좋았다.
- (3) 地形의 起伏이 甚한 경사지에서 트래버스 測量을 할 때에는 最近 널리 使用하고 있는 Electronic Total Stations 을 利用하면 便利하고 實用的이며, 그 調整方法으로는 最

소제공이론에 의한 同時調整法이 가장 理想的이며, 또한 簡易法으로는 測角과 測距의 精度가 비슷할 때 利用하는 컴파스法則으로 調整하는 것이 效果的이라고 思料된다.

參 考 文 獻

1. 春日屋伸昌, 1978, 測量學 I, 朝倉書店, pp. 144~162.
2. 岡積 滿 外 1人, 1966, “トラバース測量における 閉合誤差の理論的 調整法”, 日本土木學會學術講演會概要集, pp. 148-1~2.
3. 岡積 滿 外 1人, 1965, “測角の視準誤差について”, 日本土木學會學術講演會概要集, pp. 116-1~2.
4. 龜田和昭, 1973, “角測定値の誤差について”, 日本大學理工學部學術講演會論文集, pp. 87~88.
5. 李啓鶴, 1977, “水平角 觀測側의 誤差에 關한 考察”, 全南大工技研誌, 第13輯, pp. 113~122.
6. 李啓鶴, 1969, “閉合 Traverse 測量에서 誤差配分에 關한 研究”, 全南大工技研誌, 第 5 輯, pp. 121~127.
7. Kissam, P., 1981, Surveying for Civil Engineers, 2nd ed., McGraw-Hill, pp. 140~142.
8. Davis R. E. et al., 1981, Surveying Theory and Practice, 6th ed., McGraw-Hill, pp. 254~257.
9. Brinker, P. C. and P. R. Wolf, 1977, Elementary Surveying, 6th ed., Tomas, Y. Crowell, pp. 191~192.
10. 李啓鶴, 1980, “電磁波測距儀의 特性과 利用에 關하여”, 全南大工技研誌, 第17輯, pp. 107~126.