工業經營學會誌 第13卷 第22輯 1990年 11月 25

負荷와 强度가 對數正規分布를 하는 信賴性 設計에서 最適化에 관한 硏究(Ⅱ)

—Optimization in Reliability Design with Lognormally Stress and Lognormally Strength—

金 福 萬*
黃 義 徹**

Abstract

This paper is to maximize the reliability subject to certain constraints on amounts of resources available for control of the parameters.

The lagrange multiplier method is used to optimize t-th lognormal stress-lognormal strength problem.

This optimization problem can be reduced to a search problem in one variable.

A numerical example is presented to illustrate the optimization problem.

1 序 論

본 연구는 신뢰도 관점에서 설계방법의 의사결정을 고려하여 부하와 강도가 독립적이며 대수정규 분포인 신뢰성 설계에서 제한된 가용자원 아래서 최적 신뢰성 설계 모델의 개발에 관한 연구이다.

신뢰도는 목표가 실제적이고 경제적인 요구를 충족시킬 수 있도록 설계되고 제조되어야 한다.

신뢰도의 계산은 부하와 강도에 대한 확률분포가 기지이며 부품의 신뢰도는 계산되어지므로 신뢰도는 부하와 강도분포에 대한 모수의 함수이다. 이 모수를 조절하기 위하여 제한된 가용자원의 비용 범위내에서, 신뢰도를 최대화하는 문제는 신뢰성 설계 단계에서 고려되어야 한다.

본 연구에서는 대수정규 분포를 하는 부하와 강도의 신뢰성 모델에서 비용최소화의 최적화 설계에 관한 연구를 기초로하여 제한된 비용 아래서 신뢰도를 최대화할 수 있는 최적화 모델을 개발하고 라그란지함수(Lafrangian Function)의 편미분에 의한 극대점을 구하여 해접근방법을 도출하였고 구해진 최대점에 의한 오목형(Concave)을 Hessian Matrix로 증명하여 최적해를 결정한다. 개발된 모델에 대한 수치계산은 전산처리하여 신뢰도를 최대화하는 최적해를 구하였다.

2 費用을 最小로 하는 最適 設計

본 연구는 비용을 최소로하는 최적신뢰성 설계 모델을 기초로 하여 제한된 비용의 범위 내에서, 신뢰도 최대화 문제에 관한 연구이다.

2.1 가정 및 기호

본 연구는 다음과 같은 가정을 전제로 한다.

(1) 부하와 강도는 대수정규분포를 하며 이 분포하는 i, j, d이며 연속확률변수이다.

* 蔚山大學校 産業工學科 副敎授
** 漢陽大學校 産業工學科 敎授

접수일 : 1990. 10. 20.

(2) 강도에 대한 부하는 1회 최대치로 한다.
(3) 분포의 모수에 대한 비용함수는 단조적으로 증가하거나 또는 감소하는 함수이다.
본 연구에 사용되는 기호는 다음과 같이 정의한다.

θ : 부하 변수
β : 강도 변수
μ_θ : 부하의 평균치
μ_β : 강도의 평균치
σ_θ : 부하의 표준편차
σ_β : 강도의 표준편차
$\bar{\theta}$: 부하에 대한 평균치(통계량)
$\bar{\beta}$: 강도에 대한 평균치(통계량)
$\sqrt{V(\ln\theta)}$: 부하에 대한 표준편차(통계량)
$\sqrt{V(\ln\beta)}$: 부하에 대한 표준편차(통계량)
$f(\theta)$: 부하 θ의 확률밀도 함수
$f(\beta)$: 강도 β의 확률밀도 함수
Z : 표준화 정규 변수
R : 신뢰도
γ_c : 비용으로 표시된 가용자원의 양
C(0) : 비용함수
TC : 총비용
L(0) : 라그란지 함수
λ : 라그란지 승수
g(0) : 제약함수
E(0) : 기대치
V(0) : 분산
* : 최적치

2.2 최적화 모델

부하와 강도의 분포가 독립적이며 대수정규분포를 하는 경우의 최적 신뢰성 설계는 규정된 신뢰도를 최소의 비용으로 만족시킬 수 있는 비용 최소화 문제와 제한된 가용자원의 비용 범위내에서 신뢰도의 최대화 문제가 있다. 신뢰도 최대화 문제에 관한 연구를 위하여 총비용을 최소화하는 최적신뢰성 설계 모델을 정리한다.
비용 최소화 문제에서의 목적함수와 제약조건은

$$\text{Minimize } TC=C_1(E(\ln\beta))+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta))+C_4\sqrt{V(\ln\theta)} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\text{Subject to;}(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-\frac{1}{2}}\geq Z$$

이다.
여기서 $C_1(E(\ln\beta))$와 $C_2\sqrt{V(\ln\beta)}$는 강도에 관련된 비용함수이고 $C_3(E(\ln\theta))$와 $C_4\sqrt{V(\ln\theta)}$는 부하에 관련된 비용함수이다.
규정된 신뢰도 R을 만족하면서 최소의 총비용 TC와 이때의 최적해를 라그란지함수로 구한다.

$$\begin{aligned} L(E(\ln\beta),\ \sqrt{V(\ln\beta)},\ E(\ln\theta),\ \sqrt{(\ln\theta)};\lambda) &= C_1(E(\ln\beta))+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta)) \\ &= C_1(E(\ln\beta))+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta))+C_4\sqrt{V(\ln\theta)}+\lambda\,[(E(\ln\beta)-E(\ln\theta)) \\ &\quad -Z(V(\ln\beta)+fV(\ln\beta))^{\frac{1}{2}}] \quad \cdots\cdots (2) \end{aligned}$$

국부해를 구하기 위하여 각 변수에 대하여 편미분하고 0으로 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial E(\ln\beta)}=\frac{\partial C_1(E(\ln\beta))}{\partial E(\ln\beta)}+\lambda=0 \cdots\cdots \quad (3a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(\ln\beta)}}=\frac{\partial C_2\sqrt{V(\ln\beta)}}{\partial\sqrt{V(\ln\beta)}}-\frac{\lambda\cdot Z\sqrt{V(\ln\beta)}}{\sqrt{V(\ln\beta)+V(\ln\theta)}}=0 \cdots\cdots \quad (3b)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(\ln\theta)}=\frac{\partial C_3(E(\ln\theta))}{\partial E(\ln\theta)}-\lambda=0 \cdots\cdots \quad (3c)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(\ln\theta)}}=\frac{\partial C_4\sqrt{V(\ln\theta)}}{\partial\sqrt{V(\ln\theta)}}-\frac{\lambda\cdot Z\sqrt{V(\ln\theta)}}{\sqrt{V(\ln\beta)+V(\ln\theta)}}=0 \cdots\cdots \quad (3d)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda}=(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))-Z\sqrt{(\ln\beta)+V(\ln\theta)}=0 \cdots\cdots \quad (3e)$$

식 (3a)에서 (3e)까지 5개 미지의 등식에 대한 연립방정식 해는 모든 국부최적해를 산출한다. 따라서 이들 모든 국부최적해에 대한 목적함수 즉 규정된 신뢰도를 만족하는 최소비용을 평가할 수 있고 또한 전체 최적해를 선택할 수 있다. 어떠한 국부최적해가 전체적인 최적해임을 입증하기 위하여 제약함수가 볼록형(convex)임을 Hessian Matrix로 증명할 수 있다.

제약함수는

$$g(E(\ln\beta)),\ \sqrt{V(\ln\beta)},\ E(\ln\theta),\ \sqrt{V(\ln\theta)})=Z\sqrt{V(\ln\beta)+V(\ln\theta)}-E(\ln\beta)+E(\ln\theta) \cdots\cdots \quad (4)$$

이다.

Hessian Matrix는 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{Z\ V(\ln\beta)}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & \frac{-Z\sqrt{(\ln\beta)}\cdot\sqrt{V(\ln\theta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & 0 & 0 \\ \frac{-Z\sqrt{(\ln\beta)}\cdot\sqrt{V(\ln\theta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & \frac{Z\ V(\ln\theta)}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hessian Matrix는 Z>0에서 양(+)의 Semidefinite Matrix이므로 제약함수는 볼록형이다.

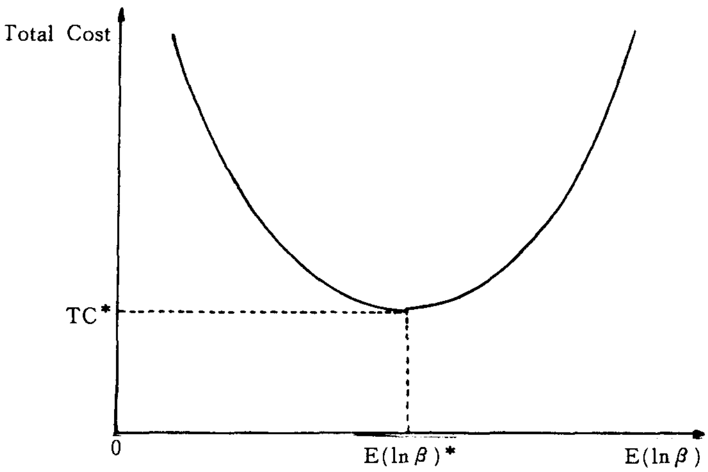

그림 1 총비용 곡선

규정된 신뢰도 R을 만족하는 강도의 $E(\ln\beta)^*$, $\sqrt{V(\ln\beta)}$와 부하의 $E(\ln\theta)^*$, $\sqrt{V(\ln\theta)}^*$가 최적해이며 이때 최소비용은 TC^*가 된다.

정규분포에서의 최적해를

$$E(\beta)=\exp(E(\ln\beta)+\frac{1}{2}V(\ln\beta)) \quad \cdots \quad (5a)$$

$$V(\beta)=[E(\beta)]^2[\exp V(\ln\beta)-1] \quad \cdots \quad (5b)$$

$$E(\theta)=\exp(E(\ln\theta)+\frac{1}{2}V(\ln\theta)) \quad \cdots \quad (6a)$$

$$V(\theta)=[E(\theta)]^2[\exp V(\ln\theta)-1] \quad \cdots \quad (6b)$$

식으로 대수정규 분포의 값으로 환원하면 대수정규 분포에서의 최적해는 강도의 $E(\beta)^*$, $\sqrt{V(\beta)}^*$와 부하의 $E(\theta)^*$, $\sqrt{V(\theta)}^*$가 된다.

3 信賴度를 最大로 하는 最適 設計 모델

3.1 모델의 개발

제한된 가용자원의 비용 범위 내에서 신뢰도를 최대로 하는 최적 신뢰성 설계 모델의 목적함수의 제약조건은

$$\text{Maximize } Z=(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-\frac{1}{2}} \quad \cdots \quad (7)$$

$$\text{Subject to;} C_1(E(\ln\beta))+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta))+C_4\sqrt{V(\ln\theta)}<\gamma c \quad \cdots \quad (8)$$

이다.

여기서 C(0)는 부하와 강도의 평균치와 표준편차에 대한 비용함수이다. 제한된 비용 γc을 초과하지 않는 범위 내에서 최대신뢰도 R^*과 이때 부하와 강도의 $E(\ln\beta)^*$, $\sqrt{V(\ln\beta)}^*$와 $E(\ln\theta)^*$, $\sqrt{V(\ln\theta)}$의 값은 비용 최소화 문제와 같은 방법으로 구할 수 있다.

최적해를 구하기 위한 라그란지 함수는

$$\begin{aligned} &L(E(\ln\beta),\ \sqrt{V(\ln\beta)},\ E(\ln\theta),\ \sqrt{V(\ln\theta)};\lambda) \\ &=[(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-\frac{1}{2}}]+\lambda\,[C_1(E(\ln\beta))+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta)) \\ &\quad +C_4\sqrt{V(\ln\theta)}-\gamma c] \quad \cdots \quad (9)\end{aligned}$$

이며 국부최적해를 구하기 위하여 각 변수에 관하여 편미분하고 0으로 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial E(\ln\beta)}=\frac{1}{\sqrt{V(\ln\beta)+V(\ln\theta)}}+\lambda\cdot\frac{\partial C_1(E(\ln\beta))}{\partial E(\ln\beta)}=0 \quad \cdots \quad (9a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(\ln\beta)}}=\frac{-\sqrt{V(\ln\beta)}\cdot(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}}+\lambda\cdot\frac{\partial C_2(\sqrt{V(\ln\beta)})}{\partial\sqrt{V(\ln\beta)}}=0 \quad \cdots \quad (9b)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(\ln\theta)}=\frac{-1}{\sqrt{V(\ln\beta)+V(\ln\theta)}}+\lambda\cdot\frac{\partial C_3(E(\ln\theta))}{\partial E(\ln\theta)}=0 \quad \cdots \quad (9c)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(\ln\theta)}}=\frac{-\sqrt{V(\ln\theta)}\cdot(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}}+\lambda\cdot\frac{\partial C_4(\sqrt{V(\ln\theta)})}{\partial\sqrt{V(\ln\theta)}}=0 \quad \cdots \quad (9d)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda}=C_1(E(\ln\beta))+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta))+C_4\sqrt{V(\ln\theta)}-\gamma c=0 \quad \cdots \quad (9e)$$

5개 미지의 등식에 대한 연립방정식의 해는 모든 국부최적해를 산출한다. 따라서 이들 모든 국부최적해에 대한 목적함수 즉 최대신뢰도를 평가할 수 있고 또한 최적해를 선택할 수 있다.

어떠한 국부최적해가 전체적인 최적해임을 입증하기 위하여 제약함수가 오목형(concave) 임을 Hessian Matrix에 의하여 증명한다.

제약함수는

$$
\begin{aligned}
&g(E(\ln\beta),\ \sqrt{V(\ln\beta)},\ E(\ln\theta),\ \sqrt{V(\ln\theta)})\\
&= \gamma_c - [C_1(E(\ln\beta)+C_2\sqrt{V(\ln\beta)}+C_3(E(\ln\theta))+C_4\sqrt{V(\ln\theta)} \quad \cdots\cdots (10)
\end{aligned}
$$

이다.

Hessian Matrix는 아래와 같다.

$$
\begin{bmatrix}
\dfrac{(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(2V(\ln\beta)-V(\ln\theta)}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{5/2}} & \dfrac{3\sqrt{V(\ln\theta)\cdot V(\ln\theta)}(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{5/2}} & \dfrac{-\sqrt{V(\ln\beta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & \dfrac{\sqrt{V(\ln\beta 0}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} \\
\dfrac{3\sqrt{V(\ln\beta)V(\ln\theta)}\cdot(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{5/2}} & \dfrac{(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(2V(\ln\beta)-V(\ln\theta)}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{5/2}} & \dfrac{-\sqrt{V(\ln\theta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & \dfrac{\sqrt{V(\ln\theta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} \\
\dfrac{\sqrt{V(\ln\beta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & \dfrac{-\sqrt{V(\ln\theta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & 0 & 0 \\
\dfrac{\sqrt{V(\ln\beta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & \dfrac{\sqrt{V(\ln\theta)}}{(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{3/2}} & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

이것이 만일 $2V(\ln\beta)-V(\ln\theta)\geq 0$이면 음(−)의 Semidifinite Matrix가 된다. 그러므로 국부최적해가 전체적인 최적해가 되는 경우에 $\sqrt{V(\ln\beta)}/\sqrt{V(\ln\theta)}\geq 1/\sqrt{2}$이면 목적함수는 오목형이 된다.

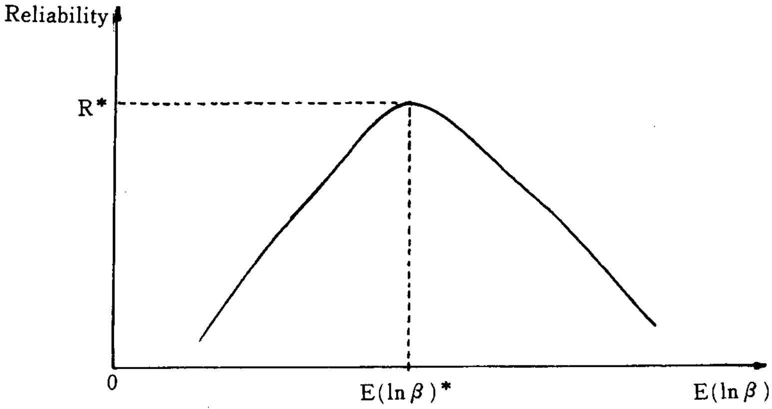

그림 2 신뢰도 곡선

제한된 가용자원의 비용 γc를 초과하지 않는 범위내에서 구해진, 최대신뢰도가 R*일 때 강도의 $E(\ln\beta)^*$, $\sqrt{V(\ln\beta)}$와 부하의 $E(\ln\theta)^*$, $\sqrt{V(\ln\theta)}^*$는 정규분포에서의 최적신뢰성 설계모델을 나타내는 최적해가 되며, 이를 (5a)에서 (5d)식을 사용하여 대수정규분포에서의 최적해로 환원시키면 강도의 $E(\beta)^*$, $\sqrt{V(\beta)}^*$와 부하의 $E(\theta)^*$, $\sqrt{V(\theta)}^*$가 구해진다.

3.2 수치계산

Shaft의 신뢰도를 높이기 위하여 가용자원의 비용 $\gamma c=300$(만원)으로 제한되어있다. 제한된 가용자원의 범위내에서 Shaft의 신뢰도가 최대가 될 수 있도록 강도와 부하를 조정하여 최적신뢰성 설계 모델을 설정하기로 한다.

강도와 부하의 조정에 따른 비용함수는 과거의 데이타로 추정하였다. 추정된 비용함수는 강도의 평균치 $E(\ln\beta)$에 대한 비용함수 $C_1(E(\ln\beta))$만 강도의 평균치 증가에 따라 단조적으로 증가하는 함수였으며, 강도의 표준편차 $\sqrt{V(\ln\beta)}$의 비용함수 $C_2\sqrt{V(\ln\beta)}$와 부하의 평균치 $E(\ln\theta)$에 대한 비용함수 $C_3(E(\ln\theta))$, 표준편차 $\sqrt{V(\ln\theta)}$에 대한 비용함수 $C_4\sqrt{V(\ln\theta)}$는 단조적 감소함수였다. 강도와 부하의 단위는 Kpsi(=Kp/in^2)이며 비용의 단위는 10,000원이다.

강도의 평균치 $E(\ln\beta)$와 표준편차 $\sqrt{V(\ln\beta)}$에 대한 비용함수는

$$C_1(E(\ln\beta))=20(E(\ln\beta))^{1.5} \quad \cdots\cdots (11)$$
$$C_2\sqrt{V(\ln\beta)}=30(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-1.4} \quad \cdots\cdots (12)$$

로 결정되어졌으며 부하의 평균치 $E(\ln\theta)$와 표준편차 $\sqrt{V(\ln\theta)}$의 비용함수는

$$C_3(E(\ln\theta))=90(E(\ln\theta))^{-0.5} \quad \cdots\cdots (13)$$
$$C_4\sqrt{V(\ln\theta)}=50(\sqrt{V(\ln\theta)})^{-0.7} \quad \cdots\cdots (14)$$

로 결정되어 진다.

강도와 부하가 대수정규분포를 하는 경우 제한된 비용아래서 신뢰도 최대화 문제에 대한 목적함수와 제약조건은

$$\text{Maximize } Z=(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{\frac{1}{2}}) \quad \cdots\cdots (15)$$

$$\text{Subject to};20(E(\ln\beta))^{1.5}+30(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-1.4}+90(E(\ln\theta))^{-0.5}+50(\sqrt{V(\ln\theta)})^{-0.7}\leq 300$$

신뢰도를 최대로 하는 최적해를 구하는 라그란지 함수는

$$L(E(\ln\beta),\ \sqrt{V(\ln\beta)},\ E(\ln\theta),\ \sqrt{V(\ln\theta)};\lambda)$$
$$=[(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-\frac{1}{2}}]+\lambda[20(E(\ln\beta))^{1.5}+30(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-1.4}$$
$$+90(E(\ln\theta))^{-0.5}+50(\sqrt{V(\ln\theta)})^{-0.7}-300] \quad (16)$$

이며 국부최적해를 구하기 위하여 각 변수에 관하여 식 (9a)에서 식 (9c)와 같이 편미분하여 0으로 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial E(\ln\beta)}=(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-1/2}+\lambda\cdot 30(E(\ln\beta))^{0.5}=0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(\ln\beta)}}=-\sqrt{V(\ln\beta)}(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-3/2}-\lambda\cdot 42(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-2.4}=0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(\ln\theta)}=-(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-1/2}-\lambda\cdot 45(E(\ln\theta))^{-1.5}=0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\sqrt{V(\ln\theta)}}=-\sqrt{V(\ln\theta)}(E(\ln\beta)-E(\ln\theta))(V(\ln\beta)+V(\ln\theta))^{-3/2}-\lambda\cdot 35(\sqrt{V(\ln\theta)})^{-1.7}=0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda}=20(E(\ln\beta))^{1.5}+30(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-1.4}+90(E(\ln\theta))^{-0.5}+50(\sqrt{V(\ln\theta)})^{-0.7}-300=0 \quad (21)$$

식 (17)과 (19)에서

$$E(\ln\theta)=1.31037(E(\ln\beta))^{-0.3333} \quad (22)$$

식 (18)과 (20)에서

$$\sqrt{V(\ln\theta)}=0.9347(\sqrt{V(\ln\beta)})^{1.26} \quad (23)$$

그리고 식 (22)와 (23)에서 구한 $E(\ln\theta)$와 $\sqrt{V(\ln\theta)}$를 식 (21)에 대입하여 정리하면

$$30(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-1.4}+52(\sqrt{V(\ln\beta)})^{-0.88}=300-(20(E(\ln\beta))^{1.5}+78.62(E(\ln\beta))^{0.17} \quad (24)$$

이 된다.

이상의 수식 계산을 컴퓨터 프로그램(부록1)에 의하여 처리한 결과를 정리하면 표 1과 같다.

표 1 평균, 표준편차 및 Z

$E(\ln\beta)$	$E(\ln\theta)$	$\sqrt{V(\ln\beta)}$	$\sqrt{V(\ln\theta)}$	Z
2.4	0.9787	0.6348	0.5272	1.7224
2.5	0.9654	0.6587	0.5524	1.7850
2.6	0.9259	0.6850	0.5803	1.8346
2.7	0.9410	0.7140	0.6114	1.8712
2.8	0.9297	0.7462	0.6464	1.8945
2.9	0.9187	0.7823	0.6860	1.90397*
3.0	0.9085	0.8228	0.7311	1.9009
3.1	0.8987	0.8688	0.7829	1.8821
3.2	0.8892	0.9213	0.8430	1.8503
3.3	0.8801	0.9819	0.9134	1.8044
3.4	0.8714	0.9968	1.0750	1.7444

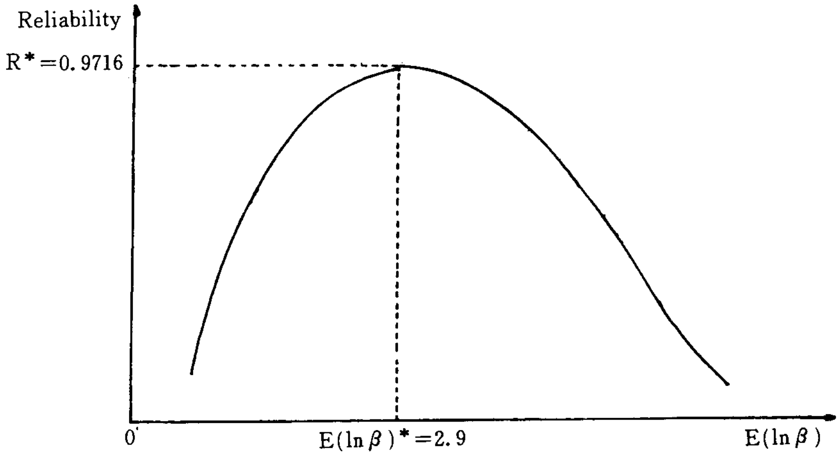

그림 3 신뢰도 곡선

수치계산 결과 제한된 가용자원의 비용 $\gamma c=300$(만원)으로 신뢰도를 최대로 하는 강도의 평균치 $E(\ln\beta)=2.9^*$, 표준편차 $\sqrt{V(\ln\beta)}=0.7823^*$이고 부하의 평균치 $E(\ln\theta)=0.9189^*$, 표준편차 $\sqrt{V(\ln\theta)}=0.6860^*$이며 이때 최대신뢰도는 $Z=1.90397$에서 $R=0.9716^*$이다.

정규분포에서의 최적해를 대수정규 분포로 환원하기 위하여 전산처리(부록Ⅱ)한 후 최적해에 대하여 정리하면 표 2와 같다.

표 최적해 및 신뢰도

	강도(kpsi)		부하(kpsi)	
	평 균	표준편차	평 균	표준편차
정규분포	2.9	0.7823	0.9189	0.6860
대수정규분포	24.6804	22.6750	3.1716	2.4588
신뢰도(%)	97.16			

그러므로 대수정규분포에서의 최적신뢰성 설계모델 즉 최적해는 강도의 평균치 $E(\beta)=24.6804^*$, 표준편차 $\sqrt{V(\beta)}=22.6750^*$이며, 부하의 평균치 $E(\theta)=3.1716^*$, 표준편차 $\sqrt{V(\theta)}=2.4588^*$이다. 최대신뢰도는 $R=0.9716^*$이다.

4 結 論

부하와 강도에 대한 분포가 대수정규분포에 따르는 경우 제한된 가용자원 범위 내에서 신뢰도를 최대로 할 수 있는 최적신뢰성 설계 모델의 설정에 관한 연구이다.

신뢰도는 부하와 강도분포에 대한 모수함수이므로 최적신뢰도 결정 부하와 강도의 조정으로 가능하다.

신뢰도를 높이기 위해서는 강도의 평균을 보다 크게하고 분산을 작게하거나 부하에 대한 평균과 분산을 감소시키는 조정은 가용자원의 증가를 가져오게 하므로 본 연구에서는 제한된 가용자원의 범위내에서 신뢰도를 최대로 할 수 있도록 조정 되어져야 한다. 이와 같은 조정에서 최대 신뢰도를 나타내는 부하와 강도의 평균과 표준편차가 최적신뢰성 설계 모델을 결정된다.

본 연구 결과 제시된 최적신뢰성 설계 모델은 수치예에서 제한된 가용자원의 비용으로 최대신뢰도를 가져오는 부하와 강도에 대한 최적해가 결정되어 현실성이 입증되었다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

1. 박경수, 신뢰도공학 및 정비계획, 희중당, 1989.
2. 이근희, 원전품질관리, 창지사, 1990.
3. 황의철, 현대품질관리, 박영사, 1989.
4. Oh, C. H., Optimization in Design by Reliability, *AIIE Transaction*, 1986.
5. Johnson-Kotz, *Continuous Univariate Distribution*, John Wiely & Sons, 1970.
6. Collins, J. A., *Failure of Materials in Mechanical Design*, Wiely-Interscience, 1981.
7. Kapur, K. C. and L. R. Lamberson, *Reliability in Engineering Design*, John Wiely & Sons, 1976.
8. Shooman, M. L., *Probabilistic Reliability : An Engineering Approach*, McGraw Hill Book Co., 1968.
9. Taraman, S. I., *Design Reliability Model and Determination by Stress-Strength Interference Theory*, Wayne State Univ., 1975.
10. Tumolillo, T. A., Methods for Calculating the Reliability Function for Systems Subjected to Random Streess, *IEEE. T. R*, 1974.

부 록

LOGNORMAL STRESS–STRENGTH MAXIMIZATION(I)

```
5 FOR J = 2 TO 5 STEP .1
10 B = J
20 R = 300 - (20*B^1.5 + 78.76*B^.17)
30 FOR I=.0001 TO 100 STEP .0001
40 L = 30*I^(-1.4)+52*I^(-.88)
50 IF ABS(L - R) < .01 THEN GOTO 70
60 NEXT I
70 C = .9347*I^1.26
75 D = I^2
80 E = C^2
81 F = D+E
82 CC = 1.31037*B^(-.3333)
84 H = B - CC
85 Z = H/F^(.5)
100 LPRINT"BETA=";B
110 LPRINT"11=";I
120 LPRINT"10=";C
130 LPRINT"CC=";CC
140 LPRINT"D =";D
150 LPRINT"E =";E
160 LPRINT"F =";F
165 LPRINT"H =";H
170 LPRINT"Z =";Z
200 NEXT J
210 END
```

LOGNORMAL STRESS—STRENGTH MAXIMIZATION(Ⅱ)

```
5 FOR J = 2 TO 4.5 STEP .1
10 B = J
20 R = 300-(20*B^1.5+78.76*B^.17)
30 FOR I=.0001 TO 100 STEP .0001
40 L = 30*I^(-1.4)+52*I^(-.88)
50 IF ABS(L - R) < .01 THEN GOTO 70
60 NEXT I
70 EB = EXP(B +I^2/2)
80 VB = EB^2*(EXP(I^2)-1)
85 E = 1.31037*B^(-.3333)
87 E1 = (.9347^2)*I^2.52
90 ET = EXP(E + E1/2)
100 VT = ET^2*(EXP(E1) - 1)
105 LPRINT"B=";B
110 LPRINT "EB=";EB
120 LPRINT"VB=";VB
130 LPRINT "ET=";ET
140 LPRINT"VT=";VT
200 NEXT J
210 END
```