

국내 풍하중의 확률적 모형 개발

Development of Probabilistic Wind Load Models

김	상	효*
Kim,	Sang	Hyo
배	규	웅**
Bae,	Kyu	Woong
박	홍	석**
Park,	Hung	Suck

요 약

국내 풍하중의 합리적인 확률모형을 개발하기 위하여 전국 25개 지역에서 수집된 풍속자료를 일관성을 가지도록 측정높이, 노풍도, 측정시간등에 대한 보정을 실시하여 이용하였다. 풍하중의 확률특성에 영향을 미치는 요소로는 풍속, 풍력계수, 속도압계수, 가스트계수 등의 확률특성이 고려되었다.

풍하중을 결정하는 각종 계수들의 확률특성으로부터 풍하중의 확률특성을 분석하기 위해서 널리 이용되는 Monte Carlo Simulation 기법을 이용하였다. 풍하중의 확률분포로는 풍속과 같이 Gumbel의 Type-I 극한값 분포를 적용하였으며 simulation 결과에서 상부 10% 만을 이용하였다. 또한 어떤 특정구조물에 최대 풍속이 가장 불리한 방향에서 발생할 확률이 낮은 것을 고려하여 감소계수 0.85를 적용하여 모형화하였다.

Abstract

The probabilistic characteristics of wind loads have been analyzed using statistical data on wind speeds, pressure coefficient, exposure coefficient, and gust factor. The wind speed data collected at 25 nationwide weather stations have been modified to be consistent in measuring height, exposure condition as well as averaging time.

Having performed Monte Carlo simulation for various heights and site conditions, the statistical models of wind loads were determined, in which Type-I extreme value distribution has been applied. The models also incorporate a reduction factor of 0.85 to account for the reduced probability that the maximum wind speed will occur in a direction most unfavorable to the response of structure.

* 한국건설기술연구원 구조연구실장
** 한국건설기술연구원 구조연구실 연구

이 논문에 대한 토론을 1990년 9월 30일까지 본 학회
에 보내주시면 1990년 12월호에 그결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

최근들어 구조물에 작용하는 하중 및 구조물의 저항력이 갖는 특유의 불확실성과 구조물의 안전도에 미치는 이들의 영향을 파악하게 됨에 따라 확률이론을 이용한 구조해석기법이 많은 관심을 모으고 있다. 그러나 국내에서는 아직까지 이 분야의 연구가 본격적으로 이루어지지 않고 있으며, 확률적 해석기법에 있어 가장 기본적인 도구인 구조저항력과 작용하중의 확률적 모형도 정립되지 않았다. 이에 본 연구에서는 국내 구조물의 안전도를 분석하기 위한 준비단계로서 국내 풍하중의 확률적 특성을 분석하였다.

풍하중은 국내 구조물 설계시 고려되는 주요 하중들 중에서 비교적 불확실성이 크기 때문에 구조물의 안전도에 미치는 영향도 크며 따라서 보다 합리적인 하중모형개발이 요구된다. 본 연구에서는 현행 설계규준⁴⁾에 제시된 풍하중 산정기법을 분석하여 이에 대한 실제 풍하중의 확률특성을 규명하고자 한다. 여기에서 실제 풍하중이란 지역별로 수집된 풍속자료를 이용하여 보다 합리적인 풍하중 산정기법을 통해 구하여진 하중을 지칭한다. 따라서 첫단계로 국내 시방서에서 제시하고 있는 풍하중의 산정방법을 검토하고, 둘째단계로 기존 풍속자료를 일관성이 있도록 보정하였으며, 마지막으로 풍하중의 합리적인 확률모형을 개발하였다.

풍하중 산정기법은 각 나라마다 차이가 있는데, 기본풍속에 대해서도 1마일 풍속(fastest mile wind speed)을 사용한 나라(미국), 10분간 평균풍속을 사용한 나라(한국, 일본 등), 60분간 평균속도을 사용한 나라(영국, 캐나다 등) 등으로 다양하며 이에 따라 각종 계수도 결정되었다. 현행 건축시방서 풍하중 규준의 근거가 되는 “하중기준안(I)-설하중 및 풍하중 규준안”에서는 ANSI A58.1-1 972를 중심으로 하였으며, 1988년 1월에 개정된 “건축물의 구조기준등에 관한 규칙”¹¹⁾에서는 이를 중심으로 약간의 수정을 거쳐 채택되었다. 따라서 본 연구에서는 우리나라의 건축시방서와 1982년에 일부 개정된 미국 ANSI A58.1-1982 규정을 중심적으로 검토하였다.

전반적인 비교에서 건축시방서와 ANSI 규정이 차이가 없음을 보이고 있지만 기본풍속, 가스트계수, 재현기간과 풍력계수에 대한 규정은 차이가 있는 것으로 나타났다.

우선 기본풍속에 대해 살펴보면, ANSI 규정에서는 지상 33ft(10m)에서 측정된 fastest-mile speed를 사용하도록 규정하고 있으나 건축시방서에 제시되어 있는 기본설계풍속은 지금까지 전국 기상대에서 기록한 10분간 평균풍속을 이용하여 결정되었다.

또한 현행 우리나라 구조물 설계에 사용되는 기본풍속은 지상 10m 높이에서 측정된 풍속이다. 그러나 풍속계 높이가 각 기상대마다 다르기 때문에 풍하중 산정시 기상연보에 나타나 있는 풍속을 10m 높이로 보정하여 사용하여야 한다.

바람의 변동특성과 구조물과의 상호작용을 고려하기 위해 사용되는 가스트계수도 ANSI에서는 노풍도와 지상높이에 따라 상세하게 구분해 놓은 반면에 건축시방서에서는 단지 노풍도에 따라 하나의 가스트계수를 규정해 놓고 있다.

재현기간(return period)의 설정은 구조물의 용도 및 내용연수등에 따라 결정되는 것으로 나라마다 약간의 차이가 있다. 현 건설부령에 따르면 일반구조물은 물론 가설용 구조물의 설계용 풍속으로 100년 재현기간 기대풍속치를 사용하도록 되어 있다. 반면에 ANSI에서는 일반구조물에 대한 설계용 풍속으로 50년 재현기간 기대풍속치를 사용하고 있는데, 재현기간이 길수록 구조물의 내용년수와 안전도는 증가되지만 경제성은 결여된다. 이외에도 구조물의 형상과 풍향에 따라 고려해 주는 풍력계수에서도 국내시방서와 ANSI의 규준이 약간의 차이를 보이고 있다.

2. 풍속자료 보정 및 사용기간 최대풍속 분석

본 연구에서는 전국 25개 기상대에서 수집된 풍속자료에 대해 측정높이 및 주변 노풍도에 대한 보정과 측정시간(averaging time)에 따른 보정, 즉 10분간 평균풍속을 ANSI에서 요구되는 fastest-mile 풍속으로의 보정을 실시하였다. 그 이유는 풍하중 모형개발에 ANSI에서 제시된 방법을

이용하고자 하기 때문이다.

풍속계 높이의 변화에 따른 보정은 측정높이와 측정지점의 노풍도에 따라 다르다. 측정지역에 따른 노풍도 선정은 건축시방서 <별표19>에 준하여, 대부분 내륙지역에 속하는 지역 I에 대해서는 기상대의 위치를 노풍도 B 지역으로 가정하였으며, 기타 지역은 모두 노풍도 C 지역으로 분류하였다. 즉, 지역 I에서의 측정높이 및 노풍도 보정은 (식1), 기타 지역에서는 (식2)를 이용하였다.⁽¹⁾

$$V_c(10) = (10/27)^{1/7} (360/h)^{1/4.5} V_b(h) \quad (1)$$

$$V_c(10) = (10/h)^{1/7} V_c(h) \quad (2)$$

여기에서 $V_b(h)$ 는 노풍도 B 지역의 높이 h 에서 측정된 풍속이다.

풍속측정시간에 따른 보정, 즉 fastest-mile 풍속의 산정은 다음의 식을 이용하였다.⁽²⁾

$$V_t(Z) = V_{600}(Z) \frac{2.51n(Z/Z_0) + \beta^{1/2} C(t)}{2.51n(Z/Z_0) + \beta^{1/2} C(600)} \quad (3)$$

여기에서 $V_t(Z)$ 는 풍속측정시간(averaging time) t 로 보정된 풍속이며, $V_{600}(Z)$ 는 10분(600초)간 평균 풍속, Z_0 는 측정높이, Z_0 는 표면조도길이에 의해 결정되는 계수이다.

따라서 (식1)이나 (식2)에 의해 보정된 10분 평균 풍속 $V_{600}(10)$ 을 보정하기 위해서는 $Z_0=0.05\text{m}$, $\beta=6.1$ 을 이용하면 (식3)은 (식4)로 변환된다.

$$V_t(10) = V_{600}(10) (0.9371 + 0.1747 C(t)) \quad (4)$$

(식4)를 이용한 fastest-mile 풍속의 산정은 먼저 10분 평균풍속을 이용하여 1mile(1600m)을 불어가는데 필요한 시간 t 를 산정하여 (식4)로부터 $V_t(10)$ 을 다시 계산한다. 이러한 반복계산은 $V_t(10)$ 이 어떤 값에 수렴할 때까지 반복 계산되어야 하지만 여기에서는 2번만 실시하였다.

위에서 설명한 보정과정을 각 기상대 자료의 년최대풍속에 대하여 실시한 후, 이들로부터 사용기간 최대풍속의 확률특성을 분석하였다. 즉 년최

대풍속은 일반적으로 Gumbel의 Type-I 극한값 분포를 가지는 것으로 알려져 있다. 따라서 사용기간 최대풍속도 Type-I 극한값 분포를 가지므로, 예상 사용기간을 50년으로 가정할 때 50년 최대풍속의 평균 μ 와 δ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_{50} = \mu(1 + \sqrt{6} \delta \ln 50/\pi) \quad (5)$$

$$\delta_{50} = \delta(\mu/\mu_{50}) \quad (6)$$

(식6)에서 구한 사용기간 최대풍속의 변이계수 (cov)는 측정자료규모와 관측방법에 따른 변이량에 대하여 보정하여야 한다. 일반적으로 관측방법에 따른 변이량은 0.02 정도를 취하며, 측정자료규모에 따른 변이량은 (식7)에 의해 결정된다.⁽³⁾

$$\delta_M = \frac{3.8\mu \cdot \delta}{\sqrt{n} \mu_{50}} \quad (7)$$

여기에서 n 은 측정년수이다. 따라서 사용기간 최대풍속의 보정된 변이계수는

$$\delta_{50-M}^2 = \sqrt{(\delta_{50})^2 + (0.02)^2 + \delta_M^2} \quad (8)$$

이 된다.

앞에서 설명된 방법에 의해 보정되어, 산정된 풍속의 특성치(평균, 변이계수 등)들은 <표1>에 정리되어 있다. <표1>에서 살펴보면 보정된 풍속자료로 부터 산정된 50년 최대풍속의 평균풍속은 몇 지역(목표, 서귀포 등)을 제외하면 대부분 100년 재현기간에 대해 결정된 현행 설계풍속과 비슷한 수준이다.

3. 사용기간 최대 풍하중의 확률모형 분석

일반구조물 설계에 사용되는 단위면적(1m^2)에 대한 풍하중 산정식은

$$W = C \cdot G \cdot K_z \cdot q_o \quad (9)$$

이며, 여기에서는 C 는 풍력계수, G 는 가스트계수이며, 속도압 계수 K_z 는

$$K_z = 2.58(Z/Z_g)^{2/\alpha} \quad (10)$$

표1. 년최대 및 50년 최대 풍속

(단위 : m/sec)

	지 역	조 사 기 간	년 최 대		50년최대		기록중 최대치	설 계 풍 속
			평균	변이 계수	평균	변이 계수		
1	서 울	75	23.1	0.23	39.1	0.15	42.3	
2	수 원	23	17.9	0.17	27.1	0.14	24.6	
3	서 산	19	22.8	0.22	38.4	0.18	32.8	
4	대 전	18	22.6	0.21	37.0	0.17	33.8	
5	순 천	21	23.1	0.24	39.9	0.18	38.4	
6	청 주	20	23.0	0.23	39.0	0.18	38.4	
7	추풍령	35	25.5	0.15	36.8	0.12	37.3	
8	이 리	14	21.8	0.13	30.5	0.13	27.0	
9	전 주	68	19.2	0.25	33.9	0.16	33.9	
10	광 주	48	23.2	0.26	41.4	0.17	42.9	
11	진 주	17	20.7	0.16	30.7	0.15	29.5	
12	대 구	78	22.3	0.19	35.4	0.13	35.1	
13	인 천	35	23.0	0.27	42.1	0.18	41.1	
14	군 산	19	26.8	0.15	38.7	0.14	37.6	
15	충 무	19	24.4	0.31	47.3	0.21	51.3	
16	부 산	83	24.9	0.21	40.6	0.14	39.4	
17	울 산	41	20.6	0.30	39.5	0.18	38.6	
18	속 초	19	24.6	0.27	45.0	0.20	38.1	
19	강 릉	73	22.6	0.32	44.7	0.18	46.3	
20	포 항	35	24.4	0.30	46.8	0.19	42.1	
21	목 포	81	30.4	0.29	57.0	0.17	52.8	
22	여 수	44	25.3	0.23	42.8	0.16	43.9	
23	제 주	64	27.7	0.22	46.4	0.15	44.8	
24	서귀포	26	22.2	0.21	36.6	0.16	30.3	
25	울릉도	48	34.3	0.29	64.5	0.18	59.5	50

이며, 여기에서

 $Z = \text{속도암 산정높이}$ $Z_q = \text{기준경도풍고도}$ $\alpha = \text{고도분포지수}$ 기본속도암 q_o

$$q_o = 1/16 V_o^2 \quad (\text{식11})$$

여기에서 V_o 는 풍속이다.

따라서 본 연구에서는 실제 사용기간 최대풍하중을 위의 식을 이용하여 지역별 50년 최대풍속(<표1>)에 대해 분석하였으며, 이 풍하중 W 을 공칭풍하중 W_o , 즉 건축구조기준(별표19)에 주어진 설계풍속에 의해 산정된 풍하중과 비교하였다. 공칭풍하중 산정에서는 건축구조기준에 주어진 가스트계수를

이용하였으며, 실제 사용기간 최대풍하중의 산정에서는 ANSI에 주어진 가스트계수를 이용하였다. 이는 참고문헌3에 근거한 것이다. 단면형상에 의해 결정되는 풍력계수의 선정을 위해 본 연구에서는 대표적인 단면형상으로 풍향에 수직인 외부벽면을 선정하였다. 이 경우 건축 구조기준(별표8)과 ANSI A58(Fig. 2)에서는 동일한 값($C=0.8$)을 취하고 있다. (식10)의 고도분포지수와 기준경도풍 고도는 현행 건축구조기준에 준하였다.

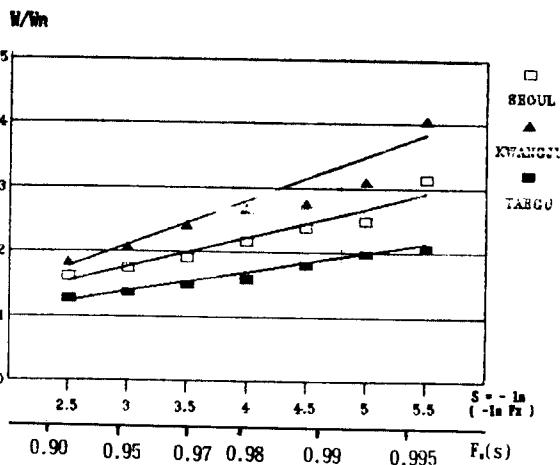
풍하중의 확률특성은 풍하중 산정방법에서 알 수 있듯이 풍하중 산정높이에 따라 변화된다. 따라서 본 연구에서는 대표적인 높이를 10, 30, 60, 90m, 4개로 선정하였으며, 이를 높이에 대한 가스트계수는 <표2>에 정리되어 있다.

표2. 높이 및 노풍도에 따른 가스트계수

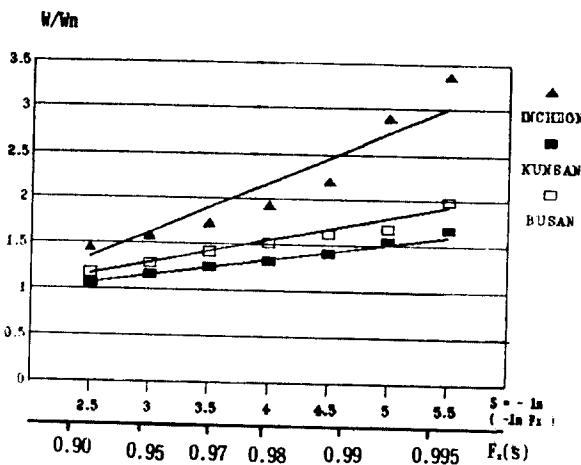
높 이 (m)	A		B		C	
	구조기준	ANSI	구조기준	ANSI	구조기준	ANSI
10		2.00			1.50	1.25
30		1.56			1.31	1.16
60	2.00	1.37	1.75	1.21	1.50	1.11
90		1.28			1.16	1.09

풍하중의 확률특성을 분석하기 위해서는 (식9)에 있는 각종 계수들의 확률특성으로부터 풍하중 W 의 확률특성을 분석하였다 한다. 그러나 이론적인 방법으로는 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 Monte Carlo simulation을 통하여 풍하중의 확률특성을 분석하고자 한다.⁽³⁾

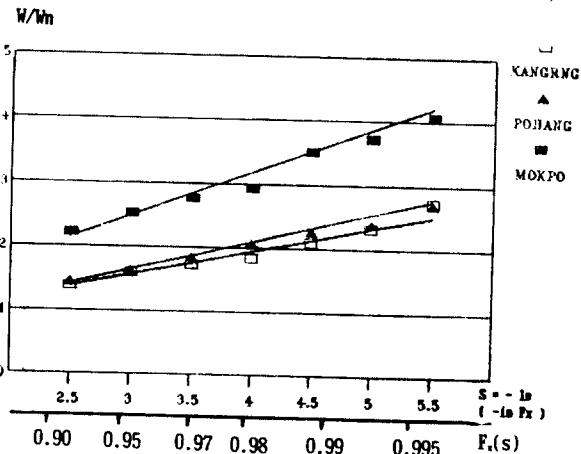
풍하중의 확률특성을 분석하는데 가장 기본이 되는 것이 적합한 확률분포를 선정하는 것이다. 본 연구에서는 확률분포의 적합도 검정(goodness-of-fit test)을 통하지 않고, 일반적으로 적합하다고 알려져 있는 Gumbel의 Type-I 극한값 분포를 선정하였다. 또한 하중에서는 특히 상부 극한값 부분(upper tail)의 확률특성이 구조물의 안전도와 밀접한 관계를 가지므로 Monte Carlo simulation의 결과에서 상부 10%에 해당하는 부분만을 Type-I 확률분포 용지에서 선형회귀식을 통해 모형화하였다. 이러한 작업을 주어진 각종 조건(지역, 노풍도, 높이 등)에 대하여 반복 실시(5회씩)한 후 이들의 대표값을 찾았다. Monte Carlo sim-



a) 지역등급 I(내륙에서 노풍도가 A이고 높이 30m인 경우)



b) 지역등급 II(해안에서 노풍도가 B이고 높이 30m인 경우)

c) 지역등급 III(해안에서 노풍도가 C이고 높이 10m인 경우)
그림 1. Monte Carlo Simulation 의 결과 예

ulation에서는 1회에 각 확률변수를 1000개씩 작성하였으므로, 선형회귀식 작성에서는 상부 100개씩 이용하였다. <그림1>은 이러한 작업의 예를 건축구조기준 별표19의 지역등급(I, II, III)에 대하여 정리한 것이다. <그림1>에서 점으로 표시된 것은 100개의 simulation 결과에서 임의로 등간격의 결과를 선정한 것이다.

본 Monte Carlo simulation에서 이용한 풍속자료는 풍향의 변화를 무시한 결과이다. 따라서 기상대에서 측정된 년최대풍속은 여러방향에서 불어올 가능성을 가지므로, 어떤 특정구조물에서 최대풍속이 구조물에 가장 불리한 방향에서 발생할 확률은 적어지게 된다. 따라서 본 연구에서는 50년 최대풍하중의 확률모형을 상부 10% 부분에 대하여 감소계수 0.85를 택하여 수정하였다.⁽³⁾

풍력계수(C), 가스트계수(G) 및 속도압계수(K_s)의 확률 특성은 참고문헌3에 준하여 정규분포(normal distr.)로 가정하고, 그들의 평균값(mean)은 앞에서 설명한 ANSI A58.1-1982에 주어진 값들로 취하였으며, 변이계수는 각각에 대하여 0.12, 0.11, 0.16을 취하였다. 풍속의 확률특성은 앞에서 지역별로 분석한 50년 최대풍속의 결과(<표1>)를 이용하였다.

<표3>에는 <표1>의 결과를 이용한 Monte Carlo simulation의 결과가 정리되어 있다. <표3>의 모든 값은 건축물 구조기준(4)에 준해 산정한 공칭풍하중 W_n 으로 나누어진 즉, 상대적 크기(normalized value)들이다. 표에서 μ 와 α 는 Type-I 분포의 특성치이다.

결과를 분석하면 건축구조기준 별표19에 분류된 지역등급(I~IV)에 따라 확률특성치(평균, 변이계수 등)의 차이를 보이고 있다. 즉 지역II와 III(도시 #13~24)이 비슷한 경향이며(W/W_n 의 지역평균 0.53, 변이계수 0.79), 지역IV(도시 #25)는 상대적으로 큰 값(W/W_n 의 지역평균 0.58, 변이계수 0.90)을 보이고 있다. 지역I(내륙지역 도시 #1~12: W/W_n 의 지역평균 0.61, 변이계수 0.63))에서는 지역II, III과 비교하여 평균은 약간 크나, 변이계수는 작은 것으로 나타났다. 외국의 분석결과(3)와 비교하면 본 연구결과가 평균은 작으나 변이계수는 매우 크다. 참고문헌 3에서 이용한 평균과

표3. 풍하중 Monte Carlo Simulation 의 결과

	지역 번호	Type - I 특성계수		평균	변이계수
		U	ALPHA		
지역 1	1	0.555	2.850	0.76	0.59
	2	0.277	6.419	0.37	0.54
	3	0.387	2.395	0.63	0.85
	4	0.380	2.690	0.59	0.80
	5	0.396	2.195	0.66	0.89
	6	0.363	2.143	0.63	0.95
	7	0.590	4.034	0.73	0.43
	8	0.387	5.478	0.49	0.48
	9	0.357	3.503	0.52	0.70
	10	0.517	2.236	0.78	0.74
	11	0.298	4.367	0.43	0.68
	12	0.495	3.977	0.64	0.50
지역 2	13	0.310	2.507	0.54	0.95
	14	0.526	5.181	0.64	0.39
	15	0.209	1.661	0.56	0.39
	16	0.474	3.706	0.63	0.55
	17	0.291	2.864	0.49	0.91
지역 3	18	0.224	2.502	0.45	0.13
	19	0.259	2.786	0.47	0.99
	20	0.290	2.465	0.52	0.99
	21	0.479	1.821	0.80	0.88
	22	0.346	3.587	0.51	0.71
	23	0.449	3.313	0.62	0.62
	24	0.222	4.816	0.34	0.78
지역 4	25	0.496	1.705	0.83	0.90
MN(1)		0.417	3.524	0.58	0.63
MN(2)		0.362	3.184	0.54	0.74
MN(3)		0.324	3.042	0.51	0.82
MN(4)		0.496	1.705	0.83	0.90
MN(T)		0.383	3.248	0.56	0.70
MN(1-3)		0.378	3.312	0.55	0.70
MN(2-3)		0.340	3.101	0.53	0.79

MN(J) : 건축구조기준 별표19의 지역분류 J의 대표값

MN(T) : 건축구조기준 별표19의 전지역의 대표값

MN(J-K) : 건축구조기준 별표19의 지역분류 J-K 의 대표값

변이계수는 각각 0.78과 0.37인데, <표3>에서 지역 I, II, III의 평균은 0.55이나 변이계수는 무려 0.70이다. 이러한 원인은 Monte Carlo simulation

결과분석에서 상부 10% 만을 이용할 경우 선형회귀식의 기울기(변이계수의 척도가 됨)가 풍속의 변이계수에 매우 민감하게 변하게 된다. 그런데 국내 지역별 풍속의 변이계수가 외국(3)의 경우에 비해 전반적으로 약간 크게 나타나고 있다. 풍속에서 나타나는 큰 변이계수의 원인은 국내에서 풍속 자료를 수집하는 기상대의 위치가 공항등과 같이 광활한 평지에 있지 않고, 대부분 도심지역에 위치하기 때문에 나타나는 현상인 것 같다. 즉 주변장애물이 많은 관계로 풍향에 따라 주변환경에 의한 변동이 크게 되기 때문에 나타나는 결과로 추측된다.

4. 결 론

이상에서 분석한 결과는 다음과 같이 정리될 수 있다.

- 1) 측정높이와 노풍도에 대한 보정을 실시한 fastest – mile 풍속의 50년 최대값 평균은 현행 설계풍속과 같은 수준으로 나타났다. 이는 미국등의 경우와 유사하다. 그러나 풍속의 변이계수는 비교적 큰 것으로 분석되었다.
- 2) 풍하중의 분석결과에 의하면 건축구조기준 <별표19>에 분류된 지역별로 다른 특성을 보이고 있다. 즉 내륙지역과 해안지역이 서로 다른 특성을 보이고 있다. 미국의 연구결과와 비교하여 공청풍하중에 대한 비율은 국내가 작으나, 변이계수는 매우 큰 것으로 나타났다. 설계 풍속이 미국과 비슷한 수준임에도 불구하고 풍하중의 공청풍하중에 대한 비율이 낮은 것은 국내시방서가 높이에 관계없이 약간 큰 가스트 계수를 적용하고 있기 때문이다. 상대적으로는 큰 변이계수는 풍속자료를 수집하는 기상대가 장애물이 비교적 많은 장소에 위치하는 것에도 영향이 있는 것으로 판단된다.
- 3) 본 연구에서는 <표3>의 결과로부터 지역 IV (울릉도)를 제외한 지역전체의 대표 풍하중 (W/W_c) 모형으로는 평균 0.55와 변이계수 0.70을 가지는 Gumbel의 Type-I 극한값 분포를 선정할 수 있으며, 지역별로는 지역 I에서는 평균 0.58, 변이계수 0.63, 지역 II와

III 에서는 평균 0.53, 변이계수 0.79를 선정하였다.

참 고 문 헌

1. Simiu, E., Changery, M.J., and Filliben, J.J., "Extreme Wind Speeds at 129 Stations in the Contiguous United States", NBS Building Science

Series 118, 1979.

2. Simiu, E., and Scanlan, R.H., "Wind Effects on Structures", John Wiley & Sons, N.Y., 1986.
3. Ellingwood, B., et al., "Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58", NBS Special Publication 577, 1980.
4. 건축물의 구조기준등에 관한 규칙, 건설부, 1988.

(접수일자 : 1990. 4. 20)