

# 주동단에 반력스프링이 부착된 공진주 시험기에서 주동단 불완전 고정의 영향

Effects of Imperfect Fixing at the Active  
End of Spring-top Resonant Column Apparatus

閔 惠 基\*  
Min, Tuk-ki

---

## Abstract

The two degree of freedom model is proposed to study the effects of imperfect fixing at the active end of spring-top resonant column apparatus. A computer program using the SYMPHONY spreadsheet is developed to calculate the dimensionless frequency,  $F$ , from which modulus can be determined. It is found that the effect of reaction mass through the parameter  $T_r$  on dimensionless frequency,  $F$ , can not be ignored if  $T_r < 20$ . As  $T_0$  increases, the variation of  $F$  increases. But for  $T_r \geq 20$ , the effect of  $T_0$  becomes small. It is recommended that  $T_r$  be greater than 20 if single degree of freedom model is used to determine modulus of soil. It also is found that damping ratios of specimen and apparatus do not strongly affect the dimensionless frequency,  $F$ .

## 要 旨

주동단에 반력스프링이 부착된 공진주(spring-top resonant column) 시험기 주동단 불완전 고정의 영향을 연구하기 위해 2 자유도 모델을 제안하였다. SYMPHONY 스프레드시트를 이용하여 무차원주파수,  $F$ 를 구할 수 있도록 電算化하였으며 이로부터 彈性係數를 구할 수 있다.  $F$ 에 對한 反力 質量의 영향은 反力 質量 및 試料의 質量 및 周波數에 관계되는 係數,  $T_r < 20$ 인 경우에는 무시할 수 없음을 밝혔다. 試驗器 및 試料의 質量과 周波數에 관계되는 係數,  $T_0$ 가 증가함에 따라  $F$ 의 영향 역시 증가하였으나  $T_r \geq 20$ 인 경우 그 영향은 적었다. 주동단 고정을 위해서는  $T_r$ 이 20以上 되어야 함을 提案하였으며 이 경우 SDOF으로 취급할 수 있다. 시료와 시험기의 감쇠비는  $F$ 에 크게 영향을 미치지 않음도 밝혔다.

---

### 1. 序 論

공진주(resonant column) 시험에서는 원통형

試料에 彈性波를 전파시켜 흙의 彈性係數와 減衰等を 測定한다. 이 實驗은 매우 낮은 變形率에서 매우 正確한 結果를 얻을 수 있을 뿐 아니

---

\* 正會員, 蔚山大學校 工科大學 土木工學科 副教授

라, 같은 試料에 對해 反復實驗이나 여러 應力 狀態에서의 實驗이 可能하다.

여러 형태의 試驗器가 개발되었으며 이 中 주동단에 반력 스프링이 부착된 공진주 試驗器가 널리 使用되어 왔다.<sup>1,2,3)</sup> 그림 1.1은 공진주 시험기의 구조를 보여준다. 이 試驗器는 受動端이라 부르는 시료의 한쪽 끝이 고정되어 있다고 假定하고 있다. 만일 實驗하는 동안 이 고정단에 變形이 發生하면 유효길이가 길어지기 때문에 測定된 係數는 實際값보다 적게될 것이다.<sup>4)</sup> Drnevich는 수동단 관성/강성계수 P가 100 이상이 되어야 고정으로 볼 수 있음을 밝힌 바 있다.<sup>5)</sup> 시편의 다른 쪽 端을 主動端이라 하며, 이곳에는 시료에 荷重을 加하는 裝置, 變位 測定用 變換器 등이 부착되어 있다. 이 試驗器에는 큰 質量이 스프링의 反力을 爲해 使用되고 있으며 減衰는 보통 粘性減衰로 보고 減衰裝置 (dashpot)로 나타낼 수 있다.

지금까지의 研究에서는 이 큰 反力質量때문에 主動端의 스프링의 反力이 고정되어 있다고 假定하여 主動端의 거동을 一自由度(single-degree of freedom, S.D.O.F.)系로 假定하여 解를 求해 왔다. 그러나 反力質量은 無限히 크지 않기 때문에 엄밀한 意味에서 一自由度系가 아니다.

本 研究에서는 主動端의 不完全 고정의 影響을 考慮하기 위하여 2自由度 모델을 제안하였고, 그 解를 提示하였으며, 이를 電算化하였다. 또한 質量, 周波數 및 減衰比의 影響을 다루었다.

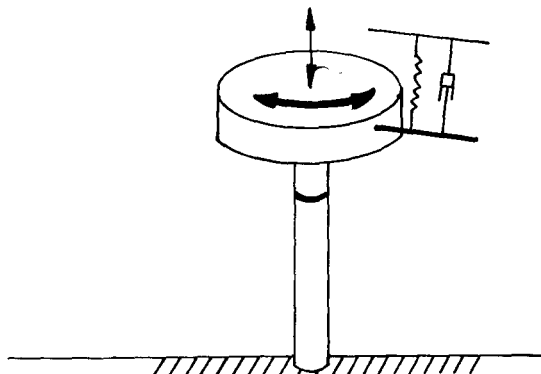


그림 1.1 Spring-top resonant column schematic

## 2. 運動方程式

공진주(resonant column) 시험기의 주동단은 2개의 질량으로 구성되어 있으므로 SDOF 모델로 해석하는 것 보다는 2-DOF 모델로 다루는 것이 더 적당하다. 本 研究에서 提案한 모델은 그림 2.1과 같다. 이 모델에서는 主動端에서 反力質量,  $M_r$ 과 진동기, 변환기 등의 質量,  $M_a$ 의 2개의 質量을 고려하였다.

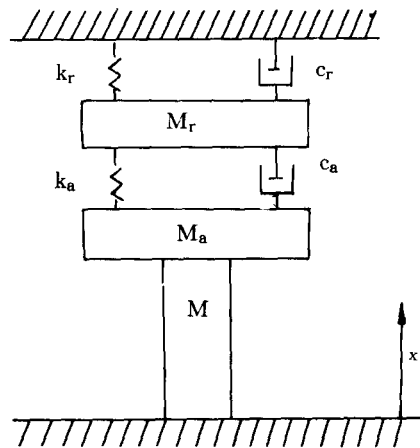


그림 2.1 The proposed model

一般的으로 흙은 線形粘彈性體(Kelvin-Voigt model)로 假定한다. Kelvin-Voigt 모델로부터 應力-變形率 關係는 다음 式과 같다.

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2-1)$$

(2-1)式을 이용하여 波動 方程式을 유도하면 다음과 같다.<sup>5)</sup>

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} \left[ u + \frac{\eta}{E} \frac{\partial u}{\partial t} \right] = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2-2)$$

式 (2-2)의 解는 초기 條件과 外力함수의 影響을 받으며, 一般적으로 조화함수로 나타낼 수 있다.

$$u = U(x)e^{i\omega t} \quad (2-3)$$

式 (2-3)를 式(2-2)에 代入하면

$$U''(x) + \frac{\rho\omega^2}{(E+i\eta\omega)} U(x) = 0 \quad (2-4)$$

이 된다.

이 式의 解는

$$U(x) = C_1 e^{iax} + C_2 e^{-iax} \quad (2-5)$$

로 쓸 수 있으며 여기서

$$a^2 = \frac{\rho \omega^2}{(E + i\gamma\omega)} \quad (2-6)$$

이다.

試料의 바닥(x=0)이 고정되어 있다면

$$u(0, t) = 0 \quad (2-7)$$

이 되고 식(2-3)와 식(2-5)로부터

$$C_1 + C_2 = 0 \quad (2-8)$$

이 된다.

$x = \ell$ 에서의 自由圖는 그림 2-2와 같다. 그림 2-2에서 위그림은 反力質量,  $M_r$ 의 自由圖이고, 아래그림은 主動端 質量,  $M_a$ 의 自由圖이다.

여기에 外力  $F_a(t)$ 가 作用하면 平衡方程式은  $M_a$ 와  $M_r$ 에 대해 各各 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-\sigma_x(\ell, t)A - k_a(u_a - u_r) - C_a(\dot{u}_a - \dot{u}_r) + F_a e^{i\omega t} = M_a \frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} \quad (2-9)$$

$$k_a(u_a - u_r) + C_a(\dot{u}_a - \dot{u}_r) - k_r u_r - C_r \dot{u}_r - F_a e^{i\omega t} = M_r \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \quad (2-10)$$

여기서  $u_r = Y e^{i\omega t}$ 라 하면

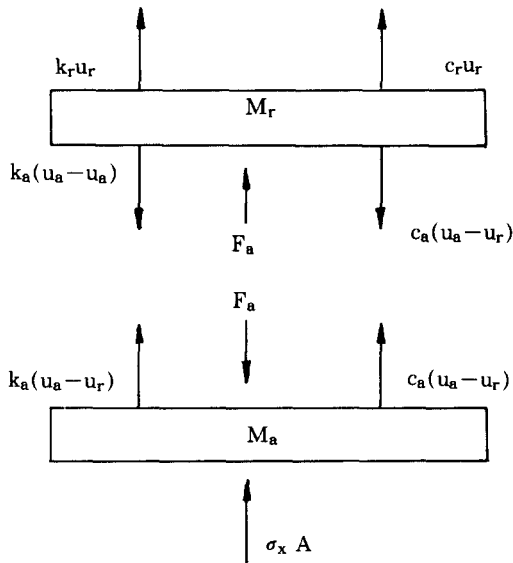


그림 2.2 Free-body diagram at the top of the specimen

$$\dot{u}_r = i\omega Y e^{i\omega t},$$

$$\ddot{u}_r = -\omega^2 Y e^{i\omega t} \text{가 된다.}$$

이들 식과 식(2-3)을 식(2-9)에 代入하면 다음 식이 된다.

$$[(-2\gamma A \omega a \cos a\ell - 2c_a \omega \sin a\ell) + i(-2M_a \omega^2 \sin a\ell + 2k_a \sin a\ell + 2EAa \cos a\ell)] C_1 - [-k_a - ic_a \omega] Y = F_a \quad (2-11)$$

式(2-11)에  $\ell/AE$ 를 곱하여 정리하면 다음 식이 된다.

$$\left\{ \left[ -2DMNa sC - \frac{2DAB}{F} \right] cC + \frac{2ADB}{F} sS + 2MNa cS \right. \\ \left. + i \left[ -2DMNa cS + \frac{2DAB}{F} sS \right] + \frac{2ADB}{F} cC - 2MNa sC \right\} C_1 + [NaM - iDMNa] Y = \frac{Fa}{M\omega^2} \quad (2-12)$$

$$\text{여기서 } NaM = Na^2 \frac{Ma}{M},$$

$$MNa = \frac{Ma}{M} (1 - Na^2),$$

$$Na = \frac{\omega_a}{\omega}$$

$$\omega_a = \sqrt{ka/Ma} \text{이다.}$$

마찬가지 方法으로 式(2-10)은 다음 식이 된다.

$$\left[ (-2NaM cS - 2DMNa sC) + i(2NaM sC - 2DMNa cS) \right] C_1 + [(MNr - NaM) + i(-DMNa - DMNr)] Y = \frac{Fa}{M\omega^2} \quad (2-13)$$

$$\text{여기서 } MNr = \frac{Mr}{M} (1 - Nr^2),$$

$$Nr = \frac{\omega_r}{\omega}$$

$$\omega_r = \sqrt{kr/Mr} \text{이다.}$$

式(2-12)과 式(2-13)은 매트릭스형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} + i b_{11} & a_{12} + i b_{12} \\ a_{21} + i b_{21} & a_{22} + i b_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} \quad (2-14)$$

式(2-14)에서 계수  $C_1$ 을 求할 수 있다. 따라서 처짐의 크기와 위상각은 각각 다음과 같다.

$$U(x)=[A_1^2(x)+A_2^2(x)]^{0.5} \exp(i\phi) \quad (2-15)$$

$$\phi(x)=\tan^{-1}[A_2(x)/A_1(x)] \quad (2-16)$$

$$\text{여기서 } A_1(x)=-2(p_1 c^*S^*+q_1 s^*C^*) \quad (2-17)$$

$$A_2(x)=2(p_1 s^*C^*-q_1 c^*S^*) \quad (2-18)$$

式(2-15)와 式(2-16)로부터 질량, 주파수, 감쇠계수가 주어지면 시료의 처짐의 크기와 위상각을 구할 수 있다. 이 式들은 주동단에 반력스프링이 부착된 공진주 시험기의 분석 및 계수 영향 검토에 使用될 수 있다.

### 3. 非減衰 彈性系에서의 周波數 方程式

減衰 및 外力이 없다면 式(2-14)는 單純化시킬 수 있다. 즉 式(2-14)의 매트릭스의 행렬식을 0으로 놓으므로 特性方程式을 求할 수 있다.

$$F \tan F = \frac{1}{T-T_0^2/T_r-T_0} \quad (3-1)$$

$$\text{여기서 } T=MNa, \quad (3-2)$$

$$T_r=MNr, \quad (3-3)$$

$$T_0=NaM \quad (3-4)$$

이다.

解의 正確性을 검토하기 위해  $T_r=\infty$ 와  $T_r=0$ 인 2가지 경우에 대해 고려해 보았다. 전자의 경우는 반력질량이 무한히 큰 경우이고, 후자의 경우는 반력질량이 0이거나 가진주파수,  $\omega$ 가 반력질량의 고유주파수,  $\omega_r$ 과 일치되는 경우이다.

$T_r=\infty$ 인 경우

이 경우는  $M_r$ 이 무한대가 되어 모델은 Hardin 형 공진주 시험기가 된다. 이 경우 式(3-1)은 다음 식으로 된다.

$$F \tan F = \frac{1}{T} \quad (3-5)$$

式(3-5)는 Hardin 형 공진주 시험기의 基本 式이다.

$T_r=0$ 인 경우

$T_r=0$ 가 되면  $\omega_r/\omega$ 가 1이 되거나  $M_r$ 이 0가 된다. 전자는 가진주파수가 반력질량의 고유주파수와 일치되는 경우이고, 후자는

Drnevich 형 공진주 시험기의 경우이다. 이 경우 式(3-1)은

$$F \tan F = \frac{1}{T+T_0} \quad (3-6a)$$

가 되며 이 式에 式(3-2)와 式(3-4)를 代入하면

$$F \tan F = \frac{M}{Ma} \quad (3-6b)$$

가 되어 Drnevich 형 공진주 시험기의 결과와 일치한다.

따라서 式(2-15)와 式(2-16)은 공진주 시험기의 분석 및 비감쇠경우 계수영향 분석에 使用할 수 있다고 판단된다.

### 4. 無次元 周波數, F를 求하기 위한 스프레드셋트

2절에서 구한 2-D.O.F.系의 解를 利用하여 주동단에 반력스프링이 부착된 공진주 試驗의 係數를 求하는 스프레드셋트를 개발하였다. 質量, 周波數, 減衰比 등이 주어지면 式(2-15)와 式(2-16)로부터 처짐의 크기와 위상각을 求할 수 있다. 공진은 시료 上端에서의 처짐이 가진주파수와 90° 위상차가 날 때로 定義된다.<sup>6)</sup> 彈性係數는 無次元 周波數, F의 정의로부터 求할 수 있다.

$$E(\text{또는 } G) = \frac{\omega^2 \rho \ell^2}{F} \quad (4-1)$$

그러나 F를 求하는 確實한 方法이 아직 없다. F를 求하기 위해 본 프로그램에서는 SYMPHONY의 매크로(macro)를 利用하였다.<sup>7)</sup> 본 프로그램에서는 F의 개략적인 값으로 다음 式을 利用하였다.

$$F = [-1.5 + (2.25 + \frac{3}{T^*})^{0.5}]^{0.5} \quad (4-2)$$

여기서

$$T^* = T - \frac{T_0^2}{T_r - T_0} \quad (4-3)$$

式(4-2)는 式(3-1)에서 탄젠트함수의 삼각함수급수의 처음 두 항을 利用해 求했다. F를 正確히 求하기 위해 위상각이 90°가 될때까지 2등분법을 使用하였다. 부록 II에는 본 연구에서 개발한 대표적인 스프레드셋트를 보여주고

있다.

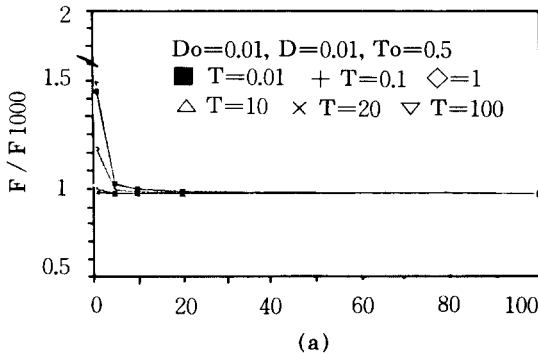
### 5. 係數 影響의 分析

그림 2-1에서 보여 준 2-DOF 모델은 一般的인 모델이다. 실제의 시험기들은 反力係數 上部의 스프링이나 減衰裝置는 存在하지 않는다. 즉  $k_r$ 과  $C_r$ 은 0이다.

無次元 周波數,  $F$ 는 질량, 가진주파수, 감쇠비 등의 영향을 받는다. 여기서는 질량, 주파수 및 감쇠비의 영향에 대해 다루었다.

#### $T_r$ 의 영향

정의로부터  $T_r$ 은 시료와 반력질량의 질량 및 주파수의 함수이다. 그림 5.1에는  $T_o=0.5, 1.0$  및 1.5인 경우  $F/F_{1000}$ 과  $T_r$ 과의 관계를 보여주고 있다. 여기서  $F_{1000}$ 은  $T_r=1000$ 인 경우의  $F$  값이며, 이 경우 주동단의 스프링反力은 고정됐다고 假定하였다. 그림의 모든 곡선은 試驗裝置 減衰比,  $D_a=0.01$ , 試料의 減衰比,  $D=0.01$ 인 경우이다. 그림 5.1에서 보는 바와 같이  $T_r$ 이 증가함에 따라  $F/F_{1000}$ 은 減少한다. 이는  $T_r$ 의 影響이 減少함을 의미한다. 그림 5.1로부터  $T_r$ 이 20以上이 되면  $T_r$ 의 영향은



매우 적어짐을 알 수 있다. 主動端 고정을 위해서  $T_r$ 은 20以上이 되어야 한다. 즉  $T_r \geq 20$ 인 경우 본系는 SDOF系로 假定할 수 있다. 그러나  $T_r < 20$ 인 경우 反力質量的 影響은 무시할 수 없다.

#### $T_o$ 의 영향

$T_o$ 는 試料와 試驗器의 質量 및 周波數의 함수

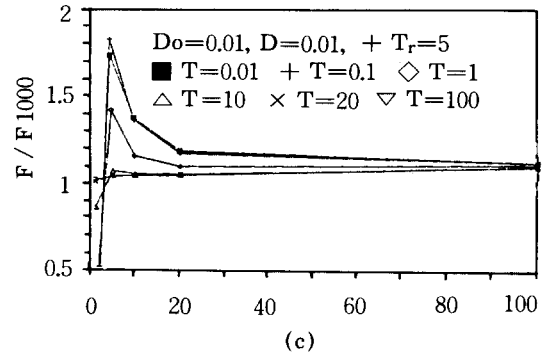
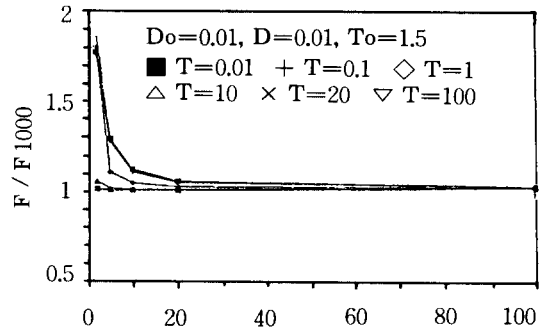


그림 5.1 Effects of  $T_r$

이다. 그림 5.2에는  $T=0.01, 0.1, 1$  및 100인 경우  $T_o$ 에 대한  $F/F_{1000}$ 의 變化를 보여준다. 그림으로부터  $T_o$ 가 증가함에 따라  $F/F_{1000}$ 도 증가함을 알 수 있다. 그러나 一般的으로  $T_o$ 의 값은 1에 가까운 값을 가진다. 그림 5.2로부터  $T_o=1$ 일 때  $T_r \geq 20$ 인 경우  $F/F_{1000}$ 의 비는 1.05이다. 즉 대부분 실존하는 시험기의 경우  $T_r \geq 20$ 인 경우  $T_o$ 의 영향은 무시할 수 있다.

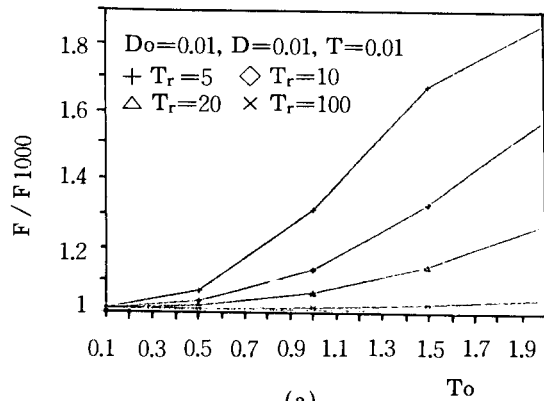
#### 감쇠비의 영향

시험기의 減衰比는 스프링상수,  $k_a$ , 감쇠계수,  $C_a$  및 질량,  $M_a$ 의 함수이다.

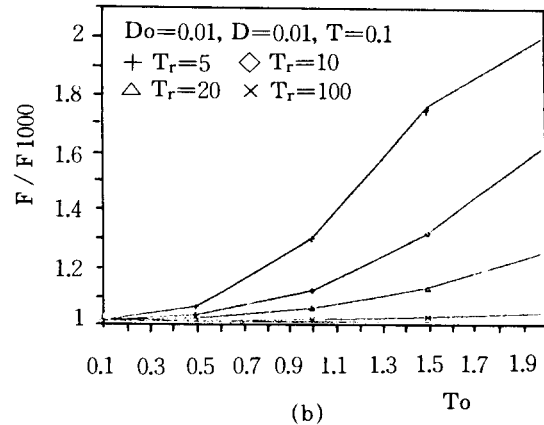
$$D_a = 2 \sqrt{k_a M_a} \quad (5-1)$$

그림 5.3은  $D=0.1, T_o=1, T_r=20$ 인 경우 시험기의 減衰比,  $D_a$ 에 대한 무차원 주파수,  $F$ 의 영향을 보여 준다. 그림에서 모든 곡선의 變化가 거의 없음을 알 수 있다. 즉 無次元 周波數,  $F$ 에 對한 試驗器의 減衰比,  $D_a$ 의 영향은 無視할 만하다.

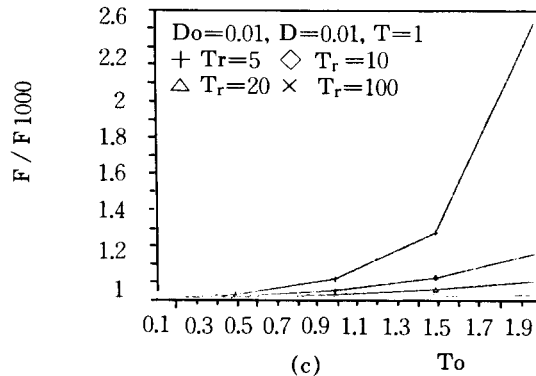
그림 5.4는  $T$ 가 0.01에서 100까지 變化될 때 試料의 減衰比,  $D$ 의 영향을 보여 준다. 그림



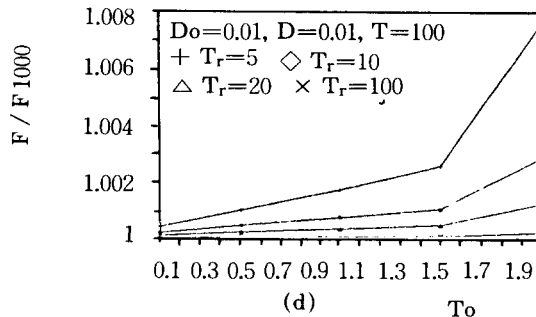
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 5.2 Effects of To

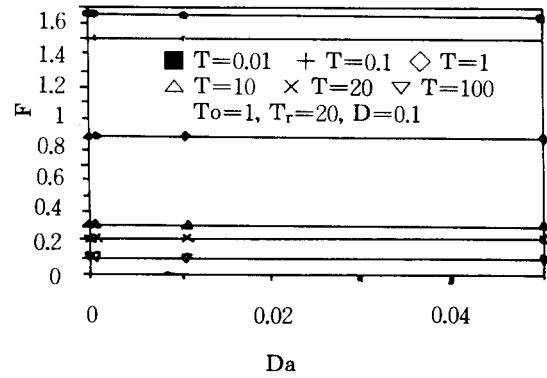


그림 5.3 Effects of Da

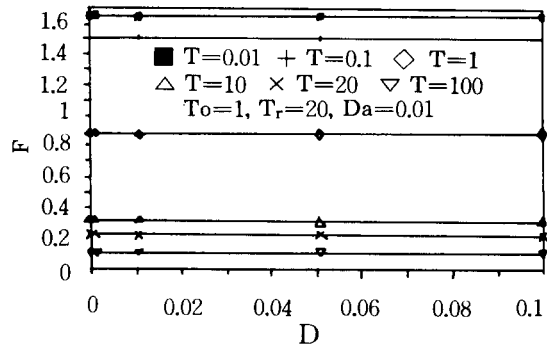


그림 5.4 Effects of D

5.4는  $Da=0.01$ ,  $To=1$ ,  $Tr=20$ 인 경우이다. 무次元 周波數,  $F$ 에 對한 試料 減衰比,  $D$ 의 영향 역시 적음을 알 수 있다.

## 6. 結 論

주동단에 반력스프링이 부착된 공진주 시험기 (spring-top resonant column apparatus)에는 反力을 위해 큰 貫性 質量이 부착되어 있다. 그러나 이 質量이 無限히 크지 않기 때문에 完全히 고정되었다고 할 수는 없다. 本 研究에서는 主動端의 不完全 고정 효과를 연구하기 위하여 2-DOF 모델을 제안하였으며 그 解를 제시하였다. SYMPHONY 스프레드시트를 利用하여 무차원 주파수,  $F$ 를 求할 수 있도록 轉換하였다. 轉換하여 이로부터 彈性係數를 求할 수 있다.

$F$ 에 대한 反力 質量의 영향은  $Tr < 20$ 인 경우엔 無視할 수 없음을 밝혔다.  $To$ 가 증가함에 따라  $F$ 의 영향 역시 증가하였으나  $Tr \geq 20$ 인

경우에는 그 영향은 적었다. 주동단 고정 of 한계로  $T_r$ 이 20 이상 되어야 함을 제안한다. 試料와 試驗器 減衰比는 無次元 周波數,  $F$ 에 크게 영향을 주지 않음을 밝혔다.

### 사 사

본 연구는 1988년도 한국과학재단 해외연수 지원으로 미국 Univ. of Kentucky에서 수행된 것으로 이에 깊은 감사를 드린다.

### 參考文獻

1. Hardin, B.O., and Music, J., "Apparatus for Vibration of Soil Specimens During the Triaxial Test," Instruments and Apparatus for Soil and Rock Mechanics, ASTM STP 392, ASTM, 1965, pp 55-74.
2. Hardin, B.O., "Special Procedures for Testing Soil and Rock for Engineering Purposes," ASTM STP 479, ASTM, 1970, pp 516-529.
3. Hardin, B.O., and Scott, G. D., Generalized Kelvin-Voigt Used in Soil Dynamics Study, EM., ASCE, Vol. 92, No. EM1, Feb. 1966, pp 143-156.
4. Drnevich, V.P., "Resonant-Column Testing-Problems and Solutions," Dynamic Geotechnical Testing ASTM STP 654, ASTM, 1978, pp 384-398.
5. Drnevich, V.P., "Recent Developments in Resonant Column Testing," Richart Commemorative Lectures, ASTM, Detroit, Michigan, Oct. 1985, pp 79-107.
6. Drnevich, V.P., Hardin, B. O., and Shippy, D. J., "Modulus and Damping of Soils by the Resonant-Column Method," Dynamic Geotechnical Testing, ASTM STP 654, ASTM, 1978, pp 91-125.
7. Ewing, D.P., and LeBlond, G. T., Using Symphony<sup>®</sup>, 2<sup>nd</sup> Edition, QUE<sup>™</sup>, 1988 pp 829.

### 기 호

$C_a$	주동단의 감쇠계수
$C_r$	반력질량의 계수
$C_1, C_2$	상수
$D$	시료의 감쇠비
$D_a$	시험기의 감쇠비
$D_r$	반력질량의 감쇠비

$E$	탄성계수
$F$	무차원 주파수
$K_a$	주동단 스프링상수
$K_r$	반력질량 스프링상수
$M$	시료의 질량
$M_a$	가진장치, 변환기등의 질량
$M_r$	반력 질량
$t$	시간
$T$	시험기와 시료의 질량과 주파수 및 관련된 계수
$T_r$	반력질량과 시료의 질량 및 주파수와 관련된 계수
$T_0$	시험기와 시료의 질량 및 주파수와 관련된 계수
$U$	주동단에서 $x$ 만큼 떨어진 지점의 처짐
$U_a$	$x=1$ 에서의 처짐
$U_r$	반력질량의 처짐
$U(x)$	처짐함수
$Y$	반력 질량 처짐의 진폭
$\eta$	시료의 점성계수
$\rho$	시료의 질량
$\omega$	각 주파수
$\omega_a$	시료의 비감쇠 고유주파수
$\omega_r$	반력질량의 비감쇠 고유주파수

부록 I 2-DOF 모델해의 계수

식 (2-11)의 계수들

$$DMN_a = 2 D_a \frac{M_a}{M} N_a$$

$$DAB = 2 D\alpha + \beta$$

$$ADB = \alpha - 2 D\beta$$

$$\alpha = (1 + 4 D^2)^{-1/4} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\beta = -(1 + 4 D^2)^{-1/4} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(2D)$$

$$s = \sin \alpha F$$

$$c = \cos \alpha F$$

$$S = \sinh \beta F$$

$$C = \cosh \beta F$$

식 (2-16)과 식(2-17)의 계수들

$$P_1 = \frac{(a_{22} - a_{12}) A + (d_{22} - b_{12}) B}{A^2 + B^2}$$

$$q_i = \frac{(b_{22} - b_{12}) A + (a_{22} - a_{12}) B}{A^2 + B^2}$$

$$A = a_{11}b_{22} - b_{11}b_{22} - a_{12}a_{21} + b_{12}b_{21}$$

$$B = a_{11}b_{22} + b_{11}b_{22} - a_{12}a_{21} - b_{12}a_{21}$$

$$s^* = \sin \alpha F \frac{x}{\ell}$$

$$c^* = \cos \alpha F \frac{x}{\ell}$$

$$S^* = \sinh \beta F \frac{x}{\ell}$$

$$C^* = \cosh \beta F \frac{x}{\ell}$$

## 부록 II

### HARDIN TYPE RESONANT COLUMN APPARATUS -- 2-DOF

Programmed by MIN TUKKI

#### Given Data

$$M_a = 0.001166(\text{kg} - \text{m}^{**2})$$

$$M_r = 0.007939(\text{kg} - \text{m}^{**2})$$

$$M = 0.000762(\text{kg} - \text{m}^{**2})$$

$$D_a = 0.01( \% )$$

$$D_r = 0( \% )$$

$$D = 0.01( \% )$$

$$f_a = 99.5(\text{Hz})$$

$$f_r = 0(\text{Hz})$$

$$f = 104(\text{Hz})$$

$$\ell = 0.194( \text{ m } )$$

$$\text{Rho} = 1828.8(\text{kg} / \text{m}^3) = 1828.3(\text{kg} / \text{m}^3)$$

#### Intermediate Parameters

$$\text{phi} = 0.019997 \quad \text{MNa} = 0.129486 \quad \text{Na} = 0.956730 \quad \text{DMNa} = 0.029264$$

$$\text{alpha} = 0.999850 \quad \text{MNr} = 10.41316 \quad \text{Nr} = 0 \quad \text{DMNr} = 0$$

$$\text{beta} = -0.00999 \quad \text{NaM} = 1.399893 \quad \text{DAB} = 0.009999$$

$$\text{Fi} = 1.881930 \quad \text{T}^* = -0.08793 \quad \text{ADB} = 1.000049$$

$$\text{F} = 1.721187 \quad \text{Phase} = 89.99991 \quad \text{G} = 9.920645 \text{ Mpa}$$

$$\text{co} = -0.14956 \quad \text{si} = 0.988751$$

$$\text{ch} = 1.000148 \quad \text{sh} = -0.01720$$

#### Solution of Two Complex Simultaneous Equations

$$\begin{vmatrix} a_{11} + i b_{11} & a_{12} + i b_{12} \\ a_{21} + i b_{21} & a_{22} + i b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_1 \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_1 \\ -R_1 \end{vmatrix}$$

#### Coefficient of Matrix

$$a_{11} = -0.07524 \quad a_{12} = -1.39989 \quad a_{21} = -0.06508 \quad a_{22} = 9.013274$$

$$b_{11} = -0.43027 \quad b_{12} = -0.02926 \quad b_{21} = 2.768553 \quad b_{22} = -0.02926$$

#### Intermediate Parameters

$$A = -0.86293 \quad B = -0.00224$$

$$p_{1r} = -12.0670 \quad q_{1i} = 0.031425$$

(접수일자 1989. 10. 10)