

交叉 Laser 光線의 Fringe 視度에 關한 研究

A Study on the Fringe Visibility of the Crossed Laser Beam

金 暎 權* · 申 仁 澈** · 李 榮 魯***
(Young-Kwon Kim · In-Chul Shin · Young-No Lee)

요 약

레이저 비임이 대기층을 전파할 때 고류(turbulence)의 영향을 고려해야 한다. 고류의 영향에 의한 프린지 視度는 extended Huygens-Fresnel principle을 도입하여 타원체로 간주할 수 있는 프린지 체적에서 場의 全 分布를 表示하고 이 全 分布로부터 평균 강도분포를 얻었으며, 평균 강도분포를 구하기 위해 Fourier-Bessel적분을 행하였다. 평균 강도분포에서 최대 평균 강도분포 $\langle I(\bar{\rho}) \rangle_{\max}$ 및 최소 평균 강도분포 $\langle I(\bar{\rho}) \rangle_{\min}$ 을 얻었으며, 이 식들을 프린지 視度の 정의 식 $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ 에 적용하였다.

본 논문에서는 光源으로 파장 $\lambda = 4880(\text{\AA})$ 인 아르곤 레이저를 사용하였고 光原의 모우드는 TEM₀₀-모우드로 하였다. 또한 비임의 交角 $\theta = 5^\circ$, 光原으로부터 프린지 체적까지의 거리 $L = 10(\text{m})$, 두 광원간의 거리 $B = (2 \tan \theta / 2)L$, 특성 비임 반경 $\alpha = 2\lambda / [\pi(\theta/2)]$ 을 이용하여 프린지 視度에 관한 결과를 얻었으며, 이 결과에 의하면 $L' (= \theta / \pi \cdot L)$ 에 대한 변수 r 의 비 $r/L' = \theta$ 에서 $V = 1$ 이고, $r/L = 0.1$ 에서 프린지 視度が 감소한다. 또 強 高流인 경우와 弱 高流인 경우에 대해 프린지 視度を 비교하였을 때 強 高流에서 감소폭이 크다는 사실을 알 수 있었다.

Abstract

This paper utilized the extended Huygens-Fresnel principle to make an analysis of the mean intensity $\langle I(\bar{\rho}) \rangle$, for the crosses laser beams, which have been reflected by the turbulence at the atmosphere, from the fringe volume.

We have been determined at the maximum intensity $\langle I(\bar{\rho}) \rangle_{\max}$ in the fringe volume by the mean intensity and the minimum intensity by shifting $\langle I(\bar{\rho}) \rangle_{\max}$ through half an interference fringe period, i.e. $\delta/2$.

The fringe visibility is defined as $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ and it is concerned with a term

of the turbulence, and is calculated in the case of $r/L' = n, n=0, \dots, 0.9$, where $L = \theta/\pi L$ and r are variables.

The fringe visibilities are decreased with the increasing the ratio of $n, 0$ to 0.1 .

When the ratio over the value of 0.1 , the visibilities are slowly increased. Consequently we compare the results. With the case of strong turbulence and weak turbulence, the fringe visibility is more quickly down at strong turbulence than the weak turbulence.

1. 서 론

Y.Yeh와 H.Z.Cummins에 의해 레이저 광의 도플러 변이를 이용한 속도 측정법이 1964년 언급¹⁾된 이래 1965년 J.W.Forman, E.W.George와 R.D. Lewis에 의해 기체내에서의流速 측정이 행해졌다²⁾. 그 후 계속해서 레이저 도플러 속도 측정 기술(Laser Doppler Velocimetry)이流速 측정에 널리 이용되어 오고 있다³⁾. 대기 중에서 전송되는 레이저 광은 대기중에서 발생하는 고류(turbulence)의 영향을 고려하여야 한다. 이를 해석하기 위하여 본 논문에서는 extended Huygens-Fresnel원리를 도입하여 두 교차 레이저 광의 교차점에서 발생하는 프린지 체적에서의強度分布函數를 구하고 이強度分布에 의한 프린지 視度(Fringe visibility)를 표시하고 고류의 영향에 의한 프린지 視度の 변화를 고찰했으며 또한 고류가 강한 경우와 약한 경우에 대해서도 아울러 고찰하였다.

본 논문에서는 파장 $\lambda = 4880(\text{\AA})$ 인 아르곤 레이저를 사용하여 교각 $\theta = 5^\circ$, 광원에서 교점까지의 거리 $L = 10(\text{m})$, 두광원의 간격 $B = (2 \tan \theta/2)L(\text{m})$ 인 상태에서 프린지 視度を 고찰한 결과 고류가 강할 수록 프린지 視도에 미치는 영향이 크다는 사실을 알게 되었다.

2. 交叉 레이저 光線의 強度

두 레이저 비임의 교차점에서 비임의 진폭에 대한 분포는 가우스 분포이며 다음과 같이 나타낼 수 있다⁶⁾.

$$U(r) = U_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2a_0^2} - ik\frac{r^2}{2F}\right) \dots \dots \dots (1)$$

여기서 a_0 는 비임의 交點에서의 특성 비임 반

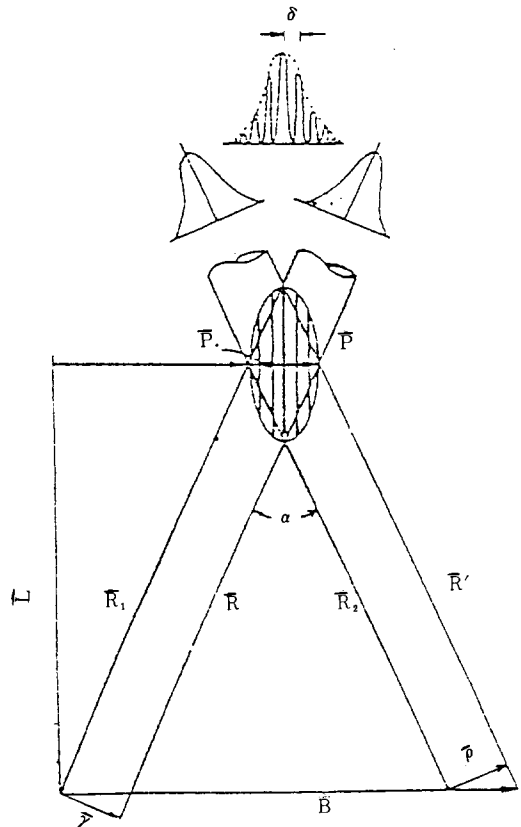


그림 1. 交叉 레이저 비임의 프린지 패턴
Fig. 1. The Crossed Beams Principle Pattern

*正會員 : 건국대학교 전자공학과 교수 · 공박
**正會員 : 단국대학교 전자공학과 부교수 · 공박
***正會員 : 서울산업대학 전자공학과 부교수

경이고^{3) 12)}, 초점거리 k는 傳播定數이다.

프린지 체적에서 산란이 발생하기 전에 체적에서의 場은 extended Huygens - Fresnel principle에 의해 다음과 같다^{6) 10)}.

$$U_{(\bar{p})} = \frac{k}{2\pi i} \int d\bar{r} \frac{U(\bar{r})}{R} \exp\{ikR + \Psi(\bar{p}, \bar{r})\} \quad (2)$$

여기서 Ψ 은 구면 광파의 전파에 있어 랜덤 매질 효과를 나타낸다.

그림1에 교차하는 두 비임과 프린지 패턴을 나타냈으며 그림1에서 근접축접근(paraxial approximation)을 이용하면, R과 R'을 구할 수 있고,

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \bar{R}_1 + (\bar{p} - \bar{p}_0) - \bar{r} \\ R &= |R_1 + \bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}| \\ &= [\bar{R}_1 + |\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}|^2 + 2\bar{R}_1(\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r})]^{1/2} \\ &= R_1 \left[1 + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}|^2}{R_1^2} + \frac{2\bar{R}_1(\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_1^2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\bar{R}_1 \cdot \bar{r} = 0$ 이다. \bar{R}_1 과 \bar{r} 은 서로 직교하기 때문이다. (3)식은 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$R \cong \left[1 + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}|^2}{2R_1^2} + \frac{R_1(\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_1^2} \right]$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{R}_1 &= \bar{L} + \bar{p}_0 \\ \bar{R} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) &= (\bar{L} + \bar{p}_0) \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \\ &= \bar{L} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) + \bar{p}_0 \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \\ &= \bar{p}_0 \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \end{aligned}$$

이고 \bar{L} 과 \bar{p} 는 상호 직교하므로 $\bar{L} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) = 0$ 이다. 그러면

$$R \cong R_1 + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}|^2}{2R_1} + \frac{\bar{p}_0(\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_1} \quad (4)$$

이다. 같은 방식으로 그림1에서 R'의 크기는

$$\begin{aligned} R' &= \bar{R}_2 + (\bar{p} - \bar{p}_0) - \bar{p} \\ R' &= R_2 \left[1 + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{p}|^2}{R_2^2} + \frac{2\bar{R}_2 \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_2^2} \right]^{1/2} \\ &= R_2 \left[1 + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{p}|^2}{2R_2^2} + \frac{(\bar{R}_1 - \bar{B})(\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_2^2} \right] \end{aligned}$$

여기서 $\bar{R}_2 = \bar{R}_1 - \bar{B}$ 이고, $\bar{R}_1 = \bar{L} + \bar{p}_0$ 이므로

$$\bar{R}_1 \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) = (\bar{L} + \bar{p}_0) \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) = \bar{p}_0(\bar{p} - \bar{p}_0)$$

라고 할 수 있으므로

$$\begin{aligned} R' &= R_1 + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{p}|^2}{2R_1} + \frac{\bar{p}_0 \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_1} \\ &\quad - \frac{\bar{B}(\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_1} \quad (5) \end{aligned}$$

이다. 여기서 $R_1 = R_2$ 이다.

2.1 프린지 패턴에서의 場의 全 分布

프린지 패턴에서 場의 全 分布는 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$U_T(\bar{p}) = U_1(\bar{p}) + U_2(\bar{p}) \quad (6)$$

여기서 $U_1(\bar{p})$ 와 $U_2(\bar{p})$ 는 각 \bar{r} 및 \bar{p} 의 좌표에서 기여되는 場의 分布이다. 따라서 (2)식에 (4)식을 대입하면 $U_1(\bar{p})$ 는

$$\begin{aligned} U_{1(\bar{p})} &= \frac{k}{2\pi i L} \int d\bar{r} U(\bar{r}) \exp\{ik[R_1 + \frac{\bar{P}_0 \cdot (\bar{P} - \bar{P}_0)}{R_1} \\ &\quad + \frac{|\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{r}|^2}{2R_1}] + \Psi(\bar{P}, \bar{r})\} \quad (7) \end{aligned}$$

로 되고, 또 (2)식에 (5)식을 대입하면

$$\begin{aligned} U_{2(\bar{p})} &= \frac{k}{2\pi i L} \int d\bar{p} U(\bar{p}) \exp\{ik[R_1 + \frac{\bar{P}_0 \cdot (\bar{P} - \bar{P}_0)}{R_1} \\ &\quad + \frac{|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{p}|^2}{2R_1} - \frac{\bar{B} \cdot (\bar{P} - \bar{P}_0)}{R_1} + \Psi(\bar{P}, \\ &\quad \bar{B} + \bar{p})\} \quad (8) \end{aligned}$$

이다. (7)식과 (8)식의 각 좌표축 기여 場의 全 分布는 (6)식에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} U_T(\bar{p}) &= \frac{k}{2\pi i L} \exp\{ik[R_1 + \frac{\bar{P}_0 \cdot (\bar{P} - \bar{P}_0)}{R_1}]\} \\ &\quad \times \left\{ \int d\bar{r} U(\bar{r}) \exp\left[ik \left(\frac{|\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{r}|^2}{2R_1} + \Psi(\bar{P}, \bar{r}) \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \int d\bar{p} U(\bar{p}) \exp\left[ik \left(\frac{|\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{p}|^2}{2R_1} - \frac{\bar{B} \cdot (\bar{P} - \bar{P}_0)}{R_1} \right) + \Psi(\bar{P}, \bar{B} + \bar{p}) \right] \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

2.2. 프린지 체적에서의 평균 강도

그림1에서 프린지 체적에서의 평균강도 分布는 場의 全 分布에서 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \langle I(\bar{P}) \rangle &= \langle U_T(\bar{P}) U_T^*(\bar{P}) \rangle \\ &= \langle [U_1(\bar{P}) + U_2(\bar{P})] [U_1^*(\bar{P}) + U_2^*(\bar{P})] \rangle \\ &= \langle U_1(\bar{P}) + U_1^*(\bar{P}) \rangle + \langle U_2(\bar{P}) + U_2^*(\bar{P}) \rangle \end{aligned}$$

$$+ \langle U_2(\bar{P}) + U_1^*(\bar{P}) \rangle + \langle U_2(\bar{P}) + U_2^*(\bar{P}) \rangle \dots \dots \dots (10)$$

$$= \langle I_1(\bar{P}) \rangle + \langle I_2(\bar{P}) \rangle + \langle U_1(\bar{P}) + U_2^*(\bar{P}) \rangle + \langle U_2(\bar{P}) + U_2^*(\bar{P}) \rangle \dots \dots \dots (11)$$

(11)식에서 제1항은 오직 \bar{r} 좌표에 의한 레이저 비임의 強度分布로서 自己相關函數이고, 제2항은 오직 \bar{p} 좌표에 의한 強度分布로서 역시 自己相關函數이다. 제3항, 4항은 相互相關函數로서 \bar{r} 좌표와 \bar{p} 좌표로 부터 分布되는 레이저 비임의 相互強度를 의미한다. 따라서 각 항을 표시하면,

$$\begin{aligned} \langle I_1(\bar{P}) \rangle &= \langle U_1(\bar{P}) U_1^*(\bar{P}) \rangle \\ &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \iint d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \langle U(\bar{r}_1) U(\bar{r}_2) \rangle \\ &\quad \times \exp\{ik \left[\frac{1}{2R_1} (|\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{r}_1|^2 - |\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{r}_2|^2) \right] \} \times \langle \exp[\Psi(\bar{P}, \bar{r}_1) + \Psi^*(\bar{P}, \bar{r}_2)] \rangle \dots (12) \end{aligned}$$

여기서 $P - P_0 = P_1$ 로 놓으면 (12)식은

$$\begin{aligned} \langle I_1(\bar{P}) \rangle &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \iint d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \langle U(\bar{r}_1) U^*(\bar{r}_2) \rangle \\ &\quad \times \exp\{ik \left[\frac{1}{2R_1} (r_1^2 - r_2^2) - 2P_1 \cdot (\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \right] \} \\ &\quad \times \exp[\Psi(\bar{P}, \bar{r}_1) + \Psi^*(\bar{P}, \bar{r}_2)] \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

(11)식과 (1)식에서

$$\begin{aligned} \langle U(\bar{r}_1) U(\bar{r}_2) \rangle &= U_0^2 \exp \left[-\frac{r_1^2 + r_2^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{2F} (r_1^2 - r_2^2) \right] \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

이므로 (14)식을 (13)식에 대입하면 場에 대한 相關函數로 表現되며,

$$\begin{aligned} \langle I_1(\bar{P}) \rangle &= \langle U_1(\bar{P}) U_1^*(\bar{P}) \rangle \\ &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L}\right)^2 \iint d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \exp \left[-\frac{r_1^2 + r_2^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{2F} (r_1^2 - r_2^2) \right] \\ &\quad \times \exp\{ik \left[\frac{1}{2R_1} (r_1^2 - r_2^2) - 2P_1 \cdot (\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \right] \} \\ &\quad - \frac{1}{2} D_{\Psi}(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) \} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

여기서 D_{Ψ} 는 구면파에 대한 波 구성함수⁶⁾이며,

$$D_{\Psi}(\bar{P}) = 2.91Lk^2 \int Cn^2 |t_{\bar{p}} - \bar{V}t + (1-t)\bar{P}|^{-3/2} dt \dots \dots \dots (16)$$

여기서 Cn^2 는 랜덤 매질의 굴절을 구성 상수⁶⁾이고, V 는 풍속벡터, C_x 는 대수진폭 코베리언스 함수로 다음과 같다⁶⁾

$$C_x = 0.132\pi^2 k^2 L \int dt Cn^2(t) \int du U \sin^2 \left[\frac{U^2 t(1-t)L}{2k} \right] \times J_0[Ut - V\tau + (1-t)\bar{P}] \dots \dots \dots (17)$$

변수들을 합 $2R = \bar{r}_1 + \bar{r}_2$ 와 차 $r = \bar{r}_1 - \bar{r}_2$ 로 변환해 주면, 그림1의 프린지 패턴에서

$$\begin{aligned} 2\bar{R} &= \bar{r}_1 + \bar{r}_2 \\ \bar{r} &= \bar{r}_1 - \bar{r}_2 \\ \bar{r}_1 &= \bar{R} + \frac{\bar{r}}{2} \\ \bar{r}_2 &= \bar{R} - \frac{\bar{r}}{2} \\ \bar{r}_1 + \bar{r}_2 &= 2R^2 + \frac{r^2}{2} \\ \bar{r}_1 - \bar{r}_2 &= 2\bar{R} \cdot \bar{r} \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

이 되며 (18)식을 (15)식에 대입하면

$$\begin{aligned} \langle I(\bar{P}) \rangle &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L}\right)^2 \iint d\bar{r} d\bar{R} \exp \left[-\frac{R^2}{\alpha_0^2} - \frac{r^2}{4\alpha_0^2} - \frac{ik}{F} \bar{R} \cdot \bar{r} \right] \times \exp\{ik \left[\frac{1}{R_1} (\bar{R} \cdot \bar{r} - \bar{P}_1 \cdot \bar{r}) - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{r}) \right] \} \\ &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L}\right)^2 \iint d\bar{r} d\bar{R} \exp \left[-\frac{R^2}{\alpha_0^2} - ik \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right) \bar{R} \cdot \bar{r} - \frac{r^2}{4\alpha_0^2} - \frac{ik}{R_1} \bar{P}_1 \cdot \bar{r} - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{r}) \right] \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

(19)식을 R 에 대해 적분하면

$$\begin{aligned} \langle I_1(\bar{P}) \rangle &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L}\right)^2 \pi \alpha_0^2 \int d\bar{r} \exp \left[-\frac{k^2 \alpha_0^2}{4} \left(\frac{1}{R_1} \right)^2 r^2 - \frac{r^2}{4\alpha_0^2} - \frac{ik}{R_1} \bar{P}_1 \cdot \bar{r} - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{r}) \right] \dots (20) \end{aligned}$$

(19)식을 적분하기 위해 Fourier-Bessel 적분을 이용하였으며 다음과 같다^{6) 15)}. 즉,

$$\begin{aligned} \int d\bar{R} \exp \left[-\frac{R^2}{\alpha_0^2} - ik \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right) \bar{R} \cdot \bar{r} \right] \\ = 2\pi \int R dR \exp \left(-\frac{R^2}{\alpha_0^2} \right) J_0 \left[kr \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right) R \right] \end{aligned}$$

$$= \pi \alpha_0^2 \exp \left[-\frac{k^2 \alpha_0^2}{4} \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right)^2 r^2 \right] \dots \dots \dots (21)$$

와 같다. (20)식에 나타낸 강도분포는 (21)식을 (19)식에 대입, 적용한 것이다. 여기서

$$K_1 = \frac{1}{4\alpha_0^2} + \frac{k^2 \alpha_0^2}{4} \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right)^2$$

$$= \frac{1}{4\alpha_0^2} + \frac{k^2 \alpha_0^2}{4} F^2 \quad \text{단, } F = \frac{1}{F} - \frac{1}{R_1}$$

으로 치환하여 (20)식을 다시 쓰면,

$$\langle I_1(\bar{P}) \rangle = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{k\alpha_0 U_0}{L} \right)^2 \int d\bar{r} \exp[-K_1 r^2 - \frac{ik}{R_1} \times (\bar{P} - \bar{P}) \cdot \bar{r} - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{r})] \dots \dots \dots (22)$$

(22)식은 \bar{r} 좌표만으로 표현된 강도 분포식이다. (11)식의 제2항은 \bar{p} 좌표만에 의한 레이저 비임의 강도 분포이므로 (2)식과 (5)식에서,

$$\langle I_2(\bar{P}) \rangle = \langle U_2(\bar{P}) U_2(\bar{P}) \rangle$$

$$\left(\frac{k}{2\pi L} \right)^2 \iint d\bar{p}_1 d\bar{p}_2 \langle U(\bar{p}_1) U(\bar{p}_2) \rangle$$

$$\times \exp \left\{ ik \frac{1}{2R_1} (|\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{p}_1|^2 - |\bar{P} - \bar{P}_0 - \bar{p}_2|^2) \right\} \times \langle \exp[\Psi(\bar{P}, \bar{B} + \bar{p}_1) + \Psi(\bar{P}, \bar{B} + \bar{p}_2)] \rangle \dots \dots \dots (23)$$

(23)식에 (1)식을 대입하여 다음의 식을 구할 수 있으므로,

$$\langle I_2(\bar{P}) \rangle = \left(\frac{kU_0}{2\pi L} \right)^2 \iint d\bar{p}_1 d\bar{p}_2 \exp \left[-\frac{\rho_1 + \rho_2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{2F} (\rho_1^2 - \rho_2^2) \right] \times \exp \left\{ ik \frac{1}{2R_1} [(\rho_1^2 - \rho_2^2) - 2(\bar{p} - \bar{p}_0) \cdot (\bar{p}_1 - \bar{p}_2)] - \frac{1}{2} D_{\Psi}(\bar{p}^2 - \bar{p}^1) \right\} \dots \dots \dots (24)$$

(24)식에서 다음과 같이 변수변환을 행한다. 즉,

$$\bar{p}_1 + \bar{p}_2 = 2\bar{\xi}$$

$$\bar{p}_1 - \bar{p}_2 = \bar{\rho}$$

$$\bar{p}_1 = \bar{\xi} + \frac{\bar{\rho}}{2}$$

$$\bar{p}_2 = \bar{\xi} - \frac{\bar{\rho}}{2}$$

$$\bar{p}_1 + \bar{p}_2 = 2\bar{\xi}^2 + \frac{\bar{\rho}^2}{2}$$

$$\rho_1^2 - \rho_2^2 = 2\bar{\xi} \cdot \bar{\rho}$$

(24)식에 (25)식을 대입하여 정리한 후에 Fourier-Bessel 적분에 의해 $\bar{\xi}$ 에 대해 적분을 행하면

$$\langle I_2(\bar{P}) \rangle = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{k\alpha_0 U_0}{L} \right)^2 \int d\bar{p} \exp \left[-K_1 \rho^2 - \frac{ik}{R_1} (\bar{P} - \bar{p}_0) \cdot \bar{p} - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{p}) \right] \dots \dots \dots (26)$$

이다. 여기서 K_1 은 다음과 같다.

$$K_1 = \frac{1}{4\alpha_0^2} + \frac{k^2 \alpha_0^2}{4} \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right)^2$$

이제 (11)식의 제3, 제4항에 대해 고찰하면 이 두 항은 相互相關極數 관계가 있다. 즉,

$$\langle U_1(\bar{p}) U_2^*(\bar{p}) \rangle = \langle U_1^*(\bar{p}) U_2(\bar{p}) \rangle^*$$

이다. 이런 관계는 좌표 \bar{r} 과 \bar{p} 로부터 분포되는 레이저 비임의 상호강도가 된다. (7)식과 (8)식에서

$$\langle U_1(\bar{p}) U_2(\bar{p}) \rangle = \left(\frac{k}{2\pi L} \right)^2 \iint d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \langle U(\bar{r}_1) U^*(\bar{r}_2) \rangle \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2R_1} (|\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}_1|^2 - |\bar{p} - \bar{p}_0 - \bar{r}_2|^2) + \frac{B \cdot (\rho - P_0)}{R_1} \right] \right\} \times \langle \exp[\Psi(\bar{p}, \bar{r}_1) + \Psi(\bar{p}, \bar{B}, \bar{r}_2)] \rangle \dots \dots \dots (27)$$

$$= \left(\frac{kU_0}{2\pi L} \right)^2 \iint d\bar{r}_1 \cdot d\bar{p}_2 \exp \left[-\frac{r_1^2 + \rho_2^2}{2\alpha_0} - \frac{ik}{2F} (r_1^2 - \rho_2^2) \right] \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2R_1} [(r_1^2 - \rho_2^2) - 2(p - p_0) \cdot (r_1 - \bar{p}_2)] + \frac{\bar{B} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0)}{R_1} \right] - \frac{1}{2} D_{\Psi}(\bar{B} + \bar{p}^2 - \bar{r}_1) \right\} \dots \dots \dots (28)$$

(28)식에도 앞에서 행한 것처럼 다음과 같이 변수 변환을 하여 (28)식에 대입하면 되므로,

$$\bar{r}' = \bar{r}_1 - \bar{p}_2 \quad r_1^2 + \rho_2^2 = 2R'^2 + \frac{r'^2}{2}$$

$$2\bar{R}' = \bar{r}_1 + \bar{p}_2 \quad \bar{r}_1^2 - \bar{p}_2^2 = 2\bar{R}' \cdot \bar{r}'$$

$$\bar{r}_1 = \bar{R}' + \frac{\bar{r}'}{2} \quad \bar{r}_1 - \bar{p}_2 = \bar{r}'$$

$$\bar{p}_2 = \bar{R}' - \frac{\bar{r}'}{2} \quad \bar{p}_2 - \bar{r}_1 = \bar{r}'$$

그러면 (28)식은

$$\begin{aligned} \langle U_1(\bar{p}) U_2^*(\bar{p}) \rangle &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L} \right)^2 \iint d\bar{r}' d\bar{r}'' \\ \exp\left[-\frac{2R'^2 + r''^2/2}{2a_0^2} - \frac{ik}{F} \bar{R} \cdot \bar{r}' + \frac{ik}{R_1} \bar{R} \cdot \bar{r}'' - \frac{ik}{R_1} \right. \\ &\left. \bar{p}_1 \cdot \bar{r}' + \frac{ik}{R_1} \bar{B} \cdot \bar{p}_1 - \frac{1}{2} D_{\Psi}(\bar{B} - \bar{r}') \right] \\ &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L} \right)^2 \iint d\bar{r}' d\bar{r}'' \exp\left[-\frac{2R'^2 + r''^2/2}{2a_0^2} - ik\left(\frac{1}{F} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{R_1} \right) \times \bar{R} \cdot \bar{r}' - \frac{ik}{R_1} \bar{p}_1 \cdot \bar{r}'' + \frac{ik}{R_1} \bar{B} \cdot \bar{p}_1 - \frac{1}{2} D_{\Psi} \right. \\ &\left. (\bar{B} - \bar{r}') \right] \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

이다. (30)식을 Fourier-Bessel 적분에 의해 R' 에 대해 적분을 행하면,

$$\begin{aligned} \langle U_1(\bar{p}) U_2^*(\bar{p}) \rangle &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L} \right)^2 \pi a_0^2 \int d\bar{r}'' \exp\{-K_1 r''^2 \\ &- \frac{ik}{R_1} \bar{p}_1 \cdot \bar{r}'' + \frac{ik}{R_1} \bar{B} \cdot \bar{p}_1 - \frac{1}{2} D_{\Psi}(\bar{B} - \bar{r}'')\} \dots (31) \end{aligned}$$

같은 방법으로

$$\begin{aligned} \langle U_2(p) U_1^*(p) \rangle &= \left(\frac{kU_0}{2\pi L} \right)^2 \pi a_0^2 \int dr'' \exp \\ &[-K_1 r''^2 - \frac{ik}{R_1} \bar{B} \cdot \bar{p}_1 - \frac{1}{2} D_{\Psi}(\bar{B} - \bar{r}'')] \dots (32) \end{aligned}$$

이 된다. 프린지 체적에서 전 평균 강도 $\langle I(p) \rangle$ 는 (20)식과 같아서

$$\langle I(p) \rangle = \langle I_1(p) \rangle + \langle I_2(p) \rangle + \langle U_1(p) U_2^*(p) \rangle + \langle U_2(p) U_1^*(p) \rangle$$

이므로 위 식에 지금까지 구한 좌표 r 만의 강도분포, ρ 만의 강도분포 및 r 과 ρ 에 의한 상호 강도 분포를 대입하여 정리하면 즉, (22), (25), (30)식과 (31)식에 의해서

$$\begin{aligned} \langle I(\bar{p}) \rangle &= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{k\alpha_0 U_0}{L} \right)^2 \left\{ \int d\bar{r}'' \exp\left[-K_1 r''^2 - \frac{ik}{R_1} \right. \right. \\ &\left. \left. (\bar{p} - \bar{p}_0) \cdot \bar{r}'' - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{r}'') \right] + \int d\bar{\rho} \exp\left[-K_1 \bar{\rho}^2 \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{ik}{R_1} (\bar{p} - \bar{p}_0) \cdot \bar{\rho} - \frac{1}{2} D_{\Psi}(-\bar{\rho}) \right] + \int d\bar{r}' \exp \right. \\ &\left. \left[-K_1 r'^2 - \frac{ik}{R_1} (\bar{p} - \bar{p}_0) \cdot \bar{r}' + \frac{ik}{R_1} \bar{B} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) - \frac{1}{2} \right. \right. \\ &\left. \left. D_{\Psi}(\bar{B} - \bar{r}') \right] \right\} \dots \dots \dots (33) \end{aligned}$$

를 구할 수 있다. 여기서 $D_{\Psi}(X)$ 항은 波 구성 함수이며, (33)식에서 $1/2 D_{\Psi}(X) = \exp\{-(X/r_0)^{3/5}\}$ 이다⁶⁾.

3. 프린지 視度(Fringe Visibility)

두 레이저 비임을 交角 θ 로 交叉 시키거나 집광렌즈를 통과시킬 때, 交點 또는 軸점에서 타원체인 프린지 체적이 발생한다. 이 프린지 체적 내에서 두 교차 광속에서 의한 간섭으로 프린지가 발생하며 프린지 주기(또는 Fringe Spacing이라고도 한다)가 존재한다³⁾⁴⁾⁵⁾

프린지 체적에서의 평균 강도분포를 Fourier-Bessel 적분 형태의 식으로 구하고 의사변수(dummy variable)r를 채택하면,

$$\begin{aligned} \langle I(\bar{p}) \rangle &= \frac{k^2}{2} \langle I_0 \rangle^2 \left\{ 2 \int r \cdot dr J_0\left(\frac{k}{R_1} |\bar{p} - \bar{p}_0| r \right) \right. \\ &\exp\left[-K_1 r^2 - \frac{r}{r_0} \right] + \int r dr J_0\left(\frac{k}{R_1} |\bar{p} - \bar{p}_0| r \right) \\ &\exp\left[-K_1 r^2 - \left(\frac{B-r}{r_0} \right)^{3/5} \right] \times \left[\exp\left(\frac{ik}{R} \bar{B} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \right) \right. \\ &\left. \right] + \exp\left(-\frac{ik}{R} \bar{B} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \right) \dots \dots \dots (34) \end{aligned}$$

와 같다. 식(34)를 정리하면

$$\begin{aligned} \langle I(\bar{p}) \rangle &= \frac{k^2}{2} \langle I_0 \rangle^2 \int r dr J_0\left(\frac{k}{R_1} |\bar{p} - \bar{p}_0| r \right) \\ &e^{-kr^2} \times \left[2\rho^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{3/5}} + 2\rho^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{3/5}} \cos \frac{k}{R_1} \bar{B} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \right] \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle I(p) \rangle &= k^2 \langle I_0 \rangle^2 \int r dr e^{-kr^2} J_0\left[\frac{k}{R_1} (\bar{p} - \bar{p}_0) r \right] \times \\ &\left[e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{3/5}} + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{3/5}} \cos \frac{k}{R_1} \bar{B} \cdot (\bar{p} - \bar{p}_0) \right] (36) \end{aligned}$$

로 된다. 여기서 $\langle I_0 \rangle^2 = (\alpha_0 U_0 / L)^2$ 이다. 프린지 視度는 다음과 같이 정의된다.

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \dots \dots \dots (37)$$

여기서 I_{max} , I_{min} 는 각각 최대 강도와 최소 강도이며 프린지 체적에서 최대 강도는 식(36)에서

$$J_0\left[\frac{k}{R_1}(\bar{p}-\bar{p}_0)r\right]=1$$

$$\cos\left[\frac{k}{R_1}B(\bar{p}-\bar{p}_0)\right]=1 \dots\dots\dots(38)$$

인 조건을 동시에 만족할 때 성립되며, 이런 조건은 $p=p_0$ 로 놓음으로써 가능하다. 따라서 최대 강도는

$$\langle I(\bar{p}) \rangle_{\max} = k^2 \langle I_0 \rangle^2 \int r dr e^{-kr^2} \left[e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \right] \dots\dots\dots(39)$$

이다. 반면에 최소 강도는 $\langle I(\bar{p}) \rangle_{\min}$ 를 간섭 프린지 주기 δ 의 1/2만큼 변이 시킴으로써 구할 수 있다⁵⁾. 따라서 $\langle I(\bar{p}) \rangle_{\min}$ 는 $\bar{p}=\bar{p}_0 \pm \delta/2$ 일 때 이므로

$$\langle I(\bar{p}) \rangle_{\min} = k^2 \langle I_0 \rangle^2 \int r dr e^{-kr^2} J_0\left(\frac{k}{R_1} \cdot \frac{\delta}{2} r\right) \times \left[e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \right] \cos\left(\frac{k}{R_1} B \frac{\delta}{2}\right) \dots\dots\dots(40)$$

$$= k^2 \langle I_0 \rangle^2 \int r dr e^{-kr^2} J_0\left(\frac{k}{R_1} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot r\right) \times \left[e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} - e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \right] \dots\dots\dots(41)$$

이 된다. 여기서 프린지 주기(또는 Fringe spacing) δ 는 다음과 같다³⁾⁴⁾⁵⁾.

$$\delta = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)}$$

단, θ : 두 비임의 交角

λ : 파장

만일 교각 θ 가 매우 작다면 $\sin(\theta)/2 \approx \theta/2$ 이므로 δ 는 다음과 같다.

$$\delta \approx \lambda/\theta$$

또 간섭 프린지의 1/2주기는 $\delta/2$ 이므로 (40)식에서 \cos 항은 다음과 같다.

$$\cos\left(\frac{k}{R_1} B \cdot \frac{\delta}{2}\right) = \cos\left(\frac{k}{R_1} B \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\theta}\right)$$

$$= \cos\left(\frac{B}{R_1} \cdot \frac{\pi}{\theta}\right) \approx \cos\pi = -1$$

이다.

프린지 視度の 정의식의 분자 분모는 각각

(39)와 (41)로 부터

$$\langle I(\bar{p}) \rangle_{\max} - \langle I(\bar{p}) \rangle_{\min}$$

$$= k^2 \langle I_0 \rangle^2 \int r dr e^{-kr^2} \left\{ e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 - J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 + J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] \right\} \dots\dots\dots(42)$$

$$\langle I(p) \rangle_{\max} + \langle I(p) \rangle_{\min}$$

$$= k^2 \langle I_0 \rangle^2 \int r dr e^{-kr^2} \left\{ e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 + J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 - J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] \right\} \dots\dots\dots(43)$$

식(42)와 식(43)에 의해 프린지 視度는

$$V = \frac{\int r dr e^{-kr^2} \left\{ e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 - J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 + J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] \right\}}{\int r dr e^{-kr^2} \left\{ e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 + J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 - J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) \right] \right\}} \dots\dots\dots(44)$$

이다. 본 논문에서

$$\delta = \frac{\lambda}{\alpha}, R_1=L, k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$J_0\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) = J_0\left(\frac{1}{L} \frac{\pi}{\theta} r\right) = \cos\left(\frac{k}{R_1} \frac{\delta}{2} r\right) = \cos\left(\frac{B}{L} \frac{\pi}{\theta} r\right) = -1 \dots\dots\dots(45)$$

로 하고 이 관계를 식(44)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$V = \frac{\int r dr e^{-kr^2} \left\{ e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 - J_0\left(\frac{r}{L'}\right) \right] + \int r dr e^{-kr^2} \left\{ e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 + J_0\left(\frac{r}{L'}\right) \right] + e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 + J_0\left(\frac{r}{L'}\right) \right] \right\}}{e^{-\left(\frac{B-r}{r_0}\right)^{\frac{3}{5}}} \left[1 - J_0\left(\frac{r}{L'}\right) \right]} \dots\dots\dots(46)$$

여기서

$$L' = L \left(\frac{\theta}{\pi} \right)$$

$$K_1 = \frac{1}{4\alpha_0^2} + \frac{k^2 \alpha_0^2}{4} \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{R_1} \right)^2 = \frac{1}{4\alpha_0^2} \dots (47)$$

이다. 식(47)에서 α_0 는 특성 비임 반경으로 다음과 같다²⁾.

$$\alpha_0 = \left(\frac{\lambda}{\pi} \right) (L/D) \dots (48)$$

여기서 L은 광원에서 프린지 체적까지의 거리, D는 광원에서의 비임 직경, 또 $r_0 = (0.545625 Cn Lk^2)^{3/5}$ 이고⁶⁾ Cn^2 은 랜덤 매질의 굴절율구성 상수⁶⁾⁷⁾로 強攪流(strong turbulence), 弱攪流(weak turbulence)에서 각각 단위 체적당 다음의 값을 갖는다[7].

$C_n = 10^{-7} [m^{-3}]$: 強攪流

$C_n = 10^{-9} [m^{-3}]$: 弱攪流

4. 결과 및 고찰

前章에서 攪流가 있는 경우에 대한 프린지 視度를 해석 하였다. 視度는 그림1이 0인 제1종 Bessel 함수의 항을 포함하고 있을 뿐 아니라 두 交叉 레이저 비임의 交叉點에 攪流가 있을 때 그 영향을 받는다는 사실을 알게 되었다.

본 논문에서 두 光原에서 交叉點까지의 거리 $L=10[m]$ 로 하고 비임의 교각 $\theta=5^\circ$, 사용

표1. 攪流의 強弱에 따른 r/L' 에 대한 視度の 변화

視度 r/L'	V (Weak turbulence)	V (Strong turbulence)
0	1.	1.
0.1	0.9992804	0.9799384
0.2	0.9992856	0.9800876
0.3	0.9992947	0.9803341
0.4	0.9993071	0.9806770
0.5	0.9993228	0.9811146
0.6	0.9993414	0.9816422
0.7	0.9993646	0.9822567
0.8	0.9993891	0.9829538
0.9	0.9994172	0.9837279

한 광원은 $\lambda=4880[\text{\AA}]$

$L=10[m]$

$\theta=5^\circ$

$\alpha_0=1.5534 \times 10^{-3} [mm]$

$B=(2 L \tan \alpha/2)=0.8732[m]$

상기의 수치에 대해 식(44), (45), (46)에 의한 결과를 FACOM 230-48의 기종의 Fortran IV를 이용한 결과로 표1을 작성하고 그림의 攪流에 따른 프린지 視度를 그래프로 나타내었다.

5. 결론

레이저 비임과 대기 중에서의 攪流와의 相互作用, 攪流가 전송되는 레이저 비임에 미치는 영향을 안다는 것은 매우 중요한 의미를 가지며, 이들의 相互作用에 의한 Coherence로 COAT system, 광 간섭 레이더, 광 신호 전송 등에 널리 이용되고 있다. 또 이들의 相互作用으로 攪流가 프린지 視도에 미치는 영향은 지대하다는 사실을 알 수 있으며, 본 논문에서는 extended Huygens-Fresnel Principle을 도입한

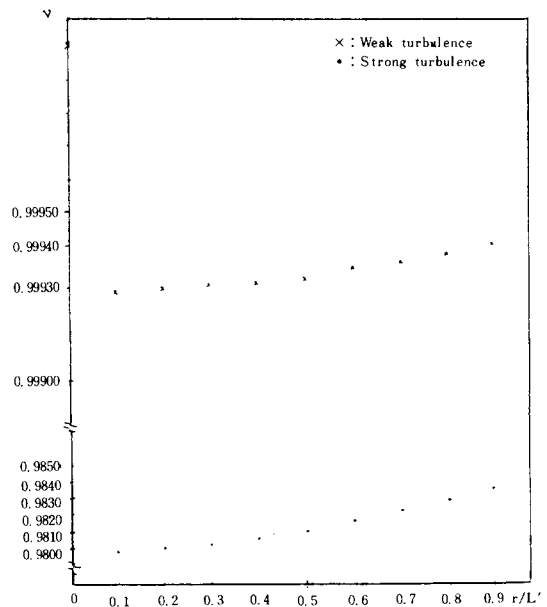


그림 2. 攪流에 따른 프린지 視度
Fig. 2. Turbulence Huygens-Principle

場의 全 分布로 부터 평균 강도 분포를 구하여 攪流의 영향을 고려한 프린지 視度の 식을 (46)식과 같이 표현했다.

이 식에서 $r/L'=0$ 일 때 즉 프린지 軸의 중심에서는 $V=1$ 이며 $r/L'=0.1$ 에서는 攪流의 強弱에 따라 프린지 視度が 현저한 차이를 나타내고 있으며 攪流가 強할수록 그 영향이 크다는 사실을 알 수 있다. r/L' 이 0.1을 넘는 영역에서 프린지 視度は 서서히 증가한다.

참 고 문 헌

- 1) Y. Yeh and H. Z. Cummins; "Localized flued flow measurements with an He-Ne laser spectrometer", Appl. Phys. Lett. 4, 176.(1964)
- 2) J. W. Forenman, E. W. George and R. D. Lewis, "Measurement of localized flow velocities in gases with a laser-Doppler flow meter", Appl. Phys. Lett., 7, 77.(1965)
- 3) Tariq S. Durrani and Clive A. Greated, Laser systems in flow measurement, Plenum Press. p. 77-132, 1977.
- 4) M. Born and Wolf, Principles of Optics, 6th Ed, Pergamon Press. p. 256-401, 1980.
- 5) L. E. Drain, The Laser Doppler Technique, J. Willey and Sons, p.53-118, 1980.
- 6) M. H. Lee, J. Fred Holmes, and J. Richard Kerr, "Statistics of speckle propagation through turbulence atmosphere", J. Opt. Soc. Am. 66, 11, p.1164-1172, (1972)
- 7) Akira Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media, Academic Press, p.427, 1978.
- 8) John E. Harry, Industrial Lasers and Their Application, McGraw-Hill, p.13-17, 1974.
- 9) H. T. Yura, "Mutual Coherence Function of a Finite Optical Beam in an Inhomogeneous Medium," Applied Optics, 11, 1939, p.67-117, (1972)
- 10) L. Lading, "Differential Doppler Heterodyning Technique", Applied Optics. 10, 8, p. 1943-1949, 1971.
- 11) Dennis K. Kreid, "Laser-Doppler Velocimeter Measurements in Nonuniform Flow: Error Estimates," Applied Optics. 10, 8, p.1872-1881, 1974.
- 12) William D. Bachalo: "Method for measuring the size and velocity of spheres by dual-beam lightscatter interferometry," Applied Optics. 19, 3, p.363-370, 1980.
- 13) C. Y. She, "Laser Cross-Beam Intensity-Correlation Spectrum for a Turbulent Flow," Applied Optics. 12, 10, p.2415-2420, 1973.
- 14) Myung Jun Lee and J. Fred Holmes; "Speckle intensity cross-covariance function for two misaligned laser beam in a turbulent atmosphere", Oregon Graduate Center, 1981.(unpublished)
- 15) R.J.Adrian and R.J.Goldstein, "Analysis of" a laser Doppler anemometer." J. Phys E: Sci. Instru. Vol. 4, p.505-511, 1971.