

# 표면균열의 피로성장거동연구 - 인장 반복 하중하에서의 균열형상비 예측 -

## A Study on the Fatigue Growth Behavior of Surface Cracks - Prediction of Crack Aspect Ratio under the Constant Amplitude Tension Fatigue Loads -

최 용 식\* 양 원 호\*\* 김 영 진\*\* 김 재 원\*\*\*  
Y.S.Choy, W.H.Yang, Y. J. Kim, J. W. Kim

### ABSTRACT

The fatigue growth behavior of surface cracks cannot be adequately predicted solely by stress intensity factor analysis. This is caused by different plastic deformation due to variations in the stress field triaxiality along the crack tip. Therefore, a new model which accounts for the crack closure phenomenon is proposed in this paper to predict the fatigue crack growth patterns for surface cracks. Fatigue tests were performed to develop the new model for the prediction and to assess the accuracy of the analysis. The predicted crack growth behavior for PMMA and Aluminum alloy 7075-T6 materials agreed well with the experimental data.

#### Key Words;

- 표면균열(Surface Crack)
- 피로(Fatigue)
- 응력확대계수(Stress Intensity Factor)
- 균열형상비(Crack Aspect Ratio)
- 자유표면(Free Surface)
- 균열닫힘현상(Crack Closure Phenomenon)

전성 평가에 있어서 매우 중요하다고 하겠다. 표면균열은 피로성장 동안에 근사 반타원 형태를 유지하며 성장하지만 그 형상비는 변화한다. 이러한 형상변화는 표면균열재의 피로수명예측에 중요한 영향을 미치기 때문에, 표면균열의 연구에 있어서 형상변화에 대한 예측해석은, 응력확대계수의 정확한 평가와 더불어 중요한 한 부분을 이루고 있다.

한편, 최근에 Hodulak, Kordisch, Kunzelmann과 Sommer 등<sup>2)</sup>은 반타원 표면균열의 피로성장거동이 단지 응력확대계수만을 사용하여서는 적절하게 예측될 수 없음을 밝힌 바 있다. 재료표면에서의 평면응력상태로부터 두께내부에서의 평면변형률상태에 이르기까지 표면균열선단을 따라서 생기는 응력장의 3차원

#### 1. 서 론

사용중인 기계나 구조물의 파괴사례의 대부분에는 피로현상이 관여하고 있으며, 그 주된 원인의 상당부분이 표면균열로부터 발생하였다는 사실이 밝혀져 있다.<sup>1)</sup> 그러므로 표면균열의 피로성장거동해석은 기계나 구조물의 안

\* 정회원, 성균관대학교 기계공학과  
\*\* 정회원, 성균관대학교 기계설계학과  
\*\*\* 성균관대학교 대학원 기계공학과

적 변화에 기인하여 소성변형의 크기가 다르기 때문에 균열선단에서의 구속의 변화가 발생하며, 이것이 표면균열의 피로성장거동에 영향을 미치는 중요한 인자가 된다고 하였다.

본 연구에서는 표면균열의 선단을 따라서 생기는 구속의 변화를 나타내는 균열단합현상을 고려하여, 표면균열 성장형상변화를 적절하게 예측할 수 있는 새로운 모델을 제안하고자 한다.

표면균열 깊이방향으로의 직접적인 측정이 가능한, 투명한 PMMA (Poly Methyl Methacrylate Acryl) 판재를 시험편재료로 선택하고, 일정진폭 인장-인장형 하중하에서 일련의 피로시험을 수행한 후, 표면균열에 대한 피로성장거동을 이해하고, 균열형상변화를 예측하기 위한 새로운 모델을 설립한다. 이 모델의 유효성을 평가하기 위하여, PMMA와 7075-T6 알루미늄합금재에서의 표면균열형상변화를 이 모델을 이용하여 예측하고, 실험결과와 비교, 고찰한다.

## 2. 실험 및 실험결과

### 2.1 실험

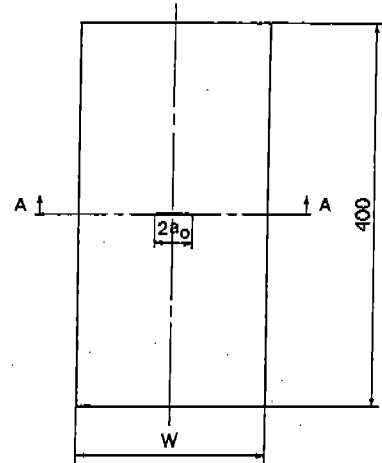
시험편재료로는 표면균열의 깊이방향 균열 길이의 직접측정이 가능한 투명도가 좋은 PMMA 판재를 사용하였으며, 이 재료의 기계적 성질은 Table 1 과 같다.

시험편의 형상은 Fig.1 에서와 같이 SCT (Surface Crack Tension)형이며, 각 시험편의 앞면 중앙에는 자체 제작한 Fly Cutter를 사용하여 원호(Circular Arc)형의 표면 Notch를 가공하였다.

각 시험편들의 표면균열의 초기 형상비는  $b_0/a_0 = 0.267$  로 일정하게 고정시켰다. 판폭을 다르게 한 시험편들은 두께를 16.2mm로 고정하고, 폭을 50, 60, 70, 80, 100mm의 5종으로 변화시켜, 각각 W50, W60, W70, W80, W100으로 시험편 번호를 표시하였다. 판두께를 다르게 한 시험편들은 폭을 80mm로 고정하고, 두께를 10.0, 16.2, 19.1, 26.0mm의 4종으로 변화시켜, 각각 T10, T16, T19, T

Table1 Mechanical properties of PMMA plate

Yield strength (kg/mm <sup>2</sup> )	Young's modulus (kg/mm <sup>2</sup> )	Elongation (%)	Specific gravity
3.1	290	2-7	1.2



SECTION A-A

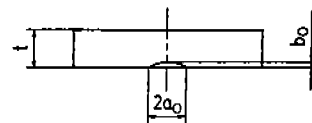


Fig.1 Configuration of specimen

Table2 Dimensions of specimen

Specimen No.	$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	W (mm)	t (mm)	$b_0/a_0$	$2a_0/W$	$b_0/t$
W50	7.50	2.00	50.00	16.20	0.267	0.300	0.123
w60	7.50	2.00	60.00	16.20	0.267	0.250	0.123
w70	7.50	2.00	70.00	16.20	0.267	0.214	0.123
W80	7.50	2.00	80.00	16.20	0.267	0.188	0.123
W100	7.50	2.00	100.00	16.20	0.267	0.150	0.123
T10	7.50	2.00	80.00	10.00	0.267	0.188	0.200
T16	7.50	2.00	80.00	16.20	0.267	0.188	0.123
T19	7.50	2.00	80.00	19.10	0.267	0.188	0.105
T26	7.50	2.00	80.00	26.00	0.267	0.188	0.077

26으로 시험편번호를 표시하였다. 각 시험편에 대한 치수 및 초기 표면 Notch의 크기 등은 Table 2와 같다.

피로시험용 시험기로는 25 ton 용량의 Instron Dynamic Test System, Model 1332를 사용하였다. 이 시험기로는 하중제어, 변형률제어 및 변위제어 시험이 가능하며, ±25 ton의 동적 시험이 가능하다.

시험편의 장착에는 평판용 Grip을 사용하였고, 하중조건이 대칭이 되도록 세심한 주의를 하였으며, 실온(24℃)에서 인장-인장형의 하중제어방식의 피로시험을 수행하였다. 하중의 크기는  $\sigma_{max} < 0.2 \sigma_{YS}$ 의 범위에서 일정하게 설정하였으며, 하중비(Load Ratio)는  $R = 0.3$ 으로 하였다. 한편 시험기는 20 Hz의 정현파(Sine Wave)로 작동시켰다.

균열길이 측정은 배율 25배인 이동식 현미경(Traveling Microscope) 2대를 이용하였고, 각각 시험편의 앞면과 측면에 설치하여, 표면의 균열길이 2a와 균열깊이 b를 측정하였다. 이때 이동식 현미경의 이동방향과 측정면과의 평행에 유의하였으며, 측정은 1/100 mm의 정밀도로 하였다.

2.2 실험결과

2.2.1  $da/dN - \Delta K_a$ ,  $db/dN - \Delta K_b$ 의 관계  
 반타원 표면균열에 대한 Mode I 응력확대계수  $K_I$ 에 대하여는 많은 연구자들의 이론해석, 수치해석 및 실험해석 결과가 보고되고 있으나, 이들 중에서 가장 일반적인 해로 인정되고 있는 Newman-Raju의 식<sup>3)</sup>을 본 연구에서는 채택하였다. 이 식은 3차원 유한요소법에 의한 결과로부터 수식화한 것으로 되어있다.

응력확대계수  $K_I$ 은 다음과 같다.

$$K_I = \sigma_t \sqrt{\pi b/Q} \cdot F \tag{1}$$

여기에서  $0 < b/a \leq 1$ 일때

$$Q = 1 + 1.464(b/a)^{1.66}$$

$$F = \{M_1 + M_2(b/t)^2 + M_3(b/t)^4\} f_\phi \cdot g \cdot f_w$$

$$M_1 = 1.13 - 0.09(b/a)$$

$$M_2 = -0.54 + 0.89/(0.2 + b/a)$$

$$M_3 = 0.5 - 1/(0.65 + b/a) + 14(1 - b/a)^{2.4}$$

$$f_\phi = \{(b/a)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi\}^{1/4}$$

$$g = 1 + \{0.1 + 0.35(b/t)^2\}(1 - \sin \phi)^2$$

$$f_w = [\sec \{(\pi a/W) \cdot \sqrt{b/t}\}]^{1/2}$$

위의 식에서  $\sigma_t$ 는 시험편에 가하여진 외부 인장응력이다.

모든 시험편들에 대하여 실험적으로 결정된  $da/dN$ ,  $db/dN$ 과 계산된  $\Delta K_a$ ,  $\Delta K_b$  사이의 관계는 Fig. 2와 같다. 피로균열의 안정성장영역에서는 균열의 표면점 및 최심점에 대한 균열 성장속도  $da/dN$ ,  $db/dN$ 과 응력확대계수의 변동폭  $\Delta K_a$ ,  $\Delta K_b$  사이의 관계가, 1차적으로는 다음과 같이 Paris의 지수법칙(Power Law)으로 정리될 수 있었다.

$$da/dN = C_a (\Delta K_a)^{m_a} \tag{2}$$

$$db/dN = C_b (\Delta K_b)^{m_b} \tag{3}$$

여기에서 균열표면점에서의 계수와 지수  $C_a$ ,  $m_a$ 는 균열최심점에서의 계수와 지수  $C_b$ ,  $m_b$ 와 다르게 나타났다. 이같은 사실은 한 재료에서 C와 m이 재료특성치라고 하는 종래의 관통균열의 피로해석결과와는 상치되는 것이라 하겠다.

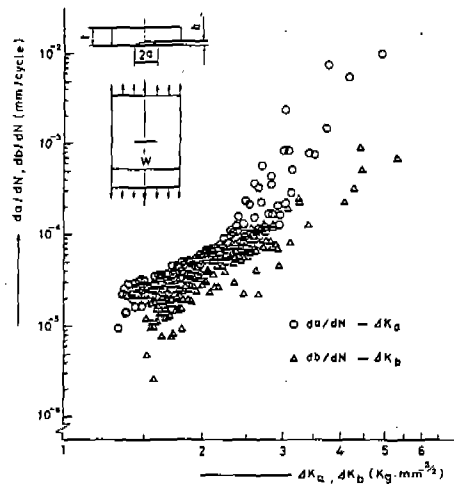


Fig. 2 Surface crack growth rate vs.  $\Delta K$  (PMMA)

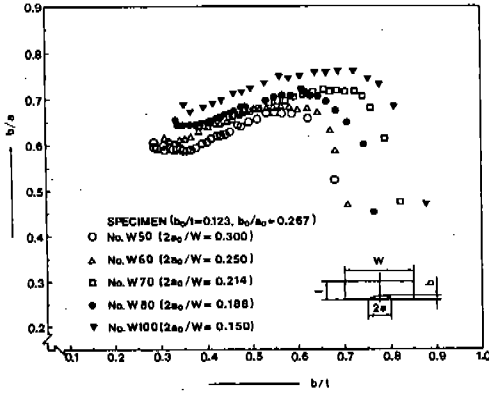


Fig. 3  $b/a - b/t$  relations for surface crack growth (PMMA)

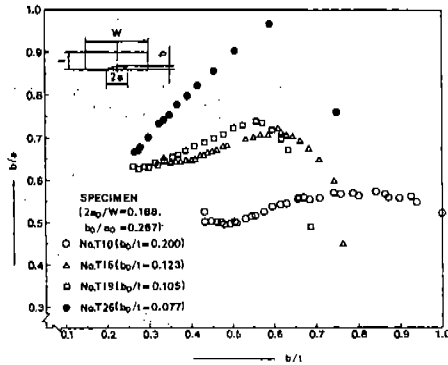


Fig. 4  $b/a - b/t$  relations for surface crack growth (PMMA)

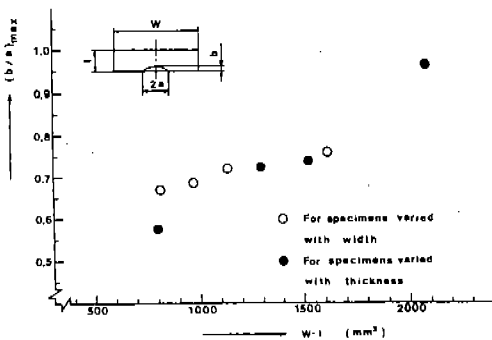


Fig. 5  $(b/a)_{max} - W \cdot t$  relations for all of the specimens (PMMA)

2.2.2  $b/a - b/t$ 의 관계

Fig. 3은 폭을 다르게 한 시험편들에서의  $b/a - b/t$  관계를 나타낸다. 시험편의 폭이 커질수록 ( $2a_0/W$ 가 작아질수록) Side Free Surface의 영향이 더 작아지므로, 균열표면점의 성장속도는 상대적으로 더 작아진다. 따라서 균열형상비  $b/a$ 는 더 큰 값을 갖게 된다.

Fig. 4는 두께를 다르게 한 시험편들에서의  $b/a - b/t$  관계를 나타낸다. 시험편의 두께가 커질수록 ( $b_0/t$ 가 작아질수록) Back Free Surface의 영향이 더 작아지므로, 균열최심점의 성장속도는 상대적으로 더 커진다. 따라서 균열형상비  $b/a$ 는 더 큰 값을 갖게 된다.

2.2.3  $(b/a)_{max} - W \cdot t$ 의 관계

Fig. 5는 폭을 다르게 한 시험편들과, 두께를 다르게 한 시험편들에서의  $(b/a)_{max} - W \cdot t$  관계를 나타낸다. 시험편의 두께의 변화가 폭의 변화보다도, 균열성장속도에 미치는 영향이 더 크다는 것을 알 수 있다. 또한, 이 결과로부터 반무한체에 존재하는 표면균열은 처음의 균열형상이 어떻든간에 균열이 충분히 성장하고 난 뒤에는 거의 반원형태를 유지하며 성장할 것이라고 예측된다.

3. 해석적 모델

표면균열의 선단을 따라서 생길 구속의 변화를 나타내는 균열단합현상을 고려하여, 균열표면점과 최심점에서의 균열성장속도와 유효응력확대계수의 변동폭  $\Delta K_{eff}$ 를 관계지으면, 다음과 같은 일의적인 관계를 얻을 수 있고, 식(2), (3)에서의  $m_a \approx m_b$  관계는 해소시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} da/dN &= C(\Delta K_{a, eff})^m \\ &= C(U_a \cdot \Delta K_a)^m \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} db/dN &= C(\Delta K_{b, eff})^m \\ &= C(U_b \cdot \Delta K_b)^m \end{aligned} \tag{5}$$

여기에서,

$\Delta K_{a, eff}$ : 균열표면점에서의 균열단합현상을 고려한 유효응력확대계수 변동폭

$\Delta K_{b, eff}$ : 균열최심점에서의 균열단합현상을

고려한 유효응력확대계수 변동폭

$U_a$  : 균열표면점에서의 균열단합계수  
(Crack Closure Factor)

$U_b$  : 균열최심점에서의 균열단합계수

이다. 여기에서, 균열단합계수는

$$U = (\sigma_{max} - \sigma_{op}) / (\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

으로 정의되고,  $\sigma_{op}$ 는 균열열림응력이다.

균열형상비의 변화를  $db/da$ 를 구하기 위하여, 식(5)를 식(4)로 나누면 다음과 같다.

$$db/da = [(U_b \cdot \Delta K_b) / (U_a \cdot \Delta K_a)]^m \quad (6)$$

식(1)에  $\phi = 0$ 을 대입하여  $\Delta K_a$ 를 구하고,  $\phi = \pi/2$ 를 대입하여  $\Delta K_b$ 를 구한후,  $\Delta K_b/\Delta K_a$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta K_b/\Delta K_a = 1 / [(b/a)^{1/2} \cdot \{1.1 + 0.35(b/t)^2\}] \quad (7)$$

식(7)을 식(6)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{db}{da} = \left[ \frac{U_b}{U_a (b/a)^{1/2} \{1.1 + 0.35(b/t)^2\}} \right]^m \quad (8)$$

Fig. 5로부터, 두께가 무한히 클 경우, Back Free Surface의 영향이 없어져서 표면균열은 거의 반원형에 가까운 형태를 유지하며 성장할 것이므로, 식(8)에서  $t \rightarrow \infty$ 일 때,  $b/a \rightarrow 1.0$ ,  $db/da \rightarrow 1.0$ 인 극한을 취하면 다음과 같다.

$$\lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ b/a \rightarrow 1}} \frac{db}{da} = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ b/a \rightarrow 1}} \left[ \frac{U_b}{U_a (b/a)^{1/2} \{1.1 + 0.35(b/t)^2\}} \right]^m = 1$$

따라서 다음과 같이 균열표면점에 대한 균열최심점에서의 균열단합계수비를 얻을 수 있다.

$$U_b/U_a = 1.1 \quad (9)$$

식(9)를 식(8)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{db}{da} = \left[ \frac{1}{0.91 (b/a)^{1/2} \{1.1 + 0.35(b/t)^2\}} \right]^m \quad (10)$$

식(9)의 균열단합계수비와 식(10)의 균열형상 변화 예측식은 표면균열의 깊이가 얇을 때, 작은 반원형 균열은 인장형 피로하중하에서 반

원형태를 유지하여 간다는 Corn<sup>5)</sup>의 실험결과에 입각하여, Jolles와 Tortoriello<sup>4)</sup>가 구한 결과와 일치한다.

식(10)에서 균열형상비의 변화  $db/da$ 는 균열형상비  $b/a$ 와 균열판후비  $b/t$ , 재료상수  $m$ 만의 함수이다.

그러나, Fig. 3과 같이 폭이 다른 부재에 대한 균열형상비의 변화는 Side Free Surface의 영향에 의하여서도 달라진다. 식(10)에서는 Side Free Surface의 영향이 고려되어 있지 않기 때문에, 초기균열형상비와 초기균열판후비가 같으면 폭이 달라져도 균열형상비의 변화형태는 동일하게 되므로 타당하지 못하다. 따라서 식(10)은 폭의 변화에 대한 영향을 반영하고 또한 다음 절에서 판명되는 것처럼 균열형상변화를 과대평가할 수 있는 소지를 방지할 수 있도록 다음과 같이 보정계수를 포함하는 식으로 수정되어야 마땅하다고 하겠다.

$$\frac{db}{da} = \left[ \frac{1}{0.91 (b/a)^{1/2} \{1.1 + 0.35(b/t)^2\}} \right]^m \times \frac{1}{F_s} \quad (11)$$

여기에서 보정계수  $F_s$ 에는 다음과 같은 식을 쓰기로 한다. 이 식은 Side Free Surface가 표면균열선단에 미치는 간섭계수로 Newman과 Raju<sup>3)</sup>가 응력확대계수의 수식화에서 사용한 것을 인용, 수정한 것이다.

$$F_s = [\pi \cdot \sec(\pi a/W \cdot \sqrt{b/t})]^{1/2}$$

C. T. 나 C. C. T. 시험편으로부터 같은 하중비상태에서 피로시험을 수행하여 재료상수  $m$ 을 구하고, 초기 표면균열길이의 크기를 알면, 식(11)로부터 적절하게 선택한 증분  $db$ 에 대하여(본 연구에서는  $db = t/500$ ),  $da$ 를 계산할 수 있다. 이렇게 구한 균열성장  $da$ 와  $db$ 를 처음의 균열길이  $a$ 와  $b$ 에 더한후, 다시 균열형상비  $b/a$ 와 균열판후비  $b/t$ 를 구하고, 위의 연산과정을  $b/t = 1.0$ (판통)까지, 또는 파단시의  $b/t$ 까지 반복수행하면, 균열형상비의 변화형태를 얻을 수 있을 것이다.

4. 해석결과 및 고찰

폭을 다르게 한 시험편들과 두께를 다르게 한 시험편들에서의 실험 Data 와, 식(10)을 사용하여 해석한 예측 Data 와의 비교는 Figs. 7, 8 과 같다. 여기에서 재료상수  $m$  은 PMMA 의 C. T. 시험편으로부터 같은 하중비  $R=0.3$  상태로 일정진폭 피로시험을 통하여 얻은 수치이고, Fig. 6 에서와 같이  $m=4.0$  으로 나타났다.

Fig. 7에서와 같이 폭을 다르게 한 시험편들에 대한 식(10)에 따른 예측치는 실험치보다 과대평가되고 있다.

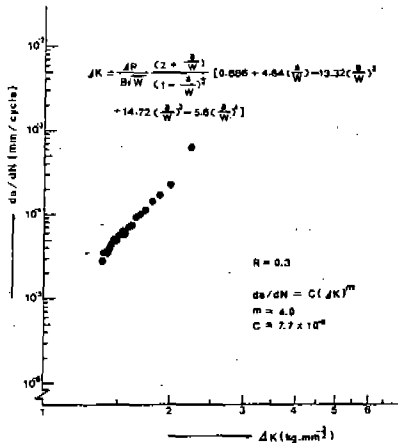


Fig. 6 Crack growth rate vs.  $\Delta K$  for C. T. specimen (PMMA)

Fig. 8에서와 같이 두께를 다르게 한 시험편들에 대한 식(10)에 따른 예측치는 T26 시험편을 제외하고는 실험치보다 과대평가되고 있다.

한편, 식(11)을 사용하여 해석한 예측 Data 와 실험 Data 와의 비교는 Figs. 9, 10 과 같다.

Fig. 9에서와 같이 폭을 다르게 한 시험편들에 대한 예측치와 실험치는 비교적 좋은 일치를 보이고 있다.

Fig. 10에서와 같이 두께를 다르게 한 시험편들에 대한 예측치와 실험치는 T26 시험편을 제외하고는 상당히 좋은 일치를 보이고 있다. T26 시험편에서의 실험치와 예측치 사이의 불일치는, 이 시험편이 두께 26mm로서 상

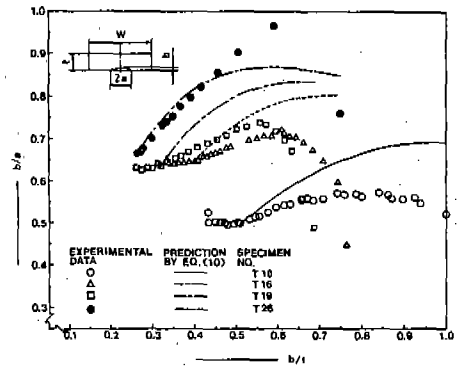


Fig. 8  $b/a - b/t$  relations for surface crack growth (PMMA)

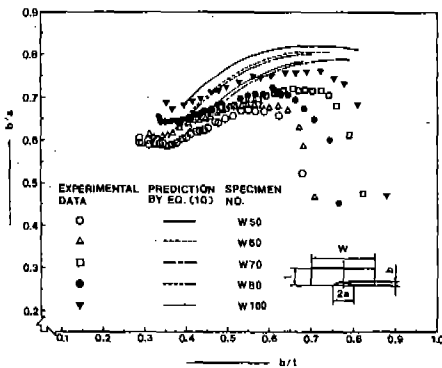


Fig. 7  $b/a - b/t$  relations for surface crack growth (PMMA)

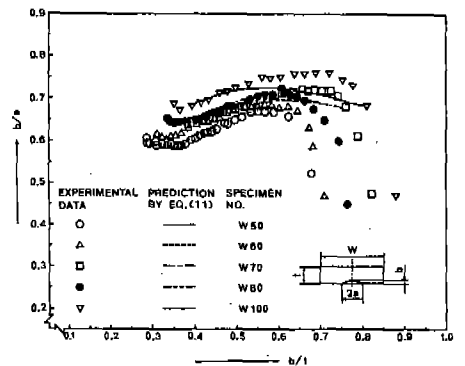


Fig. 9  $b/a - b/t$  relations for surface crack growth (PMMA)

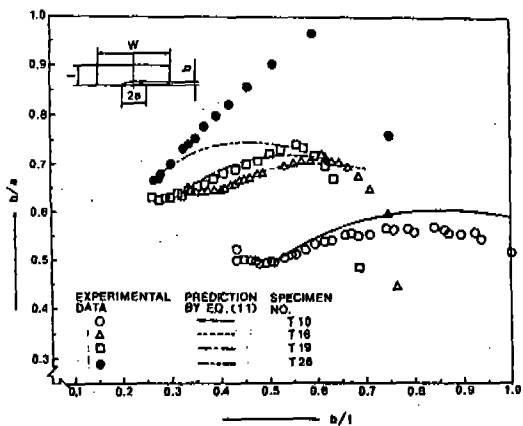


Fig. 10  $b/a - b/t$  relations for surface crack growth (PMMA)

당히 두껍기 때문에, 표면균열선단에 미치는 후면의 자유표면의 영향이 미소하므로, 균열 최심점에서의 균열성장속도가 균열표면점에서의 균열성장속도보다도 그 증가폭이 현저하게 커지기 때문에 식(11)에 의하여는 그와 같은 현저한 변화상황이 미처 예측되지 못하여 발생한 것이라고 생각된다. 따라서 식(11)의 적용한계는 약 20mm 이하의 두께를 갖는 부재로 국한된다고 보아야 하겠다. 또한 실험 Data 는 일정진폭 피로시험의 최대응력  $\sigma_{max}$  이  $0.2\sigma_{ys}$  보다 작은 범위에서 얻어졌기 때문에  $\sigma_{max} < 0.2\sigma_{ys}$  의 적용한계가 부가된다고 하겠다.

한편, 금속재료에 대하여도 식(11)의 적용이 타당한지를 확인하기 위하여 7075-T6 알루미늄합금 시험편으로 피로시험을 수행하였다. 7075-T6 알루미늄합금의 기계적성질은 Table 3 과 같다. 이 재료의 시험편 치수는 Table 4 와 같다. 이 재료에 대한 피로시험은  $\sigma_{max} = 0.1\sigma_{ys}$  로 하였고, 하중비는  $R = 0.1$  로 하였다. 이외의 실험조건은 PMMA 의 경우와 같다.

균열길이를 측정하기 위하여, Fig. 11 과 같이 최대하중을 일정하게 유지시키며, 반복하중진폭을 1/2 배로 감소시켜 Beach Mark 를 형성시켰다. 파괴후, 이동현미경을 사용하여 파단면의 Beach Mark 로부터 균열길이  $2a$  및 깊이  $b$  를 측정하였다.

Table 3 Mechanical properties of Al-alloy 7075-T6 plate

Yield strength (kg/mm <sup>2</sup> )	Young's modulus (kg/mm <sup>2</sup> )	Elongation (%)	Poisson's ratio
51.5	7200	16	0.33

Table 4 Dimensions of Al-alloy 7075-T6 specimen

$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$W$ (mm)	$t$ (mm)	$b_0/a_0$
7.33	1.65	50.00	12.50	0.225

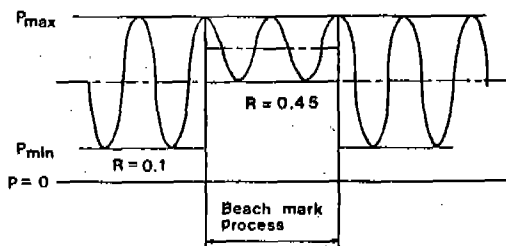


Fig. 11 Variation of load for beach mark

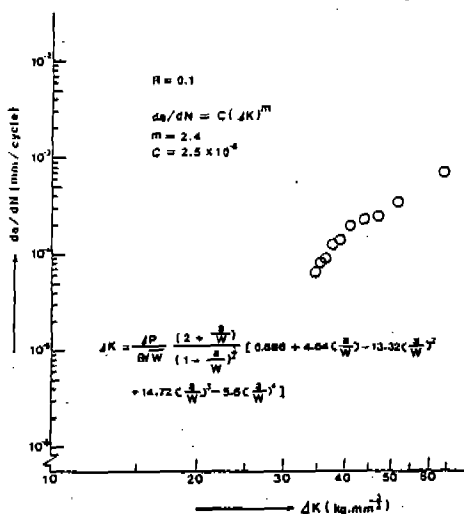


Fig. 12 Crack growth rate vs.  $\Delta K$  for C. T. specimen (Al-alloy 7075-T6)

또한 재료상수  $m$ 를 구하기 위하여 같은 하중비  $R=0.1$  상태하에서 C.T. 시험편에 대한 일정진폭 피로시험을 수행하였으며, Fig. 12와 같이  $m=2.4$ 를 얻었다.

Fig. 13에서와 같이 7075-T6 알루미늄합금 시험편에 대한 식(10)에 따른 예측치는 실험치보다 과대평가되고 있다. 그러나 식(11)에 따른 예측치는 Fig. 14에서와 같이 실험치와 좋은 일치치를 보여주고 있다.

식(11)이 다른 모든 금속재료에 대하여도 확장 적용될 수 있을 것인지는 급후의 과제로 하겠다.

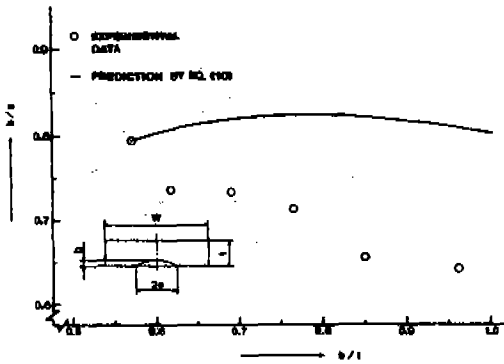


Fig. 13  $b/a - b/t$  relation (Al-alloy 7075-T6)

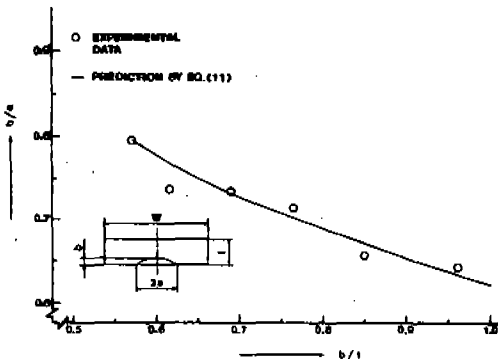


Fig. 14  $b/a - b/t$  relation (Al-alloy 7075-T6)

### 5. 결 론

이상과 같은 실험결과와 고찰을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 표면균열의 표면점과 최심점에서의 균열성장식은 Paris의 지수법칙으로 정리될 수 있으며, 유효용력확대계수의 변동폭  $\Delta K_{eff}$ 를 사용하면,  $m$ 값은 하나의 재료 특성치로 표시될 수 있다.

2) 본 연구자들의 해석절차에 따른 예측식(10)은 Jolles와 Tortoriello가 다른 방법으로 구한 예측식과 일치하나, 예측식(10)보다는 본 연구자들이 새로 수정 제안한 예측모델식(11)로부터 표면균열의 형상변화가 비교적 정확하게 예측될 수 있다.

3) PMMA와 7075-T6 알루미늄합금재에 대하여 본 연구자들이 제안한 예측모델식(11)의 유효성이 실증되었다.

### REFERENCES

1. G.R. Irwin, "Crack extension force for a part-through crack in a plate", Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Ser.E, Vol.29, No.4, pp.651-654, 1962.
2. L. Hodulak, H. Kordisch, S. Kunzelmann and E. Sommer, "Growth of part-through cracks", ASTM STP 677, pp.399-410, 1979.
3. J.C. Newman and I.S. Raju, "An empirical stress intensity factor equation for the surface cracks", Engineering Fracture Mechanics, Vol.15, pp.185-192, 1981.
4. M. Jolles and V. Tortoriello, "Geometry variations during fatigue growth of surface flaws", ASTM STP 791, pp.I-297-I-307, 1983.
5. D.L. Corn, "A study of cracking techniques for obtaining partial thickness cracks of pre-selected depths and shapes", Engineering Fracture Mechanics, Vol.3, pp. 45-52, 1971.