

複合要素法을 利用한 3-次元 海洋構造物의 動的應答 Hybrid Element Method for Dynamic Responses of Three-Dimensional Offshore Structures

李太甲* · 朴佑善** · 片宗根*
Tae Gab Lee*, Woo Sun Park** and Chong Kun Pyun*

要 旨 : 본 논문에서는 任意形狀 3-次元 海洋構造物의 動的應答算定을 위한 複合要素法에 대해서 연구하였다. 流體의 動壓에 의한 荷重은 慣性力이 重要하다고 가정하여 粘性效果는 無視하였다. 解析의 固有級數解를 사용하여 廻折 및 放射問題를 해결하는 複合要素法의 數式化과정을 體系的으로 정리하였으며, 任意형상 3-차원 구조물의 廻折 및 放射문제를 해결할 수 있는 計算프로그램을 개발하여 여러 형상의 구조물에 대해서 例題解析을 수행하였다. 他文獻의 결과와의 比較를 통하여, 複合要素法을 이용한 波浪荷重 算定技法 및 본 연구에서 개발한 計算프로그램의 妥當性을 立證하였다.

Abstract □ In this paper, a hybrid element method (HEM) for the evaluation of the hydrodynamic responses of arbitrary-shaped offshore structures is studied. The hydrodynamic pressure forces are assumed to be inertially dominated, and viscous effects are neglected. The mathematical formulation procedure of the hybrid element method with the analytical eigenseries solution is established systematically. The computer program based on the HEM has been developed, and applied to solving the wave diffraction and radiation problems for arbitrary shaped structures. From comparisons of the results obtained by using the other available solution methods, the method for the evaluation of the hydrodynamic forces using the HEM and the computer program developed here have been proved to be valid.

1. 緒 論

海洋構造物의 設計 및 施工, 그리고 既存 구조물의 經濟的이고 安정한 運營管理를 위해서는 豫想되는 波浪에 의해 구조물이 받게 되는 파랑하중의 算定은 必修要件이라 할 수 있다. 일반적으로 海洋構造物에 작용되는 파랑하중은 구조물과 파랑간의 相互作用 정도에 따라 주로 Morison 방정식과 線型廻折理論에 의해서 算定된다. 즉, 구조물이 波動場에 거의 영향을 미치지 못할 정도로 작은 경우에는 Morison 방정식을 사용하고, 大型構造物인 경우에는 線型廻折理論을 사용하게 된다.

線型廻折理論에 의한 境界值問題는 통상 고정된

물체에 파가 입사하는 경우를 다루는 廻折問題와 淨水 중에서 구조물의 搖動에 의해 발생되어지는 파를 다루는 放射問題로 분리할 수 있다. 회절문제에서는 波浪強制力이 산정되며, 방사문제에서는 反作用力이 산정된다. 회절문제와 방사문제는 일찍이 光學, 核物理學 및 量子力學 등에서 시작되어 비교적 근래에 海洋波理論에 도입되었다. 波浪問題에 대한 본격적인 연구는 1950년 John이 Green 함수를 사용하여 浮游體의 相互運動에 관하여 積分形態로 표시되는 數學的 模型을 提示하면서부터 시작되었다. MacCamy와 Fuchs(1954)는 鉛直원기둥의 회절문제에 대한 解析的 解를 발표하였으며, Haskind(1957)는 Green's 정리를 이용하여 波浪強制力과 放射減衰係數의 相互關係에

*明知大學校 土木工學科(Department of Civil Eng., Myong Ji University, Seoul 120-728, Korea)

**韓國科學技術院 土木工學科(Department of Civil Eng., Korea Advanced Institute of Science and Technology, Cheongryang P.O. Box 150, Seoul, Korea)

대해서 연구 발표하였다(Haskind relation). 그 후 Newman(1962)은 이 관계식을 수치계산의 檢證에 有用 될 수 있도록 再定立하였다. 또한 Kotik과 Mangulis(1962)는 부유체의 附加質量係數와 放射減衰係數와의 관계(Kramers-Kronig relation)에 대해서 자세히 언급하였다. Kim(1966), Garrett(1971), Black(1971) 등은 앞에 提示된 이론을 實際문제에 적용하여 數值的으로 풀었으며, Hess(1964), Faltinsen(1974), Hoffman(1974), Hogben(1975) 등은 여러 형상의 구조물에 대한 實驗結果를 報告하였다.

최근까지 연구되어 온 流體關聯 境界值問題에 대한 數值계산 방법으로는 크게 有限差分法(FDM), 境界積分方程式法(BIEM)과 有限要素法(FEM)으로 分類할 수 있다. 有限差分법은 Newmann 또는 혼합형 경계조건을 갖는 경우 이에 關連되어 나타나는 格子綱의 不規則性을 취급하는 데에 어려움이 많아 본 연구에서 다루는 문제에는 거의 적용되어지지 않고, 非正常 흐름문제 등에 주로 사용되고 있다. Green 함수를 이용하게 되는 境界積分方程式法은 오래전부터 近似解 또는 嚴密解를 구하기 위해 사용되어 왔다. 대표적인 연구논문으로는 任意의 3차원 구조물에 대한 Garrison(1971, 1972, 1974, 1975, 1977), Faltinsen(1974)의 논문과 鉛直軸對稱 구조물에 대해 軸對稱 Green 함수를 사용한 Black(1975), Fenton(1978), Hudspeth(1980), Isaacson(1982), 片(1984) 등의 논문을 들 수 있다. 불행히도 많이 사용되어지고 있는 境界積分方程式法에는 唯一한 解가 存在하지 않는 特異振動數가 존재하고 (John, 1950), 날카로운 모서리를 갖는 구조물을 modeling하는데 어려움을 지니고 있다는 문제점이 있다. 반면에 有限要素法에 기초를 둔 해석기법은 이와 같은 문제점이 없어 상당히 흥미롭다 하겠다.

線型廻折理論에의 有限要素法의 適用技法은 無限遠邦에서의 放射境界條件의 模型化技法에 따라 주로 다음 4가지로 分類할 수 있다. 첫째로, 가장 간단하다고 할 수 있는 물체로부터 유한한 거리에 직접 또는 약간 수정된 방사경계조건을 적용하는 방법(Bai, 1972; Huang, 1985a, 1985b; Sharan, 1986, 1989), 둘째로, 파동장을 둘로 분리하여 물체를 포함하는 내부영역은 통상의 유한요소로 modeling하고 외부영역은 解析的 固有級數解로 나타내어 두 영역의 接合面에서의 境界條件을 導入하여 문제를 해결하는 방법(Bai,

1974; Chen, 1974; Yue, 1976, 1978; Taylor, 1981), 셋째로, 두번째 방법에서 解析的 固有級數解 대신에 외부영역을 Green 함수로 나타내는 방법(Bai, 1974; Zienkiwicz, 1977; Taylor, 1981), 넷째로, 외부영역을 無限要素로 modeling하는 방법(Bettess, 1977; Zienkiwicz, 1985; lau, 1989; 朴, 1989)을 들 수 있다. 두번째와 세번째 언급한 방법을 통칭하여 複合要素法(Hybrid Element Method: HEM)이라 하며(또는 局所有限要素法(Localized Finite Element Method: LFEM), 본 연구에서는 두번째 방법을 사용하였다.

複合要素法은 Tong(1973)이 強性龜裂問題에 처음으로 導入하였으며, 波浪問題에 대해서는 Bai(1974), Yue(1976) 등이 처음 도입하여 적용하였다. 본 연구에서는 解析的 固有級數解를 사용하여 廻折 및 放射問題를 해결하는 複合要素法의 數式化課程을 體系的으로 定立하였으며, 임의형상 3차원 구조물의 廻折 및 放射問題를 해결할 수 있는 전산프로그램을 개발하여 여러 형상의 구조물에 適用하였다. 例題解析을 통하여 본 해석방법 및 본 연구에서 개발한 전산프로그램의 妥當性을 立證하였다.

2. 境界值問題의 數學的 定立

2.1 支配方程式 및 境界條件

水深이 d 인 流體場에 설치된 구조물에 波高가 ζ_a 이고 角振動數가 ω 인 파가 入射할 때의 境界值問題를 數學적으로 定立하기 위하여, Fig. 1과 같이 淨水面위에 정의된 直角座標系(x, y, z)와 圓筒形座標系(r, θ, z)를 사용하였다. 流體를 非壓縮性, 非粘性인을 가정하고, 非回轉流라는 가정을 하게 되는 線型波理論을 사용하면, 流動場은 다음과 같이 Laplace 방정식을 만족하는 速度포텐셜, Φ 로 나타낼 수 있게 된다.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \tag{1}$$

또한, 경계조건의 선형화를 위해 입사파고가 충분히 작으며, 물체도 微小振幅波으로 운동을 한다는 가정을 하면, 淨水面(S_f), 流動場의 바닥面(S_d) 및 物體의 表面(S_b)에서의 경계조건은 아래와 같이 線型으로 나타내진다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \Phi \quad \text{淨水面}(S_f) \tag{2}$$

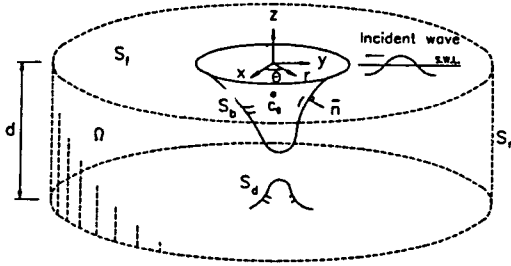


Fig. 1. Definition sketch

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{流動場의 바닥面}(S_a) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = V_n \quad \text{物體表面}(S_b) \quad (4)$$

여기서, V_n 은 물체표면에서의 유체영역으로 향하는 수粒子的 垂直速度 성분을 의미하여 g 는 중력가속도를 나타낸다. 速度포텐셜, Φ 는 入射波의 포텐셜(ϕ_0), 廻折波의 포텐셜(ϕ_1)과 구조물의 각 방향 운동에 의해서 발생하는 放射波에 의한 포텐셜(ϕ_j , $j=1, 2, 3, 4, 5, 6$)의 線型重疊으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \text{Re}[(\phi_0 + \phi_1 + \sum_{j=1}^6 \phi_j \xi_j) \exp(-i\omega t)] \quad (5)$$

여기서, $\text{Re}[\cdot]$ 는 괄호안 값의 실수부를 의미한다. 식 (5)의 회절 및 방사파의 포텐셜, ϕ_j 는 반드시 無限遠邦에서 放射境界條件(Sommerfeld, 1949)을 만족해야 한다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 \right) \phi_j = 0 \quad (j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) \quad (6)$$

여기서, k_0 는 입사파의 파수(wave number)를 의미하며, i 는 $\sqrt{-1}$ 이다.

구조물의 운동은 Fig.2에 정의된 바와 같이 前後動搖(surge), 左右動搖(sway), 上下動搖(heave), 橫動搖(roll), 縱動搖(pitch) 및 船首動搖(yaw) 등 6-방향의 調和運動으로 나타낼 수 있다. 각 방향의 운동성분을 하첨자 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 표시하였을 때, V_n 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_n = \text{Re}[\sum_{j=1}^6 -i\omega n_j \xi_j \exp(-i\omega t)] \quad (7)$$

여기서, ξ_j 는 j -방향운동의 複素振幅을 나타내며, n_j 는 물체표면에서의 유체영역으로 향하는 單位法線벡터

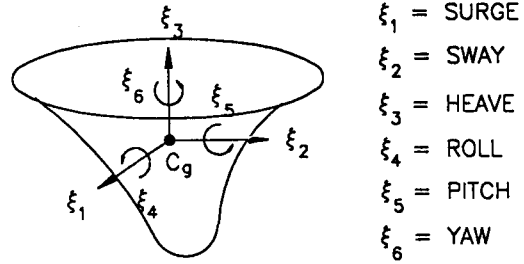


Fig. 2. Definition of body motions

(\vec{n})의 각 방향성분(n_x, n_y, n_z)과 관련된 값으로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} n_1 &= n_x; \quad n_2 = n_y; \quad n_3 = n_z; \\ n_4 &= (y - y_g) n_z - (z - z_g) n_y; \\ n_5 &= (z - z_g) n_x - (x - x_g) n_z; \\ n_6 &= (x - x_g) n_y - (y - y_g) n_x \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, (x_g, y_g, z_g)는 물체의 무게중심(운동중심)에 대한 좌표를 나타낸다.

線型廻折理論에 의하면 식 (1)~(4)와 (6)에 주어진 境界値問題는 $\phi_0 + \phi_1$ 이 관련된 廻折問題와 ϕ_j ($j=1, 2, 3, 4, 5, 6$)가 관련된 放射問題로 分離할 수 있다. 따라서, 물체표면에서의 경계조건도 다음과 같이 분리하여 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial (\phi_0 + \phi_1)}{\partial n} = 0 \quad (9a)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = -i\omega n_j \quad (j=1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (9b)$$

여기서 입사파의 포텐셜, ϕ_0 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \phi_0 &= -\frac{ig\zeta_a}{\omega} \frac{\cosh k_0(z+d)}{\cosh k_0 d} \exp[ik_0 r \cos(\theta - \theta_1)] \\ &= -\frac{ig\zeta_a}{\omega} \frac{\cosh k_0(z+d)}{\cosh k_0 d} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n J_n(k_0 r) \\ &\quad \cos n(\theta - \theta_1) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, θ_1 는 파와 x -축에 대한 入射角을, $J_n(\cdot)$ 은 n -차 Bessel 함수를 나타내며, ϵ_n 은 $n=0$ 일 때는 1이며, $n=0$ 일 때는 2이다.

2.2 強制力 및 反作用力

유체의 動壓力 $p(x, y, z; t)$ 는 線型化된 Bernoulli

방정식으로부터 다음과 같이 구할 수 있으며,

$$\begin{aligned}
 p &= \text{Re} \left[-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] \\
 &= \text{Re} \left[-i\omega\rho \left(\phi_0 + \phi_1 + \sum_{j=1}^6 \phi_j \xi_j \right) \exp(-i\omega t) \right] \quad (11)
 \end{aligned}$$

각 방향에 대한 하중은 이 압력을 물체표면에 대해서 적분함으로써 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F_j &= - \int_{S_b} p n_j dS_b \\
 &= \text{Re} \left[(F_j^e + \sum_{k=1}^6 F_{jk}^r \xi_k) \exp(-i\omega t) \right] \quad (12)
 \end{aligned}$$

여기서, $\text{Re}[\cdot]$ 는 實數部를 의미한다. F_j^e 는 $\phi_0 + \phi_1$ 에 관련된 波浪強制力이며, F_{jk}^r 는 방사포텐셜, ϕ_j 에 관련된 反作用力으로 附加質量係數, μ_{jk} 와 放射減衰係數, λ_{jk} 로 나타낼 수 있다.

$$F_j^e = -i\omega\rho \int_{S_b} (\phi_0 + \phi_1) n_j dS_b \quad (13a)$$

$$\begin{aligned}
 F_{jk}^r &= -i\omega\rho \int_{S_b} \phi_k n_j dS_b \\
 &= -\omega^2 \mu_{jk} - i\omega \lambda_{jk} \quad (13b)
 \end{aligned}$$

여기서, μ_{jk} 와 λ_{jk} 는 아래와 같이 나타내진다.

$$\mu_{jk} = \frac{1}{\omega^2} \text{Re}[F_{jk}^r] \quad (14a)$$

$$\lambda_{jk} = \frac{1}{\omega} \text{Im}[F_{jk}^r] \quad (14b)$$

여기서, $\text{Re}[\cdot]$ 와 $\text{Im}[\cdot]$ 는 각각 實數部와 虛數部를 의미한다.

2.3 浮遊體의 動的應答

일반적으로 波動場에 놓인 부유체의 運動方程式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{k=1}^6 [-\omega^2 (m_{jk} + \mu_{jk}) - i\omega \lambda_{jk} + k_{jk}] \xi_k = F_j^e \quad (15)$$

여기서, m_{jk} 는 물체의 質量행렬계수, k_{jk} 는 부력 및 외부 구속력에 의한 강성행렬계수를 나타내며, μ_{jk} 와 λ_{jk} 는 각각 부가질량계수 및 방사감쇠계수로 방사문제를 해결함으로써 구할 수 있으며 (식(14a), (14b)), F_j^e 는 파랑강제력으로 회절문제를 해석함으로써 구할 수 있다(식(13a)).

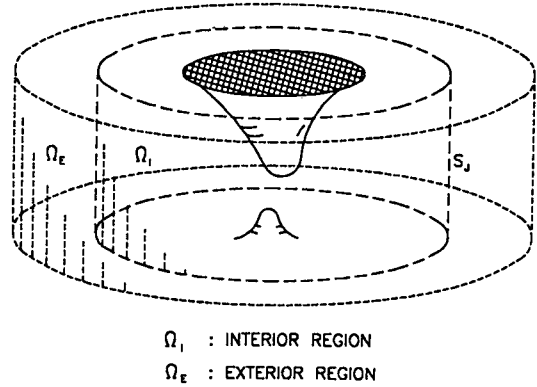


Fig. 3. Division of fluid domain

3. 複合要素法에 의한 解의 導出

3.1 汎函數

變分法을 이용하면, 식 (1)~(3), (6) 및 (9)로 나타내지는 境界值問題는 이들과 관련된 汎函數를 最小化함으로써 그 解를 구할 수 있다. 그러나 이를 그대로 사용하면 식 (6)에 주어진 無限圓邦에서의 放射境界條件 때문에 다루어야 할 영역이 너무 넓다는 문제점이 있다. 따라서, 본 연구에서는 이 문제를 적절히 해결할 수 있도록 개발된 방법 중 解析的 固有級數解를 이용하는 複合要素法을 사용하였다.

複合要素法은, 식 (1)~(3), (6) 및 (9)를 만족하는 速度포텐셜을 Fig. 3에 보인 바와 같이 波動場을 鉛直圓筒形 境界面(S_j)을 갖는 内部領域(Ω_i)과 外部領域(Ω_e)으로 分離하여 물체를 포함하는 内部領域은 통상의 有限要素로 모형화하고, 外部領域은 무한원방에서의 방사境界조건을 만족하는 解析的 固有級數解 (식 (21) 참조)로 나타내어 구하는 방법이다. 따라서 複合要素法을 이용하면, 식 (1)~(3), (6) 및 (9)로 나타내지는 境界치문제는 식 (6)에 나타난 무한원방에서의 방사境界조건 대신에 두 영역의 接合面에서의 境界條件式으로 나타내지게 된다. 즉, 내부영역의 포텐셜을 φ 라고 하고 외부영역의 포텐셜을 φ' 라 하면, 두 영역의 접합면에서는 다음의 境界조건을 만족해야 한다.

$$\varphi = \varphi' \quad (16a)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial \varphi'}{\partial r} \quad (16b)$$

여기서, φ 와 φ' 은 각각 廻折 및 放射問題에 대해서 다음과 같이 정의된다.

$$\varphi = \begin{cases} \phi_0 + \phi_j & \text{(廻折問題)} \\ \phi_j, (j=1, 2, 3, 4, 5, 6) & \text{(放射問題)} \end{cases} \quad (17a)$$

$$\varphi' = \begin{cases} \phi_0 + \varphi'_s & \text{(廻折問題)} \\ \varphi'_s & \text{(放射問題)} \end{cases} \quad (17b)$$

여기서, ϕ_0 는 入射波의 포텐셜을 φ'_s 은 未知의 係數를 포함하는 解析的 固有級數解를 나타낸다(식 (21) 참조).

식 (1)~(3), (9)과 (16)에 대응되는 廻折 및 放射問題에 대한 汎函數는 다음과 같이 구해진다(Yue, 1976; 李, 1989).

廻折問題

$$\begin{aligned} \Pi_D(\varphi, \varphi'_s) = & \int_a \frac{1}{2} \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi \, d\Omega \\ & - \int_{S_r} \frac{\omega^2}{2g} \varphi^2 \, dS_r \\ & - \int_{S_j} \left[\left(\frac{\varphi'_s}{2} - \varphi + \phi_0 \right) \frac{\partial(\varphi'_s + \phi_0)}{\partial r} \right. \\ & \left. - \frac{\varphi'_s}{2} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \right] dS_j, \end{aligned} \quad (18)$$

放射問題

$$\begin{aligned} \Pi_R(\varphi, \varphi'_s) = & \int_a \frac{1}{2} \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi \, d\Omega \\ & - \int_{S_r} \frac{\omega^2}{2g} \varphi^2 \, dS_r \\ & - \int_{S_j} \left[\left(\frac{\varphi'_s}{2} - \varphi \right) \frac{\partial \varphi'_s}{\partial r} \right] dS_j \\ & + \int_{S_b} \bar{V} \varphi \, dS_b, \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, \bar{V} 는 물체의 각 방향 운동에 의한 포텐셜, ϕ_j 에 대응하는 값으로 다음과 같이 주어지며,

$$\bar{V} = -i\omega n_j, \quad (j=1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (20)$$

또한, φ'_s 은 解析的 固有級數解로 다음과 같이 나타내진다.

$$\begin{aligned} \varphi'_s = & \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(k_0 r) (\alpha_{0n} \cos n\theta + \beta_{0n} \sin n\theta) \\ & \cosh k_0(z+d) \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} K_n(k_m r) (\alpha_{mn} \cos n\theta + \beta_{mn} \sin n\theta) \\ & \cos k_m(z+d) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, m 은 固有值, n 은 Fourier 級數항을 의미하며, $H_n^{(1)}(\cdot)$ 은 제 1종 n 차 Hankel 함수를 $K_n(\cdot)$ 은 수정된 n 차 Bessel 함수를 나타내며, α_{mn} 과 β_{mn} 은 未知의 계수이다. k_0 와 k_m 은 다음의 分散方程式을 만족하는 實根이다.

$$k_0 \tanh k_0 d = \frac{\omega^2}{g} \quad (22a)$$

$$k_m \tan k_m d = -\frac{\omega^2}{g} \quad (22b)$$

식 (21)를 行列形態로 쓰면 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$\varphi'_s = \{f\}^T \{c\} \quad (23)$$

여기서, $\{c\}$ 는 식 (21)에 나타난 미지의 계수, α_{mn} 과 β_{mn} 으로 구성된 벡터이고, $\{f\}$ 는 이에 대응되는 함수이다.

3.2 有限要素의 數式化

有限要素法을 사용하여 波動場을 分割하기 위해서는 분할된 각 요소내의 포텐셜, φ 를 각 節點포텐셜, $\{\varphi^e\}$ 와 形狀函數, $\{N^e\}$ 로 나타내어야 한다.

$$\varphi = \{\varphi^e\}^T \{N^e\} \quad (24)$$

이 식과 식 (23)를 식 (18) 및 (19)에 대입 후, 節點포텐셜, $\{\varphi\}$ 및 식 (23)에 나타난 未知係數벡터, $\{c\}$ 에 대해서 最小化하면, 廻折 및 放射問題에 대해서 각각 다음과 같은 식을 얻게된다.

廻折問題

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_D(\{\varphi\}, \{c\})}{\partial (\{\varphi\})} = & \sum_e \left\{ [K_D^e] \{\varphi^e\} + [K_{S_r}^e] \{\varphi^e\} \right. \\ & \left. + [K_C^e] \{c\} + \{Q_S^e\} \right\} \\ = & \{0\} \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_D(\{\varphi\}, \{c\})}{\partial (\{c\})} = & \sum_e \left\{ [K_D^e] \{c\} + [K_C^e]^T \{\varphi^e\} \right. \\ & \left. + \{Q_C^e\} \right\} = \{0\} \end{aligned} \quad (25b)$$

放射問題

$$\frac{\partial \Pi_R(\{\varphi\}, \{c\})}{\partial(\{c\})} = \sum_e \left\{ [K_a^e] \{\varphi^e\} + [K_{s_r}^e] \{\varphi^e\} + [K_c^e] \{c\} + \{Q_p^e\} \right\} = \{0\} \quad (26a)$$

$$\frac{\partial \Pi_R(\{\varphi\}, \{c\})}{\partial(\{\varphi\})} = \sum_e \left\{ [K_b^e] \{c\} + [K_c^e]^T \{\varphi^e\} \right\} = \{0\} \quad (26b)$$

여기서,

$$[K_a^e] = \int_{\Omega^e} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial x} \right\}^T + \frac{\partial N^e}{\partial y} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial y} \right\}^T + \frac{\partial N^e}{\partial z} \left\{ \frac{\partial N^e}{\partial z} \right\}^T \right\} d\Omega^e \quad (27a)$$

$$[K_{s_r}^e] = - \int_{s_r^e} \frac{\omega^2}{g} \{N^e\} \{N^e\}^T dS_r^e \quad (27b)$$

$$[K_c^e] = \int_{s_f^e} \{N^e\} \{f\}^T dS_f^e \quad (27c)$$

$$[K_b^e] = - \int_{s_f^e} \left\{ \{f\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial r} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial f}{\partial r} \right\} \{f\}^T \right\} dS_f^e \quad (27d)$$

$$\{Q_c^e\} = - \int_{s_f^e} \phi_0 \left\{ \frac{\partial f}{\partial r} \right\} dS_f^e \quad (27e)$$

$$\{Q_p^e\} = \begin{cases} \int_{s_f^e} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \{N^e\} dS_f^e & \text{(廻折問題) (27f)} \\ \int_{s_b^e} V \{N^e\} dS_b^e & \text{(放射問題) (27g)} \end{cases}$$

모든 요소에 대해서 이들을 조합하면, 다음과 같은 線型代數方程式을 얻게 된다.

廻折問題

$$[K_a] \{\varphi\} + [K_{s_r}] \{\varphi\} + [K_c] \{c\} + \{Q_p\} = \{0\} \quad (28a)$$

$$[K_b] \{c\} + [K_c]^T \{\varphi\} + \{Q_c\} = \{0\} \quad (28b)$$

放射問題

$$[K_a] \{\varphi\} + [K_{s_r}] \{\varphi\} + [K_c] \{c\} + \{Q_p\} = \{0\} \quad (29a)$$

$$[K_b] \{c\} + [K_c]^T \{\varphi\} = \{0\} \quad (29b)$$

식 (28a)와 (28b)를 풀면 식 (13a)로부터 波浪強制力을 구할 수 있으며, 각 방향 운동에 대해 식 (29a)와

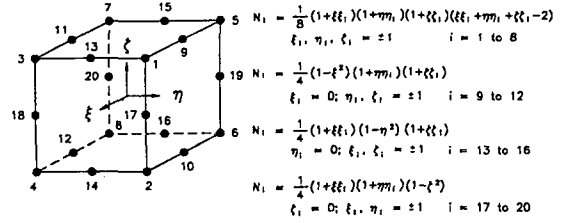


Fig. 4. 20-noded isoparametric elements

(29b)를 풀면 식 (13b)와 식 (14a) 및 (14b)로부터 附加質量 및 放射減衰係數를 산정할 수 있다. 또한 이들을 사용하여 식 (15)를 풀면 浮游體의 動的應答을 구할 수 있다.

본 연구에서는 구조물을 포함하는 내부영역을 적절히 모형화하기 위하여, Fig. 4에 보인 20절점을 갖는 等媒介變數要素(isoparametric element)를 사용하였다. 식 (27a)~(27c) 및 식 (27f)~(27g)에 나타난 각 행렬은 Gauss 공식을 사용하여 적분을 수행하였으며, 식 (27d)와 (27e)의 행렬은 解析的으로 積分을 수행하였다(Yue, 1976; 李, 1989).

4. 數值解析 및 結果分析

複合要素法을 이용하여 일반적 3-次元 構造物에 작용하는 波浪荷重을 算定하고, 구조물의 動的應答解析을 할 수 있는 전산프로그램을 개발하였다. 아울러 효율적인 해석을 수행하기 위하여 有限要素 格子網의 構成을 위한 간단히 부프로그램을 작성하여 사용하였으며, 自動發生된 格子網을 畫面에서 손쉽게 확인할 수 있는 프로그램도 개발하여 사용하였다. 例題解析은 Transputer (또는 Monoputer)가 装着된 既存의 個人用 16-비트 컴퓨터를 사용하여 수행하였다. 이를 장차하면, 計算速度가 장차하지 않은 경우에 비하여 10~20배 정도(입·출력 데이터 양에 따라 차이가 남) 증가되며, 記憶用量도 Transputer에 附着된 RAM (random access memory)用量을 全部 活用할 수 있게 된다.

複合要素法을 이용한 波浪荷重 算定技法 및 본 연구에서 작성된 전산프로그램의 妥當性 檢證을 위하여 圓形鉛直기둥, 浮游圓筒 및 浮游正四角筒 등에 대한 例題解析을 수행하였다. 각 경우에 대해서, 외부영역에 대한 포텐셜은 99개의 미지수를 갖는 해석적 固

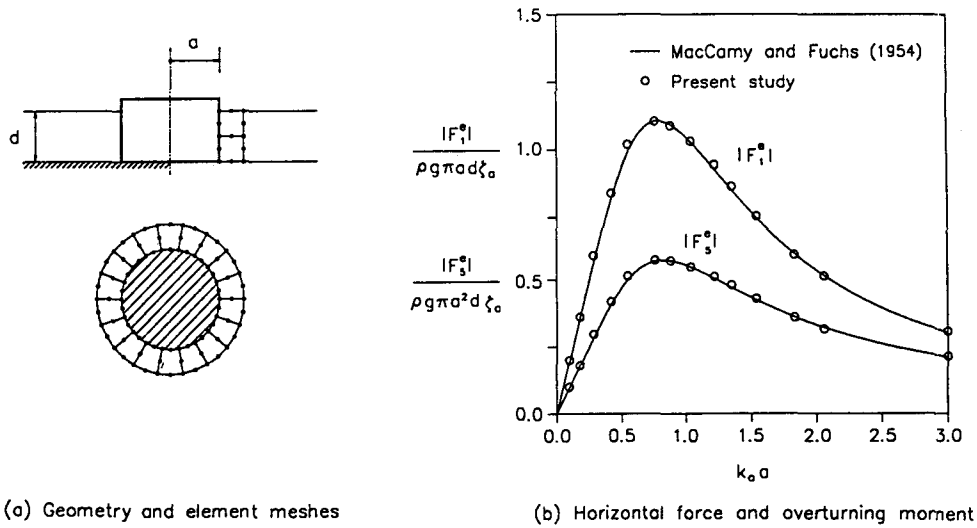


Fig. 5. Horizontal and overturning moment coefficients for a vertical circular cylinder with $d/a=1.0$ and $\theta_1=0^\circ$

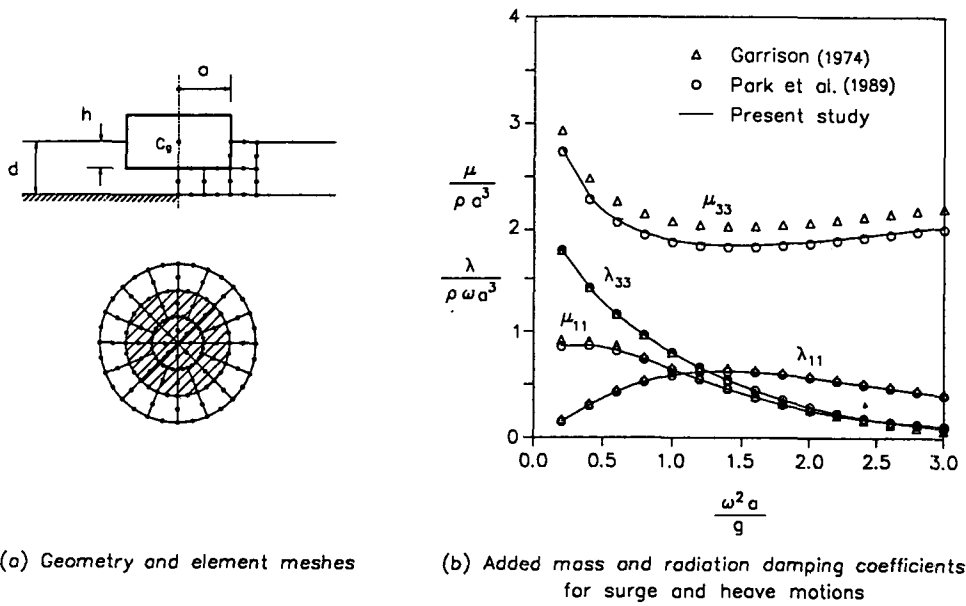


Fig. 6. Added mass and radiation damping coefficients for a floating circular cylinder with $h/a=0.5$, $d/a=1.0$, and $\theta_1=0^\circ$

有級數解를 사용하여 나타내었다. 즉, 5개의 固有值 (k_0, k_1, k_2, k_3, k_4)를 사용하였으며, Fourier 級數項은 첫번째 고유치에 대해서는 12개, 나머지 고유치에 대해서는 10개씩을 사용하였다.

Fig. 5는 水深(d) 대 半徑(a)의 比가 1.0인 圓形鉛直기둥에 대한 MacCamy와 Fuchs(1954)의 解析的

解와 본 연구에서 구한 결과를 比較한 것이다. Fig. 5 (a)에 보인 바와 같이 내부영역을 36개의 유한요소로 모형화하였다(342개의 節點). 즉, 연직방향으로 2층, 각 층은 18개의 요소로 분할하였다. Fig. 5(b)에 無次元化된 水平荷重 및 顛倒모멘트를 나타내었다. 본 연구에서 複합요소법으로 구한 결과와 MacCamy와

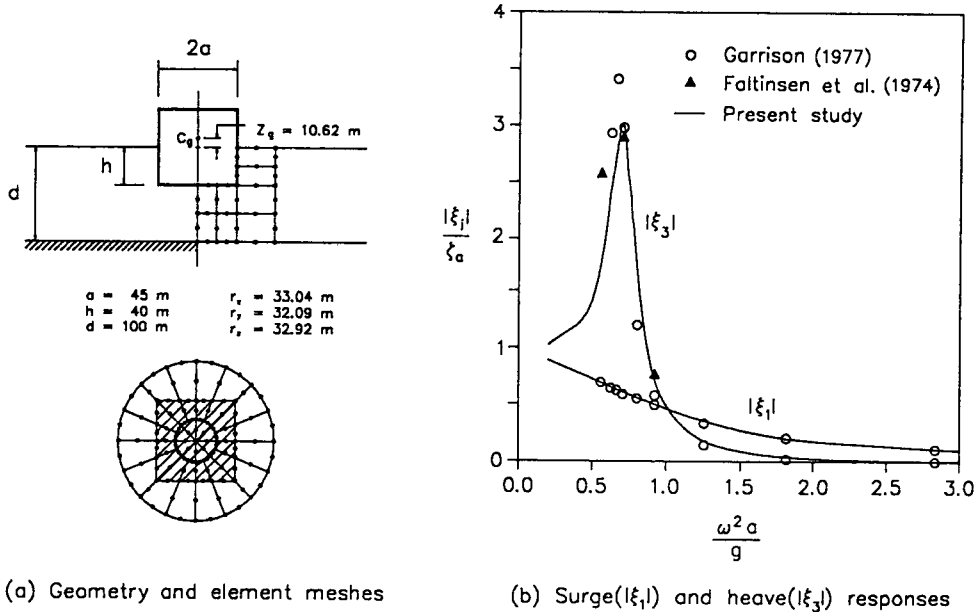


Fig. 7. Hydrodynamic responses for a floating square box with $h/a = 8/9$, $d/a = 20/9$, and $\theta_f = 0^\circ$

Fuchs의 해석적 해는 비교한 모든 周波數영역에서 서로 잘 일치함을 볼 수 있다.

Fig. 6은 水深(d) 대 半徑(a)의 비가 1.0이고 吃水深(h) 대 半徑의 비가 0.5인 수면에 떠 있는 鉛直기둥의 放射問題에 대한 해석결과를 Green's 함수를 사용한 결과(Garrison, 1974) 및 無限要素를 사용한 결과(朴, 1989)와 비교한 것이다. 유한요소 격자망은 Fig. 6(a)에 보인 바와 같이 435 절점으로 구성하였다. 본 연구에서 구한 결과와 무한요소를 이용한 朴(1989)의 결과는 상당히 잘 일치함을 볼 수 있으며, Green 함수 이용한 Garrison(1974)의 결과와는 上下動搖에 대한 부가질량에서 약간 차이를 보이고 있으나 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 7은 100 m 水深(d)에 위치한 한 邊의 길이 ($B=2a$)가 90 m이고 吃水深(h)이 40 m인 正四角形筒에 파가 x -축에 나란히 입사할 경우 ($\theta_f=0^\circ$)에 대한 動的應答 해석결과를 보인 것이다. 그림에 보인 比較資料는 無限水深인 경우의 결과로, Garrison(1977)의 결과는 Green 함수를 사용하여 구한 것이고, Faltinsen(1974)의 결과는 實測된 값이다. 주어진 비교자료가 무한수심에 대한 결과임에도 불구하고 본 연구에서 구한 결과와 上下動搖(ξ_3)의 共振周波數 부근의 차이를 제외하고는 대체로 잘 맞고 있음을 볼 수 있다.

수심을 유한하게 결정($d=100$ m)한 이유는 複合要素法이 안고 있는 문제점, 즉, 유한요소로 모형화하게 되는 원통형 경계를 갖는 내부영역을 반드시 海底까지 포함시켜 모형화해야 한다는 문제점이 있기 때문이다. 複合요소법을 심해에 위치한 구조물 해석에 효율적으로 적용하기 위해서는 이 문제점을 해결해야 할 것으로 思料되며 아울러, 해의 정확도 및 효율성에 직접적으로 영향을 끼치는 내부영역의 크기(외부영역과의 경계면(S_f)까지의 거리), 사용한 固有值 및 Fourier 級數項의 갯수, 유한요소의 수평 및 수직방향 크기 등에 대한 기준마련을 위한 연구도 시급히 수행되어야 할 것으로 판단된다.

5. 結 論

본 논문에서는 複合要素法에 의한 任意形狀 3-次元 海洋構造물의 動的應答算定에 대해서 연구하였다. 解析的 固有級數解를 사용하여 廻折 및 放射問題를 해결하는 複合요소법의 數式化과정은 體系적으로 정리하였으며, 3-차원 구조물의 廻折 및 放射問題를 해결할 수 있는 전산프로그램을 개발하여 여러 형상의 구조물에 대해서 例題解析을 수행하였다. 數値解析結果, 複合요소법을 有限水深를 사용하여도 기존의

Green 함수를 이용하는 境界積分方程式法에 비교해 볼 때 상당히 만족할 만한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

複合要素法을 좀 더 완벽한 波浪荷重 算定技法으로 만들기 위해서는 無限水深을 적절히 模型化할 수 있는 方案에 대한 연구가 필요하며, 解의 正確度 및 效率性에 직접적으로 영향을 끼치는 내부영역의 크기(외부영역과의 경계면(S_0)까지의 거리), 사용할 固有值 및 Fourier 級數항의 갯수, 유한요소 수평 및 수직방향 크기 등에 대한 기준 마련을 위한 연구도 필요한 것으로 판단된다.

參考文獻

- 朴佑善, 尹禎邦, 片宗根, 1989. 波浪荷重 算定을 위한 無限要素, 韓國海岸·海洋工學會誌, 1(1) : 71-80.
- 李太甲, 1989. 複合要素法(HEM)을 이용한 任意形狀 浮游體의 動的應答, 明知大學校 土木工學科, 碩士學位論文.
- 片宗根, 1984. 鉛直軸對稱 浮游體의 動的應答, 大韓土木學會論文集, 4(1) : 113-124.
- Bai, K.J., 1972. A variational method in potential flows with a free surface, *Unvi. of California at Berkley*, College of Engineering, Report No. NA72-2.
- Bai, K.J. and Yeung, R.W., 1974. Numerical solution of free-surface flow problems, *The 10th Sym. of Naval Hydrodynamics*, Office of Naval Research, Cambridge, Massachusetts: 609-647.
- Bettess, P. and Zienkiwicz, O.C., 1977. Diffraction and refraction of surface waves using finite and infinite elements, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 11: 1271-1290.
- Black, J.L., Mei, C.C. and Bray, M.C.G., 1971. Radiation and scattering water waves by rigid bodies, *J. of Fluid Mech.*, 46(1): 151-164.
- Black, J.L., 1975. Wave forces on vertical axisymmetric bodies, *J. of Fluid Mech.*, 67: 369-376.
- Chen, M.S. and Mei, C.C., 1974. Oscillations and wave forces in an offshore harbor (Application of hybrid element method to water wave scattering). *Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics*, Dept. of Civil Engineering, M.I.T. Cambridge, Massachusetts, Technical report No. 190.
- Faltinsen, O.M. and Michelsen, F.C., 1974. Motions of large structures in waves at zero Froude number, *Proc. Int. Symp. on the Dynamics of Marine Vechicles and Structures in Waves*, Paper No. 11: 91-106.
- Fenton, J.D., 1978. Wave forces on vertical bodies of revolution, *J. of Fluid Meth.*, 85: 241-255.
- Garrison, C.J. and Rao, V.S., 1971. Interaction of waves with submerged objects, *J. of Waterway, Harbor and Costal Div.*, ASCE, 97(2): 259-277.
- Garrison, C.J. and Chow, P.Y., 1972. Hydrodynamics of large objects in the sea Part I-Hydrodynamic analysis, *J. of Waterway, Harbor and Costal Div.*, ASCE, 98(3): 375-392.
- Garrison, C.J., 1974. Dynamic responses of floating bodies, *Proc. Offshore Technology Conference*, OTC 2067: 365-377.
- Garrison, C.J., 1975. Hydrodynamics of large objects in the sea Part II-Motion of free-floating bodies, *J. of Hydronautics*, 9(2): 58-63.
- Garrison, C.J., 1977. Hydrodynamic interaction of waves with a large displacement floating body, *Naval Postgraduate School*, Monterey, CA 93940, Report No. NPS-69Gm77091.
- Garrett, C.J.R., 1971. Wave forces on a circular dock, *J. of Fluid Mech.*, 46(1): 129-139.
- Haskind, M.D., 1957. The exciting forces and wetting of ships in waves, (in Russian), *Izvestia Akademii Nauk S.S.S.R.*, Otdelenie Takhnicheskiha Nauk, No. 7: 65-79. (English translation available as David Taylor Model Basin Translation No. 307, March, 1962).
- Hess, J.L. and Smith, A.M.O., 1962. Calculations of non-lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies, *Douglas Air Craft Div.*, Long Beach CA, Report No. E.S. 40622: 22-44.
- Hoffman, D., Geller, E.S. and Niederman, C.S., 1974. Mathematical simulation and model tests in the design of data buoys, *The Society of Naval Architects and Marine Engineers(SNAME)*: 243-269.
- Hogben, N. and Standing, R.G., 1975. Experience in computing wave loads on large bodies, *Proc. Offshore Technology Conference*, OTC 2189: 413-431.
- Huang, M.C., Leonard, J.W. and Hudspeth, R.T., 1985a. Wave interference effects by finite element method, *J. of Waterway, Port, Costal and Ocean Eng.*, ASCE, 111(1): 1-17.
- Huang, M.C., Hudspeth, R.T. and Leonard, J.W., 1985b. FEM solution 3-D wave interference problems, *J. of Waterway, Port, Costal and Ocean Eng.*, ASCE, 111(4): 661-677.
- Hudspeth, R.T., Nakamura, T. and Leonard, J.W., 1980. Floating vessel response simulator (FVRS) by an axisymmetric Green's function, *Oregon State Univ.*, Final report : Vessel response simulator AFE 79116.
- Isaacson, M., 1982. Fixed and floating axisymmetric structures in waves, *J. of Waterway, Port, Costal and Ocean Eng.*, ASCE, 108(2): 180-199.
- John, F., 1950. On the motion of floating bodies II, *Comm. Pue Appl. Math.*, 3: 45-101.
- Kim, W.D., 1966. On a free-floating ship in waves, *The Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME)*: 182-200.
- Kotic, J. and Mangulis, V., 1962. On the Kramers-Kronig relations for ships motions, *Int. Shipbuilding Progress*, 9(97): 361-368.
- Lau, S.L. and Ji, Z., 1989. An efficient 3-D infinite element for water wave diffraction problems, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 28: 1371-1387.

- MacCamy, R.C. and Fuchs, R.A., 1954. Wave forces on piles: A diffraction theory, *U.S. Army Corps of Engineers*, Beach Erosion Board Technical Memo, No. 69.
- Newman, J.N., 1962. The exciting forces on fixed bodies in waves, *J. of Ship Res.*, **6**(3): 10-17.
- Sharan, S.K., 1986. Modeling of radiation damping in fluids by finite elements. *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, **23**: 945-957.
- Sharan S.K., 1989. Hydrodynamic loadings due to the motion of large offshore structures, *Computers and Structures*, **32**(6): 1211-1216.
- Sommerfeld, A., 1949, *Partial differential equations in physics*, Academic Press, New York.
- Taylor, R.E. and Zietsman, J., 1981. A comparison of localized finite element formulations for two-dimensional wave diffraction and radiation problems, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, **17**: 1355-1384.
- Yue, D.K.P., Chen, H.S. and Mei, C.C., 1976. A hybrid element method for calculating three-dimensional water wave scattering, *Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics*, Dept. of Civil Engineering, M.I.T. Cambridge, Massachusetts, Technical report No. 215.
- Yue, D.K.P., Chen, H.S. and Mei, C.C., 1978. A hybrid element method for diffraction of water waves by three-dimensional bodies, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, **12**: 245-266.
- Zienkiwicz, O.C., Kelly, D.W. and Bettess, P., 1977. The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, **11**: 355-375.
- Zienkiwicz, O.C., Bando, K., Bettess, P., Emson, C. and Chiam, T.C., 1985. Mapped infinite elements for exterior wave problems, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, **21**: 1229-1251.