

직교이방성 재료에 대한 경계요소법(BEM)의 기본해에 관한 연구

A Study of Fundamental Solution of BEM for Orthotropic Materials

이 갑 래;***조 상 봉;**최 용 식*
K. R. Lee, S. B. Cho, Y.S.Choy

ABSTRACT

According to the developments of various composite materials, it seems to be very important to evaluate the strength and fracture behavior of composite materials. When the composite material is considered as orthotropic material, the characteristic equation of orthotropic material have complex roots. If characteristic roots are equal, the fundamental solutions of BEM become singular ones. This paper analyse the fundamental solutions of the singular problem of orthotropic material using the analogous method to isotropic material.

Key Words ;

- 직교이방성(Orthotropics)
- 이방성(Anisotropics)
- 적합방정식(Compatibility equation)
- 경계요소법(BEM)
- 특성근(Characteristic roots)
- 표면력(Traction)

1. 서 론

구조물의 강도를 높이고, 또한 경량화하기 위하여 최근 항공기 자동차 등에 복합재료의 사용이 증가되고 있다. 복합재료의 강도해석은 이방성(anisotropics), 또는 직교이방성(orthotropics) 재료로서 이루어지는 것이 보통이다. 일반적으로 이방성 재료의 응력해석

에서 나타나는 특성방정식은 4개의 복소특성근을 가진다.¹⁾ 특히 직교이방성 문제에서 특성근이 같은 경우에는, 응력해석 또는 균열(crack) 문제 해석에서 0으로 나누어지는 특이성이 나타난다.^{2,3)} 또한 경계요소법의 기초가 되는 somigliana의 식을 이용할 때도, 마찬가지로 특이성이 나타나 해석이 곤란하다. 이와 같은 이유로, 종래의 경계요소법을 이용한 직교이방성 재료의 crack문제 해석, 또는 응력해석에서 특성근이 같은 경우는 해석이 불가능하였다.

특성근이 같은 경우의 문제를 해석하기 위한 방법으로 Rizzo²⁾, Tung⁴⁾ 등은 각각 극한의 형태와 미분의 형태를 제시하고 있지만, 경계요소법에 구체적으로 적용하여 해석하지는 못하였다.

* 정회원, 성균관대학교 기계공학과
 ** 정회원, 경남대학교 기계설계학과
 *** 정회원, 성균관대학교 대학원 기계공학과

실제 대부분의 single crystals 에서는, 특성 방정식의 근이 거의 같은 경우이며⁵⁾, 또한 E_{11} (Young's modulus), E_{22} 가 각각 다른 fiber composite 재료에서도 생겨날 수 있는 경우이므로, 이에 대한 해석은 매우 중요하다.

본 연구에서는, 특성방정식의 근이 같은 경우의 직교이방성 재료에 대한 기본해를 동방성의 응력함수를 직교이방성 재료에 상사한 해석방법을 이용하여 경계요소법의 기본해를 연구하고자 한다.

2. 기초 이론

일반적인 이방성재료(anisotropic material)에 대한 평면응력상태의 Hooke's law는,

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{26} \\ a_{61} & a_{62} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

이며, 평면변형을 상태인 경우에는 $a_{ij} = a_{ji} - (a_{i3} a_{j3} / a_{33})$ 가 되고, $(i, j = 1, 2, 6)$ 이다.⁶⁾ 평행방정식을 만족하는 응력성분을 Airy's stress function, U 로 나타내면

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

이며, 식(1)과 (2)를 적합방정식(compatibility equation)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$a_{22} \frac{\partial^2 U}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (3)$$

식(3)을 만족시키는 특성근을 $S_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 라 하면 S_j 는 다음의 특성방정식의 근이 된다.¹⁾

$$a_{11} S^4 - 2a_{16} S^3 + (2a_{12} + a_{66}) S^2 - 2a_{26} S + a_{22} = 0 \quad (4)$$

근 S_j 는 복소수 또는 순 허수이며

$$\begin{aligned} S_1 &= \alpha_1 + i\beta_1, & S_2 &= \alpha_2 + i\beta_2, & S_3 &= \bar{S}_1, \\ S_4 &= \bar{S}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 여기서 $\alpha_j, \beta_j (j = 1, 2)$ 는 실수이다.

근 S_j 는 복소변수 $z_j = x + S_j y$ 의 관계를 가지고 있으며, 만약 등방성의 재료이면 $S_j = \pm i$ 가 된다.

3. 직교이방성인 경우의 특성근의 분류

직교이방성의 경우 $a_{16} = a_{26} = 0$ 이므로 식(4)는 무차원 parameter λ 와 ρ 를 이용하면,

$$\lambda S^4 + 2\rho\sqrt{\lambda} S^2 + 1 = 0 \quad (5)$$

으로 나타나며, 여기에서

$$\lambda = \frac{a_{11}}{a_{22}}, \quad \rho = \frac{2a_{12} + a_{66}}{2\sqrt{a_{11}a_{22}}} \quad (6)$$

이다. 만약 $\lambda = 1, \rho = 1$ 이면 등방성의 경우가 된다.

다음 식에서 n 과 m 이 실수가 되기 위해서는 $-1 < \rho < \infty$ 이어야 하며, 식(5)의 근은 ρ 에 따라

$$S_1 = i\lambda^{-1/4}(n+m), \quad S_2 = i\lambda^{-1/4}(n-m), \quad 1 < \rho < \infty \quad (7.a)$$

$$S_1 = \lambda^{-1/4}(in+m), \quad S_2 = \lambda^{-1/4}(in-m), \quad -1 < \rho < 1 \quad (7.b)$$

$$S_1 = S_2 = i\lambda^{-1/4}, \quad \rho = 1 \quad (7.c)$$

$$n = \sqrt{\frac{1+\rho}{2}}, \quad m = \sqrt{\left| \frac{1-\rho}{2} \right|}$$

이다.⁵⁾ 종래의 직교이방성 문제의 기본해를 이용한 경계요소법의 해석은 식(7.a)를 만족하는 재료의 경우에만 가능하였다.²⁾ 식(7.a)는 특성근이 순 허수로만 이루어진 경우이지만, 식(7.b)는 실수부와 허수부로 구성된 특성근이기 때문에 종래의 기본해와는 다른, 일반적인 이방성의 경우로 해석되어야 할 것이다. 본 연구는 식(7.c)에 해당하는 경우의 해석이 되겠다. 앞서에서도 언급하였지만, 이 경우에 대한 종래의 해석에서는 특이성을 가지고 있으므로 해석이 어려웠다. 본 연구에서는 식(7.c)의 경우에 대한 기본해를 유도하고, 경계요소법 program에 적용하여 타당성을 검토하고자 한다.

4. $\rho=1$ 인 경우의 직교이방성 재료의 2차원 기본해

$\rho=1$ 인 경우의 직교이방성 재료에 대한 지배방정식은, 등방균질재료와 같이 중조화 미분방정식이 된다.⁷⁾ 이와 같은 직교이방성재료의 응력과 변위장을 구하기 위하여 사용하는 복소응력함수는, 등방성재료의 복소함수로 상사하여 사용할 수 있다. 이때의 Airy's stress function $U(x, y)$ 는,

$$U(x, y) = \text{Re}[\bar{z}\varphi(z) + \int \Psi(z) dz] \quad (8)$$

$$z = x + i\lambda^{-1/4}y$$

이며, 식 (8)의 응력함수를 이용한 $\rho=1$ 인 직교이방성 재료의 응력과 변위는 아래와 같이 등방균질재료의 경우로 상사하여 나타낼 수 있다.⁸⁾

$$\sigma_y + \lambda^{1/2}\sigma_x = 4 \text{Re}[\varphi'(z)]$$

$$\sigma_y - \lambda^{1/2}\sigma_x + 2i\lambda^{1/4}\tau_{xy} = 2[\bar{z}\varphi''(z) + \Psi'(z)] \quad (9)$$

$$2\mu^*(u + i\lambda^{1/4}v) = \kappa^*\varphi(z) - \bar{z}\varphi'(z) - \bar{\Psi}(z)$$

$$\mu^* = \frac{1}{a_{66}} = \frac{1}{2(\sqrt{a_{11}a_{22}} - a_{12})}$$

여기에서,

$$\frac{1+\kappa^*}{4} = \frac{\sqrt{a_{11}a_{22}}}{\sqrt{a_{11}a_{22}} - a_{12}} = \frac{2\sqrt{a_{11}a_{22}}}{a_{66}}$$

Fig. 1과 같은 직교이방성 무한판 내의 한점 P에 단위힘(unit force) X, Y가 가해질때 임의의 점 Q에서의 변위와 표면력(traction)에 대한 기본해는 등방성 재료에 대한 Muskhelishvili의 복소함수 $\varphi(z)$ 와 $\Psi(z)$ 를 사용하여 나타낼 수 있다.⁸⁾

$$\varphi(z) = -\frac{X+iY}{2\pi(1-\kappa^*)} \ln(z-z_0)$$

$$\Psi(z) = \frac{\kappa^*(X-iY)}{2\pi(1+\kappa^*)} \ln(z-z_0) + \frac{z_0(X-iY)}{2\pi(1+\kappa^*)(z-z_0)} \quad (10)$$

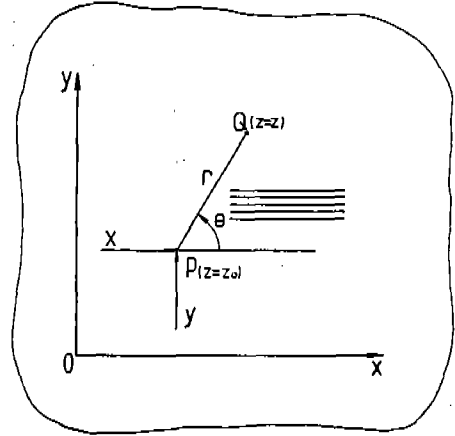


Fig.1 Coordinates of fundamental solutions in orthotropic material

식 (9)에서 x, y방향의 변위성분 $u(z)$ 와 $v(z)$ 를 구하면,

$$u(z) = \frac{\kappa^*X}{2\mu^*\pi(1+\kappa^*)} \ln(1/r^*) + \frac{1}{4\mu^*\pi(1+\kappa^*)} (X\cos 2\theta + Y\sin 2\theta)$$

$$v(z) = \frac{\kappa^*Y}{\lambda^{-1/4}2\mu^*\pi(1+\kappa^*)} \ln(1/r^*) + \frac{1}{\lambda^{-1/4}4\mu^*\pi(1+\kappa^*)} (X\sin 2\theta - Y\cos 2\theta) \quad (11)$$

이며, 여기에서 $r^* = \sqrt{x^2 + (\lambda^{-1/4}y)^2}$, $\theta = \tan^{-1}(\lambda^{-1/4}y/x)$ 이다.

식 (11)을 X, Y의 항으로 분리하면,

$$u(z) = U_{11}(P, Q)X + U_{21}(P, Q)Y$$

$$v(z) = U_{12}(P, Q)X + U_{22}(P, Q)Y \quad (12)$$

이 된다. 여기에서,

$$U_{11}(P, Q) = C[\kappa^* \ln(1/r^*) + \cos^2\theta - 1/2]$$

$$U_{12}(P, Q) = C\lambda^{-1/4}[\cos\theta \sin\theta]$$

$$U_{21}(P, Q) = C[\sin\theta \cos\theta]$$

$$U_{22}(P, Q) = C\lambda^{-1/4}[\kappa^* \ln(1/r^*) + \sin^2\theta - 1/2]$$

$$C = \frac{1}{2\mu^*\pi(1+\kappa^*)} \quad (13)$$

이다. 식 (13)의 $U_{ij}(P, Q)_{(i,j=1,2)}$ 는, 변위에 대한 직교이방성의 기본해이며, P 점에 i 방향으로의 단위집중력이 작용할 때, Q 점에 있어서 j 방향으로의 변위로서 정의된다.

식 (9)와 (10)을 이용하여 응력성분을 구하면,

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{\lambda^{1/2} 2\pi r^* (1+\kappa^*)} [(-2\cos\theta - \kappa^* \cos\theta - \cos 3\theta)X + (-2\sin\theta + \kappa^* \sin\theta + \sin 3\theta)Y] \\ \sigma_y &= \frac{1}{2\pi r^* (1+\kappa^*)} [(-2\cos\theta + \kappa^* \cos\theta + \cos 3\theta)X + (-2\sin\theta - \kappa^* \sin\theta + \sin 3\theta)Y] \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{\lambda^{1/4} 2\pi r^* (1+\kappa^*)} [(-\kappa^* \sin\theta - \sin 3\theta)X + (-\kappa^* \cos\theta + \cos 3\theta)Y] \end{aligned} \quad (14)$$

이며, Fig. 1의 Q 점에서의 표면력(traction) t_1 과 t_2 를 Cauchy의 공식으로 나타내면³⁾,

$$\begin{aligned} t_1 &= \sigma_x n_1 + \tau_{xy} n_2 \\ t_2 &= \tau_{xy} n_1 + \sigma_y n_2 \end{aligned} \quad (15)$$

이며, 여기에서 n_1, n_2 는 x, y 축 방향의 방향여현이다.

식 (14)를 식 (15)에 대입하면 표면력은,

$$\begin{aligned} t_1 &= T_{11}(P, Q)X + T_{21}(P, Q)Y \\ t_2 &= T_{12}(P, Q)X + T_{22}(P, Q)Y \end{aligned} \quad (16)$$

으로 된다. 여기에서,

$$\begin{aligned} T_{11}(P, Q) &= D[\lambda^{-1/2}(-2\cos\theta - \kappa^* \cos\theta - \cos 3\theta)n_1 + \lambda^{-1/4}(-\kappa^* \sin\theta - \sin 3\theta)n_2] \\ T_{12}(P, Q) &= D[\lambda^{-1/4}(-\kappa^* \sin\theta - \sin 3\theta)n_1 + (-2\cos\theta + \kappa^* \cos\theta + \cos 3\theta)n_2] \\ T_{21}(P, Q) &= D[\lambda^{-1/2}(-2\sin\theta + \kappa^* \sin\theta - \sin 3\theta)n_1 + \lambda^{-1/4}(-\kappa^* \cos\theta + \cos 3\theta)n_2] \\ T_{22}(P, Q) &= D[\lambda^{-1/4}(-\kappa^* \cos\theta + \cos 3\theta)n_1 + (-2\sin\theta - \kappa^* \sin\theta + \sin 3\theta)n_2] \end{aligned}$$

$$D = \frac{1}{2\pi r^* (1+\kappa^*)} \quad (17)$$

이며, $T_{ij}(P, Q)$ 는 표면력에 대한 직교이방성의 기본해이며, P 점에 i 방향으로 단위집중력이 작용하는 경우의, Q 점에서의 j 방향으로의 표면력으로 정의된다.

5. 기본해의 좌표변환과 경계적분 방정식⁴⁾

실제 복합재료 등에는 직교이방성 재료의 주축과 해석 model의 좌표축이 일치하지 않는 경우가 많다. 앞서 해석한 기본해는 직교이방성의 주축과 x, y 축이 일치하는 경우이므로, Fig. 2와 같이 직교이방성의 주축이 해석 model의 좌표축과 일치하지 않는 경우, 즉 일반적인 이방성재료를 해석하기 위하여는 기본해의 좌표변환이 필요하다.

$$\begin{aligned} U_{ij}(x, y) &= b_{ki} b_{lj} U'_{kl}(b_{1j} x_j, b_{2j} x_j) \\ T_{ij}(x, y) &= b_{ki} b_{lj} T'_{kl}(b_{1j} x_j, b_{2j} x_j) \end{aligned} \quad (18)$$

여기에서,

$$b_{ij} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

식 (18)에서 U'_{kl}, T' 은 x, y 좌표축과 x', y' 좌표축이 일치하는 경우의 기본해이다.

Fig. 2에 대한 기본해를 이용하여, 경계 Γ 를 가지는 어떤 영역 내부의 임의점 p 에서의 변위를 나타내면, 체적력(body force)을 무시할 경우

$$\begin{aligned} u_i(p) + \int T_{ij}(p, Q) u_j(Q) d\Gamma &= \int U_{ij}(p, Q) \\ t_j(Q) d\Gamma \end{aligned} \quad (19)$$

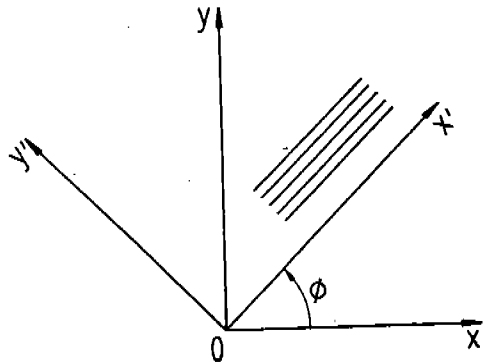


Fig. 2 Transformation of coordinates

이며, 식 (19)에서 Q 점은 영역의 경계, Γ 상에 있는 점이다.

식 (18)을 식 (19)에 대입하면,

$$u_i(p) + \int b_{ki} b_{lj} T'_{kl}(p, Q) u_j(Q) d\Gamma = \int b_{ki} b_{lj} U'_{kl}(p, Q) t_j(Q) d\Gamma \quad (20)$$

이 된다. 만일 내부점 p 를 영역의 경계상의 점 P 로 변환하면 다음과 같은 경계적분방정식을 가진다.

$$C_{ij} u_j(P) + \int b_{ki} b_{lj} T'_{kl}(P, Q) u_j(Q) d\Gamma = \int b_{ki} b_{lj} U'_{kl}(P, Q) t_j(Q) d\Gamma \quad (21)$$

여기에서 C_{ij} 는 model의 형상에 의하여 정해지는 상수이고, P, Q 점은 경계상의 점이다. 이와 같은 좌표변환을 도입하면, 임의의 섬유(fiber) 방향을 가지는 복합재료의 해석을 비교적 간단히 취급할 수 있다.

6. 수치해석 및 고찰

본 연구에서 해석하여 구한 $\rho=1$ 인 경우의 경계요소법의 기본해의 타당성을 검증하기 위하여, Fig.3과 같은 해석 model을 설정하였다. Fig.3의 해석 model은 x, y 좌표계를 가지며, $\sigma_y = \sigma_0$ 의 1축 인장하중을 받고 있으며, x', y' 축은 직교이방성 재료의 주응력 좌표계를 나타낸다. Fig.3의 해석 model을 경계요소법으로 해석하기 위하여, Fig.4와 같이 경계를 12개의 요소로 분할하였다.

경계요소법의 장점이 유한요소법(FEM)에 비해 적은 요소로써 정도(精度)가 높은 해석 결과를 얻을 수 있기 때문에, 본 해석에서는 해석 model의 변형을 구하기 위해 12개의 요소를 사용하였다.

Table 1은 직교이방성 재료에서 $\rho = \lambda = 1$ 인 등방성의 경우($E_{11} = E_{22}$)의 해석결과를, 등방성 재료에 대한 종래의 해석결과와 탄성해석적인 엄밀해¹⁰⁾와 비교한 것이다. 각 node 점에서의 x, y 방향의 변위(displacement) u, v 는 잘 일치하고 있다.

또한, Table 2와 Table 3은 $\rho=1, \lambda=0.5$,

$\phi=0^\circ$ 인 경우와 $\rho=1, \lambda=0.5, \phi=90^\circ$ 인 경우의 해석결과를 엄밀해와 비교한 것이다. 본 연구에 사용한 상사방법에 의한 해석결과는 직교이방성의 결과를 잘 만족하고 있으며, 엄밀해와의 비교에서도 잘 일치하는 결과를 얻었다.

Fig.5는 $\rho=1, \lambda=0.5, \phi=45^\circ$ 경우의 본 해석 결과의 변형상태를 나타낸 것이다. 이 변형의 형태는 하중단을 구속하지 않았을 때의 unidirectionally reinforced laminate composite 재료의 변형형태¹⁰⁾와 일치하고 있다. 또

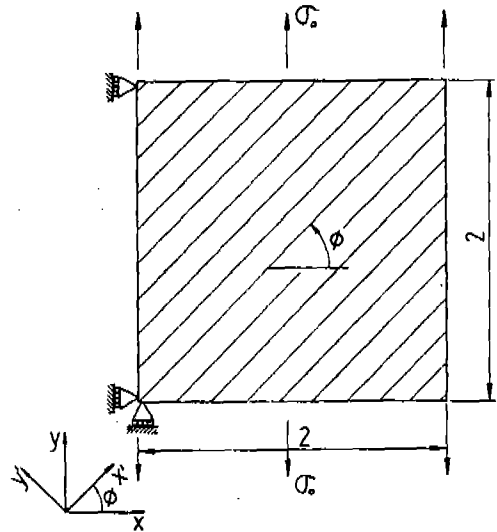


Fig.3 Analysis model of orthotropic material

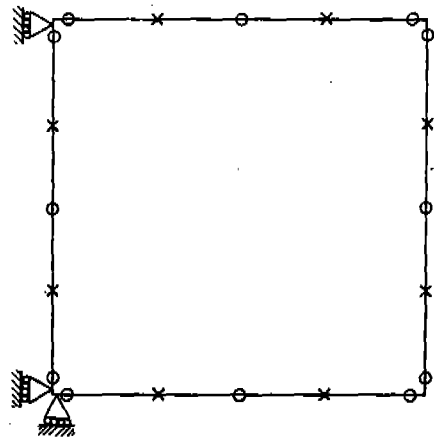


Fig.4 Element mesh of boundary in analysis model

Table 1 Comparison with the case of isotropic material $\sigma_0=1 \text{ N/mm}^2$ $E_{11}=100 \text{ N/mm}^2$
 $E_{22}=100 \text{ N/mm}^2$ $\nu=0.3$ $G_{12}=38.46 \text{ N/mm}^2$ $\phi=0^\circ$

		BEM(isotropic)		Author's Result		Exact Solution	
x	y	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)
0.0	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.0	0.0	-0.3000	0.0000	-0.3000	0.0000	-0.3000	0.0000
2.0	0.0	-0.6000	0.0000	-0.6000	0.0000	-0.6000	0.0000
2.0	0.5	-0.6000	0.4999	-0.6000	0.4999	-0.6000	0.5000
2.0	1.0	-0.6000	0.9999	-0.6000	0.9999	-0.6000	1.0000
2.0	1.5	-0.6000	1.4999	-0.6000	1.4999	-0.6000	1.5000
2.0	2.0	-0.6000	1.9999	-0.6000	1.9999	-0.6000	2.0000
1.0	2.0	-0.3000	1.9999	-0.3000	1.9999	-0.3000	2.0000
0.0	2.0	0.0000	1.9999	0.0000	1.9999	0.0000	2.0000

Table 2 The case of $\rho=1$, $\lambda=0.5$, $\phi=0^\circ$ σ_0
 $=1 \text{ N/mm}^2$ $E_{11}=100 \text{ N/mm}^2$ $E_{22}=50$
 N/mm^2 $\nu=0.3$ $G_{12}=29.168 \text{ N/mm}^2$

		Author's Result		Exact Solution	
x	y	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)
0.0	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.0	0.0	-0.3000	0.0000	-0.3000	0.0000
2.0	0.0	-0.6000	0.0000	-0.6000	0.0000
2.0	0.5	-0.6000	0.9999	-0.6000	1.0000
2.0	1.0	-0.6000	1.9999	-0.6000	2.0000
2.0	1.5	-0.6000	2.9999	-0.6000	3.0000
2.0	2.0	-0.6000	3.9998	-0.6000	4.0000
1.0	2.0	-0.3000	3.9998	-0.3000	4.0000
0.0	2.0	0.0000	3.9998	0.0000	4.0000

Table 3 The case of $\rho=1$, $\lambda=0.5$, $\phi=90^\circ$
 $\sigma_0=1 \text{ N/mm}^2$ $E_{11}=100 \text{ N/mm}^2$ $E_{22}=50$
 N/mm^2 $\nu=0.3$ $G_{12}=29.168 \text{ N/mm}^2$

		Author's Result		Exact Solution	
x	y	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)	u ($\times 10^{-2}$)	v ($\times 10^{-2}$)
0.0	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.0	0.0	-0.3000	0.0000	-0.3000	0.0000
2.0	0.0	-0.6000	0.0000	-0.6000	0.0000
2.0	0.5	-0.6000	0.4999	-0.6000	0.5000
2.0	1.0	-0.6000	0.9999	-0.6000	1.0000
2.0	1.5	-0.6000	1.4999	-0.6000	1.5000
2.0	2.0	-0.6000	1.9999	-0.6000	2.0000
1.0	2.0	-0.3000	1.9999	-0.3000	2.0000
0.0	2.0	0.0000	1.9999	0.0000	2.0000

Table 4 The case of $\rho=1$, $\lambda=0.5$, $\phi=45^\circ$ $\sigma_0=1 \text{ N/mm}^2$ $E_{11}=100 \text{ N/mm}^2$ $E_{22}=50$
 N/mm^2 $\nu=0.3$ $G_{12}=29.168 \text{ N/mm}^2$

		Author's Result	Exact Solution			Author's Result	Exact Solution
x	y	ε_x	ε_x	x	y	ε_y	ε_y
2.0	0.0	-0.00257	-0.00257	0.0	2.0	0.0146	0.0146
2.0	0.5	-0.00257	-0.00257	0.5	2.0	0.0146	0.0146
2.0	1.0	-0.00257	-0.00257	1.0	2.0	0.0146	0.0146
2.0	1.5	-0.00257	-0.00257	1.5	2.0	0.0146	0.0146
2.0	2.0	-0.00257	-0.00257	2.0	2.0	0.0146	0.0146

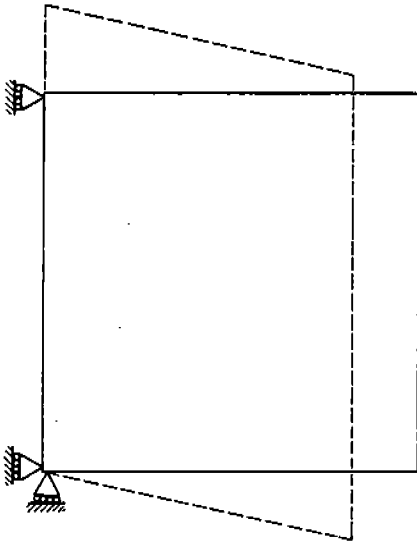


Fig.5 Deformation pattern in the case of $\phi = 45^\circ$

3) 본 연구에서의 해석 방법을 이용하면, 특성근이 같은 경우의 직교이방성, 또는 이방성(anisotropic)재료 내에 존재하는 crack 문제의 응력확대계수(stress intensity factor)뿐만 아니라, 서로 다른 성질의 재료가 결합된 이종재료의 계면균열(interface crack) 문제를 경계요소법으로 해석할 수 있을 것이다.

REFERENCE

1. G. Lekhnitskii, "Theory of Elasticity on an Anisotropic Elastic Body", Holden-Day, San Francisco, pp.117-128 (1963)
2. F.T. Rizzo and D.J. Shippy, "A Method for Stress Determination in Plate Anisotropic Elastic Bodies", J. Composite Material, Vol.4, pp.36-61 (1970)
3. G.N. Savin, "Stress concentration around holes", Published by Pergamon Press, pp.4-45 (1961)
4. T.K. Tung, "On Computation of Stress Around Holes in Anisotropic Plates", J. Composite Materials, Vol.21, pp.100-105 (1987)
5. Zhigang Suo, "Singularity, Interface and Crack in Dissimilar Anisotropic Metida", Havard University Report Mech-137 (1989)
6. Steen Krenk, "The Stress Distribution in an Infinite Anisotropic Plate with Co-Linear Cracks", Int. J. Solids Structures, Vol.11, pp.449-460 (1975)
7. H. Liebowitz, "Fracture (volume II)", Published by Academic Press, INC., pp. 108-114 (1968)
8. N. Muskhelishvili, "Some basic problems of the mathematical theory of elasticity", Published by P. Noordhoff. LTD., pp. 217-221 (1953)

한, Table 4는 엄밀해와 비교한 변형율의 결과로써 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

이상의 해석 결과로서 본 연구의 해석방법은, 직교이방성의 성질을 잘 나타내고 있다. 이로써 종래 직교이방성 재료의 경계요소법 해석에서 불가능하였던 특성근이 같은 경우의 해석이 가능하게 되었으며, 특성근이 같지 않은 경우와 더불어, 좀더 일반적인 경우의 직교이방성 재료의 경계요소법 해석이 가능하게 되었다.

7. 결 론

1) 직교이방성 재료에 대한 경계요소법 해석에서, 특성근이 같은 경우($S_1 = S_2$ 또는 $\rho = 1$)는 특이성이 존재하여 해석이 불가능하였다. 본 연구에서는 $\rho = 1$ 인 경우의 문제를 등방성의 경우로 상사하여 해석하였으며, 해석결과와 기본해는 직교이방성의 성질을 잘 만족하였다.

2) 종래의 특성근이 같지 않은 경우($S_1 = S_2$)와 더불어, 좀더 일반적인 직교이방성 재료에 대한 경계요소법 해석이 가능하게 되었다.

9. 曹相鳳, 結城良治, 曹國強, “直交異方性板
境界要素靜彈性解析”, 日本境界要素法研究
會, 境界要素論文集 第5卷, pp.155~160
(1988)
10. R.M. Jones, “Mechanics of composite
materials”, Published by McGRAW-Hill,
pp.31-71 (1975)