

多方向不規則波浪場에서의 波高, 週期, 波向의  
結合確率分布 誘導過程 및 適合性

On the Joint Distribution of Wave Height, Period and  
Wave Direction in Random Sea Waves

權 正 坤\*  
Jung Gon Kwon\*

**要 旨** : 波高, 週期の 情報로서 水位變動  $\eta$ , 그 時間微分項  $\dot{\eta}$ , 波向의 情報로서 水平方向 2成分 物粒子速度  $u, v$ 의 4가지 時系列을 假定하여, narrow band-width frequency spectrum을 가지는 不規則波의 包絡波形(enveloped wave)을 구함으로서, 波高, 週期, 波向의 結合確率分布를 상세히 誘導하여, 現地實測結果와 比較, 檢討했다. 그 結果, 實測되어진 結合確率分布는 誘導되어진 波高, 週期, 波向의 結合確率分布와 양호하게 一致하여 現地 不規則波浪場에 있어서 충분한 精度로서 適用할 수 있다는 것을 알았다.

**Abstract** □ A Wave transformation including wave breaking in shallow water region is a non-linear and discontinuous phenomenon. Therefore, a so-called individual wave analysis (or a wave by wave analysis) rather than spectral approach seems to be adequate to investigate the wave transformation in such regions.

In this study, a theoretical joint distribution of wave height, period and wave direction of zero-down crossing waves, which is required in the individual wave analysis in the shallow water region, is derived based on the hypothesis that sea surface is a Gaussian stochastic process and that a band-width of energy spectra is sufficiently narrow. The derived joint distribution is found to be an effective measure to investigate characteristics of three-dimensional random wave field in shallow water through field measurements.

## 1. 緒 論

現地海岸에서 發生하는 波浪은 無數히 많은 方向으로부터 來襲하는 成分波로 구성된 多方向不規則波浪이기 때문에 二次元 實驗水槽에서 發生하는 不規則波와 같이 波高 및 週期만으로 그 特性을 推定하는 것은 困難하다. 이와 같은 不規則波浪場의 波浪變形에 대해서는 Energy 平衡方程式에 근거를 둔 研究가 Karlsson(1969), 西村(1979), 丸山(1983) 등에 의해서 행해져 왔고, 주로 方向스펙트럼의 淺水變形이라는 관점에서 논의되어져 왔다. 그러한 反面, 多方向不規則波浪을 波別解析法에 의해서 取扱 할 경우에 있어서는 個個波의 波高, 週期 및 波向의 結合確率分布를 中心으로 論議할 必要가 있지만, 이와 같은 觀點에서의

研究는 磯部(1987)에 의한 波高 및 波向의 結合分布가 提案되어 있을 뿐이다.

그러나 海岸變形을 일으키는 漂砂移動의 大部分은 波浪의 非線形性이 강한 碎波帶內에서 생기기 때문에 不規則波浪의 取扱手法으로서, 波別解析法에 의존할 수 밖에 없다. 그러므로 本 研究는 淺海域의 漂砂移動量과 來襲波浪의 不規則性 및 方向分散性의 影響을 關係짓는 基礎的 研究로서 淺海域의 不規則波의 碎波를 포함하는 淺水變形을 波別解析法에 의해서 解析할 경우 必要한 波高, 週期, 波向의 確率結合分布를 상세히 유도하여 現地實測結果와 比較함으로써 誘導된 理論式的 妥當性에 대해서 檢討한다.

本 論文에서는 日本 土木學會 海岸工學 論文集(權 등, 1988)에 一部 發表된 것으로 그 誘導過程을 詳細히

\*日本 TETRAPOD 株式會社 應用水理研究所 (Nippon Tetrapod Co., Ltd., Applied Hydraulic Laboratory, Tsuchiura 300, JAPAN)

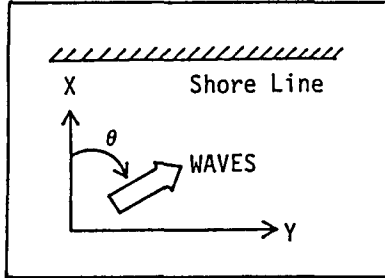


Fig. 1. Coordinate system.

記述한다.

## 2. 波高, 週期, 波向의 結合確率分布 理論式의 誘導

### 2.1 各時系列의 包絡波形

本 研究에서는, narrow band-width frequency spectrum를 갖는 不規則波의 包絡波形을 假定하여, 波高, 週期, 波向의 結合確率分布를 誘導한다.

Fig.1에서 表示한 座標系를 취하면 多方向으로부터 週期 및 波高가 다른 多數의 線形波가 來襲해서, 합쳐지고 있는 波浪場에 있어서의 水位變動  $\eta(t)$ 는 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} c_{ij} \cos \phi_{ij} \quad (1)$$

$$\phi_{ij} = k_i (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j) - 2\pi f_i t - \epsilon_{ij} \quad (2)$$

여기에서,  $k_i$ 는  $i$ 열의 周波數  $f_i$ 에 대한 波數,  $\theta_j$ 는  $j$ 열의 波向,  $c_{ij}$ ,  $\epsilon_{ij}$ 는  $f_i$ ,  $\theta_j$ 에 對應하는 線形波의 振幅 및 初期位相이고,  $t$ 는 時間을 나타낸다. 波向의 情報를 考慮하기 위해서는 複數의 波高計列, 혹은, 水水平方向에 直交하는 波浪에 의한 2成分 物粒子 速度와 水位變動 혹은, 壓力波形을 同時에 測定할 必要가 있다. 通常, 이와 같은 測定에 있어서는, 計測의 容易性, 耐久性 등의 見地에서 두 成分 電磁流速計와 水位變動(혹은 壓力波形에서 推定되어지는 水位變動)의 3-array의 組合으로 行해진다.

그러므로, 本 研究에 있어서도, 波向의 情報는  $x$  (深海淺海方向) 및  $y$  (沿岸方向)의 物粒子速度 成分  $u$ ,  $v$ 에 의해서 考慮된다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i \cos \theta_j c_{ij} \cos \phi_{ij}$$

$$v(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i \sin \theta_j c_{ij} \cos \phi_{ij} \quad (3)$$

$$b_i = 2\pi f_i \frac{\cosh k_i z}{\sinh k_i h}$$

여기서,  $z$ 는 流速  $u$ ,  $v$ 의 測定點의 海底面부터의 높이이다.

또한, 波의 週期性을 考慮하기 위해서는,  $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ 의 時系列 자료( $\dot{\eta}(t)$ )가 必要하다.

$$\dot{\eta}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 2\pi f_i c_{ij} \sin \phi'_{ij} \quad (4)$$

式 (1), (2), (4)로부터 定義된 各時系列의 包絡波形을 表現하기 위해, 式 (2)의 位相함수를 平均周波數( $\bar{f}$ )로서 再整理하면 (5)式과 같이 된다.

$$\phi'_{ij} = k_i (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j) - 2\pi (f_i - \bar{f}) t - \epsilon_{ij} \quad (5)$$

式 (5)를 各時系列에 代入하면, 各各의 時系列에 대한 包絡線 함수가 式 (6)과 같이 얻어진다.

$$\left. \begin{aligned} \eta(t) &= \eta_c(t) \cos 2\pi \bar{f} t + \eta_s(t) \sin 2\pi \bar{f} t \\ \dot{\eta}(t) &= \dot{\eta}_c(t) \cos 2\pi \bar{f} t + \dot{\eta}_s(t) \sin 2\pi \bar{f} t \\ u(t) &= u_c(t) \cos 2\pi \bar{f} t + u_s(t) \sin 2\pi \bar{f} t \\ v(t) &= v_c(t) \cos 2\pi \bar{f} t + v_s(t) \sin 2\pi \bar{f} t \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

여기에서

$$\left. \begin{aligned} \eta_c(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} c_{ij} \cos \phi'_{ij} \\ \eta_s(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} c_{ij} \sin \phi'_{ij} \\ \eta_c(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 2\pi (f_i - \bar{f}) c_{ij} \sin \phi'_{ij} \\ \eta_s(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 2\pi (f_i - \bar{f}) c_{ij} \cos \phi'_{ij} \\ u_c(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i \cos \theta_j c_{ij} \cos \phi'_{ij} \\ u_s(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i \cos \theta_j c_{ij} \sin \phi'_{ij} \\ v_c(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i \sin \theta_j c_{ij} \cos \phi'_{ij} \\ v_s(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i \sin \theta_j c_{ij} \sin \phi'_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

그러므로, 이와 같은 8個의 包絡線 함수에 의해서,  $\eta$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $\dot{\eta}$ 의 傳達波의 振幅 및 位相함수가 決定되어 지기 때문에, 이와 같은 8個의 結合出現率을 求함으로써, 波高( $\eta$ 에 關係), 週期( $\dot{\eta}$ 에 關係), 波向( $u, v$ 에 關係)의 結合確率分布를 推定할 수 있다.

### 2.2 包絡波形的 結合確率分布

이와 같은 8個의 變數는 對數의 法則에 의해서 正規分布를 이룬다. 그러므로, 이와 같은 變數의 結合確率分布는 2次 以下の moment를 使用하여 式 (8)과 같이 表現할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P(\eta_c, \eta_s, u_c, u_s, v_s, \dot{\eta}_c, \dot{\eta}_s) &= \frac{1}{(2\pi)^4 |M|^{1/2}} \\
 &\exp\left[-\frac{1}{2|M|} \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 |M_{ij}| \xi_i \xi_j\right] \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^4 (m_{00}m_{02}m_{20}m_{22}) \Delta} \times \\
 &\exp\left[-\frac{1}{2\Delta} \left\{ A_{11} \left(\frac{\eta_c^2 + \eta_s^2}{m_{00}}\right) + A_{22} \left(\frac{u_c^2 + u_s^2}{m_{20}}\right) \right. \right. \\
 &+ A_{44} \left(\frac{\dot{\eta}_c^2 + \dot{\eta}_s^2}{m_{22}}\right) + A_{33} \left(\frac{v_c^2 + v_s^2}{m_{02}}\right) \\
 &+ 2A_{12} \left(\frac{\eta_c u_c + \eta_s u_s}{\sqrt{m_{00}m_{20}}}\right) + 2A_{13} \left(\frac{\eta_c v_c + \eta_s v_s}{\sqrt{m_{00}m_{02}}}\right) \\
 &+ 2A_{23} \left(\frac{u_c v_c + u_s v_s}{\sqrt{m_{02}m_{20}}}\right) + 2A_{14} \left(\frac{\eta_c \dot{\eta}_s + \dot{\eta}_c \eta_s}{\sqrt{m_{00}m_{22}}}\right) \\
 &\left. \left. + 2A_{24} \left(\frac{u_c \dot{\eta}_s - u_s \dot{\eta}_c}{\sqrt{m_{22}m_{20}}}\right) + 2A_{34} \left(\frac{v_c \dot{\eta}_s - v_s \dot{\eta}_c}{\sqrt{m_{22}m_{02}}}\right) \right\} \right] \quad (8)
 \end{aligned}$$

여기서,  $M$  및  $M_{ij}$ 는  $\xi_i, \xi_j$ 의 共分散 Matrix의 行列式 및 余因子이다.

$\langle \xi_i, \xi_j \rangle$ 는 共分散을 나타내고, 式 (9)와 같이

$$\begin{aligned}
 \langle \eta_c \eta_c \rangle &= \langle \eta_s \eta_s \rangle = \langle \eta^2 \rangle = m_{00} \\
 \langle u_c u_c \rangle &= \langle u_s u_s \rangle = \langle u^2 \rangle = m_{20} \\
 \langle v_c v_c \rangle &= \langle v_s v_s \rangle = \langle v^2 \rangle = m_{02} \\
 \langle \eta_c u_c \rangle &= \langle \eta_s u_s \rangle = \langle \eta u \rangle = m_{10} \\
 \langle \eta_c v_c \rangle &= \langle \eta_s v_s \rangle = \langle \eta v \rangle = m_{01} \\
 \langle u_c v_c \rangle &= \langle u_s v_s \rangle = \langle uv \rangle = m_{11} \\
 \langle \dot{\eta}_c \dot{\eta}_c \rangle &= \langle \dot{\eta}_s \dot{\eta}_s \rangle = \langle \dot{\eta}^2 \rangle = m_{22} \\
 \langle u_c \dot{\eta}_s \rangle &= -\langle u_s \dot{\eta}_c \rangle = m_{12} \\
 \langle v_c \dot{\eta}_s \rangle &= -\langle v_s \dot{\eta}_c \rangle = m_{21} \quad (9)
 \end{aligned}$$

두면  $M$ 은 式 (10)과 같이 된다.

$$M = \begin{vmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M'_0 \end{vmatrix}, \quad M_0 = \begin{vmatrix} m_{00} & m_{11} & m_{01} & 0 \\ m_{10} & m_{20} & m_{11} & m_{12} \\ m_{01} & m_{11} & m_{02} & m_{21} \\ 0 & m_{12} & m_{21} & m_{22} \end{vmatrix}$$

$$M'_0 = \begin{vmatrix} m_{00} & m_{11} & m_{01} & 0 \\ m_{10} & m_{20} & m_{11} & -m_{12} \\ m_{01} & m_{11} & m_{02} & -m_{21} \\ 0 & -m_{12} & -m_{21} & m_{22} \end{vmatrix} \quad (10)$$

以上の 9個의 共分散中,  $m_{12}, m_{21}$ 를 제외하고, 7個의 共分散은 測定되어진 水位變動 및 二成分 物粒子速度  $u, v$ 의 時系列에서 直接 求할 수가 있다. 또한  $m_{12}$  및  $m_{21}$ 는 方向스펙트럼( $S(f, \theta)$ )이 주어져 있을 경우에는 다음과 같은 式으로 推定할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 m_{12} &= -\int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi 2\pi b(f) (f - \bar{f}) \cos \theta S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{21} &= -\int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi 2\pi b(f) (f - \bar{f}) \sin \theta S(f, \theta) d\theta df \quad (11)
 \end{aligned}$$

동일한 手法로  $m_{12}, m_{21}$  以外の 共分散도 方向스펙트럼이 算定되어 있을 경우 (12)式과 같이 計算할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 m_{00} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{20} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f)^2 \cos^2 \theta S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{02} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f)^2 \sin^2 \theta S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{10} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f) \cos \theta S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{01} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f) \sin \theta S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{11} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi b(f)^2 \sin \theta \cos \theta S(f, \theta) d\theta df \\
 m_{22} &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi (2\pi)^2 (f - \bar{f})^2 S(f, \theta) d\theta df \quad (12)
 \end{aligned}$$

여기서, X軸을 主方向으로 座標移動을 행하면,  $m_{11}$  = 0가 되고, 또한 無次元化를 위해 (13)식과 같은 變數 變換을 취하면 (14)式과 같이 되기 때문에 式 (8)은

(15)식과 같이 再整理 할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} N_c &= \eta_c / \sqrt{m_{00}} & N_s &= \eta_s / \sqrt{m_{00}} \\ \dot{N}_c &= \dot{\eta}_c / \sqrt{m_{22}} & \dot{N}_s &= \dot{\eta}_s / \sqrt{m_{22}} \\ U_c &= u_c / \sqrt{m_{20}} & U_s &= u_s / \sqrt{m_{20}} \\ V_c &= v_c / \sqrt{m_{02}} & V_s &= v_s / \sqrt{m_{02}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & d\eta_c d\eta_s d\dot{\eta}_c d\dot{\eta}_s du_c du_s dv_c dv_s \\ & = m_{00} m_{02} m_{20} m_{22} dN_c dN_s dU_c dU_s dV_c dV_s d\dot{N}_c d\dot{N}_s \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P(N_c, N_s, \dot{N}_c, \dot{N}_s, U_c, U_s, V_c, V_s) &= \frac{1}{(2\pi)^4 \Delta} \times \\ & \exp[-1/(2\Delta) \{A_{11}(N_c^2 + N_s^2) + A_{22}(U_c^2 + U_s^2) \\ & + A_{33}(V_c^2 + V_s^2) + A_{44}(\dot{N}_c^2 + \dot{N}_s^2) + 2A_{12}(N_c U_c \\ & + N_s U_s) + 2A_{13}(N_c V_c + N_s V_s) + 2A_{23}(U_c V_c \\ & + U_s V_s) + 2A_{14}(N_c \dot{N}_s - N_s \dot{N}_c) + 2A_{24}(U_c \dot{N}_s \\ & - U_s \dot{N}_c) + 2A_{34}(V_c \dot{N}_s - V_s \dot{N}_c)\}] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \gamma_{10} &= m_{10} / \sqrt{m_{00} m_{02}}, & \gamma_{01} &= m_{01} / \sqrt{m_{00} m_{02}}, \\ \gamma_{11} &= m_{11} / \sqrt{m_{20} m_{02}}, & \gamma_{12} &= m_{12} / \sqrt{m_{20} m_{22}}, \\ \gamma_{21} &= m_{21} / \sqrt{m_{02} m_{22}} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= (1 + 2\gamma_{11}\gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{12}^2 - \gamma_{21}^2 - \gamma_{11}^2 - \gamma_{10}^2 - 2\gamma_{01} \\ & \quad \gamma_{10}\gamma_{12}\gamma_{21} + 2\gamma_{10}\gamma_{01}\gamma_{11} + \gamma_{10}^2\gamma_{21}^2 \\ & \quad + \gamma_{01}^2\gamma_{12}^2 - \gamma_{01}^2) \\ A_{11} &= (1 + 2\gamma_{11}\gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{12}^2 - \gamma_{21}^2 - \gamma_{11}^2) \\ A_{12} &= (\gamma_{21}^2\gamma_{10} + \gamma_{01}\gamma_{11} - \gamma_{10} - \gamma_{01}\gamma_{12}\gamma_{21}) \\ A_{13} &= (\gamma_{10}\gamma_{11} + \gamma_{12}^2\gamma_{01} - \gamma_{10}\gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{01}) \\ A_{14} &= (\gamma_{10}\gamma_{12} + \gamma_{01}\gamma_{21} - \gamma_{10}\gamma_{11}\gamma_{21} - \gamma_{01}\gamma_{11}\gamma_{12}) \\ A_{22} &= (1 - \gamma_{21}^2 - \gamma_{01}^2) \\ A_{23} &= (\gamma_{01}\gamma_{10} + \gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{11}) \\ A_{24} &= (\gamma_{11}\gamma_{21} + \gamma_{01}^2\gamma_{12} - \gamma_{12} - \gamma_{10}\gamma_{01}\gamma_{21}) \\ A_{33} &= (1 - \gamma_{12}^2 - \gamma_{10}^2) \\ A_{34} &= (\gamma_{11}\gamma_{12} + \gamma_{10}^2\gamma_{21} - \gamma_{21} - \gamma_{10}\gamma_{01}\gamma_{12}) \\ A_{44} &= (1 + 2\gamma_{10}\gamma_{01}\gamma_{11} - \gamma_{01}^2 - \gamma_{11}^2 - \gamma_{10}^2) \end{aligned} \quad (17)$$

### 2.3 水位變動의 位相을 基準으로 하는 變數變換

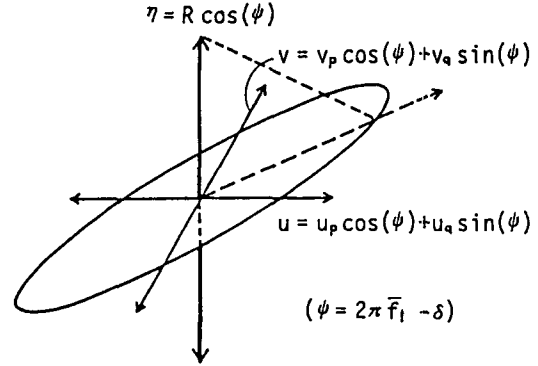


Fig. 2. Relation between surface elevation and horizontal water particle velocities.

水位變動의 包絡線함수의 cosine 성분 및 sine 성분,  $N_c$  및  $N_s$ 로부터, 個個波의 振幅  $R$  및 位相  $\delta$ 가 決定되어 진다. 여기서, 水位變動이 基準이 될 수 있는 變數變換을 (18)식과 같이 행한다.

$$\left. \begin{aligned} N_c &= R \cos \delta & N_s &= R \sin \delta \\ \dot{N}_c &= \dot{R} \cos \delta - R \dot{\delta} \sin \delta & \dot{N}_s &= \dot{R} \sin \delta + R \dot{\delta} \cos \delta \\ U_c &= u_p \cos \delta - u_q \sin \delta & U_s &= u_p \sin \delta + u_q \cos \delta \\ V_c &= v_p \cos \delta - v_q \sin \delta & V_s &= v_p \sin \delta + v_q \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

여기서,  $R^2 = N_c^2 + N_s^2$ ,  $\delta = \tan^{-1}(N_s/N_c)$ ,

$$\begin{aligned} & dN_c dN_s dU_c dU_s dV_c dV_s d\dot{N}_c d\dot{N}_s \\ & = R^2 dR d\delta dU_p dU_q dV_p dV_q dR d\dot{\delta} \end{aligned} \quad (19)$$

添字  $p$ 는 水位變動과 同位相成分,  $q$ 는 水位變動에 대한  $90^\circ$ 의 위상차를 갖는 成分을 나타낸다.

以上の 變數變換에서 얻어진  $R, \delta, U_p, V_p, U_q, V_q, \dot{R}, \dot{\delta}$ 의 結合確率에 대해서,  $\delta$ 을  $0 \sim 2\pi$  區間에서 積分하면 式 (20)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} P(R, U_p, U_q, V_p, V_q, \dot{R}, \dot{\delta}) &= \frac{R^2}{(2\pi)^3 \Delta} \exp \\ & \left[ -\frac{1}{2\Delta} (A_{11}R^2 + A_{22}U_p^2 + A_{33}V_p^2 + A_{44}R^2\dot{\delta}^2 \right. \\ & \quad + 2A_{12}RU_p + 2A_{13}RV_p + 2A_{14}U_pV_p + 2A_{14}R^2\dot{\delta} \\ & \quad + 2A_{24}U_pR\dot{\delta} + 2A_{34}V_pR\dot{\delta}) \left. \right] \exp[-1/(2\Delta) \\ & \quad (A_{22}U_q^2 + A_{33}V_q^2 + A_{44}\dot{R}^2 + 2A_{23}U_qV_q - 2A_{24} \\ & \quad U_q\dot{R} - 2A_{34}V_q\dot{R})] \end{aligned} \quad (20)$$

Fig.2는 이와 같은 變數의 意味를 模式的으로 나타낸

것이다(磯部, 1987).

一般的으로, 方向分散성을 가지는 波浪場에서는, 流速 벡터(u, v)의 軌跡은 타원형을 나타내기 때문에 個個波의 一波一波에 있어서도, (21)式으로 表示된 波向으로서 時時刻刻 變化한다.

$$\theta(t) = \frac{v(t)}{u(t)} \quad (21)$$

그러므로, 波向은 다음과 같은 2가지 方法으로서 定義할 수 있다.

- 1) 楕圓의 長軸方向을 個個波의 波向으로 定義하는 方向,
- 2) 水位變動이 最大 및 最小가 되는 瞬間 즉, 波峯 및 波谷通過時의 流速 벡터를 波向으로 定義하는 方法.

本 研究는, 2)의 定義와 같이 水位變動이 最大가 되는 瞬間의 式 (21)로서 計算되어지는  $\theta(t)$ 에 의해서 個個波의 波向을 決定한다. 이 定義를 適用하면, 波向  $\alpha$  는  $U_p, V_p, \dot{R}$  와 無關함으로, 이들 變數에 대해서 각각 積分하면 (22)식과 같이 된다.

$$P(R, U_p, V_p, \dot{\delta}) = \frac{R^2}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{\Delta}} \exp\left[-\frac{1}{2\Delta} \{A_{11}R^2 + A_{22}U_p^2 + A_{33}V_p^2 + A_{44}R^2\dot{\delta}^2 + 2A_{12}RU_p + 2A_{13}RV_p + 2A_{23}U_pV_p + 2A_{14}R^2\dot{\delta} + 2A_{24}U_pR\dot{\delta} + 2A_{34}V_pR\dot{\delta}\}\right] \quad (22)$$

### 2.4 波向의 導入

$\theta = \tan^{-1}(V_p/U_p)$ 로서 定義되어진 波向을 포함하는 結合確率分布를 求하기 위해서  $(U_p, V_p)$ 를 極座標(W,  $\theta$ )로 變換한다.

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}(V_p/U_p) \\ U_p &= W \cos \theta, \quad V_p = W/r \sin \theta, \\ dU_p dV_p &= W/r \, dW d\theta \\ r &= \sqrt{m_{02}/m_{20}} : \text{Long-crestedness parameter} \end{aligned} \quad (23)$$

다음 W에 대해서  $0 \sim \infty$  에 걸쳐 積分을 행하면 (24) 式과 같이 된다.

$$P(R, \theta, \dot{\delta}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} r} R^2$$

$$\begin{aligned} &\exp\left[-\frac{R^2}{2\Delta} (A_{11} + A_{44}\dot{\delta}^2 + 2A_{14}\dot{\delta})\right] \\ &\left[\frac{\sqrt{\Delta}}{A} + \frac{RB}{A^{3/2}} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \exp\left\{\frac{R^2 B^2}{2A\Delta}\right\}\right] \\ &\left\{1 - \Pr\left(-\frac{RB}{\sqrt{A\Delta}}\right)\right\} \end{aligned} \quad (24)$$

여기에서,

$$\begin{aligned} \Pr(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \\ A &= (A_{22}\cos^2\theta + A_{33}\sin^2\theta)/r^2 \\ &\quad + 2A_{23}\cos\theta\sin\theta/r \\ B &= -(A_{12}\cos\theta + A_{13}\sin\theta/r + A_{24}\dot{\delta}\cos\theta \\ &\quad + A_{34}\dot{\delta}\sin\theta/r) \end{aligned} \quad (25)$$

여기서, 積分은 (26)式的 關係를 利用하여 行했다.

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x \exp(-Ax^2 + Bx) dx &= \frac{1}{2A} + \frac{B\sqrt{\pi}}{2A^{3/2}} \\ &\exp\left(\frac{B^2}{4A}\right) \left\{1 - \Pr\left(-\frac{B}{\sqrt{2A}}\right)\right\} \end{aligned} \quad (26)$$

### 2.5 波高, 週期, 波向의 結合確率分布

式 (18)에서 定義되어진 無次元振幅 R 및  $\dot{\delta} (= \frac{\partial \delta}{\partial t})$  는 (27)式과 같이 表現되어진다.

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\pi/2} \, H/\bar{H} \\ \dot{\delta} &= 2\pi(\bar{f} - f) = 2\pi(1/\bar{T} - 1/T) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서,  $m_i$ 는 스펙트럼의  $i$ 次 모우멘트이다. 이것을 (28)式과

$$\bar{T} = m_0/m_1, \quad \bar{H} = (2\pi m_0)^{1/2} \quad (28)$$

같은 平均波高 및 平均週기로 無次元化한 變數 (29) 式을 이용하여 式 (24)를 재정리하면, 無次元波高(x), 無次元週期( $\tau$ ) 및 波向( $\theta$ )에 대해서 最終的으로 다음과 같은 (30)式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau &= T/\bar{T} = 2\pi / (2\pi\bar{f} - \dot{\delta}) \, m_1/m_0 \\ x &= H/\bar{H} = 2R / (2\pi m_0)^{1/2} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} P(x, \tau, \theta) &= \frac{x^2 \bar{\sigma}}{2^3 r \tau^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4\Delta} x^2 \{A_{11} \right. \\ &\quad \left. + A_{44}\bar{\sigma}^2(1-1/\tau)^2 + 2A_{14}\bar{\sigma}(1-1/\tau)\}\right] \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{\sqrt{\Delta}}{A} + \frac{B'}{A^{3/2}} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} x \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \exp\left\{ \frac{B'^2 \pi x^2}{4A\Delta} \right\} \right] \left\{ 1 - \Pr\left(-B \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2A\Delta}} x\right) \right\} \quad (30)$$

여기서

$$B' = -(A_{12}\cos\theta + A_{13}\sin\theta/r + A_{24}\bar{\sigma} (1-1/\tau)\cos\theta + A_{34}\bar{\sigma}(1-1/\tau)\sin\theta/r)$$

$$\bar{\sigma} = 2\pi m_1/m_0$$

### 2.6 波峯通過時 水平 2成分 물粒子速度的 結合確率分布

式 (22)로부터, 波峯通過時的 2成分 물粒子速度( $U_p, V_p$ )의 結合確率分布를 誘導한다. 그러기 위해서는, 먼저 式 (22)를  $\delta$ 에 대해서,  $\gamma_{11} = \gamma_{21} = \gamma_{12} = 0$ 로 두고  $-\infty \sim \infty$ 에 대해서 積分을 행하면(31)式과 같이 된다.

$$P(R, U_p, V_p) = \frac{R}{2\pi \sqrt{\Delta}} \exp\left[-\frac{1}{2\Delta} \{R^2 + (1-\gamma_{01}^2)U_p^2 + (1-\gamma_{10}^2)V_p^2 + 2\gamma_{10}RU_p - 2\gamma_{01}RV_p + 2\gamma_{10}\gamma_{01}U_pV_p\}\right] \quad (31)$$

다음, 入射波浪의 主方向에 대해서, 方向分散이 對稱( $\gamma_{01} = 0$ )이고 方向分散이 미소( $\gamma_{10} \approx 1$ )하다고 假定하여, R에 대해서  $0 \sim \infty$ 에 대하여 積分을 행하면 (31)式과 같이 되며,

$$P(U_p, V_p) = U_p \exp\left[-\frac{U_p^2}{2}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{V_p^2}{2}\right] \quad (32)$$

$U_p$ 에 대해서는 Rayleigh 分布,  $V_p$ 에 대해서는 正規分布를 이루는 것을 알 수 있다.

또한, 式 (30)를 narrow band-width frequency spectrum의 假定에 의해서  $\tau$ 에 대해서  $0 \sim \infty$ 에 대하여 積分하면 磯部(1987)가 유도한 波高 및 波向의 結合確率分布가 解析的으로 얻어진다.

### 3. 現地觀測結果와의 比較

2節에서 誘導한 波高, 週期, 波向의 結合確率分布에 관한 理論式을 檢證하기 위해서 日本 兵庫縣 淡路島 慶野松原 海岸에 있어서 1987年 12月 18日, 淺海域 波浪의 現地觀測을 實施했다. 波高의 測定은 容量式 및 壓力式 波高計를 使用하였다.

方向스펙트럼은 波高計 및 水平方向 2成分 電磁流速計를 使用하여 測定하였다. 測定水深은 70~120 cm의 範圍로서, 觀測波數는 1,100~1,200波 程度였다. 測定된 波浪의 有義波高  $H_{1/3}$ 는 21.0~24.3 cm, 有義週期  $T_{1/3}$ 는 2.69~2.94 sec, 周波數 스펙트럼의 첨두 주파수  $f_p$ 는 0.315~0.363 Hz이다.

또한, 波別解析을 행할 때  $f > 4f_p$ 의 周波數를 가지는 水位變動은 微小한 波로 간주하여 波別解析의 對象에서 除外하였으며, 解析時의 sampling time( $\Delta T$ )는 0.1秒이다.

Fig.3의 (a)~(c)는 容量式波高計로 測定된 1000波中, 無次元週期  $T/\bar{T}$ 가  $0.25 \leq T/\bar{T} \leq 0.75$ ,  $0.75 \leq T/\bar{T} \leq 1.25$  및  $1.25 \leq T/\bar{T} \leq 1.75$ 의 範圍에 속하는 波에 대한 波向( $\theta$ ) 및 波高( $H/\bar{H}$ )의 綜合出現頻度를 比較한 것이다. 이 그림에서 숫자는 실측치에 의한 결

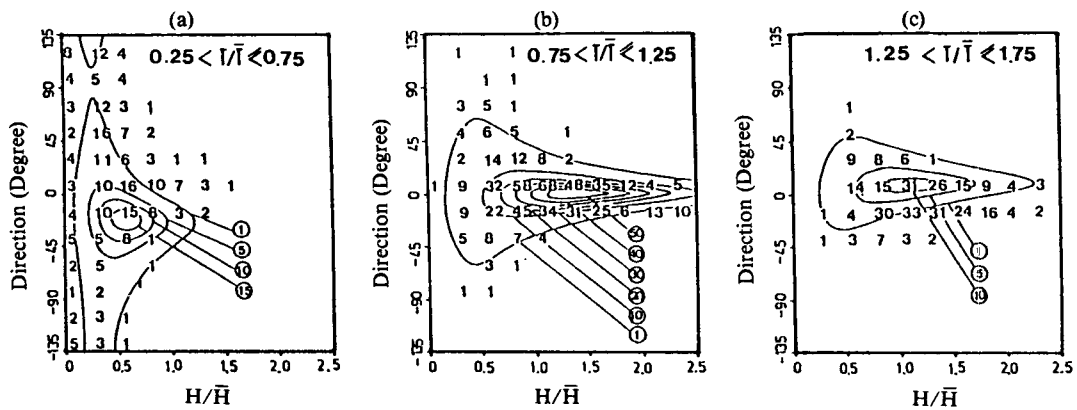


Fig. 3. Joint distribution of wave directions and heights.

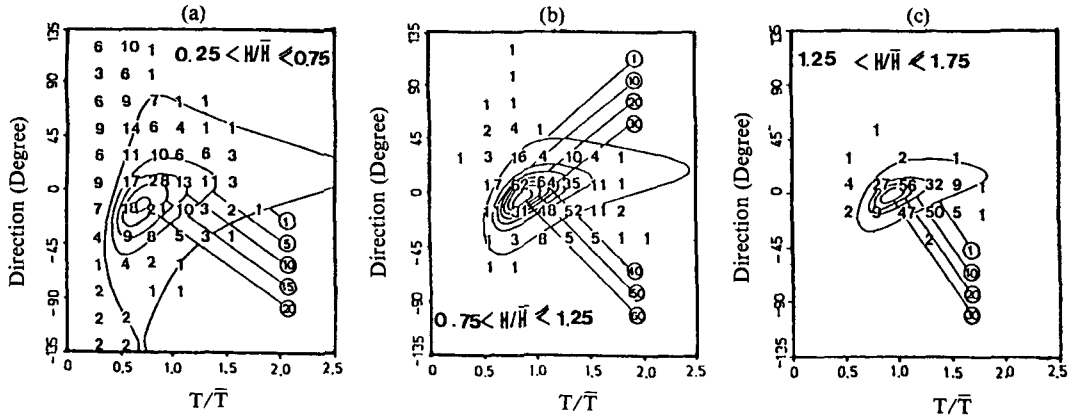


Fig. 4. Joint distribution of wave directions and periods.

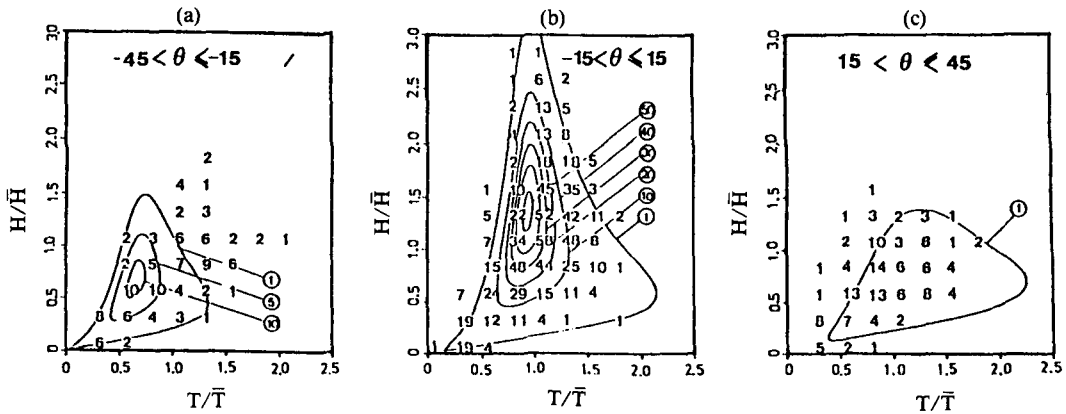


Fig. 5. Joint distribution of wave heights and periods.

합출현빈도를 나타내며, 실선은 식 (30)로부터 추정되어지는 결합출현빈도이다. Fig.3에서  $\theta=0$ 는 主方向  $\theta_0$ 와 一致하고 있음을 알 수 있다.

Fig.4 및 Fig.5의 (a)~(c)는 Fig.3에서 보여지는 同一한 時系列 자료에 대해서, 각각 無次元波高( $H/\bar{H}$ ) 및 波向( $\theta$ )를 그림 中에서 表示한 값으로 固定했을 경우, 波向·週期 및 波高·週期の 結合出現頻度の 實測值 및 推定值를 比較한 것이다.

한편, 식 (30)의 計算을 行할 때에는 식 (9)의  $m_{12}$  및  $m_{21}$  以外の 共分散은 測定되어진 時系列 자료에 의해서 直接 計算했고,  $m_{12}$ ,  $m_{21}$ 의 共分散에 대해서는 EMLM 방법(磯部, 1984)로서 計算되어진 方向 스펙트럼으로부터 식 (11)에 의해서 推定했다.

그림에서 보여진 바와 같이, Fig.3 및 Fig.4의 (a)에서 보여지는  $T/\bar{T}$  혹은  $H/\bar{H}$  가 작은 波浪에 대한 波向·波高 및 波向·週期の 結合確率分布 이외에는

實測되어진 結合分布는 式 (30)에 의해서 比較的 양호히 再現되어지는 것을 알 수 있다.

Fig.3 및 Fig.4의 (a)에 있어서, 式 (30)에 의해서 그 存在가 豫測되지 않는 波는  $H/\bar{H} \leq 0.25$  및  $T/\bar{T} \leq 0.25$ 의 波浪이다. 解析의 對象이 된 波浪의 平均波高, 平均週期가 15.4 cm, 2.26 sec인 것을 考慮하면, 이러한 波浪의 波高 및 週期는,  $H < 3.9$  cm,  $T < 0.57$  sec가 되므로, 그 energy는 全來襲波의 energy에 거의 寄與하지 않는다고 보아도 좋다.

#### 4. 結 論

波高, 週期の 情報로서,  $\eta, \dot{\eta}$ , 波向의 情報로서  $u, v$ 라는 4組의 時系列을 假定하여, 그들로부터 求해지는 8個의 包絡線함수의 結合出現確率에 근거를 두고 波高, 週期, 波向의 結合確率分布 理論式을 상세히 誘導하여,

現地觀測結果와 比較 檢討했다. 그 결과, 實測되어진 結合分布는 理論式(式 (30))과 比較的 양호하게 一致하기 때문에, 本 研究에서 誘導한 結合確率分布의 理論式은 現地 多方向不規則 波浪場에 있어서 충분한 精度로써 適用할 수 있음을 明確히 했다.

今後, 現地實測 結果를 集積함과 동시에, 波高, 週期, 波向의 結合確率分布에 影響을 미치는 入射波浪의 方向分散性 및 그들의 淺水變形 特性에 대해서 檢討할 예정이다.

### 辭 謝

本 研究는 著者가 大阪大學 大學院에서 行한 博士 論文의 일부분을 발췌한 것인 바 本 研究를 수행하는데 있어서 指導해 주신 榎木 亨教授, 出口一郎 助教授에게 깊은 謝意를 表한다.

### 參考文獻

Kwon, J.G., I. Deguchi and Sawaragi, T., 1990. On the

joint distribution of wave height, period and distribution in a three dimensional random seas, *Coastal Engineering in Japan* (in press).

Karlsson, T., 1969. Refraction of continuous ocean wave spectra, *J. of Waterways and Harbors Division, Proc. ASCE*, Vol. 95, No. WW4, 437-448.

權 正坤·石本晴義·榎木亨·出口一郎, 1988. 波高と周期及び波向の結合 確率分布 について, 第 35回 海岸工學講演會論文集, 148-151.

權 正坤, 1990. 多方向不規則波浪と特性解析及び沿岸流速算定に関する 基礎的 研究, 大阪大學工學博士學位論文.

西村 仁, 1979. 海浜循環流の數値 シミュレーション, 碎波帶のダイナミックスに関する 共同研究( その 1, 自然海岸), Report No.8, 77-85.

丸山康樹·平口博丸·鹿島遼一, 1983. 不規則波に對する屈折計算法 適用性, 電力研究所報告 研究報告, 383034.

磯部雅彦, 1987. 多方向不規則波浪の波別解析法に関する理論的 考察, 第 34回 海岸工學講演會 論文集, 111-115.

磯部雅彦·近藤浩右·堀川清司, 1984. 方向スペクトルの推定におけるMLMの拡張, 第 31回 海岸工學講演會 論文集, 173-177.