

지진에 대한 지반—구조물 상호작용의 확률론적 연구

A Probabilistic Analysis of Soil— Structure Interaction Subjected to Seismic Loading

이 인 모*

Lee, In—Mo

김 용 진**

Kim, Yong—Jin

이 정 학***

Lee, Jeong—Hark

Abstract

In the seismic analysis of structures, where the dynamic soil—structure interaction (DSSI) is considered, earthquake input motions as well as dynamic soil properties are random in nature.

To take into account the random nature of both the input motions and the dynamic soil properties systematically, a probabilistic analysis of the DSSI subjected to seismic loading is proposed in this paper.

The complex response method formulized by the elastic half space theory, the random vibration theory, and the Rosenblueth's two—point estimate method are combined for the proposed probabilistic analysis.

The conclusions drawn from this study are as follows :

1) The uncertainty bands of the earthquake input motions proposed by Kanai—Tajimi as well as those of the dynamic properties are large the coefficients of variation of those parameters range from 0.4 to 0.6.

2) The uncertainties of the dynamic soil properties are more sensitive to the structural responses than those of the input motion parameters.

3) The effect of correlations between the input motion parameters and the dynamic soil properties is negligible.

要 旨

지반—구조물의 동적 상호작용 해석에 있어서, 흙의 특성치들 뿐만 아니라 입력지진 자체도

* 정회원, 고려대학교 공과대학 토목공학과 조교수

** 정회원, 고려대학교 대학원 토목공학과

*** 고려대학교 대학원 토목공학과

무척 Random 하다. 본 논문에서는 이 Randomness 를 고려하기 위하여 확률론적 방법을 적용하여 상호작용 해석에 미치는 영향을 연구하였다.

이 확률론적 적용을 위해 Elastic Half Space 이론에 의해 얻어진 Complex Response 방법, Random Vibration Theory 와 Rosenblueth 의 Two Point Estimate 방법을 사용하여 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 흙의 동적 특성치 뿐만 아니라 Kanai-Tajimi 에 의하여 제안된 입력지진의 PSD Function 의 불확정성도 상당히 큼을 알 수 있었다. 이때의 Parameter 의 변동계수는 0.4 에서 0.6 의 범위를 갖는다.

2) 흙의 동적 특성치의 불확정성의 영향이 입력지진의 그것보다는 구조물에 미치는 영향이 큼을 알 수 있었다.

3) 입력지진과 흙의 동적 특성치 사이의 상관계수에 의한 영향은 무척 작음을 알 수 있었다.

1. 서 론

대부분 이제까지의 원자력 구조물의 내진 해석을 위한 해석적인 방법에 있어서 입력 지진은 결정론적 가속도 Time History 를 사용하고, 동적 토성치 역시 결정론적으로 가정하여 해석을 수행하였다. 그러나 지반의 전단계수 (shear modulus)나 감쇠비(damping ratio) 같은 동적 토성치는 매우 큰 분포를 가지며, 지반-구조물 상호작용(soil-structure interaction; SSI) 해석에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 또한 자연상태에서 발생하는 지진 자체도 무척 random 하다. 따라서 상호작용 해석시 합리적인 가설로서 동적 토성 및 입력 지진을 무작위 변수(random variable)로 해석함이 타당하다 하겠다. 다시 말하면 지반-구조물 상호작용 해석에 있어서 전단계수와 감쇠비 그리고 입력 지진의 무작위성을 적절히 고려하여 확률론적 방법을 사용하면 보다 합리적인 결과를 얻을 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 동적전단계수 G 와 감쇠비 β 를 무작위 변수로 보았을 뿐 아니라 Kanai-Tajimi 가 제안한 Power Spectral Density (PSD) Function 에서 사용한 Parameter ω_g, β_g 또한 입력 지진의 무작위 변수로 보고 해석하였다. 이와같이 여러개의 무작위 변수에 대한 평균 및 그의 분산등을 구하는 확률론적 적용을 위해 Rosenblueth 가 제안한 Two Point Estimate 방법을 사용하여 동적 상호작

용 해석에 적용하였다. 또한 여러가지 많은 경우에 대하여 응답(response)을 비교하기 위하여 비교적 Computer Time 이 적게드는 반무한체 모델(half space model)을 사용하여 지반 및 지진하중의 동특성치가 지반-구조물 상호작용에 미치는 영향에 대하여 연구를 하였다.

2. 지반-구조물 상호작용 해석 방법

지반-구조물 상호작용 해석은 크게 완전 상호작용 해석(complete solution)과 이상화한 상호작용 해석(idealized complete solution)으로 나눌 수 있으며, 완전 상호작용 해석은 토질 특성의 변화, 지반과 구조물의 3차원성, 파진파의 복잡한 전파 현상등 존재하는 모든 조건을 만족시키는 해석 방법으로 많은 Computer 계산 시간을 요구하므로 실제 적용은 불가능하다 하겠다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 토층은 수평하다고 보며, 전달파 역시 그 토층에 수직으로 타고 올라 간다고 가정하는 등 적용 불가능한 문제들을 이상화하여 푸는 해석법이 이상화한 상호작용 해석법이다.⁴⁾

이러한 상호작용 해석시 일어날 수 있는 현상으로는 Soil Amplification, Kinematic Interaction, Inertial Interaction 등이 있으며 이러한 제반 조건 및 현상을 고려한 상호작용 해석 방법은 여러가지가 개발되어온 바 이중 지반이 구조물에 미치는 영향을 주파수 종속 임피던스(impedence) 함수로 나타내어 해석하는 부구조법(substructure method)과 구조물과 지반을

유한 요소를 이용하여 하나의 구조계로 모형화하는 직접법(direct method)이 있다.

본 연구에서는 지반을 Spring과 Dashpot로 모델링하여 해석하는 반무한체(half space) 해석법을 이용하여 지반 parameter의 불확정성에 대하여 연구하였다. 반무한체 해석에 대한 내용의 개략은 다음과 같다.

2.1 반무한체 이론

반무한체 이론은 그림 1에 나타낸 바와 같이 Spring과 Dashpot로 모델링한 지반 위에 질량이 없는 원형 강체판이 놓여 있을 때 수평 및 회전 방향 조화응답(harmonic response)이 선형 탄성 반무한체의 표면에 놓인 이 강체판에 가해졌을 때 응답을 구하는 방법으로 응답은 다음식으로 설명할 수 있다.¹⁵⁾

$$\begin{bmatrix} P \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_u + iA_{oC_{11}})K_h & (k_a + iA_{oC_{21}})K_h R_o \\ (k_a + iA_{oC_{21}})K_h R_o & (k_z + iA_{oC_{22}})K_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 A_o 는 무차원 주파수 계수(dimensionless frequency parameter)이면 K_h 와 K_r 은 다음과 같은 식들로 정의 되어질 수 있다.

$$K_h = \frac{8GR_o}{2-\nu} \quad (2)$$

$$K_r = \frac{8GR_o^3}{3(1-\nu)} \quad (3)$$

여기서 G : 지반의 동적 전단계수

R_o : 기초의 반경

ν : 지반의 Poisson 비

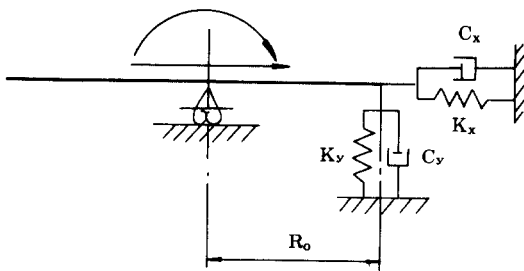


그림 1. Soil model for elastic half space method

이상에서와 같이 반무한체 시스템에서 Coupling Term을 무시하고, 재료감쇠(material damping) 효과를 고려한 운동방정식을 주파수 영역(frequency domain)에서 표시하면 다음과 같다.¹⁵⁾

$$P = K_h \{1 - 4\beta_x \beta_{g0} + i2(\beta_x + \beta_{g0})\} U \quad (4)$$

$$P = K_h (1 + i2(\beta_x + \beta_{g0})) U$$

$$= K_h (1 + i2\beta) U$$

여기서 β_{g0} : 지반의 재료감쇠

β_x : 지반의 발산감쇠

$$\beta = \beta_x + \beta_{g0}$$

위의 식 (4), (5)에서 보듯이 재료감쇠와 발산감쇠를 따로 처리하도록 되어 있으나 보통은 두 감쇠를 합하여 단일 감쇠비로 구하는 것이 보통이다.

2.2 입력지진의 불확정성

지반-구조물 상호작용 해석에 있어서 이제까지 사용하여 온 입력지진은 Elcentro 등에서 발생한 지진의 기록치 혹은 인공지진파를 사용하여 왔으나 이러한 지진들이 어느정도 정확한 값인지는 확신할 수 없다. 또한 지반 상태에 따른 입력 지진의 산정을 정확히 하기란 사실상 불가능 하기에 이들 값의 확률론적 적용을 하는 것이 타당하며 이 값의 평균, 분산, 변동계수를 각각 $E[.]$, $Var[.]$, $\Omega[.]$ 라고 할 때 무작위 변수의 불확정 크기를 나타내는 척도로 사용되어지는 변동계수는 평균을 표준편차로 나눈 다음 식으로 정의된다.

$$\Omega[.] = \frac{E[.]}{(Var[.])^{1/2}} \quad (6)$$

이와같이 지반 운동(ground motion)의 확률론적 적용을 위해 지반 운동이 Zero-mean-filtered Gaussian Shot Noise Random Process라 가정하면, 지반의 PSD Function을 구하기 위하여 Kanai-Tajimi는 다음과 같은 식을 제안하였으며, 이에 대한 대체적인 형태는 그림 2에 수록하였다.^{5, 13)}

$$S_B(\omega) = S_o \frac{1 + 4\beta_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\beta_g^2(\omega/\omega_g)^2} \quad (7)$$

여기에서 S_o : PSD Function의 Intensity

Scale

ω_g, β_g : 진앙 거리, 지진 규모, 지반층의 견고함에 따라 영향을 받으며 실제 지진 기록에 의해 결정되어지는 Shape Parameter

위 식의 Parameter 에 대한 값을 Housner 와 Jennings³⁾는 의사 속도 응답(pseudo-velocity response) Spectra 를 기초로 견고한 지반(firm ground)에 대해 $\omega_g=15.6\text{rad/sec}$, $\beta_g=0.64$ 로 제안하였으며, Lai⁶⁾는 Fourier Amplitude Spectra로부터 암반(rock site)의 경우 $\omega_g=26.7\text{rad/sec}$, $\beta_g=0.35$ 로 제안하였으며, 연약지

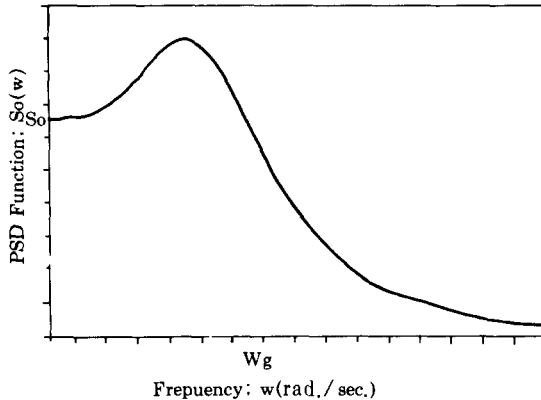


그림 2. Kanai-Tajimi의 PSD function(typical)

반(soft site)의 경우에는 $\omega_g=19.0\text{rad/sec}$, $\beta_g=0.32$ 로 제안하였다.

또 Sues, Wen, Ang¹²⁾은 3개의 지반 조건에 대해 최소 자승(least square) 방법과 Scale Factor 를 사용하여 표 1과 같은 자료를 얻었다.

만약 Kanai-Tajimi PSD Function의 Parameter 를 알았다면, Mean Square Ground Acceleration σ_a^2 은 다음과 같이 얻을 수 있다.

표 1. Kanai-Tajimi spetral parameter and corresponding c.o.v., and scale factor for mean square values

Ground conditon	ω_g	β_g	Scale f actor	Mean square	c.o.v. (ω_g)	c.o.v. (β_g)
Soft	10.9	0.96	0.81	67.7S ₀	0.425	0.426
intermed.	16.5	0.80	0.83	95.7S ₀	0.425	0.426
hard	16.9	0.94	0.79	101.2S ₀	0.398	0.391

$$\sigma_a^2 = F_g \frac{S_0 \omega_g \pi}{2\beta_g} (1 + 4\beta_g^2) \quad (8)$$

여기서 F_g 는 Scale Factor이며 표 1에 수록되어 있다. 또한 지반운동이 Random Process에 따른다면 지진 강도는 Radnom Process의 Root-mean-square, σ_a 에 의해 측정되어진다. 그러나, 지진 위험도 해석(seismic hazard analysis)의 결과는 주어진 최대가속도를 초과하는 항으로 되기 때문에 최대가속도의 평균 $E[a_{max}]$ 과 σ_a 와의 관계가 필요하며, 다음식으로 나타낼 수 있다.¹⁰⁾

$$r = \frac{E[a_{max}]}{\sigma_a} = \begin{cases} \sqrt{\{2\ln(2t_d/t_0)\}} & t_d \geq 1.36t_0 \\ 2 & t_d < 1.36t_0 \end{cases}$$

여기서 r : Peak Factor

- t_d : Duration of the Strong Motion Phase of the Ground Excitation
- t_0 : Predominant Period of the Ground Motion

t_d 의 평균값과 c.o.v, 및 Peak Factor 값은 표 2에 나타내었다.

표 2. Strong motion duration statistics and peak factors

Ground condition	Mean (sec)	c.o.v.	Peak hactor r
Soft	10.0	0.90	3.0
Intermed.	7.0	0.90	2.9
hard	5.5	1.00	2.9

우리나라 건설부 내진규준에서 제안한 바에 의하면 지역계수는 0.12g에 가깝고, 유¹⁸⁾의 연구에 따르면 지진 발생시 설계하중으로 0.20g를 택하는 것이 타당하다고 하였다. 또한 우리나라의 원전 구조물 설계시 최대 지진 가속도를 0.26g로 하였기에 a_{max} 값이 0.12g, 0.20g, 0.26g 일 때 표 1과 표 2, 식 (9)로부터 PSD Function의 Intensity Scale S_0 를 구하여 표

표 3. Intensity Scale of PSD Function

Ground condition	0.26g	0.20g	0.12g
Soft	$1.11 \times 10^{-4} g^2$	$6.57 \times 10^{-5} g^2$	$2.36 \times 10^{-5} g^2$
Intermed	$8.41 \times 10^{-5} g^2$	$4.97 \times 10^{-5} g^2$	$1.79 \times 10^{-5} g^2$
Hard	$7.95 \times 10^{-5} g^2$	$4.70 \times 10^{-5} g^2$	$1.69 \times 10^{-5} g^2$

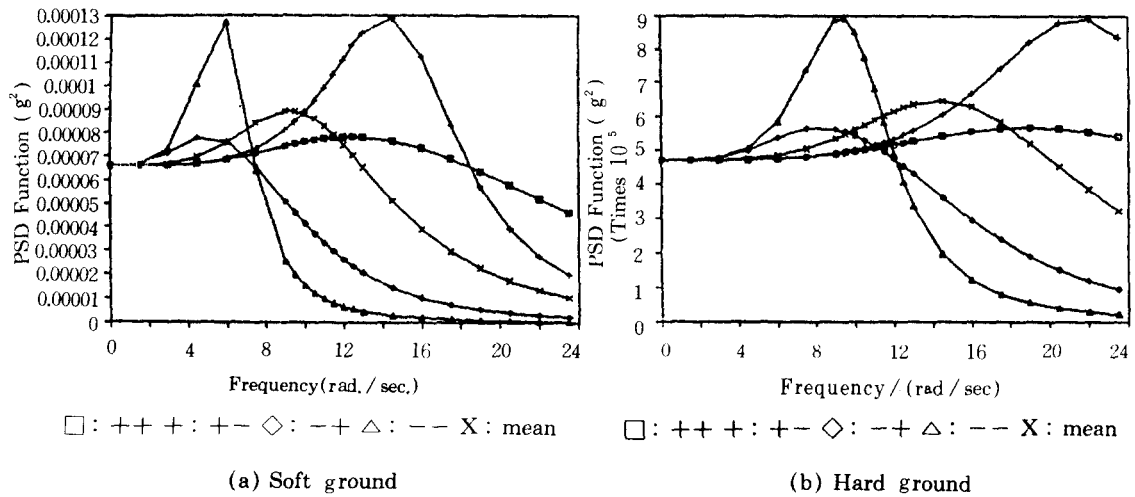


그림 3. Kanai-Tajimi PSD function

3에 수록하였다.

이상의 자료를 이용하여 식 (7)에 대한 PSD Function의 그림은 그림 3에 수록한 바 ω_g 와 β_g 의 변화에 따라 그 영향이 무척 큼을 알 수 있다. 여기서 □는 ω_g 와 β_g 의 표준편차를 모두 더한 것을 의미하며 △는 모두 빼 것을 의미하고, x는 평균값을 사용하였을 시의 값을 나타낸다. 나머지 부호는 ω_g 와 β_g 의 표준편차를 순서대로 더하고 빼 값을 의미한다. 이 그림에서 보듯이 ω_g 값이 클수록 지반이 단단 할수록 Predominant Frequency가 커지며, β_g 값이 클수록 Peak 치가 큰 주파수 범위에 걸쳐 나타남을 알 수 있다.

2.3 Random 하중을 고려한 상호 작용 해석 이론

전술한 지진하중의 Randomness를 고려한 구조물의 지진해석을 하기 위하여 Random Vibration Theory, 복소응답(complex response) 방법을 사용하여 다음과 같이 Modeling 할 수 있으며, 주파수 영역에서 운동 방정식은 다음과 같다.¹⁰⁾

$$(K - \omega_r^2 M)\{U_r\} = -\{m\}\{\ddot{Y}_r\} \quad (10)$$

여기에서 K : 강성 행렬(stiffness matrix)
M : 질량 행렬(mass matrix)

ω_r : 각각의 주파수(frequency),
 $r=0, 1, 2, \dots, N$

$\{U_r\}$: Rigid Body에 관계된 system의 변위

$\{m\}$: 질량 행렬과 입력운동 방향에 관계된 Vector

$\{\ddot{Y}_r\}$: Excitation

식 (10)을 풀면 다음과 같다.

$$\{U_r\} = -(K - \omega_r^2 M)^{-1}\{m\}\{\ddot{Y}_r\} \quad (11)$$

식 (11)에 Random Vibration Theory로부터 잘 알려진 Input-Output 관계를 이용하면 다음과 같다.²⁾

$$\{U_r\} = \{H_r\}\{\ddot{Y}_r\} \quad (12)$$

$$\{P_u\}_r = |H_r|^2 \{P_y\}_r \quad (13)$$

여기에서 $\{P_u\}_r$: $\{U_r\}$ 의 Power Spectral Density

$\{P_y\}_r$: $\{\ddot{Y}_r\}$ 의 Power Spectral Density

$|H_r|$: $\{H_r\}$ 의 복소 절댓값

3. 동적 지반 특성치의 확률론적 모형화

지반-구조물 상호작용 해석에서 지반의 응답은 지반의 대표적 재료 특성치에 절대적으로 의존하므로, 이들의 결정은 해석시 정확성을

지배하는 중요한 요소로 작용한다. 그러나 이들 값은 여러 요인에 따라 큰 분포를 가지기 때문에 정확히 결정론적으로 결정하는 것은 거의 불가능하다. 그러므로 이들 값의 확률론적 적용이 필요하며, 응답의 불확정성에 가장 큰 영향을 끼치는 지반의 매개 변수로 동적 전단 계수 G 와 감쇠비 β 를 사용하여 여러 시험별 결정법과 이의 적용을 연구한 바 다음과 같다.

3.1 각 시험별 최대 동적 전단계수

가) Crosshole Tset

이 시험은 지반을 통한 탄성파의 전파특성을 이용하는 원위치 지반 시험법으로 파의 도달 시간을 측정하여 파의 전파 속도를 계산하고 이로부터 다음 식을 이용하여 동적 전단계수 및 포아슨비를 구한다. 이 때의 전단계수는 비교적 낮은 변형률($10^{-4}\%$) 구간에서 구하기 때문에 최대 동적전단계수 G_{max} 라 할 수 있다.

$$G_{max} = \rho V_s^2 \quad (14)$$

$$\nu = \frac{V_p^2 - 2V_s^2}{2(V_p^2 - V_s^2)} \quad (15)$$

나) 표준 관입 시험(SPT)

표준 관입 시험의 N 치와 전단파 속도의 상관 관계로부터 많은 학자들이 N 치와 전단계수의 선형 회귀분석을 통한 경험식을 제안한 바 이 식들 중에서 본 연구에서는 Ohsaki와 Iwasaki⁶⁾가 제안한 다음 식을 사용하였으며 그에 대한 자료는 그림 4에 수록하였다.

$$G_{max} = 1200N^{0.8} \quad (16)$$

다) 일축압축시험(UC Test)

점토 지반의 경우 실내시험에서 구한 비배수 전단강도 S_u 나 현장 Vane Test에서 구한 전단강도를 이용하여 Martin and Seed가 발표한 다음 식을 통하여 동적 전단계수를 구할 수 있다.⁷⁾

$$G_{max} = 2050 S_u \quad (17)$$

3.2 각 시험별 동적 전단계수

가) 전단계수의 확률론적 모형화

앞 절에서 구한 전단계수는 비교적 낮은 전단 변형률 구간에서 구한 값이나 실제적으로 강력한 지진으로 야기되는 지반의 전단변형률은

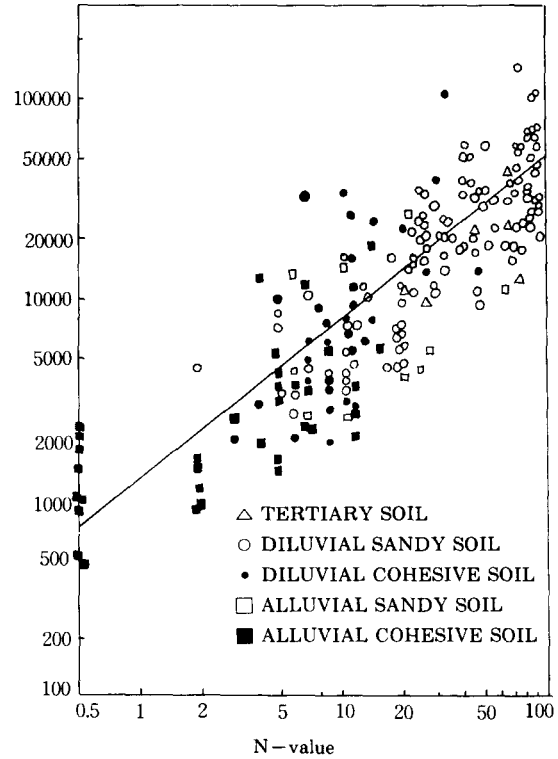


그림 4. Correlation between shear modulus and N-value

$10^{-3}\% \sim 5 \cdot 10^{-1}\%$ 의 값을 갖게 되기 때문에 지진의 동적전단계수 G 는 그림 8을 참조하여 다음식으로 보정해 주어야 한다.

$$G = F(\gamma) \cdot G_{max} \quad (18)$$

여기서, $F(\gamma)$ 는 전단변형에 따른 감소함수이며, G_{max} 는 각 시험에서 구한 동적 전단계수값이다. 위 식 (18)에 대하여 확률론적 모형화를 이룩하면 다음식과 같다.

$$E[G] = E[K] F(\gamma) E[G_{max}] \quad (19)$$

$$\Omega[G] = (\Omega^2[K] + \Omega^2[G_{max}])^{1/2} \quad (20)$$

여기서, $E[K]$ 는 감소함수 $F(\gamma)$ 에 대한 보정계수 (correction factor)의 평균이고, $\Omega[K]$ 는 보정계수 K 에 대한 변동계수이며, $\Omega[G_{max}]$ 은 식의 모델 오차와 자료의 Scatter를 고려한 G_{max} 의 변동계수이다. 본 연구에서는 Woods¹⁷⁾의 제안과 그림 5를 이용하여 보정계수 K 의 변동계수를 0.3으로 하였다. 또한 N 치와 같이 상호 종속 변수가 있는 경우의 변동계수는 다음 식과 같이 구한다.

$$\Omega[G] = \left[\Omega^2[K_1] + \Omega^2[K_2] + \frac{(\partial f / \partial N)_{\text{mean}}^2 \text{Var}[N]}{\{f(\bar{N})\}^2} \right]^{1/2} \quad (21)$$

여기에서 첫번째와 두번째 항인 $\Omega[K_1]$ 과 $\Omega[K_2]$ 는 각각 감소 함수와 표준 관입시험시의 전단계수에 대한 변동계수를 나타내고 세번째 항은 N 치의 변동계수에 대한 것으로 $\partial f / \partial N$ 은 1 차 편미분율을, \bar{N} 는 평균값을 의미하며, $f(\bar{N})$ 는 식(16)에서 구한 것을 나타낸다.

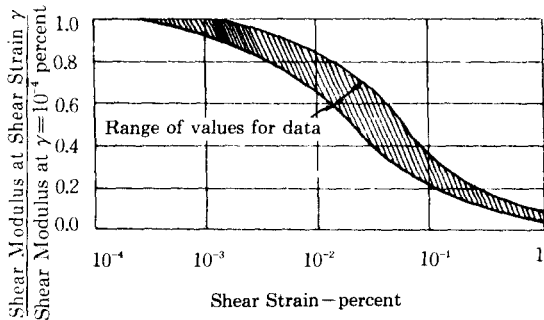


그림 5. Dynamic shear modulus vs. shear strain

나) 전단계수의 확률론적 모형화의 적용

앞 절에서 이룩한 확률론적 모형을 이용하여 전단계수를 구하기 위해 Lotung에서 실시한 Workshop의 자료를 이용하였던 바 이 Workshop은 미국의 EPRI (electric power research institute)에서 주관한 것으로 원전 구조물의 1/4과 1/12 Scale 크기의 모형을 대만 Lotung에 설치한 후 실제 지진 발생으로 인한 거동을 측정하여 여러 해석결과와 비교한 것으로 1987년에 실시되었다.

이에 본 연구에서는 이 Workshop 중에서 발표한 지반의 특성치 시험결과를 이용하였

표 5. Mean and c.o.v. of dynamic shear modulus

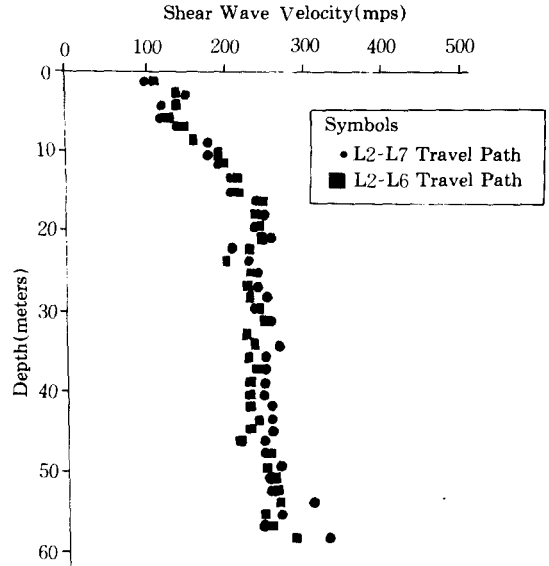
Test	Mean*		c.o.v. $\Omega[G]$
	G_{max}	G^{**}	
Crosshole test	1120	448	0.37
SPT	954	382	0.57
UC Test	1120	448	0.47

* unit : kg/cm^2

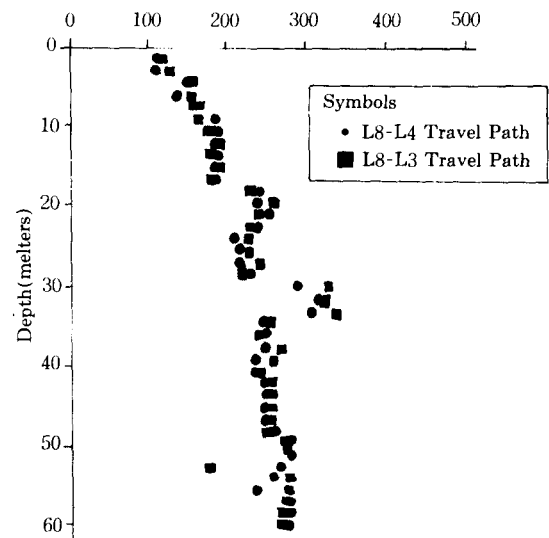
** G value with reduction function $F(\gamma)$

다.¹⁾ 그림 6과 7은 이 시험의 전단파 속도와 압축파 속도를 나타내며, 그림 8은 그 지반의 N 치를 나타낸다.

이상의 자료와 앞절에서 구한 식들을 이용하여 구한 동적 전단계수와 그 변동계수는 표 5에 수록하였다.

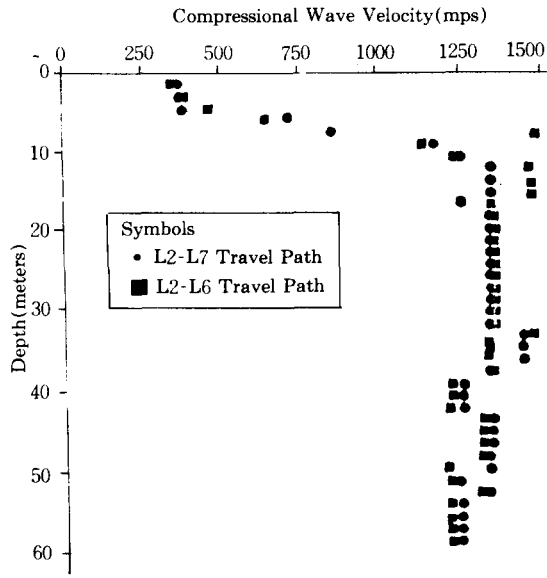


a) 1/4-Scale Structure Location

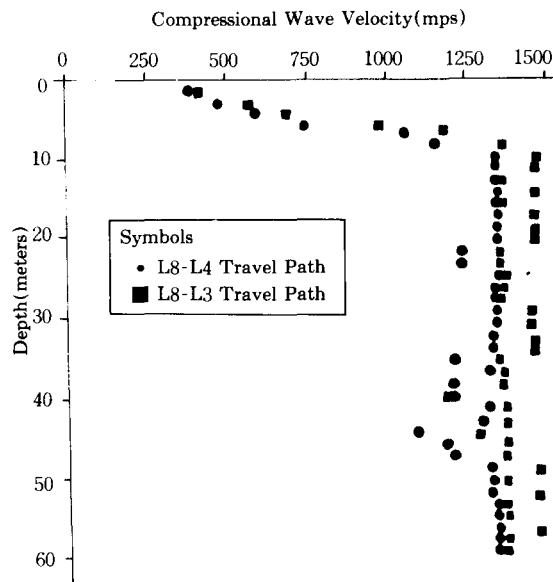


b) 1/12-Scale Structure Location

그림 6. Shear wave velocity v.s. depth



a) 1/4-Scale Structure Location



b) 1/12-Scale Structure Location

그림 7. Compression wave velocity v.s. depth

3.2 감쇠비 β 의 불확정성

시간이나 거리에 따라 에너지의 감소로 인하여 진동 크기를 감소시키는 지반의 감쇠에는 발산감쇠(radiation damping)와 재료감쇠(material damping)가 있으나 본 연구에서 무작위 변수로 표시되는 감쇠는 재료감쇠를 의미한다.

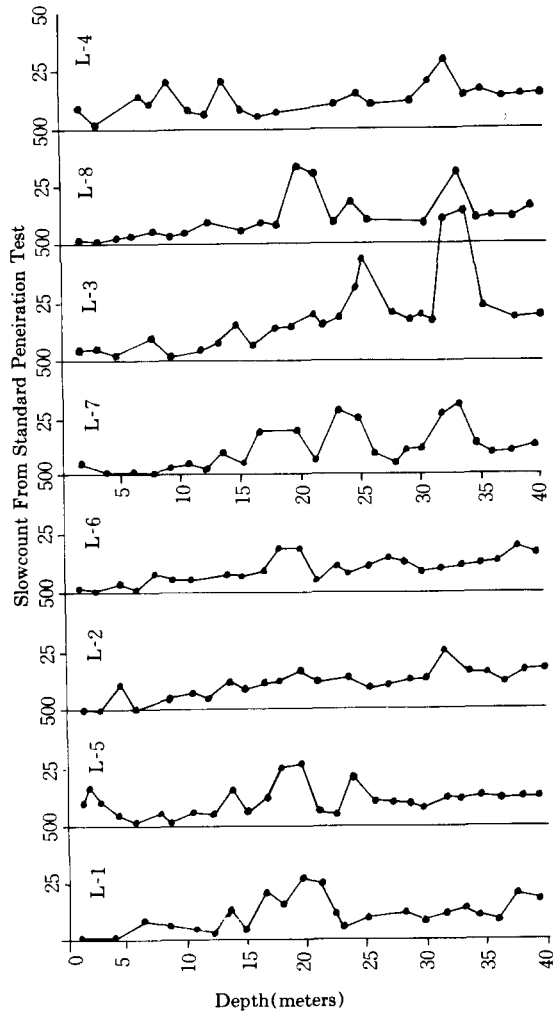


그림 8. N-Value v.s. depth

감쇠비는 실제 감쇠계수를 한계 감쇠계수로 나눈 값으로서 정의된다. 일반적으로 지반의 감쇠비는 구조물의 그것보다 상당히 크며, 특히 전단 변형률이 증가 할수록 증가함이 보통이다. 그림 9로부터 감쇠비는 전단 변형률의 함수인 다음식으로 정의할 수 있다.

$$\beta = \beta(\gamma) \quad (22)$$

위의 식을 적용하기 위하여 역시 Lotung에서 실시한 진동 3축 시험(cyclic triaxial test)

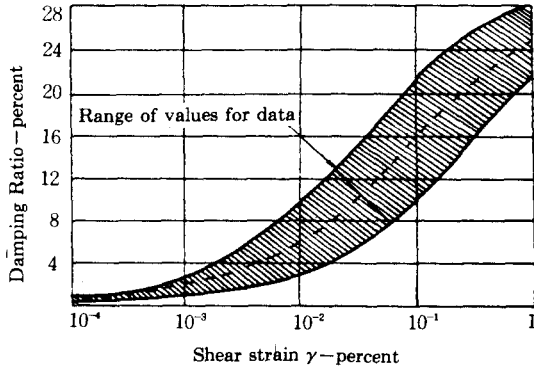


그림 9. Damping ratio v.s. shear strain

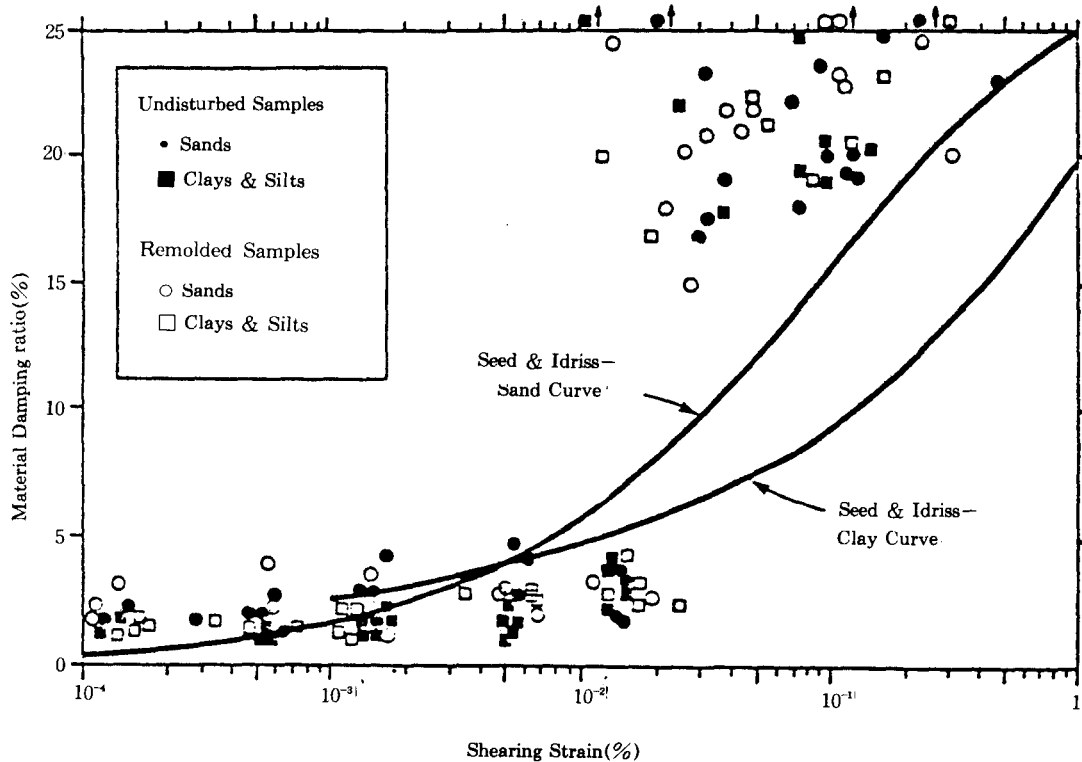
와 Resonant Column Test의 결과를 그림 10에 수록한 바 평균값은 21%이고 이때의 변동 계수는 0.15이다.

4. 지반-구조물 상호작용의 확률론적 적용

4.1. Two Point Estimates

Two Point Estimate 방법은 Rosenblueth⁹⁾가 제안한 것으로 내용은 다음과 같다.

X와 Y가 무작위 실변수라 하고 $Y=Y(X)$ 가 Well Behaved Function이라 할 때 X의



Note : Damping ratios < 10% from resonant column tests,
damping ratios > 10% from cyclic triaxial tests.

그림 10. Damping ratio (experimental results in Lotung)

평균 \bar{X} 와 표준편차 σ_x , 그리고 왜곡도 ν_x 가 주어지는 경우에는, Y 분포의 모멘트를 근사적으로 구할 수 있다. 만약 Y가 X에 대하여 Taylor 전개를 사용할 수 있을 때, 다음의 식과

같이 표시할 수 있다.

$$E(Y^n) = \sum_{i=1}^k P_i y_i^n \quad (23)$$

여기서 $E(Y^n) = Y$ 의 n차 모멘트

P = Y의 1번째에 해당하는 계수
y = Y의 번째 Point Estimate
k = Point Estimate를 수행하는 횟수

4.2 변수가 여러개 일 경우의 Two Point Estimate

식 (23)으로 이끄는 절차들은 서로간에 연관성이 있는 여러개의 무작위 변수들로 이루어진 함수들에 대하여 확대하여 적용할 수 있다. 병합 확률 밀도(joint probability density)는 m개의 무작위 변수들에 의하여 정의된 공간의 2^m Hyperquadrants에서의 점들에 집중된 것으로 가정한다. m=3, 4일 때 함수 Y가 $Y=Y(X_i)$ 와 같이 표시되고, 집중된 점들의 좌표와 크기는 함수 Y와 독립적이라하며, X_i 사이의 상관계수를 ρ 라 하면, n=3, 4일 때의 각 계수들의 값은 각각 다음 식 (24), (25)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} P_{+++} &= P_{---} = (1/8)(1+\rho_{12}+\rho_{23}+\rho_{31}) \\ P_{++-} &= P_{--+} = (1/8)(1+\rho_{12}-\rho_{23}-\rho_{31}) \\ P_{+-+} &= P_{-+-} = (1/8)(1-\rho_{12}-\rho_{23}-\rho_{31}) \\ P_{+--} &= P_{-+-} = (1/8)(1-\rho_{12}+\rho_{23}-\rho_{31}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} P_{++++} &= P_{----} = (1/16)(1+\rho_{12}+\rho_{13} \\ &\quad +\rho_{14}+\rho_{23}+\rho_{24}+\rho_{34}) \\ P_{+++} &= P_{---} = (1/16)(1+\rho_{12}+\rho_{13} \\ &\quad -\rho_{14}+\rho_{23}-\rho_{24}-\rho_{34}) \\ P_{+++-} &= P_{--+-} = (1/16)(1+\rho_{12}-\rho_{13} \\ &\quad +\rho_{14}-\rho_{23}+\rho_{24}-\rho_{34}) \\ P_{+---} &= P_{----} = (1/16)(1-\rho_{12}+\rho_{13} \\ &\quad +\rho_{14}-\rho_{23}-\rho_{24}+\rho_{34}) \\ P_{+----} &= P_{-----} = (1/16)(1-\rho_{12}-\rho_{13} \\ &\quad -\rho_{14}+\rho_{23}+\rho_{24}+\rho_{34}) \\ P_{++--} &= P_{--++} = (1/16)(1+\rho_{12}-\rho_{13} \\ &\quad -\rho_{14}-\rho_{23}-\rho_{24}+\rho_{34}) \\ P_{+-+-} &= P_{-+-} = (1/16)(1-\rho_{12}-\rho_{13} \\ &\quad +\rho_{14}+\rho_{23}-\rho_{24}-\rho_{34}) \\ P_{+---} &= P_{----} = (1/16)(1-\rho_{12}+\rho_{13} \\ &\quad -\rho_{14}-\rho_{23}+\rho_{24}-\rho_{34}) \end{aligned} \quad (25)$$

본 연구에서는 Two Point Estimate Method

를 지반-구조물 상호작용에 적용하기 위하여 함수 Y를 최대 변위, 저면 전단력, 저면 모멘트로 하였으며, 매개변수로는 지반의 전단계수, 감쇠비와 Kanai-Tajimi의 입력 Parameter ω_g 와 β_g 4개를 사용하여 지반의 동특성치에 대한 불확정성 뿐만아니라 Input Motion의 불확정성도 고려하여 해석하였다. 또한 전단계수 G와 ω_g , 그리고 감쇠비 β 와 β_g 의 상관관계만이 존재한다고 보고, 그 나머지의 상관 관계는 없는 것으로 가정하고 해석하였다. 이와같이 4개의 매개 변수를 사용하였으므로 총 $2^4=16$ 번의 계산이 필요하다.

5. 예제 해석 및 결과

예제 해석에 사용된 구조물은 높이 72.02m 반경 23.03m인 제원을 갖는 Containment Shell 요소이며 이 구조물의 탄성계수는 $3.0 \times 10^9 \text{ ton/m}^2$, Poisson 비=0.2, 단위중량=2.45 ton/m^3 , 감쇠비=0.07이다. 이 구조물의 Half

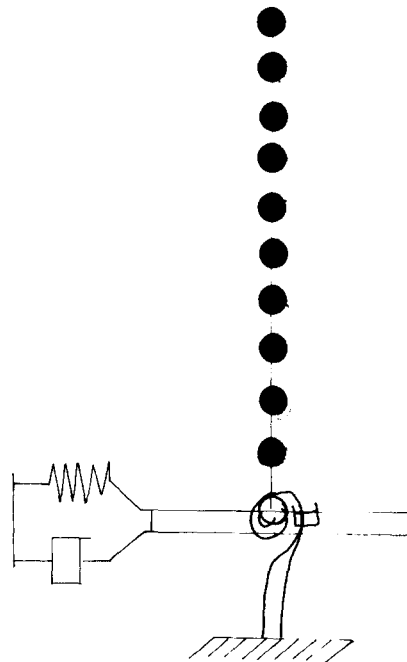


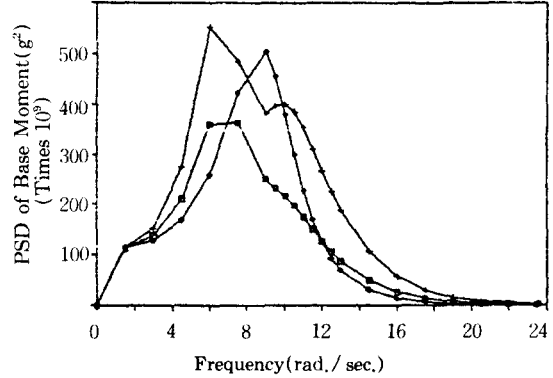
그림 11. Modeling of Containment Shell for elastic half space analysis

Space Method 해석을 위한 Modeling은 그림 11에 수록하였다.

입력지진은 앞에서 구한 그림 3의 Kanai-Tajimi가 제안한 PSD Function을 사용하였으며, 지반 및 입력 PSD Function의 각 매개변수는 앞 3절에 설명한 바와 같다. 이때 각 경우별 결과는 다음과 같다.

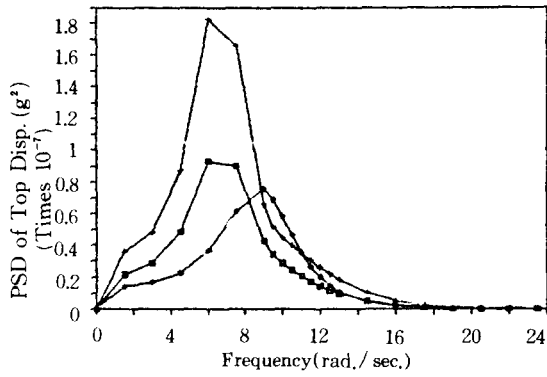
가) Two Point Estimate 방법과 Mean value 사용시의 결과

그림 12의 (a), (b), (c)는 각각 Top Displacement 와 Base Shear, Base Moment의 PSD Function을 나타냈으며, □부호는 Two Point Estimate 방법에 의해 구한 평균치이고 +부호는 Two Point Estimate 방법에 의한 평균치에다 표준편차를 더한 것이고 ◇부호는 지반 Parameter의 평균치를 사용하여 구한



□ Two Point + Two Point+S.D. ◇ mean
(c) Base moment

그림 12. Comparison of mean values of PSD function from two point estimate method and from parameter means

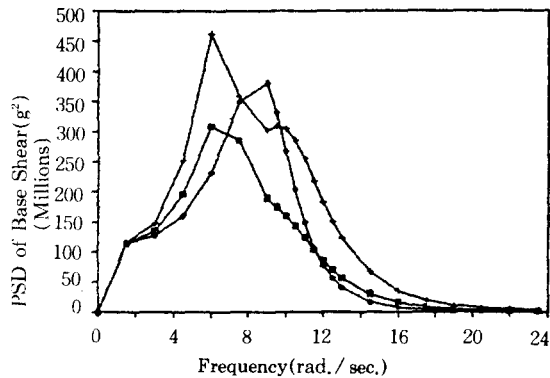


□ Two Point + Two Point+S.D. ◇ mean
(a) Top displacement

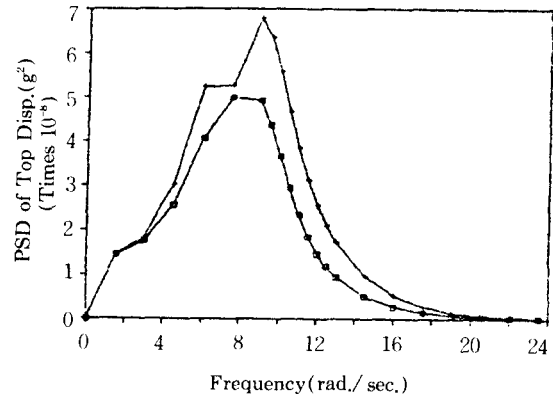
PSD 값이다. 이 그림에서 보듯이 평균치만을 사용한 경우의 PSD 값이 Two Point Estimate 방법을 사용했을 때 보다 비교적 낮은 주파수에서 변위는 작게 나타났고, Base Shear와 Base Moment는 조금 크게 나타남을 볼 때 약간 Bias 되었음을 알 수 있다.

나) 토질정수 및 Input Parameter의 변화에 따른 PSD Function의 결과 비교

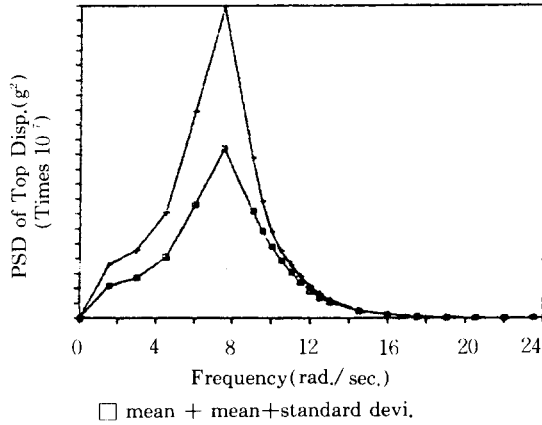
그림 13은 토질정수는 평균치만을 사용하고 Input Parameter ω_g 와 β_g 의 variance를 고려



□ Two Point + Two Point+S.D. ◇ mean
(b) Base shear



(a) Sensitivity of parameters of input PSD function



(b) Sensitivity of soil parameters

그림 13. Comparison of sensitivity of soil parameters and parameters of input PSD function on response PSD function

한 것과, 반대로 Input Parameter의 평균치만을 사용하고 토질정수 G 와 β 의 variance를 고려한 것을 비교한 것으로 전자는 Peak치의 경우 약 1.4배의 분산을 갖고있으나, 후자의 경우 2배의 분산을 보이는 바 토질 정수만을 변화시킨 것이 Input Parameter ω_g 와 β_g 를 변화시킨 것 보다 큰 영향을 끼침을 알 수 다.

다) 상관계수에 따른 PSD Function의 비교

그림 14는 Input Parameter와 토질정수의 상관계수를 달리 하였을 때의 그림으로 G 와 ω_g , β 와 β_g 의 Correlation이 클 수록 약간 큰 Peak치를 보이거나 큰 영향은 없는 것으로 나타났다.

라) 최대 지진가속도의 변화에 따른 PSD Function의 비교

그림 15는 최대 지진가속도의 변화에 따른 영향을 나타낸 것으로 이 그림에서 보듯이 최대 가속도가 0.12g, 0.20g, 0.26g의 크기로 증가하는 것 보다 증가폭이 더욱 큰 Response를 나타냈다. 이러한 이유는 Input PSD Function의 Intensity Scale S_0 가 최대 지진 가속도의 제곱에 비례하기 때문인 것으로 판단된다.

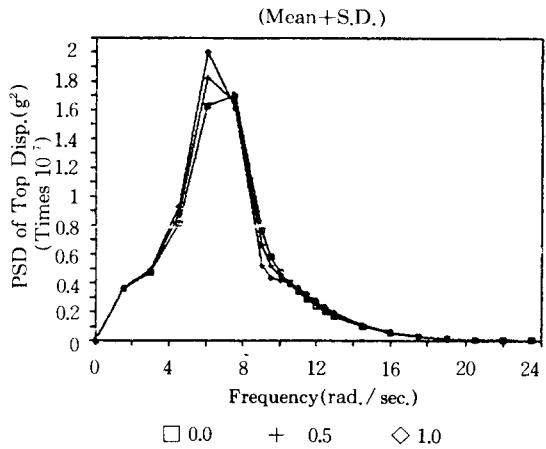
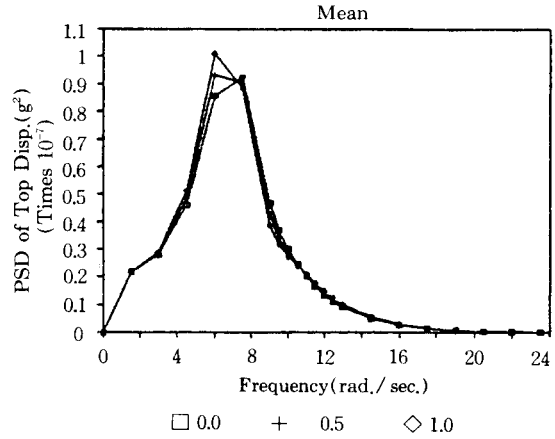
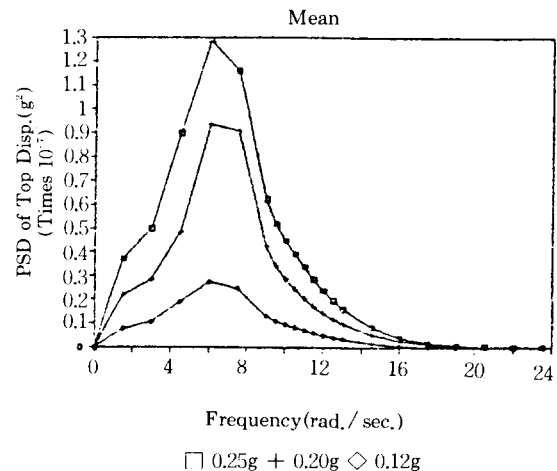


그림 14. Effect of Correlation factors among parameters on response PSD function



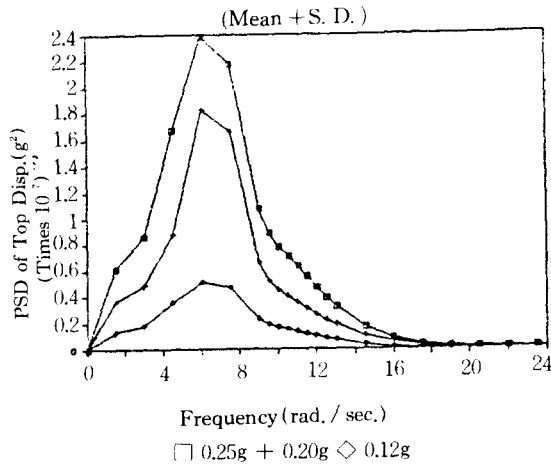
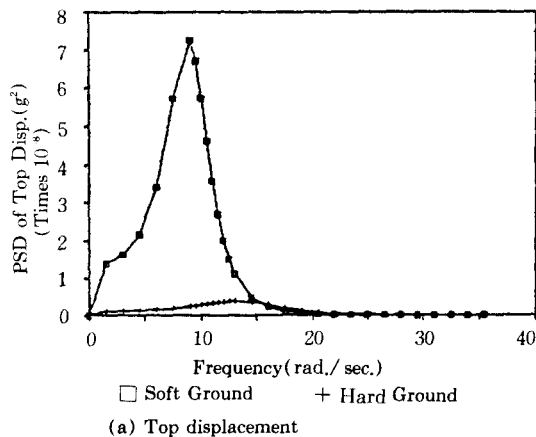


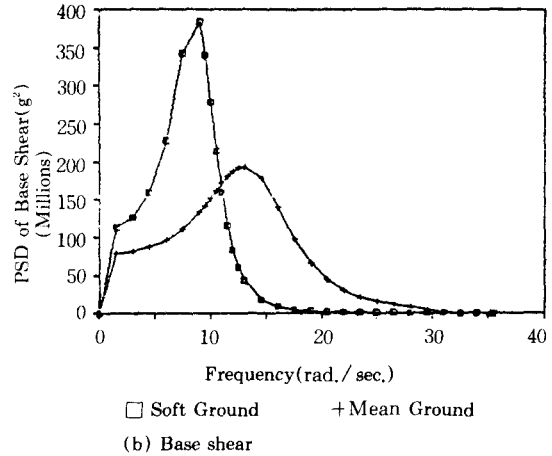
그림 15. Effect of a_{max} on response PSD function

마) 지반상태에 따른 PSD Function의 비교
 그림 16은 Soft Ground와 Hard Ground의 PSD Function을 수록한 바 이 그림에서 보듯이 Soft Ground의 경우가 Hard Ground보다 Displacement의 경우 낮은 주파수에서 큰 차이를 나타내며, Shear와 Moment는 Hard Ground의 경우가 큰 값을 갖게 됨을 알 수 있다.

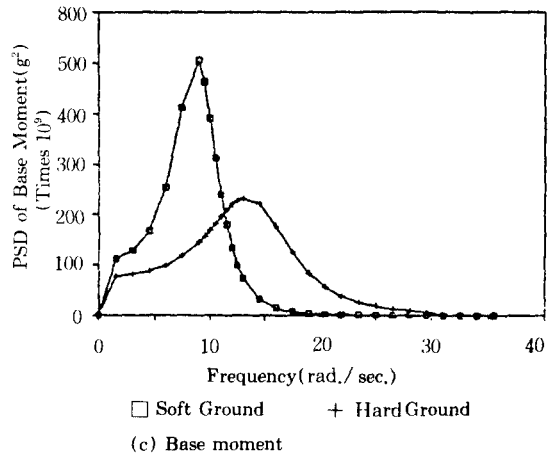
바) 시험방법에 따른 PSD Function의 비교
 Crosshole Test, Standard Penetration Test, Uniaxial Test에서 구한 각각의 토질정수를 사용하여 얻은 PSD Function을 그림 17에 수록하였다. 이 그림에서 보듯이 Displacement의 경우 토질정수의 Variance에 비례하여 Peak



(a) Top displacement



(b) Base shear



(c) Base moment

그림 16. Effect of soil stiffness on response PSD function

치가 큰 영향을 받으나, Base Shear와 Moment의 경우 그 영향이 적은 것으로 나타났다.

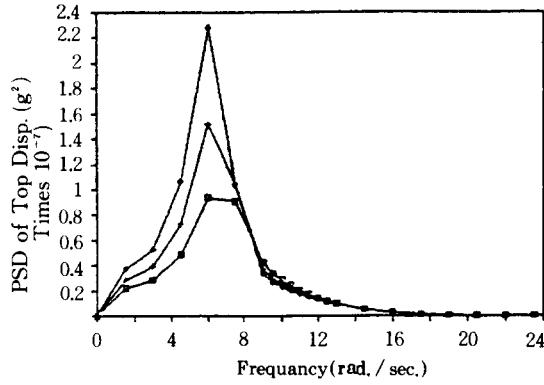
사) 결과의 이용

PSD Function이 주위졌을때 그것으로부터 Extreme Value를 얻는 방법인 First Passage Problem은 다음과 같다.

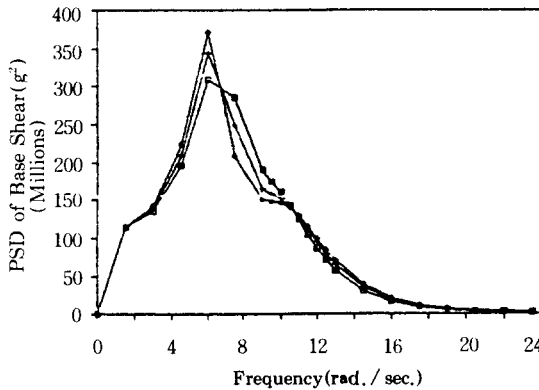
$$D_1 = \int_0^{\infty} |S(\omega)| \omega^4 d\omega \quad (26)$$

여기서 D_1 는 PSD Function $S(\omega)$ 의 Spectral

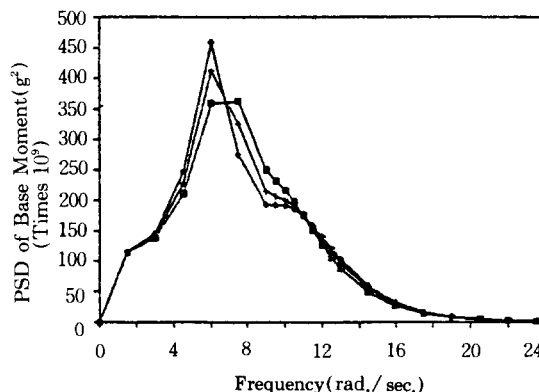
	D_0	r	U
Top Disp.	5.47×10^{-5}	(m^2)	3.0, 2.22 (cm)
Base shear	2.21×10^{11}	(ton^2)	3.0, 1410 (ton)
Base moment	2.86×10^{14}	($ton^2 \cdot m^2$)	3.0, 50800 (t-m)



(a) Top displacement



(b) Base shear



(c) Base moment

그림 17. Comparison of response PSD functions with different testing methods.

Moment이며, $i=0$ 일때의 D_0 는 표준편차를 나타낸다. 이때의 Extreme Value U 는 다음과 같다.

$$U = r \sqrt{D_0} \quad (27)$$

여기서 r 은 Peak Factor를 의미하며 표 2에서 구한 값과 그림 12의 Two Point Estimate 방법으로 구한 PSD Function을 식 (27)에 적용하여 구한 Extreme Value를 다음 표에 수록하였다.

6. 결 론

본 연구에서는 동적전단계수 G 와 감쇠비 β 를 무작위 변수로 보았을 뿐만 아니라 Kanai-Tajimi가 제안한 PSD Function에서 사용한 Parameter ω_g, β_g 또한 입력 지진의 무작위 매개변수로 하여, 모두 4개의 매개변수의 분산을 고려하여 구조물 Top에서의 Displacement와 구조물 Base에서 Shear 및 Moment의 Output PSD Function을 구하였다. 또한 Two Point Estimate 방법을 적용하여 응답의 평균과 분산을 산출한 바 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) Kanai-Tajimi가 제안한 PSD Function의 입력 Parameter ω_g 와 β_g 의 변화에 따른 입력 지진의 불확정성은 무척 큼을 알 수 있다.
- 2) G 와 β, ω_g 와 β_g 사이의 Correlation Factor의 영향은 크지 않은 것으로 나타났다.
- 3) 지진강도의 최대 지진가속도의 변화에 따른 영향은 큰 것으로 나타난 바 그 이유는 가속도 값이 변함에 따라 매개변수 ω_g, β_g 값이 변화하는 것일 뿐만 아니라 Intensity Scale 또한 크게 변하기 때문인 것으로 판단된다.
- 4) Soft Ground의 경우가 Hard Ground보다 더 큰 Peak치를 나타내며, Predominant Frequency는 작은 값을 갖게됨을 알 수 있으나 Base Shear와 Moment의 경우 넓은 주파수 범위에 걸쳐 Peak치를 갖고 있음을 알 수 있다.
- 5) Displacement의 경우 토질정수의 Variance에 비례하여 Peak치가 큰 영향을 받으나,

- Base Shear 와 Moment 의 경우 그 영향이 적은 것으로 나타났다.
- 6) 토질정수만을 변화시킨 것이 Input Parameter ω_g 와 β_g 를 변화시킨 것 보다 큰 영향을 끼침을 알 수 있다.
 - 7) 원하는 PSD Function 을 구하여 그 PSD Function 을 전 구간에 대해 적분한 후 그 값에 Peak Factor 를 곱하면 그것이 원하는 Extreme Value 로서 이를 원자력 구조물의 내진 설계에 이용할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 1987년도 목적기 초연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로 이에 깊은 사의를 표한다.

參考文獻

1. Anderson, D.G., and Tang, T.K., "Summary of Soil Characterization Program for the Lotung Large-Scale Seismic Experiment," EPRI / NRC / TPC Workshop on Validation of Seismic Soil-Structure Interaction Analysis Techniques Using Lotung Data, Dec., 1987.
2. Crandall, S.H. and Mark, W.D., "Random Vibration in Mechanical Systems," Academic Press, New York, 1963.
3. Housner, G.W. and Jennings, P.C., "Generation of Artificial Earthquakes," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.90, No. EM1, Feb., 1964.
4. Idriss, I.M., Kausel, E., Kennedy, R.P., Lysmer, J., and Whitman, R.V., "Analyses for Soil-Structure Interaction Effects for Nuclear Power Plants," Reported by the Ad. Hoc. Group on Soil-Structure Interaction of the Committee on Nuclear Structures and Materials of the Structural Division of ASCE, Technical Publications, ASCE, New York, U.S.A., 1979.
5. Kanai, K., "An Empirical Formula for the Specturm of Strong Earthquake Motions," Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. of Tokyo, 39, 1961.
6. Lai, P, S-S., "Statistioal Characterization of Strong Ground Motions Using Power Spectral Density Function," Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.72, No.1, Feb., 1982.
7. Martin, P.P and Seed, H.B., "One-Dimensional Dynamic Ground Response Analysis," Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.108, No.GT7, July 1982.
8. Ohsaki, Y., and Iwasaki, R., "On Dynamic Shear Moduli and Poisson's Ratio of Soil Deposits," Soils and Foundation, Vol.13, No.4, 1973.
9. Rosenblueth, E., "Point Estimates for Probability Moments," Proceedings National Academy Sciences, U.S.A., Vol.72, No.10, Oct., 1975.
10. Romo, M.P., "A Random Probabilistic Approach to Seismic Nuclear Power Plant Analysis," Trnsactions of the 8th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, 1983.,
11. Seed H.B., and driss I I. M., "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis," Earthquake Engineering Research Center, Dec., 1970.
12. Sues, R.H., Wen, Y-K, and Ang, A. H-S., "Stochastic Seismic Performance Evaluation of Buildings," Structural Research Series, No.50 6, Civil Engineering Department, University of Illinois, Urbana, Illinois, May 1983.
13. Tajimi, H., "A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure during an Earthquake," Proc. 2nd WECC, Tokyo, 2: 781-797, Science Council of Japan, Japan, 1960.
14. Vanmarcke, E.H., and Lai, S-S. P., "Strong-Motion Duration and RMS Amplitude of Earthquake Records," Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.70, No.4, August 1980, pp. 1293-1307.
15. Veletsos, A.S., and Wei, Y.T., "Lateral and Rocking Vibration of Footings," Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, SM9, Sep., 1971.
16. Wong, H.L., and Luco, J.E., "Dynamic Interaction between Rigid Foundations in a Layered Half-Space," Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.5, No.3, 1986.
17. Woods, R.D., "Measurement of Dynamic Soil Properties," Proceedings of the ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, ASCE, Vol.1, June, 1970.
18. Yu, Chulsoo, "Seismic Risk and Design Input Criteria for Nucear Power Structures in Korea," "Proceeding of US-Korea Joint Seminar / Workshop on Critical Engineering System, Vol. 1, May, 1987.

(접수일자 1990. 1. 31)