동적인 생산공정의 설비배치 문제
Facilities Layout Problem in Dynamic Production Line

배 영 주*

요 약

작업능률향상을 위한 설비배치의 문제는 총자재 운반비용을 최소화하고 설비간의 자재흐름을 최소화하는 문제와 배치들간의 근접도를 최대화시키는 정적인 문제로 다루어져 왔다.

본 논문에서는 이 같은 문제가 계획기간을 확장하는 문제나, 그 이전에 빈번한 문제(system nervousness)를 D.P.를 이용한 동적인 특성으로 해결하는 것을 제시하고자 한다.

1. 序 言

생산시스템에서 새로운 설비에 지출하는 금액은 각국의 통계자료에서 제시하고 있듯이 연간 GNP의 약 5%~10%로 추정된다. 부가적으로 이전에 구입된 설비의 유의한 비율이 수정된다. 이러한 사실은 설비계획이나 재계획을 필요로하는 비용잉 有意하다는 사실을 암시한다(Tompkins and White, 1984). 제조업에서 총운영비용의 20~50%가 자재운반에 소요되는 비용으로 평가된다.

따라서 단위노력으로서 얻을 수 있는 효과는 실작업시간의 단축에서 보다는 효율적인 설비계획을 통하여 적어도 운영비의 30~10%를 감소시킬 수 있으며 이러한 것은 生產性을 向上시킨다(Nicol and Hollier, 1983). 생산시스템에서의 기본적인 설비배치변화가 자주 발생하므로 경영자는 그들의 미래계획에 이같은 사실을 반영해야 한다. 만약 효과적인 설비배치의 수명이 주요한 모든 제조업 운영의 $\frac{1}{3}$이 교체될 때 까지 설치로부터 제거까지의 기간으로 정의한다면 기업의 거의 반수는 배치안정평균이 2년이거나 2년 이하인 것으로 조사되었다(Nicol and Hollier, 1983).

공장배치, 설비배치 문제는 일반적으로 물리적인 설비, 기계의 배열과 관련된 문제로서 두개의 목적함수(정량적(Quantitative)인 것과 정성적(Qualititive)인 것)를 최적화시키는 문제이다. 정량적 목적함수는 자재운반비용(material handling cost)을 최소화시키고, 정성적 목적함수는 가중근접도(measure of closeness ratings)를 최대화시키는 것이다. 작은 규모의 문제에 대한 최적화 과정과 발견적 과정에 대한 논의는 Amour와 Buffa (1963), Drener(1980), Vollmann, Nugent와 Zartler(1968), Hiller(1963), Hiller와 Connors(1966)에 의해 제안되었다.

또한 공장배치 및 설비배치 문제를 해결하기 위한 컴퓨터 팩키지로는 정량적 팩키지인 총자재 흐름(거리) 비용을 최소화하기 위한 CRAFT(Buffa, Armour, Vollmann, 1964), COFAP(Tompkins, Reed, 1973, 1976)와 정성적 팩키지로 가중근접도(measure fo closeness rating)를 최대화 하기위한 ALDEP(Seehof와 Evans, 1967), CORELAP(Lee and Moore, 1967 : Moore, 1971)이 있다. 또한 3차원적인 설비배치 팩키지로 개발된 것으로는 CRAFT-3D(Cinar, 1975), SPACE CRAFT(Johnson, 1982)가 있고, 위의 두 팩키지를 간략히 비교한 연구로는 Jacobs(1984)의 것에서 볼 수 있다.

따라서 본 논문에서는 이전의 배치문제에서 정적인 문제로 다루어 온 것을 동적특성을 지닌 것으로 확장하여 모형의 설계와 발견적 해를 구하는 과정을 제시한다.

2. 정적인 설비배치문제(SPLP : Static Plant Layout Problem)

SPLP는 여러위치에 다른 설비를 할당하는 것과 관련된 총자재운반비용을 최소화하는 문제를 QAP (Quadratic Assginemtn Problem)으로서 정형화한 것이다.

*동국대학교 대학원 박사과정
접수일 : 1990. 11. 20.

SPLP Model

$$\text{Min } Z_z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{p=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{q=1}^{n} C_{ipjq}X_{ip}X_{jg}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p=1}^{n}X_{ip}=1 \quad i=1, \cdots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n}X_{ip}=1 \quad p=1, \cdots, n$$

$$X_{ip}=0 \text{ or } 1 \text{ for all } i \text{ and } p$$

여기에서 C_{ipjq}의 값은 설비 i를 p 위치에 배치하고 설비 j를 q의 위치에 배치할 때 발생되는 비용을 나타내며 만약 설비 i를 위치 p에 배치하게 되면 $X_{ip}=1$의 값이 얻어지게 된다.

QAP의 해법으로는 최적해 보다는 계산이 간편하면서도 최적해에 가까운 해를 구할 수 있는 휴리스틱 방법에 많이 의존한다(Francis and white, 1974). 예로써 Amour와 Buffa(1963), Hitchings(1973)를 들 수 있으며, Ritzman(1972)은 휴리스틱 알고리즘에 대한 비교에서 CRAFT가 가장 좋다고 결론지었다. Vollmann(1968), Hillier(1963)는 계산시간과 최종해의 성과를 고려한 휴리스틱 방법을 제안하였으며, 최근에는 Wallace(1976), Dutta와 Sahu(1981), 그리고 Khare(1988) 등은 모든 가능한 설비배치방법에서 발생되는 비용의 밀도함수(density function)를 알 수 있을 때 설비배치의 해를 얻을 수 있는 휴리스틱 방법을 제안하였다. 또한 규모가 크고 작은 흐름지배(Low flow dominance)가 발생하는 곳에서 컴퓨터 알고리즘이 좋다고 제안하였다(Trybus and Hopkins, 1980).

이상과 같이 정적인 설비배치문제(SPLP)의 해를 구하는 방법에 대해서 언급하였으나, 경영의 동적인 특성, 새로운 공정순서, 새로운 제품라인, 기술적 진보에 의해서 현재의 설비배치에 대한 변화가 미래에 발생될 것이다.

3. 동적인 설비배치문제(DPLP : Dynamic Plant Layout Problem)

공장배치나 설비배치의 동적인 특성에 의해서 각기간 동안의 배치에서 무엇이 배치되어야 하고, 무엇이 확장되어야 하며, 배치된 상태에서 변화되는 것이 어떤 것인가 하는 것이 DPLP와 관련된 중요한 문제이다. 동적인 배치문제와 관련되어 발생하는 비용은 자재흐름거리와 배치된 설비의 재배치비용으로 가정한다. 재배치비용은 부서의 변화에 의존하는 비용으로서 본 연구에서는 특별한 부서의 위치로 부터의 이동을 포함하는 비용벡터로 가정하였다(이같은 비용은 두 부서사이의 거리를 합하므로써 변경될 수 있다). 또한 어떤 기간에서 서로다른 배치의 최대수는 n!이다. 여기서 n은 부서 또는 위치의 수이다. 만약 T 기간이 고려된다면 서로다른 배치의 조합의 최대수는 $(n!)^T$이다.

그러므로 동적계획법의 DPLP의 문제는 각 기간을 각단계(Stage)로 고려하고,각 기간에서의 특별한 배치는 하나의 상황(state)으로 간주하고 있다. 따라서 DPLP에서 각 단계의 배치 조합의 총수는 매우 큰 문제이나, 각 기간중에 n! 가지의 가능한 모든 설비 배치를 이론적으로 평가할 필요는 없다(Sweeney and Tatham, 1976).

Z_{t_r}은 거간 t동안 SPLP의 r번째 최적해라 하고, $Z^{inf}=\sum_{t=1}^{T} Z_{t_1}$은 각 기간 동안에 SPLP의 최소비용 합, 즉 다기간 해의 최적하한값이다. Z^{uB}는 다기간 문제의 최적 상한값이라 하자.

4. 알고리즘과 해의 절차

동적인 특성을 갖는 설비배치의 최적해을 얻는데 다음과 같은 순환관계식이 쓰인다.

$$L^*_{tm}=\min_k\{L^*_{t-1,k}+C_{km}\}+Z^*_{tm}, \quad t=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

$$\sum_{(i,j)\in A_k} X_{ij}-\sum_{(i,j)\in B_k} \leqq n=2$$

$$A_k=\{(i,\ j)\mid X_{ij}=1\}$$

$$B_k=\{(i,j)\mid X_{ij}=0\}$$

단, S_t=기간 t에서 고려되는 모든 배치의 집합
C_{km}=배치 A_k부터 배치 A_m까지의 재배치비용.
여기서 $C_{AK\ AK}=0$
Z_{tk}=기간 t에서 배치 A_k에 대한 자재운반비용.
SPLP의 역류거리해로 부터 얻을 수 있다.
L_{tm}=모든 기간 t까지 최소비용(자재운반과 재배치비용)
여기서 배치 A_k는 기간 t에서 사용된다.

배치는 집합 A_k에 의하여 특징지워진다(모든 $X_{ij}=1$을 포함하는). 명확하게 재배치비용은 한 기간에서 다른 기간까진 배치변화가 없을 때는 0이 되고, C_{km}은 변화가 발생될 때 기간의 함수로 만들 수 있으며 최소비용을 갖는 배치의 조합이 선택된다. 순환관계식은 각 단계(기간)에서 고려되는 모든 가능한 설비배치라면 그때 최적해는 전체의 최적해로 채택될 수 있다. 하지만 각 단계에서는 부서의 크기가 10개 이상인 경우에는 발견적 과정이 더 일반적인 해이다(Gilmore, 1962; Lawler, 1963).

따라서 이러한 경우에 두가지 접근이 고려될 수 있는데 첫째로 모든 기간에서 SPLP 모형의 최적해를 해결하는 것을 포함하고, 둘째로 SPLP 최적해를 구한는 계산적 어려움을 구하기 위해서는 CRAFT나 COFAD가 다른 해를 얻는데 사용될 수 있고, 무작위로 얻은 배치해도 고려될 수 있다. 해의 개선 가능성을 평가하는 한가지 방법은 주어진 전체 해의 하한과 상한을 비교함으로써 이루어진다.

본 연구에서는 일차원 상에서 역류거리를 최소화시키는 각 단계에의 SPLP 해를 순환관계식에 의해서 다기간 문제를 해결하는 것을 개발하여 제시하고자 한다.

5. 각 단계에서 역류거리(Backtrack Distance) 계산 절차

일직선의 궤도상에 m대의 각각 다른 설비를 배열하고 한대의 운반차량으로 작업물을 설비에서 설비로 운반한다고 하자. 각 작업물은 궤도의 왼쪽 끝에서 들어와 오른쪽 끝으로 나가게 되어있다. 만일 이 생산시스템이 취급하는 제품이 단일품종이라면 이 제품의 생산공정순서에 맞게 기계를 배열하므로서 물류의 방향은 항상 왼쪽에서 오른쪽으로 될 것이다(그림 1).

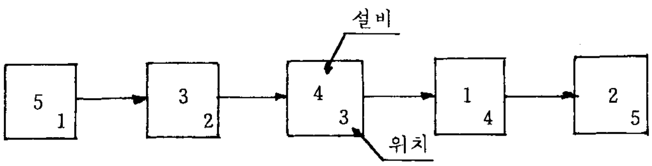

그림 1. 설비배치의 예

그러나 기술적 진보나, 새로운 공정순서, 새로운 제품 라인 등 설비배치에 대한 동적특성에 의해 오른편에서 왼편으로 향하는 빈번한 변화가 발생할 것이다. 위의 그림 1의 예와 같이 배열된 설비배치에서 어떤 작업의 공정순서가 (3, 1, 4, 2, 5)의 순서로 설비를 방문해야 한다면 1+4=5의 역방향 흐름이 발생하게 된다. 이와 같은 역방향 흐름은 우리는 역류(backtrack)라고 정의한다.

본 연구에서는 DPLP의 방법으로 문제를 해결하기 위해 각 단계에서 SPLP의 해를 역류거리를 이용한 휴리스틱 방법을 예제를 통하여 설명하고자 한다.

본 예제는 4대의 설비를 4개의 부서에 배치하는 것으로 초기의 임의의 설비배치 벡타를 $L_1=(4, 3, 2, 1)$라고 가정하고, 이때의 역류거리 행렬 D_{L_1}은 다음과 같다.

절차 1

$$D_{L_1}=\begin{array}{c}\\ \begin{bmatrix}0&0&4&9\\0&0&1&2\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}\\ \end{array}\begin{array}{l}\text{Row Sum}\\13\\3\\1\\0\\17\end{array}$$

이때의 총 역류거리는 행렬의 Row Sum의 합계와 동일하며 그 크기는

$TB(L_1)=13+3+1+0=17$

이 된다.

여기에서 설비 1이 13 Unit라는 가장 많은 역류거리를 발생시키기 때문에 다른 위치로 바꾸어 보도록하며, 이때 얻어지는 세개의 배치벡타들과 이에 대한 총 역류거리는 다음과 같다.

$L_{1_1}=(1,\ 4,\ 3,\ 2)\rightarrow TB(L_{1_1})=10$
$L_{1_2}=(4,\ 1,\ 3,\ 2)\rightarrow TB(L_{1_2})=12$
$L_{1_3}=(4,\ 3,\ 2,\ 1)\rightarrow TB(L_{1_3})=15$

여기서 $TB(L_1)>TB(L1_1)$이기 때문에 새로이 선택된 배치벡타는 $L1_1$이며, 이를 L_2로 다시 표기하면

$L_2=(1,\ 4,\ 3,\ 2)$

가 된다.

절차 2

L_2에 대한 역류행렬 B는 다음과 같다.

$$B=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\3&0&1&2\\2&0&0&1\\1&0&0&0\end{bmatrix}$$

그리고 역류거리 행렬 D_{L_2}는

$$D_{L_2}=\begin{array}{c}\begin{bmatrix}0&0&0&0\\3&0&1&2\\2&0&0&1\\1&0&0&0\end{bmatrix}\\ \end{array}\begin{array}{l}0\\6\\3\\1\\10\end{array}$$

이 된다.

위에서 역류거리를 가장 많이 발생시키는(역류거리 6) 설비를 다른 위치로 바꾸어 보면 L_{2_1}, L_{2_2}, L_{2_3}의 세개의 배치벡타가 발생하며 각각에 대한 역류거리 발생은 다음과 같다.

$L_{2_1}=(2,\ 1,\ 4,\ 3)\rightarrow TB(L_{2_1})=12$
$L_{2_2}=(1,\ 2,\ 4,\ 3)\rightarrow TB(L_{2_2})=12$
$L_{2_3}=(1,\ 4,\ 2,\ 3)\rightarrow TB(L_{2_3})=11$

절차 3

절차 2에서 열거한 설비배치는 원래의 L_2보다도 역류거리를 감소시키지 못하기 때문에 D_{L_2}에서 두번째로 역류거리를 많이 발생시키고 있는(역류거리 3) 설비 3은 L_2 배치벡타의 다른 위치로 바꾸어 보면 다음과 같이 새로운 설비배치벡타와 그 각각에 대한 역류거리가 산정된다.

$L_{3_1}=(3,\ 1,\ 4,\ 2) \rightarrow TB(L_{3_1})=11$
$L_{3_2}=(1,\ 3,\ 4,\ 2) \rightarrow TB(L_{3_2})=10$
$L_{3_3}=(1,\ 4,\ 3,\ 2) \rightarrow TB(L_{3_2})=10$

절차 4

위의 어느 설비배치벡타도 먼저번 찾아 낸 L_2 벡타 보다 역류거리를 감소시키지 못하므로 D_{L_2}에서 세번째로 역류거리를 많이 발생시키는(역류거리 1) 설비 4를 L_2 배치벡타의 다른 곳으로 이동시키면 다음과 같은 베치벡타의 역류거리가 얻어진다.

$L_{4_1}=(4,\ 1,\ 3,\ 2) \rightarrow TB(L_{4_1})=11$
$L_{4_2}=(1,\ 3,\ 4,\ 2) \rightarrow TB(L_{4_2})=10$
$L_{4_3}=(1,\ 3,\ 2,\ 4) \rightarrow TB(L_{4_3})=10$

이상의 위치벡타도 L_2 벡타보다 역류거리를 감소시키지 못하며 더 이상 위치를 변경해 볼 설비가 없기 때문에 휴리스틱에 의한 탐색절차가 종료되며 이 휴리스틱에 의한 설비배치 L_H는

$L_H=(1,\ 4,\ 3,\ 2)$

이며, 이에대한 $TB(L_H)=10$이 된다.

$TB(L_H)=TB(L^*)=10$

6. 수치적용 예

일렬로 배치된 4개의 부서를 갖는 예로서 그림 2와 같고

1	2	3	4

그림 2. 설비배치 구성

계획기간이 3이고 각 부서의 크기는 같다고 하자. 또한 이전의 위치와 새로운 위치사이의 거리는 독립이며, 이동이 발생하는 곳에서 기간과 독립이며 배치 i에서 j까지의 재배치 비용을 C_{ij}라하면 다음 표 1과 같다.

표 1. 추계단계의 재배치비용

	$L\text{I}_1$	$L\text{I}_2$	$L\text{I}_3$	$L\text{I}_4$
L_p	2	3	5	4

	$L\text{II}_1$	$L\text{II}_2$	$L\text{II}_3$	$L\text{II}_4$
$L\text{I}_1$	6	1	4	2
$L\text{I}_2$	3	7	6	7
$L\text{I}_3$	4	5	3	6
$L\text{I}_4$	2	9	8	8

	$L\text{III}_1$	$L\text{III}_2$	$L\text{III}_3$	$L\text{III}_4$
$L\text{II}_1$	6	3	8	4
$L\text{II}_2$	9	2	9	4
$L\text{II}_3$	5	1	2	7
$L\text{II}_4$	4	7	3	8

다기간 설비배치 문제를 그림으로 나타내면 그림 3과 같다.

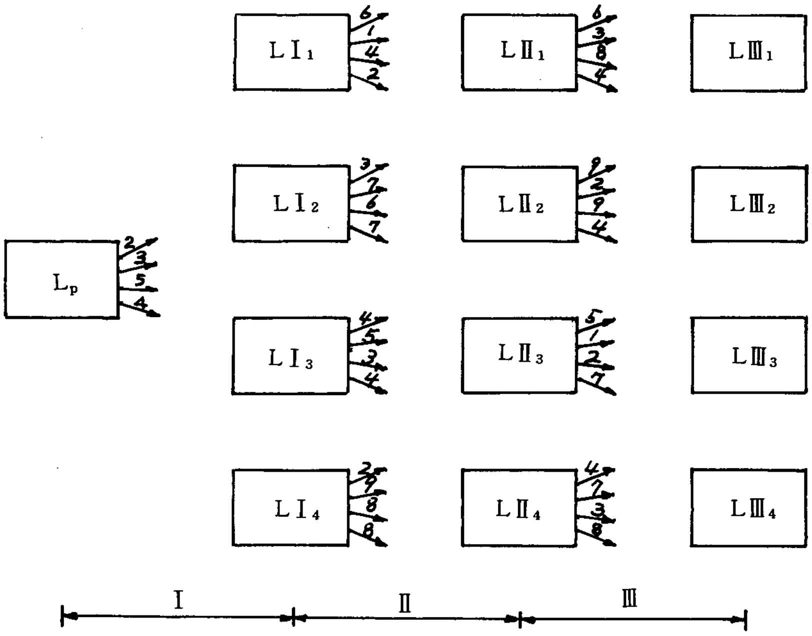

그림 3. 다기간 설비배치 구조

각 결합점(node)에서의 배치는 역류거리에 의한 계획기간 각 단계에서의 최적배치로 각각의 최종단계로 부터 각 단계 최적해를 구하면 아래표 2와 같다.

표 2. 순환 관계식에 의한 해의 계산과정

S	$Z_{\mathrm{III}}^{*}(S)$	x_{III}^{*}
$L\mathrm{II}_1$	6	$L\mathrm{III}_1$
$L\mathrm{II}_2$	9	$L\mathrm{III}_1$
$L\mathrm{II}_3$	5	$L\mathrm{III}_1$
$L\mathrm{II}_4$	4	$L\mathrm{III}_1$

x_{II} / S	$Z_{\mathrm{II}}(s,\ x_{\mathrm{II}})=C_{s,x_{\mathrm{II}}}+Z^{*}_{\mathrm{III}}(x_{\mathrm{III}})$				$Z_{\mathrm{II}}^{*}(s)$	x_{II}^{*}
	$L\mathrm{II}_1$	$L\mathrm{II}_2$	$L\mathrm{II}_3$	$L\mathrm{II}_4$		
$L\mathrm{I}_1$	12	10	9	6	6	$L\mathrm{II}_4$
$L\mathrm{I}_2$	9	16	11	12	9	$L\mathrm{II}_1$
$L\mathrm{I}_3$	10	14	8	10	8	$L\mathrm{II}_3$
$L\mathrm{I}_4$	8	18	13	12	8	$L\mathrm{II}_1$

x_{I} / S	$Z_{\mathrm{I}}(s,\ x_{\mathrm{I}})=C_{s,x_{\mathrm{I}}}+Z^{*}_{\mathrm{II}}(x_{\mathrm{II}})$				$Z_{\mathrm{I}}^{*}(s)$	x_{I}^{*}
	$L\mathrm{I}_1$	$L\mathrm{I}_2$	$L\mathrm{I}_3$	$L\mathrm{I}_4$		
L_p	8	12	13	12	8	$L\mathrm{I}_1$

LⅢ₁을 최종단계의 설비배치로 하여 구한 각 단계별 설비배치는 L_p→LⅠ₁→LⅡ₄→LⅢ₁이다. 이와같은 방법으로 LⅢ₂, LⅢ₃, LⅢ₄를 최종단계로 하여 구한 배치는 다음 표 3과 같다.

최종설비배치	단계별 최적배치	재배치비용
LⅢ₁	L_p→LⅠ₁→LⅡ₄→LⅢ₁	8
LⅢ₂	L_p→LⅠ₁→LⅡ₂→LⅢ₃	5
LⅢ₃	L_p→LⅠ₁→LⅡ₄→LⅢ₃	7
LⅢ₄	L_p→LⅠ₁→LⅡ₂→LⅢ₄	7
L*	L_p→LⅠ₁→LⅡ₂→LⅢ₃	5

4개의 독립된 설비를 3단계 계획기간의 해를 DP과정을 이용하여 구한결과 재배치비용이 5인 L_p→LⅠ₁→LⅡ₂→LⅢ₃가 최적해 임을 알 수 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 설비배치문제의 해를 구하는 방법으로 기존의 정적인 모형이 설비의 재배치, 빈번한 주문의 변동에 따라 민감하게 반응하지 못하는 점을 고려하여, 설비배치 변경시 발생하는 동적인 특성을 DP모형으로 다루었다.

주문의 빈번한 변동을 가지는 생산시스템에서 설비배치시 발생하는 자재운반비용을 감소시키기 위해 정적인 문제를 DP기법을 이용하여 모델화 하였으며, 이의 해를 얻기 위해 각 단계의 SPLP에서 역류거리를 이용한 최소자재운반거리 해를 휴리스틱 방법에 의하여 구하였으며 계획기간 동안의 설비의 동적특성을 고려하여 DP에 의하여 해를 구하였다.

이론적으로 완전나열법(total enumeration)에 의한 배치방법은 $(4!)^3$, 즉 13824가지가 있으나, 본 연구의 휴리스틱 방법에 의한 계산은 173으로, 계산량의 98%가 감소했음을 보이고 있다.

Reference

1. Armour, G. C., and E. S. Buffa, "A Heuristic and Simulation Approach to the Relative Location of Facilities," *Management sci., 9(2),* 1963, 294~309.
2. Ballou, R. H., "Dynamic Warehous Location Analvsis," *J. Marketing Res., 5,* August 1968, 271~276.
3. Cinar, V., "Facilities Planning : A System Analysis and Space Allocation Approach," *Spatial Synthesis in computer-Aided Building Design,* C. M. Eastman(ed.), wiley, New York, 1975, 19~40.
4. Francis, R. L., and J. A. White, *Facility Layout and Location: An Analytical Approach,* Prentice-Haw, Englewood Cliffs, N. J., 1974.
5. Gilmore, P. C., "Optimal and Suboptimal Algorithms for the Quadratic Assignment problem," *SIAM J., 10(2),* 1963, 305~313.
6. Jacobs, F. R., "A Note on SPACE CRAFT for Multi-Floor Lalyout planning," *Management Sci., 30(5),* 1984, 648~649.
7. Lawler, E. L., "The Quadratic Assignment problem," *Management Sci., 9(4),* 1963, 586~599.
8. Meir J. Rosenblatt, "The Dynamics of plant Layout," *Management Sci., 32(1),* 1986.
9. Tompkins, J. and R. Reed, Jr., "An Applied Model for the Facilities Design Problem," *Internat. J. Production Res., 14(5),* 1976, 583~595.
10. Tompkins, J., and J. A. White, *Facilities planning,* Wiley, New York, 1984.
11. Vollmann, T. E., Nugent, C. E., and R. L. Zartler, "A Computer Model for office Layout," *J. Industrial Engineering, 19(7),* 1968, 321~329.
12. 한민홍, "생산공정의 기계배치문제," 대한산업공학회지, *15(1),* 1989.