

연필심 파괴시 유리 원판의 진앙점에서 음향방출신호의 검출 및 해석

이종규 · 장지원 · *박정만

부산수산대학교, *건국대학교

(1990년 1월 31일 접수)

Detection and Analysis of Acoustic Emission Signal at the Epicenter on the Circular Glass Plate during Pencil Lead Fracture

Jong-Kyu LEE, Jee-Won CHANG and *Jeong Man PARK

National Fisheries University of Pusan, *Kon-Kuk University

(Received January 31, 1990)

Theoretical evaluations of the vertical displacement at the epicenter on the circular glass plate have been carried out in the case of the unit point loading(1 dyne force strength) with the Heaviside step-function time dependency. Acoustic emission signals generated during pencil lead($\phi=0.5\text{ mm}$, HB) fracture on the soda-lime glass($\phi=22\text{ cm}$, thickness=2.8cm) were observed by the optical Michelson interferometer with the stabilized circuit, and then the source function of the observed acoustic emission signals was analyzed by the deconvolution method. The source function of acoustic emission during pencil lead fracture had a 'dip' of $\sim 0.7 \mu\text{sec}$ duration time at the front portion and a step function of $\sim 0.5 \mu\text{sec}$ rise time with a force strength of $\sim 4.5 \text{ N}$.

서 론

음향방출(Acoustic Emission)은 고체매질의 내부에서 균열의 형성 및 전파, 소성변형, 상변화(특히 마텐사이트 상변화) 등이 일어날 때 고체내의 국부적인 응력장이 급격히 변화하여 음파가 방출되는 현상을 말한다¹⁾. 음향방출은 물질의 동적인 특성 연구, 비파괴 시험, 구조물의 안정성 감시 등에 광범위하게 연구되고 있으나, 음향방출신호의 정확한 분석에는 많은 문제점들이 존재하고 있다. 즉 측정된 음향방출신호로 부터 그 발생원의 특성과 관련짓는데 있어서 근복적인 난점은 음향방출 발생원에서부터 검출에 이르는 물리적 과정들 사이에 너무나 많은 변수들이 있기 때문이다.

음향방출의 현상을 계통도에 따른 3개의 중요한 부분인 발생원, 전파매질, 그리고 측정에 사용되는 탐촉자로 나누어 보면, 측정된 음향방출신호로부터 음향방출 발생원의 특성을 결정짓는 데 왜곡시키는 요인은 다음과 같다. 음향방출 발생원들은 일반적으로 시편 내부의 임의의 위치에서 일어나고, 비반복적이고 순간적인 사건을 발생시킨다. 이러한 음향방출 발생원들은 그 발생장소에서 동적으로 응력장의 변화를 일으키고, 이는 역학적인 교란으로 매질 내부로 전파하게 된다. 이러한 과정 동안에 시편의 기하학적 구조, 고체매질에서 음파 감쇠의 주파수 의존성, 시편과 접하는 외부환경에 의한 반사 및 굴절 등에 의해서 전파매질 속에서 음향방출신호의 왜곡이 일어난다. 뿐만 아니라 음향방출 검출기의 특

성(감도, 작용모드, 작용 물리량 즉 변위, 속도와 가속도 등)에 의해서도 음향방출신호가 왜곡된다.

최근 음향방출신호를 보다 정량적으로 해석하고 위해서 제시된 난점을 극복하기 위한 많은 시도가 이론 및 실험을 통하여 행하여졌다. Breckenridge 등²⁾이 큰 블럭의 표면에서 유리 모세관 파괴시 일어나는 표면변위가 탄성 반공간의 표면 또는 내부에 위치한 점 발생원에 의해서 반공간 표면까지 응력전파를 다룬 고전적 elastodynamic 문제(Lamb's problem)와 유사성을 발견하면서 음향방출의 발생원에 대한 이론적인 모형의 촉매역할을 하였다. 그 이후 많은 연구에서는 점차 복잡한 음향방출 발생원 및 시편에 대한 음향방출의 이론을 확장시켜 나가서, 시간에 따른 힘이 Heaviside 계단함수로 주어지는 점 발생원에서 복잡한 힘의 형태(Double Force, Center of Dilatation, Single Couple, Center of Rotation 등³⁾)와 면 및 체적 발생원⁴⁾에 대하여도 다루고, 발생원의 상승시간(rise time)에 대한 효과⁵⁾도 취급하였다. 보다 복잡한 형태의 시편모양에 대한 Elastodynamics문제는 Knopoff⁶⁾와 Pao⁷⁾등에 의해서 주어졌는데, 이들은 판에서 응력과 전파에 대한 해를 구하였다. 반복적인 음향방출 발생원, 이론적인 가정을 만족하는 시편, 보다 향상된 탐촉자를 이용하여 이론적인 해들을 실험을 통하여 구하였다^{7,8)}. 이러한 이론과 실험의 발전에도 불구하고, 측정하는 탐촉자의 물리량, 신호분석을 위한 수치 해석상의 오차문제, 시편의 모양과 발생원의 이론적인 해의 부족 등으로 실제 음향방출 사건과 완전히 관련짓지 못하고 있다.

따라서 측정된 음향방출신호로부터 그 발생원의 특성을 조사하기 위한 신호분석기술을 연구함에 있어서, 그 접근방법은 측정된 음향방출신호로부터 전파매질과 탐촉자의 효과를 분리하여 그 특성을 이해하여야 한다. 본 논문에서는 평판구조를 갖는 고체매질의 진양점에서 이론적인 음향방출신호를 계산하고, 상용 유리 원판에서 연필심 파괴시 방출되는 음향방출신호를 측정하기 위하여 매우 넓은 주파수 대역에서 평탄한 주파수 특성을 갖도록 안정화 회로가 부착된

Michelson 간섭계와 디지털 오실로스코프를 이용하였고, deconvolution방법을 이용하여 신호처리를 행하여 연필심 파괴시 음향방출 발생원에 대하여 조사하였다..

실험

음향방출실험에 사용된 고체시편은 상용유리(soda-lime glass)로서 직경 22cm, 두께 2.8cm인 원판을 사용하였고, 그 물리적 성질은 밀도가 $2.32g/cm^3$, poisson's ratio가 0.20, young's modulus가 $6.9 \times 10^{11} dyne/cm^2$, shear modulus가 $2.9 \times 10^{11} dyne/cm^2$, 종파의 속도가 5,781 m/sec, 횡파의 속도가 3,450 m/sec이다. 이 시편은 표면이 평坦하고 매끄럽게 연마되었고, 이 원판의 한 표면은 알루미늄 코팅을 하여 광학적 탐촉자로서 표면 변위 측정을 편리하도록 하였다. 그리고 지지대를 이용하여 시편을 단단히 고정하였다.

본 실험에 사용된 광학적 탐촉자는 안정화 회로가 부착된 Michelson 간섭계를 사용하였고, 그 계통도는 Fig. 1에 주어져 있다. 이때 사용한 광원은 5 mW 출력을 갖는 He-Ne Laser이다. 만약에 거울 M_1 과 M_2 가 고정되어 있다면 작업 환경에 의해서 발생되는 낮은 주파수의 음향진동과 주위 건물 및 구조물에서 발생되는 진동 등에 의해서 야기되는 광로의 교란이 일어난다. 이러한 교란에 의해서 발생되는 잡음을 제거하기 위해서 Fig. 1에서 보여진 안정화 회로를 이용하여 항상 동작점(operating point)에서 작동하도록

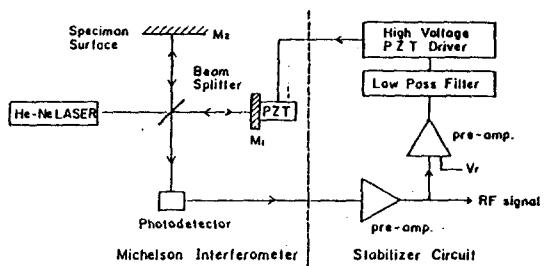


Fig.1. Block diagram of Michelson interferometer with stabilizer for acoustic emission measurements.

연필심과 파괴시 유리 원판의 진앙점에서 음향방출신호의 검출 및 해석

하였다. 이 안정화 회로에서는 Si광검출기에 입사한 빛의 세기변화를 전류세기 변화로 바꾸고, 이를 전단 증폭기에서 증폭하고, 증폭된 신호를 기준전압 V_o 와 비교하여 그 차이를 증폭하여 낮은 진동수 성분(<1 KHz)만 통과시켜서, 고압 증폭기의 출력전압이 $40 < V_o < 200$ Volt가 되도록 결정하여, 공명주파수 24 KHz인 PZT 거울 구동기를 동작시켜 동작점을 유지하도록 파드백 회로를 구성한다.

이 간섭계에 대한 절대 보정을 얻기 위해서 공명 주파수 24 KHz인 PZT 거울 구동기를 높은 일률을 갖는 정현파 구동기에 의해 작동시키면, 거울은 변위가 $\delta = \delta_0 \cos \omega_a t$ 인 운동을 하게 된다. (여기서 $\delta_0 > \lambda/8$, ω_a 는 인가된 정현파의 각주파수) 광검출기에 입사하는 광학적 일률은 만약 동작점을 유지한다고 가정하면 다음과 같다.¹⁵⁾ 여기서 거울 한 면에 입사하는 레이저 빔의 입사 일률은 P_i 이고, P_o 가 광검출기에 입사하는 레이저 빔의 입사 일률이라면 아래와 같은 관계를 갖는다.

$$P_o = \left(\frac{P_i}{2}\right) [1 + \sin 2k\delta] \quad (2.1)$$

보정을 위해 높은 일률을 가진 정현파 전압을 가하면, RF 광학적 일률은 다음과 같다.

$$P_o = \left(\frac{P_i}{2}\right) \sin \left[\frac{4\pi\delta_0}{\lambda} \cos(\omega_a t)\right] \quad (2.2)$$

이에 대응되는 증폭기 출력전압은

$$V = V_o \sin \left[\frac{4\pi\delta_0}{\lambda} \cos(\omega_a t)\right] \quad (2.3)$$

이다. 여기서 V_o 는 광학적 일률, 광검출기의 감도, 광검출기의 부하저항 그리고 증폭기의 증폭률에 의존한다. 식(2.3)은 보정장치가 $4\pi\delta_0/\lambda > \pi/2$ 가 되게 구동되길 요구하고 그때 peak-to-peak 출력전압은 $2V_o$ 이다. 여기서 파형은 δ_0 의 함수일 것이나 peak-to-peak는 아니다. V_o 가 결정되면 간섭계는 보정된다. $\delta_0 \ll \lambda$ 라면 식(2.3)은

$$V \equiv V_o (4\pi\delta_0/\lambda) \cos(\omega_a t) = V_o (4\pi/\lambda) \delta \quad (2.4)$$

로 근사된다. 따라서 측정된 출력전압은 식(2.4)

에서 보여진 것과 같이 변위에 비례하게 된다.

Fig. 2는 광학적 탐촉자에 의해 측정된 음향방출신호를 해석하는 장치의 계통도를 보이고 있다. 반복적인 음향방출 신호를 발생토록 하기 위하여 연필심($\phi=0.5mm$, HB)을 연필심 파괴장치에 의해서 시편의 알루미늄 코팅이 되지 않은 면(Fig. 2에서 simulated source지점)에서 파괴되었고, 이때 연필심과 시편표면과 이루는 각도는 45°이었다. 진앙점의 음향방출신호를 광탐촉자에 의해서 측정 및 증폭되어, 8-bit word length, 최대 32 MHz sampling rate 및 8,192개의 record length를 갖는 디지털 오실로스코프에서 디지털화 된다. 디지털화된 신호는 컴퓨터에 보내져 30M Byte H.disk에 저장되고, 음향방출신호분석 프로그램에 의해 분석된다.

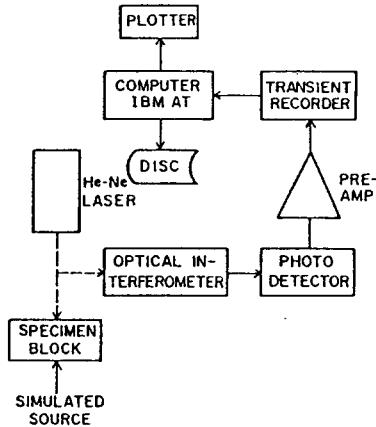


Fig.2. Block diagram of acoustic emission measuring system.

결과 및 고찰

실험에 사용된 유리 평판에 힘의 크기가 1 dyne이고 면에 수직으로 작용하는 Heaviside 계단함수의 시간 의존성을 갖는 절 하중이 인가되었을 때 진앙점에서의 수직변위(U_z)를 이론적으로 계산한 P , S , 그리고 P^3 까지의 해석적 해는 다음과 같다.^{6,9,10,11)}

$$\begin{aligned}
U_z(t) = & \frac{1}{\pi \mu b} \left[-\frac{q^2(2q^2-2+a^{-2})^2 a^{-2} H(l-b/c_1)}{[(2q^2-2+a^{-2})^2-4q(q^2-1)(q^2-1+a^{-2})^{1/2}]^2} \right. \\
& - \frac{4y^2(y^2-1)(y^2+a^2-1)H(l-b/c_1)}{[(2y^2-1)^2-4y(y^2-1)(y^2+a^2-1)^{1/2}]^2} \\
& + \frac{1}{3}v^2(2v^2-2+a^{-2}) \frac{[(2v^2-2+a^{-2})^2+4v(v^2-1)(v^2-1+a^{-2})^{1/2}]^2}{[(2v^2-2+a^{-2})^2-4v(v^2-1)(v^2-1+a^{-2})^{1/2}]^4} \\
& \left. X a^{-4} H(l-3b/c_1) \dots \dots \dots \right] \quad (3.1)
\end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
q &= c_1 t/b, \quad y = c_2 t/b, \quad v = q/3, \quad a = c_2/c_1 \\
c_1 &= \text{종파속도}, \quad c_2 = \text{횡파속도}, \quad b = \text{평판의 두께},
\end{aligned}$$

μ = Lame's constant $H(t)$ = Heaviside 계단함수이다. 식(3.1)을 이용하여 계산된 파형은 Fig. 3(a)에 주어져 있고, 이 계산된 파형의 중요한 특징은 제일 먼저 종파(Primary wave, P파)가 도달할 때 계단이 주어지고, 횡파(Secondary wave, S파)가 도달할 때까지 계속하여 증가한다. S파의 도달시간부터 파형의 기울기가 감소하는 것은 무한매질 또는 다른 여러 경우의 평면파에 대해서는 종파운동과 횡파운동은 그대로 유지가 되지만 평판에서 대칭축상 운동의 경우 횡파운동은 순수종파로 나타내 보인다. P^3 과 P^5 는 각각 종파로서 유리 평판내에서 3b 및 5b를 진행한 종파를 말한다. 그래서 U_z 를 Heaviside 계단함수에 대한 매질의 전달함수라는 의미로 $G_H(t)$ 라고 쓴다.

G 는 delta함수의 시간의존성 갖는 응력과 발생원에 의한 변위의 impulse response인 매질의 Green함수이고, S 는 발생원의 시간함수일 때, 선형계인 매질에서 그때 변위 U 는 보통 Green함수라 불리우는 매질의 전달함수와 발생원 함수의 convolution으로서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$U(t) = \int_0^t G(t-\tau) S(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

식(3.2)에서 변위 U 와 Green함수 G 가 알려진다면, 그때 발생원함수 S 를 deconvolution과정에 의해서 구할 수 있다^{12,13)}.

$$S(t) = \int_0^t G^{-1}(t-\tau) U(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

경우에 따라서는 선형계의 impulse반응대신 계

단함수 반응이 사용될 수 있으며, 식(3.2)은 다음과 같이 나타낸다.

$$U(t) = \int_0^t G_H(t-\tau) \dot{S}(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

여기서 $\dot{S}(t)$ 는 $S(t)$ 의 시간 미분이며, $G_H(t)$ 는 계단함수 반응이고 impulse반응과 관계는 $G_H(t) = \int_0^t G(\tau) d\tau$ 이다. 이 때 식(3.4)을 deconvolution하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{S}(t) = \int_0^t G_H^{-1}(t-\tau) U(\tau) d\tau \quad (3.5)$$

여기서 $G_H^{-1}(t)$ 는 $G_H(t)$ 의 역함수이다. 적분식 (3.2), (3.3), (3.4) 및 (3.5)을 디지털화된 식으로 만들어 수치적으로 나누기와 치환을 계속하여 계산할 수 있다. 실험에 사용된 유리 평판에 힘의 크기가 1 dyne이고 면에 수직으로 작용하는 Heaviside계단함수의 시간 의존성을 갖는 점하중이 인가될 발생원 함수와 식(3.1)을 이용하여 이론적인 $G_H(t)$ 와 $G(t)$ 를 Fig. 3(a)와 Fig. 3(b)에 나타내었고, Fig. 3(c)와 Fig. 3(d)에서는 식(3.3)과 (3.5)에 사용한 이들의 역함수 $G_H^{-1}(t)$ 와 $G^{-1}(t)$ 를 보인다. Fig. 4는 수치적 계산의 안정성을 보이기 위해 deconvolution 방법에 의해서 발생원 함수를 구하여 나타내 보였다.

Fig. 5는 유리평판에서 연필심 파괴에 의해 방출된 파동의 진앙점에서의 수직변위를 광학적 탐촉자로서 측정한 결과이고, 광학적 탐촉자의 절대적 보정에 의해 그 크기가 cm 단위로써 주어져 있다. Fig. 3(a)는 실험에 사용된 유리 평판에서 힘의 크기가 1 dyne이고 면에 수직으로 작용하는 Heaviside 계단함수의 시간 의존성을 갖는 점하중에 의한 진앙점에서의 수직 변위의 이론적으로 계산된 파형을 나타낸다. Fig. 3(a)와 Fig. 5에서 주어진 파형사이의 가장 중요한 차이점을 실험에 의한 측정된 파형에서 파 전면상에 나타나는 dip부분과 파형 전반에 잡음이 실려있는 것을 관찰할 수 있다. 이 dip부분은 연필심과 시편의 접촉면에서 연필심이 파괴시 발생하는 파괴파(fracture wave)에 의해서 기인된다고 생각된다.

음향방출 발생원함수는 실험에서 구한 Fig. 5의 파형을 전파매질의 Green함수를 deconvolution

연필심과 과피시 유리 원판의 전앙점에서 음향방출신호의 검출 및 해석

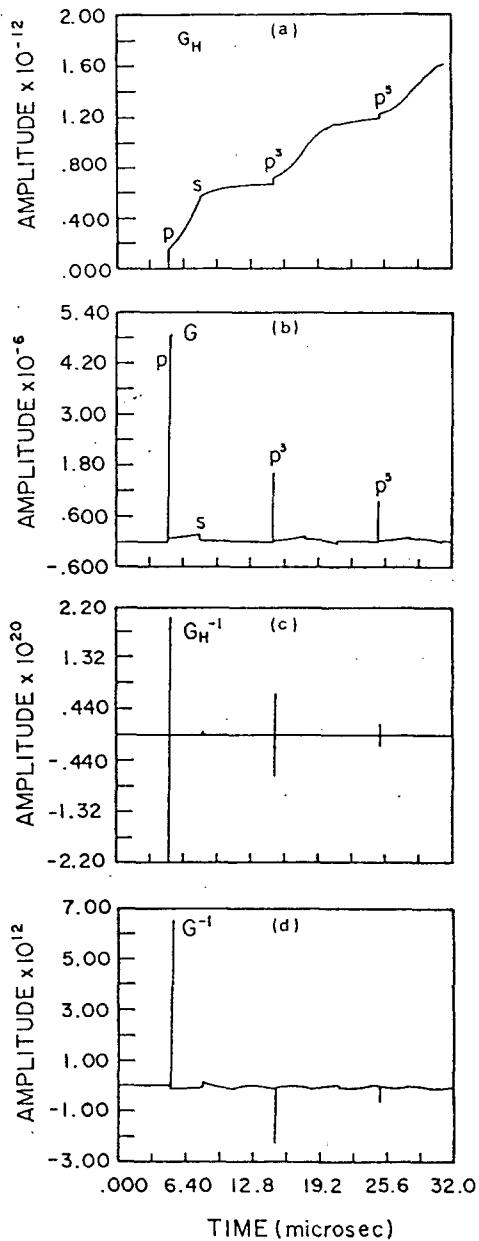


Fig.3. Theoretical vertical displacement $G_H(t)$ and $G(t)$ at the epicenter due to the vertical force of (a) step-function time dependency and (b) delta-function time dependency. (c) Inverse function $G_H^{-1}(t)$ of $G_H(t)$ (d) inverse function $G^{-1}(t)$ of $G(t)$.

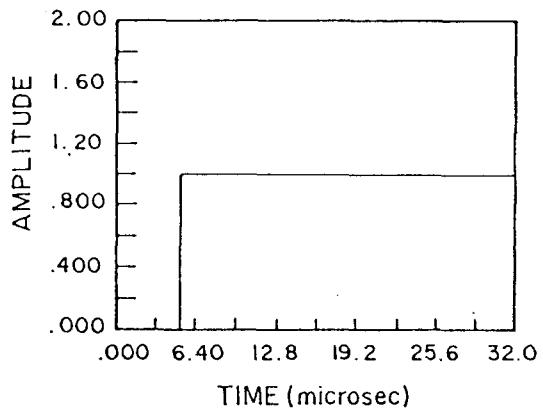


Fig.4. Result of the deconvolution of $G_H(t)$ by $G(t)$ (dyne unit in the Y-axis).

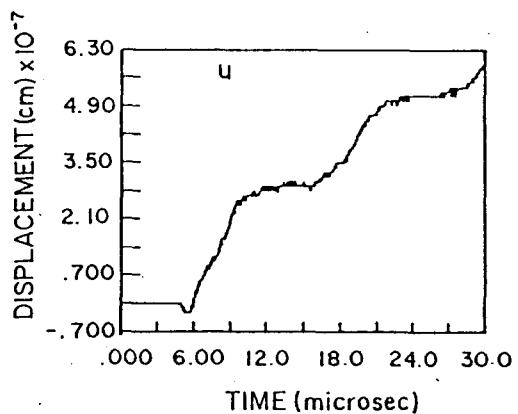


Fig.5. Vertical displacement at the epicenter due to the pencil lead fracture on a glass plate

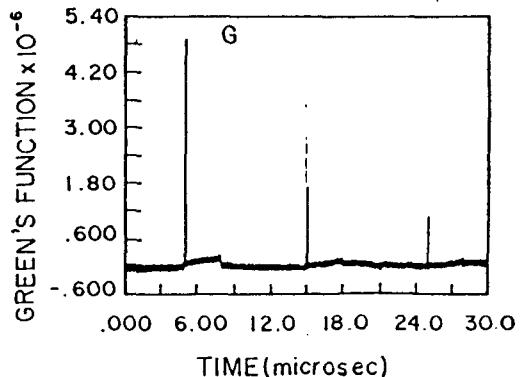


Fig.6. Green function of a glass plate.

하여 얻을 수 있다. Fig. 5는 우리 평판에서 연필심 파괴시 측정된 음향방출신호에 잡음이 실려있는 것을 보이고, Fig. 6은 전파매질의 Green함수에 잡음을 실는 것이다. 이 측정된 변위와 계산된 매질의 전달함수를 갖고서 진동수 공간에서 deconvolution을 수행하여 수치적 필터와 window의 효과를¹⁴⁾ 보인 것이 Fig. 7에 나타나 있다. Fig. 7(a)는 어떤 수치적 조작없이 분석된 발생원 함수를 보인다. 이 과정은 이미 알려진 연필심 파괴의 step함수 형태의 과정과 아주 다르다. Fig. 7(b)는 수치 필터를 사용한 경우의 발생원 함수를 보이고, 이는 주목할만한 과정의 왜곡이 있다. Fig. 7(c)는 수치적 window를 사용한 경우의 발생원 함수를 보이는데 아주 많은 잡음을 내포하고 있다. Fig. 7(d)는 수치적 필터와 window를 동시에 사용한 경우의 발생원 함수를 보이고 있는데 과정의 왜곡과 잡음이 많이 제거되었음을 알 수 있다. 이러한 과정을 거쳐서 구한 음향방출의 발생원 함수는 전면에 약 0.7 μsec 지속시간을 갖는 dip부분이 있으며, 계속하여 약 0.5 μsec 의 상승시간을 갖고 약 4.5 N의 발생원의 세기를 갖는 계단함수 부분이 있었다. 발생원의 dip의 크기와 지속시간, 계단함수의 상승시간과 세기는 심의 형태, 심의 뻗침 길이 그리고 파괴가 일어나는 표면과 연필심이 이루는 각도에 의존한다. 과정 관측시간이 좀 더 크게 증가하면 Fig. 8과 같은 과정이 관찰된다. 이론적 변위 계산시에는 무한히 넓은 평판이 가정되어 계단함수 반응은 시간에 따라 계속해서 변위가 증가하게 되지만, 실험에서 사용되는 평판은 그 넓이가 유한하고 세곳에서 지지대에 의해 지지되며 또한 전파하는 파동의 에너지가 매질에 의해 흡수되어 줄어들게 되므로 Fig. 8과 같이 감쇠하는 진동을 하게 된다. 이런 경우의 여러 진동 모드들은 정확하게 산정되지 않고 있지만, 실제 응력파 신호들의 긴 시간에 걸친 행동특성에서처럼 원래의 파전면이 대략적으로 구면파였으므로 모든 방향으로 퍼져나가는 종파와 횡파에 대한 여러 가능한 경로들을 생각하고 또한 지지된 경계조건을 고려해서 간접효과를 산출해 내야 한다. 그리고 Fig. 8에서 감쇠하는 진동의 대략적인 진동수는 약 9.627 KHz이다.

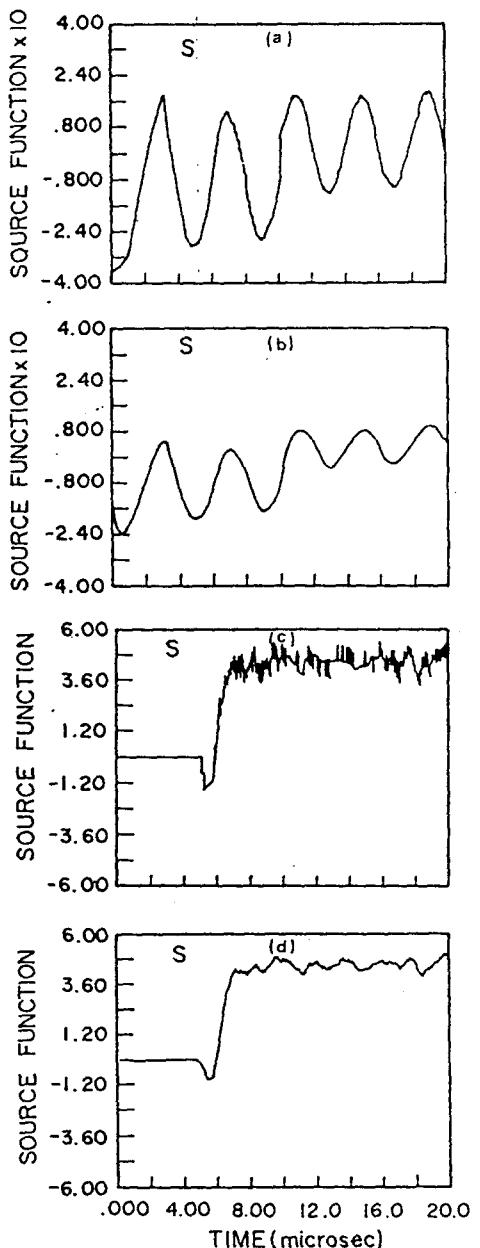


Fig.7. Source functions of pencil lead fracture comparing the effects of numerical operations: (a) without numerical operations, (b) by use of numerical filter, (c) by use of numerical window, (d) by use of both numerical filter and numerical window(Newton unit in the Y-axis).

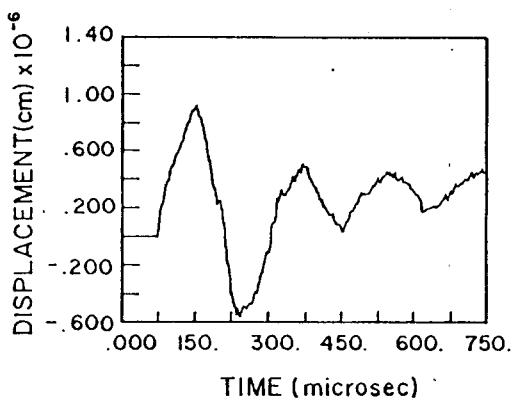


Fig.8. Long-term experimental epicenter vertical displacement due to the pencil lead fracture on a glass plate.

요 약

유리 원형 평판에서 힘의 세기가 1 dyne이고 면에 수직하게 작용하는 Heaviside계단 함수의 시간 의존성을 갖는 점 하중에 의한 진앙점에서 수직 변위를 이론적으로 계산하였다. 연필심 파괴시 방출되는 음향방출신호를 안정화회로가 부착된 Michelson 간섭계로 측정하여, 음향방출 발생원함수를 deconvolution방법을 이용하여 해석하였다. 연필심 파괴시 방출되는 음향방출 발생원을 파 전면에 약 $0.7 \mu\text{sec}$ 의 지속시간이 갖는 dip부분과 약 $0.5 \mu\text{sec}$ 인 계단 상승시간과 약 $4.5 N$ 의 힘의 크기를 갖는 계단함수의 형태였다.

참고문헌

- 1) Stephens, R.W.B. and H.C. Kim(1982): Acoustic emission-A diagnostic tool in non-destructive testing. in Ultrasonic Testing(edited by J. Szilard), John and Wiley & Sons Ltd, 159-493.
- 2) Breckenridge, F.R., Tschiegg, C.E. and M. Greenspan(1975) : Acoustic Emission: Some Application of Lamb's Problem. J Acoustic. Soc. Am. 57, 626-631.
- 3) Pao, Y.H., Gajewski, R. and A. Ceranoglu(1979) : Acoustic Emission and transient wave in an elastic plate, J Acoustic. Soc. Am. 65, 96-105.
- 4) Sachse, W., Chang, C. and K. Kim(1984): Processing of AE Signals from point and extended sources. Proc. IEEE Ultrasonics Symposium, Dallas, Texas, 923
- 5) Shibata, M.(1984) : A theoretical evaluation of acoustic emission signals-the rise time effect of the dynamic forces. Mat. Eval. 42, 107-116.
- 6) Knopoff, L.(1958) : Surface motion of thick plate. J. Appl. Phys. 29, 661-670.
- 7) Proctor, T., Breckenridge, F.R. and Y.H. Pao(1983) : Transient wave in an elastic plate: Theory and experiment compared. J Acoust. Soc. Am. 74, 1905-1907.
- 8) Michaels, J.E., Michaels, T.E. and W. Sachse(1981) : Applications of deconvolution to acoustic emission signal analysis. Mat. Eval. 39, 1032-1036.
- 9) Cagniard, L.(1939) : Reflection et Refraction des Ondes Seismiques Progressives. Gauthier -Villars, Paris, 55.
- 10) Garwin, W.W. (1956) : Exact transient solution of the buried line source problem. Proc. Roy. Soc. London Ser. A234, 528- 541.
- 11) Pekeris, C.L.(1955) : The Seismic surface pulse. Proc. Nat. Acad. Soi. 41, 469-480.
- 12) Bracewell, R.(1965) : The Fourier Transform and its Application. McGraw-Hill, New York, 25-50.
- 13) Robinson, E.A. and M.T. Silvia(1978) : Digital Signal Processing and Time Series Analysis. Holden-Day, Inc., San Francisco.
- 14) Takatsubo, J., Yoshida, K. and Yokogawa(1984) : Source wave analysis based on Fourier synthesis. Proceedings of the 7th International Acoustic Emission Symposium, Zao, Japan, 147- 154.
- 15) Palmer, C.H. and R.E. Green(1977) : Optcal probing of acoustic emission waves. In Nondestructive Evaluation of Materials(edited by J.J. Burke and V. Weiss), Plenum Press, New York, Chapter 15.