가치공학(VE)에 있어 Fuzzy Set을 이용한 기능평가 방법
-A Function Evaluation by Fuzzy Set in Value Engineering-

李 根 熙*
李 東 炯**

Abstract

In conventional function analysis, the function values are evaluated by experts, which are treated as exact values.

For many cases, it is often difficult to evaluate the function values of a certain subject because the criteria of evaluation are very vague.

This paper presents a new function evaluation method using fuzzy set.

The purpose of the method is to minimize the difference among experts by recognizing an intersection point of membership function as a representative value.

1. 서 론

가치공학(Value Engineering)이란 대체가능한 재료의 발견이나 새로운 공정의 설계 등으로 제품의 가치를 향상시킬 수 있는 설계, 제조기술, 구매, 제조 등의 방법을 계획적, 조직적으로 찾아내는 활동으로서 가치분석(Value Analysis)이라고도 한다.

가치공학에서 가장 핵심이 되는 것은 기능분석으로서 기능의 정의·정리, 기능의 평가, 대체안의 작성을 말한다. 이중 기능평가과정은 정리된 기능에 대해 가치를 산출하고 개선해야할 문제기능과 개선 목표치를 설정하는 것으로 이것이 잘못되면 즉각적으로 잘못된 의사결정을 초래하기 때문에 매우 중요하다.

기능평가의 방법은 경험법과 비교법 등이 있으며 경험법중 대체안법을 많이 사용하고 있다. 대체안법은 수명의 전문가가 먼저 제품의 기능평가치를 구한 뒤 평가대상기능의 현재 비용과 비교를 통해 개선순위를 결정하는 것이다.

이 방법은 수명의 전문가의 각기 다른 주관에 따라 기능평가치를 결정함으로써 언제나 모호성이 상존하는 동시에 그에 따른 위험을 내포하고 있다.

이에 본 논문은 전문가들이 기능평가치를 계산할때 주관적 판단에 따른 위험을 최소화하기 위하여 Fuzzy Set을 이용한 기능평가 및 대안선택 방법을 제시하고자 한다.

2. Fuzzy Set의 기본 이론

어떤 집합이 불 분명한 경계(imprecise boundaries)를 갖는다는 사실에 근거를 둔 Fuzzy Set이론은 1965년 Zadeh[8]가 "Fuzzy Set"이라는 논문을 발표한 이래 많은 연구가 진행되고 있다.

Maiers와 Sherif[5]는 Fuzzy집합이론을 적용한 연구 논문들을 분야별로 정리하였다.

2.1 Fuzzy 집합과 멤버쉽 함수

X를 임의의 원소(x)들의 집합이라 하면 X의 부분 집합인 Fuzzy집합 A는

$$A = \{(x,\ \mu_A(x))\},\ x \in X$$

*한양대학교 산업공학과
**대전공업대학 산업공학과
접수일 : 1990. 10. 30.

이다. 이를 달리 표현하면

$$A=\mu_A(x_1)/x_1+\mu_A(x_2)/x_2+\mu_A(x_3)/x_3+\cdots\cdots+\mu_A(x_n)/x_n=\Sigma\,\mu_A(x_j)/x_j \quad [6]$$

이다.

그런데 만약 집합 x가 무한하다면

$$A=\int_x \mu_x(x)/x$$

로 정의된다. 여기서 $\mu_A(x)$는 자격함수(membership function)로서 Fuzzy 집합 A에 대한 자격정도(grade of membership)를 나타내 주며, 그 값은 0과 1 사이의 실수(real number)로써 존재한다.

$\mu_A(x)$는 A의 구성원소 x가 모호집합 A의 개념에 얼마나 양립(compatability)하는가의 정도(degree)를 표시하거나, x가 모호집합 A에 속할 가능성의 정도(degree of possibility)를 나타낸다. $\mu_A(x)$값이 작으면 x가 A의 원소로서의 자격이 적음을, 크면 자격이 많음을 의미한다. 만일 $\mu_A(x)$가 0이나 1 오직 두 값만 갖는다면 A는 모호하지 않은 집합, 즉 보통집합을 의미한다.

두 모호집합 A와 B가 같을 필요충분조건은 $\mu_A(x)=\mu_B(x)$이며, A가 B의 부분집합일 필요충분조건은 $\mu_A(x)\leq\mu_B(x)$이다.

불확정경계집합에서 사용되는 숫자를 Fuzzy Number라 하며 특히 중심값 a, b로 부터 좌측과 우측으로 각각 c, d만큼의 구간이 있는 경우의 Fuzzy Number를 Flat Fuzzy Number라 한다. [3]

〈정의 1〉 Flat Fuzzy Number

$$\mu_A(x)=\begin{cases} F((a-x)/c), & x<a;\text{좌측 reference 함수} \\ 1, & a\leq x\leq b; \\ F((x-b)/d), & x>b;\text{우측 reference 함수} \end{cases}$$

F(x)는 reference 함수;$F(-x)=F(x)$, $F(0)=1$, 대칭선 우측 비증가함수,

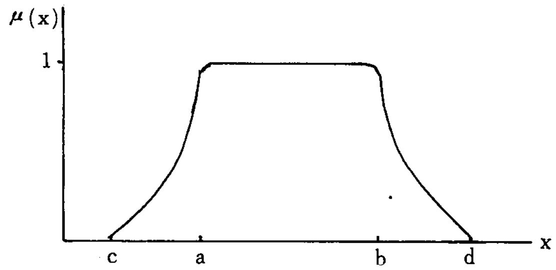


그림 2.1 FFN의 멤버쉽함수

확정집합의 경우에 하나의 숫자를 FFN으로 표현하면 (a, a, 0, 0)이며 구간 [a, b]는 (a, b, 0, 0)로 표현된다. FFN의 mean은 $(a+b)/2$이며 중심값이 하나인 경우 (a=b)에는 (a, c, d)로 표시한다.

〈정의 2〉 Flat Fuzzy Filter Function Number

Macvicar-Whelan[4]는 사람의 키에 관한 실험연구에서 reference 함수의 모양이 S형태가 아니고 아래 그림과 같이 선형적임을 밝혔다.

$$F(x)=1-F\,|\,x\,|$$

이와 같은 reference 함수를 갖는 FFN을 Flat Fuzzy Filter Function Number(4FN)라 한다.

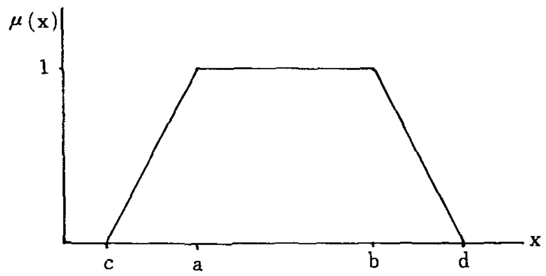


그림 2.2 4FN의 멤버쉽 함수

Fuzzy Number를 표시하려면 멤버쉽함수를 알아야 하며 FFN의 경우에는 reference 함수를 알아야 한다. 본 논문은 편의상 Fuzzy Number 4FN으로 표시한다.

2.2 연산법칙(Fuzzy Real Algebra)

연산법칙은 벡터연산과 비슷하게 각 원소별로 이루어진다.

(1) 스칼라 적(Scalar Multiplication)

$k \odot (a, b, c, d) = (ka, kb, kc, kd),\ k>0$ ……… (2.1)

$k \odot (a, b, c, d) = (ka, kb, -kc, -kd),\ k<0$ ……… (2.2)

$\odot$는 multiplication 기호

(2) 스칼라 합(Scalar addition)

$M=(a, b, c, d),\ N=(e, f, g, h)$라 할 때

$M \oplus N = (a+e,\ b+f,\ c+g,\ d+h)$ ……… (2.3)

$\oplus$는 addition 기호

(3) 집합연산

$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x),\ \mu_B(x))$ ……… (2.4)

$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x),\ \mu_B(x))$ ……… (2.5)

$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$ ……… (2.6)

2.3 Fuzzy Number의 비교

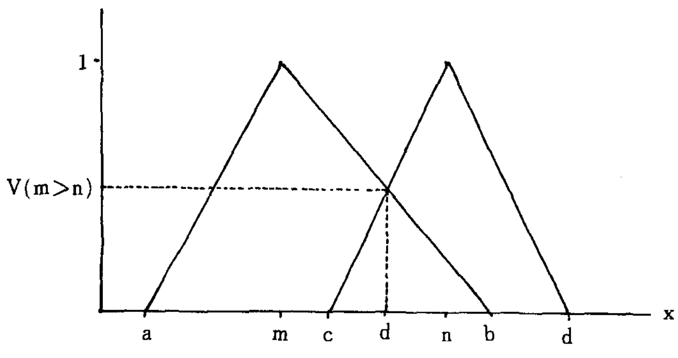


그림 2.3 Fuzzy Number의 비교

두 Fuzzy Number M, N이

$M=(m, n, a, b)=(m, a, b), \; N=(n, c, d)$

이고, M과 N의 멤버쉽함수가 각각 $\mu_{\tilde{M}}(x)$, $\mu_{\tilde{N}}(y)$라고 할 때 이들의 크기를 비교해 보자.
그림 2.3에서 $V(\tilde{M}>\tilde{N})$은 $x>y$일 때 $\tilde{M}$이 $\tilde{N}$보다 클 가능성을 나타낸다.

$$V(\tilde{M}>\tilde{N})=\sup \min(\mu_{\tilde{M}}(x), \; \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad \cdots\cdots (2.7)$$

식 (2.7)의 의미는 다음과 같이 표현된다.

$$V(\tilde{M}>\tilde{N})=\text{heigh of } \tilde{M}\cap\tilde{N}$$

그러므로

$$V(\tilde{M}>\tilde{N})=\mu_{\tilde{M}}(d)=\mu_{\tilde{N}}(d)=F((n-m)/(b+c)) \quad \cdots\cdots (2.8)$$

그림 2.3에서 $x=m$, $y=n$인 경우

$\mu_{\tilde{M}}(m)=1$, $\mu_{\tilde{N}}(n)=1$, $n>m$이므로 $V(\tilde{M}>\tilde{N})=1$

이다.

3. Fuzzy Set을 이용한 기능평가

3.1 기호설명

$L_i(i=1, \cdots\cdots, n)$: 전문가의 i명의 기능평가치별 좌측 reference함수
$R_i(i=1, \cdots\cdots, n)$: 전문가의 i명의 기능평가치별 우측 reference함수

L : $\dfrac{\Sigma L_i}{n}(i=1, \cdots\cdots, n)$

R : $\dfrac{\Sigma R_i}{n}(i=1, \cdots\cdots, n)$

$t_j(j=1, \cdots\cdots, n-1)$: L_{i+1}와 R_i의 교차점하의 기능평가치

t : $\dfrac{\Sigma t_j}{j}$(j=교차점의 수)

$V_i(a_i, b_i, c_i)(i=1, \cdots\cdots, n)$: 하나의 대안에 대한 전문가 i명의 기능평가치
$V(t, 1/L, 1/R)$: 전문가 i명의 기능평가치에 대한 대표값

3.2 모형설정

3.2.1 다수 평가치의 대표값 선정

본 절에서는 다수 전문가의 기능평가치의 대표값을 보다 합리적으로 선정함으로써 각 대안별 선택기준을 마련코자 한다.

하나의 대안에 대한 전문가 i명의 기능평가치 $V_i(a_i, b_i, c_i)(i=1, \cdots\cdots, n)$개 있다고 한다.

기존의 연구는 전문가들의 확정 평가치에 대한 단순한 산술평균으로 기능의 대표치를 구하거나 전문가들의 평가치가 Fuzzy함을 전제로 하여 fuzzy number의 각 요소(elements)에 대한 평균치를 대표치로 선정하고 있다.

그러나 이러한 방법들은 전문가간의 이견에 대한 차이를 최소화시키는데는 미흡한 점이 많이 있다. 다시 말하면 기존의 방법은 전문가의 평가치의 좌우측 reference함수가 기능평가에 대한 전문가의 확신감의 정도를 나타낸다고 볼 수 있는데 단순히 reference의 각 요소를 산술평균함으로써 이를 반영치 못하고 있다.

본고에서는 이점을 좀 더 보완하는 방법을 제시하고자 한다.

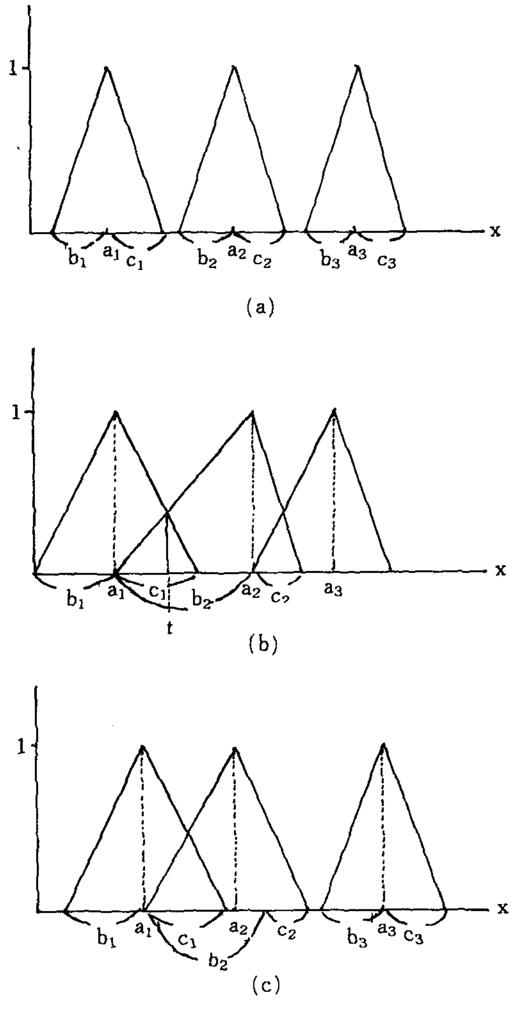
세명의 전문가가 하나의 대안에 대해 평가한 경우를 상각해 보자. 먼저 두 fuzzy number를 membership함수로 나타내면 멤버쉽함수의 교차점 유무에 따라 <그림 3.1>과 같이 (a) (b) (c)의 세 경우가 발생한다.

(1) 모든 membership함수가 교차점이 없을 경우(그림 a)

평가자가 전문가이기 때문에 자주 나타나지 않는 형태로서 기존의 방법과 같이 단순히 산술평균으로 기능평가치의 대표값을 산정한다.

(2) 모든 membership함수가 교차점을 갖는 경우(그림 b)

먼저 하나의 membership함수에 포함된 것은 제외시킨다. 다음에 두 전문가의 평가치에 대한 대표치를 t값으로 한다. 왜냐하면 두 전문가의 평가치가 구간값을 가질 경우 교차점하의 평균값 t는 서로 일치되는 값이기 때문이다.



<그림 3.1> 하나의 대안에 대한 평가치의 membership함수

다음으로는 대표값 t의 좌우측 reference함수의 대표치를 산정한다.

t값이 결정되면 기능평가치는 $V=(t,\ 1/L,\ 1/R)$이라 할 수 있다.

여기서 $1/L$은 좌측 경계값으로서 다수의 좌측 reference함수의 평균치로 구해진다. 즉 다수의 좌측 경계값 b_i가 있을때 L은 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

$$L_i=\frac{1}{b_i}$$

$$L=\frac{\Sigma L_i}{n}$$

우측 경계치 1/R도 이와 같은 방법으로 구한다.

$$R_i=\frac{1}{C_i}$$

$$R=\frac{\Sigma R_i}{n}$$

(3) 혼합된 경우(그림 c)

전체 membership함수 n개중 m개가 교차되었다고 하자. 이런 경우에는 다음과 같은 절차로 기능 평가치를 구할 수 있다.

ⅰ) 교차된 것은 (2)의 방법으로 대표치를 구한다.

ⅱ) i)에서 구한 값에 (m+1)배한 값과 나머지 교차되지 않은 것을 (1)의 방법을 적용, 최종 대표치를 구한다.

3.2.2 대안의 선택 전략

앞절의 (1) (2) (3)방법으로 여러 대안에 대한 대표치를 선정한뒤 다음과 같은 정책으로 대안 선택을 한다.

(1) 모든 대안이 교차하지 않은 경우 : 중앙치가 가장 큰 대안 선택한다.

(2) 모든 대안이 교차하는 경우 : 두 대안씩 비교하여 교차점의 membership함수 값이 0.5이상일 때는 중앙값이 작은 대안을 선택한다. 그 이유는 식(2.8)에서 보였듯이 두 fuzzy number의 크기를 비교할 때에 $V(\tilde{M}>\tilde{N})$가 0.5 이상이면 당연히 M을 선택하는 것이 합리적이기 때문이다.

(3) 혼합된 경우 : 먼저 교차하는 것을 대상으로 (2)와 같이 대안을 선택한 뒤 다시 이것과 교차하지 않는 대안을 (1)의 방법으로 비교, 결정한다.

4. 수치예제

〈표 4.1〉와 같은 대안별 전문가의 기능평가치가 있다고 할 때 적정 대안을 선택하는 문제를 예제로 들어보자.

〈표 4.1〉 대안별 전문가의 기능평가치

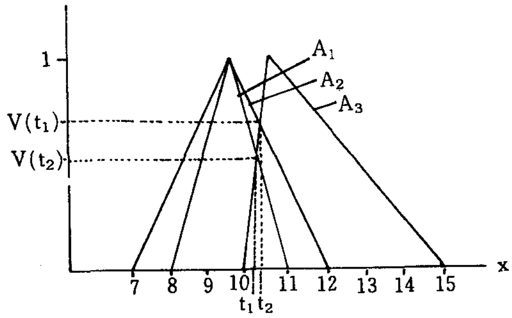
전문가/기능	F_1	F_2	F_3
A_1	(10, 2, 2)	(11, 2, 2)	(10, 2, 2)
A_2	(10, 3, 1)	(12, 3, 1)	(11, 3, 1)
A_3	(11, 1, 4)	(11, 2, 4)	(10, 1, 3)
	$V(t, 1/L, 1/R)_1$	$V(t, 1/L, 1/R)_2$	$V(t, 1/L, 1/R)_3$

먼저 대안 F_1에 대한 전문가들의 기능평가치의 대표치를 선정한다(그림 4.1 참조).

1) 먼저 t_1과 t_2를 구하기 위해 $V(t_1)$과 $V(t_2)$를 구한다.

$$V(t_1)=1-\left|\frac{11-10}{2+1}\right|=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$V(t_2)=1-\left|\frac{11-10}{1+1}\right|=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$



〈그림 4.1〉 대안별 평가치의 membership함수

교점이 $A_3(L)$에 있으므로 〈정의 1〉과 〈정의 2〉의 식으로부터

$$A_3(L)=1-\left|\frac{11-x}{1}\right|=V(\tilde{M}>\tilde{N})$$

i) $t_1 : 1-\left|\frac{11-t_1}{1}\right|=\frac{2}{3}$

$\therefore t_1=10^{2/3}$

ii) $t_2 : 1-\left|\frac{11-t_2}{1}\right|=0.5$

$\therefore t_2=10.5$

따라서

$$t=\frac{10^{2/3}+10^{1/2}}{2}=10.58$$

2) 다음에는 1/L과 1/R을 구한다.

$$L=\frac{1/2+1/3+1}{3}=\frac{11}{18} \qquad \therefore \frac{1}{L}=\frac{18}{11}$$

$$R=\frac{1/2+1+1/4}{3}=\frac{7}{12} \qquad \therefore \frac{1}{R}=\frac{12}{7}$$

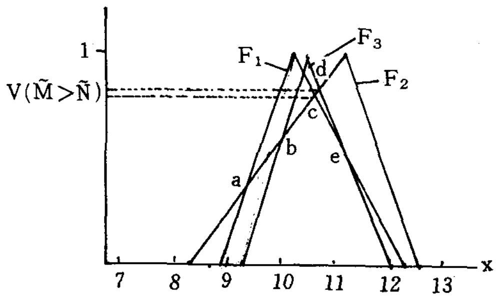
3) $V(t,\ 1/L,\ 1/R)_1$을 구한다.

$V(t,\ 1/L,\ 1/R)=V(10.58,\ 1.64,\ 1.71)$

이같은 방법을 대안 F_2, F_3에 적용하면 다음의 결과를 얻는다.

$V(t,\ 1/L,\ 1/R)_2=(11.17,\ 2.4,\ 1.6)$
$V(t,\ 1/L,\ 1/R)_3=(10.6,\ 1.5,\ 1.5)$

4) $V(t,\ 1/L,\ 1/R)$을 그림으로 그리면 $V(t,\ 1/L,\ 1/R)_1$ 〈그림 4.2〉과 같다.



〈그림 4.2〉 대안별 Fuzzy number의 비교

모든 대안이 교차하기 때문에 3.2.2(2)의 전략을 채택하여 대안을 선정한다. 각 그림 4.2에서 교차되는 점들 중 c와 d의 $V(\tilde{M}>\tilde{N})$값을 구함으로써 대안을 결정할 수 있다.

$$C(t)=1-\left|\frac{11.17-10.58}{1.71+1.6}\right|=0.82$$ ∴대안 F_1와 F_2중 F_1 선택

$$D(t)=1-\left|\frac{11.17-10.6}{1.5+2.4}\right|=0.85$$ ∴대안 F_2와 F_3 중 F_2 선택

따라서 $F_1>F_2>F_3$이므로 대안 F_1를 선택한다. 각 대안의 중앙값을 단순 평균한 값에 의한 방법에서는 F_2를 선택($F_2>F_1=F_3$)하게 되는 것과 다른 결과를 가져다 준다.

5. 결 론

본 논문에서는 기능평가치가 fuzzy함을 전제로하여 좌우값을 줌으로써 합리적인 기능평가를 시도했다. 기존의 논문들은 단순히 산술평균 방법으로 기능평가 및 대안 선택을 하였으나 여기서는 membership함수값의 교점을 대표값으로 선정함으로써 전문가들의 평가의 차이를 최소화 하고자 했다.

대안의 선택전략은 과거의 경우에는 중앙치의 큰 순서에 의해 대안을 선택하였으나 분석치가 fuzzy한 성질을 가지고 있음을 감안, 확실성이 0.5이상인 경우 중앙값이 작은 대안을 선택함으로써 보다 참값에 근접시킬 수 있다.

또한 본 방법은 실제에 있어서 차선책이 선택된 대안 보다 우월할 경우의 정도(degree)에 관한 정보를 얻음으로써 평가의 잘못으로 인한 오선택 위험의 정도를 미리 예측하고 이러한 평가환경에 따른 적정 대책을 수립할 수 있다.

그렇지만 앞으로 대안의 선정에 관한 정책수립시 보다 정량적인 방법이 요구된다. 예컨대 fuzzy integral을 이용하여 분석치의 총기대값을 계산, 대안선택의 기준으로 활용하는 문제 등 차후 이에 관한 연구가 계속되어야 할 것으로 보인다.

參 考 文 獻

1. 이근희, 송경로, 가치공학, 창지사, 1983.
2. 이근희, 가치공학의 이론과 실제, 한국방송공사업단, 1984.
3. Dubois, D., and Prade, H., *Fuzzy Sets and System*, Academic press, New York, 1980.
4. Macvicar-Whelan, P. J., "Fuzzy Sets, the concept of Height, and the Hedge VERY," *IEEE Transaction on SNC, SMC—8(6)*, 1978.
5. Maiers, J. and Sherif, Y. S., "Application of Fuzzy Set Theory," *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics, SMC—15(1)*, 1985. 175-189.
6. Kandel, A., *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*, Addison—Wesely Inc., Massachusetts, 1986.
7. Pedrycz, Witold, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*, John Wiley & Sons INC., New York, 1989.
8. Zadeh, D. H., "Fuzzy Set," *Information and Control, 8*, 1965. 338-353.