

피로 누적손실을 고려한 변속기 축설계

Design of Power Transmitting Shaft in Consideration of Fatigue Cumulative Damage

이 강 용*
Kang Yong Lee

ABSTRACT

The design of a power transmission shaft which has the limited life under cumulative damage and various mean loads was made in consideration of shaft stiffness and shape determination. All procedures were programmed so that one can see the result by connecting to graphic terminal. The diameters of designed shaft are in good agreement with those of a commercial shaft which is manufactured according to the imported design drawing sheets.

1. 서 론

전통적인 축설계는 최대 비틀림 에너지이론(maximum distortion energy theory)와 최대 전단응력이론(maximum shearing stress theory)에 근거하고 있다.^{1,2)} 최근에 이러한 방법을 CAD 하여^{3,6)} 설계에 편리성을 부여하였다. Bagci⁵⁾는 유한선분요소법(finite line element method)와 새로운 피로파괴 조건식을 제안하여 강성조건을 만족하는 변속기 축설계를 CAD화하였다. 그 후 Maschino와 Kaftanoglu⁴⁾는 최대 비틀림 에너지이론에 의한 동력전달 축설계를 CAD화 시켰다. 그러나 위의 종래 연구는 변속기축이 항상 받고있는 피로하중에 의한 누적손실(cumulative damage)과 일정치 못한 피로하중에 의한 평균응력(mean stress)의 변화 및 유한

수명 뿐만 아니라 피로수명에 영향을 주는 여러가지 수정 피로계수를 충분히 고려하지 않았다. 따라서 아직도 전통적인 동력전달 축설계법은 정립되지 않았다고 생각되며 또 이 작업이 쉽지 않다는 것을 ASME표준서 제정 과정을 보아도 알 수 있다. 1950년 초기에 ASME는 변속기 축설계 코드를 제정하였으나 1985년에 새로운 표준서⁷⁾를 제정하였는데 여기에서도 무한 피로수명을 가정하였을 뿐 아니라 피로누적손실의 영향을 고려하지 않았다. 표준서에서도 지적하기를 신뢰성이 있는 축설계를 위해서는 이러한 미흡한 점을 보완하여야 한다고 명기하고 있다. 또한 동력전달 축의 설계는 피로 특성만을 만족시켜서 되는 것이 아니고 축의 강성이 충분하여 축의 처짐으로 인해 베어링 수명을 단축시키거나 축에 취부된 기어, 풀리, 커플링 등에 손상을 주어

* 정회원, 연세대학교 기계공학과

서는 되지 않기 때문에 피로조건과 강성조건을 동시에 고려하는 신뢰성있는 축 설계연구가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 변동하중하에서 피로누적손실을 고려하여 형상결정문제, 강성문제를 종합적으로 고려하여 설계할 수 있는 신뢰성있는 유한수명 변속기 축 설계법을 제시하고자 한다.

2. 이 론

2.1 응력계산

축에 작용하는 하중은 축에 취부된 헬리컬 기어에 의해 Fig.1 과 같은 3가지 힘들로 나타난다. Fig.1에서 F_A 는 헬릭스 앵글 β_0 에 의한 기어의 추력(thrust force), F_R 는 축의 중심으로 향하는 기어의 반경방향 힘, F_T 는 기어의 접선력(tangential force)이며, F_0 는 기어의 물림반경(operating radius)이다. F_A 의 방향은 헬릭스 방향(helix hand)에 따라 그 방향이 반대가 될 수 있다.

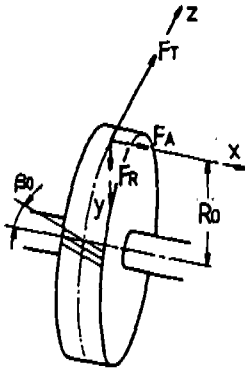


Fig.1 Forces on a helical gear

또한 축을 지지하는 베어링에도 위의 3가지 힘들과 같은 반력이 발생할 수 있다. 이러한 힘들에 의해 베어링으로 지지되고 있는 변속기 축에는 변속기 축을 따라 다양한 전단력, 굽힘 모멘트 및 비틀림 모멘트가 발생하게 된다. 이들 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트는 굽힘응력과 전단응력을 발생시킨다. 축의 모든

구간에서 이러한 응력들은 재료 강도학적으로 쉽게 구할 수 있다.

2.2 수정 피로 계수

수정 피로한도(modifying fatigue limit) σ_f 는 다음식과 같이 피로 한도 σ_f^* 와 수정 피로계수 K 의 곱으로 표현된다.⁸⁾

$$\sigma_f = K\sigma_f^* \quad (1)$$

여기서

$$K = K_a K_b K_c K_d K_e K_f K_g K_h K_i \quad (2)$$

K_a 는 표면계수, K_b 는 크기계수, K_c 는 신뢰성계수, K_d 는 온도계수, K_e 는 피로 응력집중계수, K_f 는 기위맞춤계수, K_g 는 잔류응력계수, K_h 는 부식계수, K_i 는 기타 영향을 주는 계수이다. 이러한 계수에 대한 데이터는 참고자료^{4, 5, 8-12)}에서 보고하고 있다.

2.3 피로 설계

축설계에는 무한수명 설계법^{1-3, 12)}과 유한수명 설계법¹¹⁾이 있으며 엔진의 크랭크 샤프트의 설계가 무한수명 설계예이고 변속기 축은 유한수명 설계이다. 실제 자동차 변속기 축에 작용하는 하중과 사용빈도는 각 기어에 따라 다르며 저속단에서는 분담하중이 큰 반면 사용빈도수가 적고, 고속단의 경우에는 분담 하중이 적은 반면 사용빈도수가 많다. 따라서 고속단이나 저속단 구별없이 일정하중상태로 가정하여 설계하거나 일정 사용빈도로 설계하면 과설계(over design) 또는 요구수명 전에 손상이 발생하게 된다. 그러므로 축전체의 피로수명이 요구수명이 되도록 하는 유한수명 설계법이 요구된다. 본 연구에서는 유한수명 설계법을 적용하기 위하여 누적손실 효과(cumulative damage effect)를 고려한 다음과 같은 Miner 법칙을 사용한다.

$$\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (3)$$

여기서 n_i 은 평균 굽힘 모멘트가 영인 굽힘 피로 모멘트 M_{fi} 의 작용 싸이클 수이고 N_i 는

M_{ai} 에 의한 피로파괴 수명 싸이클이다. $S-N$ 곡선으로부터 다음식이 얻어질 수 있다.

$$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_f} = \left(\frac{N_f}{N_i} \right)^b \quad (4)$$

여기서 σ_f 는 수정 피로한도이며, N_f 는 수정 피로한도까지의 수명이며, b 는 양의 값을 갖는 피로강도지수(fatigue strength exponent)이며 평균응력이 영인 굽힘피로 응력 σ_{ai} 는 다음식으로 표현된다.

$$\sigma_{ai} = \frac{32M_{ai}}{\pi d_o^3} B \quad (5)$$

여기서 d_o 는 축의 외경이며 중공축 비(hollowness ratio) B 는 다음과 같이 정의된다.

$$B = \frac{1}{1 - \alpha^4} \quad (6)$$

여기서 $\alpha = d_i/d_o$ 이며 d_i 는 축내경이다. 식 (3)에 식(4)와 (5)를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\pi d_o^3 \sigma_f}{32 B} = \left\{ \frac{N_L}{N_f} \sum_{i=1}^m t_i (M_{ai})^{1/b} \right\}^b \quad (7)$$

여기서

$$N_L \equiv \sum_{i=1}^m n$$

$$t_i \equiv \frac{n_i}{N_L} \quad (8)$$

식(7)의 σ_f 는 수정피로 한도로써 평균응력이 영인 경우인데 실제 대부분의 축의 피로 하중은 평균응력이 존재하므로 평균응력을 고려하고 설계상의 안전율을 적용하여 안전계수 S 를 도입하여 식(7)을 다음과 같이 수정한다.

$$\frac{\pi d_o^3 \sigma_f}{32 SB} = \left\{ \frac{N_L}{N_f} \sum_{i=1}^m t_i (M_{ei})^{1/b} \right\}^b \quad (9)$$

여기서

$$M_{ei} = M_{ai} + M_m \quad (10)$$

M_m 은 평균 굽힘 모멘트이다.

2.4 축의 처짐

축의 처짐은 다음식에 의해 구해진다.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (11)$$

여기서 E 는 탄성계수이고 I 는 단면 2차 모멘트이다. 기울기 θ 는 식(11)로부터 다음과 같다.

$$\theta \equiv \frac{dy}{dx} = \int \frac{M}{EI} dx + C_1 \quad (12)$$

그리고 처짐량 y 는 다음과 같다.

$$y = \int \left(\int \frac{M}{EI} dx \right) dx + C_1 x + C_2 \quad (13)$$

여기서 C_1, C_2 는 축의 경계조건에 의해 결정되는 상수이다. 본 연구에서는 θ 를 결정하기 위해 사다리꼴 수치적분법을, y 를 위해서는 Simpson 수치적분법을 사용하였다.

3. 축 설계 및 검토

Table 1 과 같은 하중조건을 사용한다.

Table 1 Load pattern

| Pattern | Condition |
|---------|------------------------|
| 1 | Full load |
| 2 | Full load $\times 0.9$ |
| 3 | Full load $\times 0.8$ |
| 4 | Full load $\times 0.8$ |
| 5 | Full load $\times 0.5$ |

Table 2 Full load condition and operating radius

| Speed | F_A (kgf) | F_R (kgf) | F_T (kgf) | $2 R_o$ (kgf) |
|-------|----------------|----------------|----------------|------------------|
| 1st | 531 | 517 | 1,155 | 31.16 |
| 2nd | 516 | 334 | 780 | 43.75 |
| 3rd | 411 | 242 | 605 | 56.87 |
| 4th | 349 | 205 | 513 | 66.63 |
| 5th | 311 | 164 | 465 | 74.47 |
| rev. | 0 | 540 | 1,157 | 23.93 |

Table 1.에서 전하중(full load)조건은 엔진 토오크 18 kgf-m에 대해 헬리컬 기어의 분력을 계산하는 방법에 의해 Table 2와 같이 구해지며, 설계시 수명목표값을 실차 주행상태에서 거리로 표시한 요구상사거리¹³⁾를 고려하여 운전조건을 Table 3.과 같이 설정한다.

Table 3 Service life condition

| Pattern | Speed | Service life (cycles) |
|---------|-------|-----------------------|
| 1 | 1 | 5. 268 E5 |
| | 2 | 1. 727 E6 |
| | 3 | 3. 015 E6 |
| | 4 | 2. 750 E6 |
| | 5 | 3. 800 E6 |
| 2 | 1 | 4. 390 E5 |
| | 2 | 1. 020 E6 |
| | 3 | 1. 776 E6 |
| | 4 | 1. 500 E6 |
| | 5 | 5. 700 E6 |
| 3 | 1 | 4. 390 E5 |
| | 2 | 1. 020 E6 |
| | 3 | 1. 776 E6 |
| | 4 | 4. 000 E6 |
| 4 | 5 | 2. 470 E7 |
| 5 | rev. | 8. 000 E5 |
| Total | | 5. 490 E7 |

설계결과는 다음의 강성조건을 만족하여야 한다.

$$y_k \leq y_{max} \tag{14}$$

$$d_k \geq d_o$$

여기서 y_k 와 d_k 는 각각 강성을 고려한 처짐량과 축 직경이며 y_{max} 는 최대허용 처짐량이다. 또한 축 전체의 무게 W 는 다음 식에 의해 결정된다.

$$W = \rho \sum_{k=1}^n \left(\frac{\pi (d_{ok}^2 - d_{ik}^2)}{4} x_k \right) \tag{15}$$

여기서 ρ 는 비중량이고, d_{ok} 와 d_{ik} 는 k 구간

에서 각각 축의 외경과 내경이고, x_k 는 k 구간의 길이이다. 식(14)를 만족하면서 축 무게를 최소로 하기 위해 다음의 절차를 수행하였다.

1 단계 : 식(9)를 만족하는 축 직경 d_o 를 구한다.

2 단계 : 실제 조립성과 형상 결정 고려사항 등을 고려하여 각 구간별 축직경 d_k 를 선정한다.

3 단계 : 선정된 d_k 가 $y_k - y_{max} \leq 0$ 를 만족하는지 검토하고 만족할 때는 4 단계를 수행하고 만족치 않을 때는 d_k 를 일정량씩 증가시켜 강성조건을 만족토록 한다.

4 단계 : 조립성, 형상 결정조건, 피로조건, 강도조건 등을 모두 만족시키는 d_k 는 geometry interface에 의해 graphic terminal에 출력된다.

5 단계 : 필요시 설계변수 α_f , y_{max} , σ_u , K 등을 변화시켜 위의 단계를 반복한다. y_{max} 은 베어링의 비정돈(misalignment)의 정도와 기어의 치압변위의 허용범위내에서 결정한다.

채택된 모델은 Fig. 2와 같다. Fig. 2에서 BRG는 베어링을 뜻하고 SYN은 동기장치를 뜻한다.

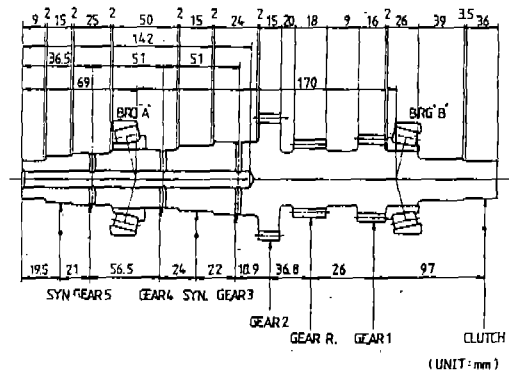


Fig.2 Shaft design model.

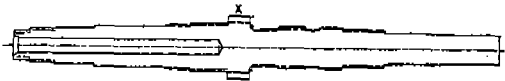
사용 재질의 기계적 성질은 Table 4¹⁴⁾와 같다.

사용 베어링 A와 B는 각각 JIS HR 302/28C와 JIS HR 32005XJ이다. 개발한 프로그램에 의해 피로조건, 축처짐 조건, 조립성등

형상 결정조건을 만족하도록 설계된 축 직경 d_k 는 Table 5 와 Fig. 3의 점선과 같다.

Table 4 Material properties of SAE 4140¹⁴⁾

| Nomenclature | Property |
|----------------------------------------|----------------------------|
| Ultimate tensile stress (σ_u) | 109.8 kgf/mm ² |
| Yield strength (σ_{ys}) | 98.5 kgf/mm ² |
| Specimen fatigue limit (σ_f) | 63.2 kgf/mm ² |
| Modulus of elasticity (E) | 21,000 kgf/mm ² |
| Specific weight (ρ) | 7.850 kgf/mm ³ |
| Fatigue strength exponent (b) | 0.08 |



— Commercial shaft
 - - - Designed shaft

Fig. 3 Comparison between commercial and designed shafts

Table 5 Shaft diameters at each section

| x (mm) | d_k (mm) | x (mm) | d_k (mm) |
|----------|------------|----------|------------|
| -65 | 16.5 | 100 | 23.2 |
| -60 | 16.5 | 105 | 23.2 |
| -55 | 19.2 | 110 | 23.2 |
| -50 | 19.2 | 115 | 25.3 |
| -45 | 19.2 | 120 | 25.3 |
| -40 | 23.1 | 125 | 25.3 |
| -35 | 23.1 | 130 | 24.2 |
| -30 | 23.1 | 135 | 24.2 |
| -25 | 23.1 | 140 | 26.2 |
| -20 | 23.1 | 145 | 26.2 |
| -15 | 23.1 | 150 | 26.2 |
| -10 | 26.6 | 155 | 23.0 |
| -5 | 26.6 | 160 | 23.0 |
| 0 | 26.6 | 165 | 23.0 |

| | | | |
|----|------|-----|------|
| 5 | 26.6 | 170 | 23.0 |
| 10 | 26.6 | 175 | 23.0 |
| 15 | 26.6 | 180 | 23.0 |
| 20 | 26.6 | 185 | 20.5 |
| 25 | 26.6 | 190 | 20.5 |
| 30 | 26.6 | 195 | 20.5 |
| 35 | 26.6 | 200 | 20.5 |
| 40 | 28.6 | 205 | 20.5 |
| 45 | 28.6 | 210 | 20.5 |
| 50 | 28.6 | 215 | 20.5 |
| 55 | 30.1 | 220 | 19.4 |
| 60 | 30.1 | 225 | 19.4 |
| 65 | 30.1 | 230 | 19.4 |
| 70 | 30.1 | 235 | 19.4 |
| 75 | 30.1 | 240 | 19.4 |
| 80 | 33.1 | 245 | 19.4 |
| 85 | 33.1 | 250 | 19.4 |
| 90 | 33.1 | 255 | 19.4 |
| 95 | 30.5 | 260 | 19.4 |

Table 5에서 x 는 베어링 A의 위치를 영으로 할 때 각 단면의 좌표이다. 설계 완료된 축은 안전계수 $S=1.25$ 에서 Table 3의 운전 조건에 대해서 4.21×10^7 싸이클의 수명을 갖는다. 본 연구에서 설계된 축 직경과 채택한 모델(Fig. 2)인 동급 용량의 국내시판 차종 변속기 축의 수입 설계도면과 비교하면 Fig. 3과 같다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 축 직경의 차이는 미소하여 단지 X부위인 기어 위치에서 비교적 큰 차이(19%)를 보이고 있다. 그 원인은 기어에 주어지는 특수한 제한 조건 때문이라고 생각된다.

4. 결 론

피로누적 손실과 평균응력, 축의 처짐 및 형상 결정조건을 고려한 피로공학적인 변속기 축설계를 위한 컴퓨터 프로그램을 개발하고 수입된 설계도면에 의해 생산된 변속기 축과 계산결과를 비교하여 축 직경에 큰 차이가 없음을 보였다.

후 기

본 연구는 산학협동재단의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며 이에 감사를 표한다.

참 고 문 헌

1. H.A. Borchart, "Shortcuts for the Designing Shafts", Machine Design, Vol.45, pp.139-141, 1973.
2. A.D. Deutschman, W.J. Mitchels and C.E. Wilson, Machine Design: Theory and Practice, MacMillan, 1975.
3. C.M. Lowell, "A Rational Approach to Crankshaft Design", ASME 55-A-57, Nov. 1955.
4. J.E. Shigley and L.D. Mitchell, Mechanical Engineering Design, 4th ed., McGraw-Hill, 1984.
5. C. Bagci, "Computer Aided Fatigue Design of Power Transmission Shaft with Strength Constraints using a Finite Line Element Technique and Proposed Fatigue Failure Criterion", ASME 79-DET-103, 1979.
6. S. Mashino and B. Kaftanoglu, "Computer Aided Design of Power Shaft", ASME 83-DET-63, 1983.
7. American National Standard, Design of Transmission Shafting, ANSI/ASME B106.1M-1985, ASME.
8. R.E. Peterson, Stress Concentration Factors, Jone Wiley & Sons, 1974.
9. H.O. Fuchs and R.I. Stephens, Metal Fatigue in Engineering, Jone Wiley & Sons, 1980.
10. S.H. Loewenthal, Design of Power Transmitting Shaft, NASA-RP-1123, 1984.
11. S.H. Loewenthal, New Methodology for Shaft Design Based on Life Expectancy, NASA-TM-87354, 1987.
12. Ricardo Consulting Engineers, A Method for Assessing the Strength of Crankshaft Designs, S, DP79/193, 1979.
13. R.W. Wolfe, "The 390V - A New Five Speed Mechanical Transmission for Trucks", SAE 760839, 1976.
14. "SAE Information Report: Estimated Mechanical Properties and Machinability of Hot Rolled and Cold Drawn Carbon Steel Bars SAE J414", SAE Handbook, Pt.1, pp.3.14, 1978.