

외부가압 공기윤활 저어널베어링의 안정성에 관한 해석

임종락*, 김경웅**, 김금모**

*금성사 가전연구소

**한국과학기술원 생산공학과

An Analysis of the Stability of Externally Pressurized Air-Lubricated Journal Bearings

Jong-Rak Lim*, Kyung-Woong Kim**, Keum-Mo Kim**

*Home Appliance Research Laboratory, GOLD STAR

**Dept. of Production Engineering, KAIST

Abstract - The threshold of instability for a rigid rotor supported in externally pressurized air-lubricated circular or non-circular journal bearings of finite length is theoretically analyzed.

The analysis is performed for a bearing having one feeding plane, no recess volume, which is assumed to be a line source, and is based on a first order perturbation of journal center motion about steady state position. And then linearized system dynamic analysis is carried out.

Numerical results are given, showing the threshold of instability as a function of supply pressure ratio, feeding parameter and load. It is shown that the region that 2-lobe bearing is more stable than circular bearing exists and whirl ratio of 2-lobe bearing is less than that of the other types of bearing.

1. 서 론

저어널베어링으로 지지되고 있는 축 및 베어링 시스템에서 축이 고속으로 회전할 때, 어느 회전수 이상에서 시스템의 안정성이 깨어져 축의 진동 진폭이 갑자기 커지는 Self-excited Whirl이라 불리우는 불안정현상이 존재한다[1, 2]. 이 Self-excited whirl은 공진현상과는 달리 저어널의 회전수를 증가시켜도 없어지지 않고, 오히려 저어널의 진동 진폭이 급격히 커져서 종국에는 시스템의 운전을 불가능하게 만든다. 따라서 고속회전체에 적용되는 공기윤활 저어널베어링에 있어서 안정성 문제는 설계 및 운전에 고려되어야 하는 지배적 요인 중의 하나가 된다. Lund[4], Fleming과 Cunningham[3], Mori[5] 등은 외부가압형 공기윤활 저어널베어링의 안정성을 이론적으로 해석하였으며, Pincus는 Self-acting

형 공기베어링에서 편심율이 작은 경우 2-lobe 베어링이나 3-lobe 베어링이 원형베어링보다 강성도와 감쇠력이 더 크므로 안정성이 더 좋을 것이라고 정성적으로 예측했다. 한편 외부가압 공기윤활 저어널베어링의 안정성에 대한 비원형 베어링의 유효성은, 김금모[6] 등에 의하여 실험적으로 제시되었으나 이론적으로는 아직 해명되어 있지 않은 실정이다. 따라서 본 연구에서는 외부가압형 공기윤활 저어널베어링에서 Multi-lobe 형상의 베어링이 축 및 베어링 시스템의 안정성에 미치는 효과를 원형의 경우와 비교하여 이론적으로 해석하여 Multi-lobe 베어링의 유효성을 조사하고자 한다.

기 호 해 설

C : 공기막의 Damping 계수

- \bar{C} : 무차원화된 공기막의 Damping 계수 $c\omega C/ PaLD$
- c : 동심상태의 베어링간극
- c_m : 동심상태의 최소베어링간극 (Multilobe)
- D : 베어링 지름
- d : 오리피스 지름
- e : 저어널 중심과 베어링 중심 간의 거리
- F : 베어링의 공기막력
- \bar{F} : 무차원화된 베어링의 공기막력 $F/PaLD$
- H : 무차원화된 공기막두께 h/c
- h : 공기막 두께
- j : $\sqrt{-1}$
- K : 공기막의 강성계수
- \bar{K} : 무차원화된 공기막의 강성계수 $cK/PaLD$
- k : 공기의 비열비
- L : 베어링 길이
- M : 베어링 1개에 작용하는 Rotor의 질량
- \bar{M} : 무차원 질량 $M\omega^2/PaLD$
- \bar{M}_r : 임계질량값 $MPa(c/R)^5/\mu^2L$
- m : 질량 유량
- \bar{m} : 무차원화된 질량 유량
- N : 오리피스 갯수
- P : 압력
- \bar{P} : 무차원화된 압력 P/Pa
- P_a : 대기압
- P_s : 공기 공급 압력
- R : 저어널 반경
- R : 공기의 기체상수
- t : 시간
- U : 저어널 표면의 선속도
- W : 베어링 1개에 걸리는 하중
- \bar{W} : 무차원 하중 $W/PaLD$
- Z : $K+j\nu C$
- \bar{Z} : $\bar{K}+j\gamma\bar{C}$
- z : 축방향 좌표
- α : 오리피스 유량계수
- γ : Whirl ratio ν/ω
- ϵ : 편심율 (e/c)
- ζ : 무차원화된 축방향 좌표 Z/R
- θ : 저어널의 회전방향 좌표
- Λ : Bearing Number $6\mu\omega(R/c)^2/Pa$
- Λ_t : Feeding Parameter $6\sqrt{RT}\mu Nd/(PaC^2)$
- μ : 윤활제의 동점성계수
- ν : 저어널 중심의 Whirling Frequency
- τ : 무차원 시간 $j\nu t$
- ϕ : 위상각 (Attitude Angle)

ω : 저어널의 회전 속도

Subscript

- c : 오리피스 하류 인접부의 조건
- R : 정상상태에서 최소유막두께의 방향
- r : 임의의 상태 최소유막두께의 방향
- s : 오리피스 상류의 조건
- T : 정상상태 접선 방향
- t : 임의의 상태 접선방향
- o : 정상상태 (Steady State)

2. 이 론

2-1. 레이놀드 방정식

외부가압 베어링의 기하학적 형상 및 좌표계를 Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3에 나타낸다. 공기막에 발생하는 압

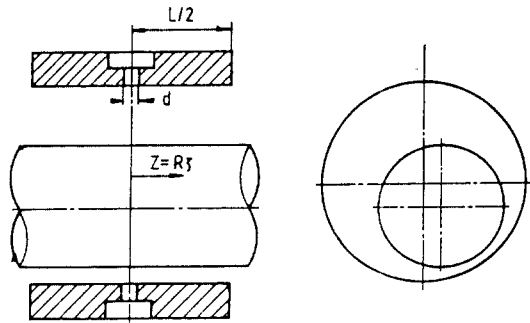


Fig. 1. Geometry of externally pressurized journal bearing

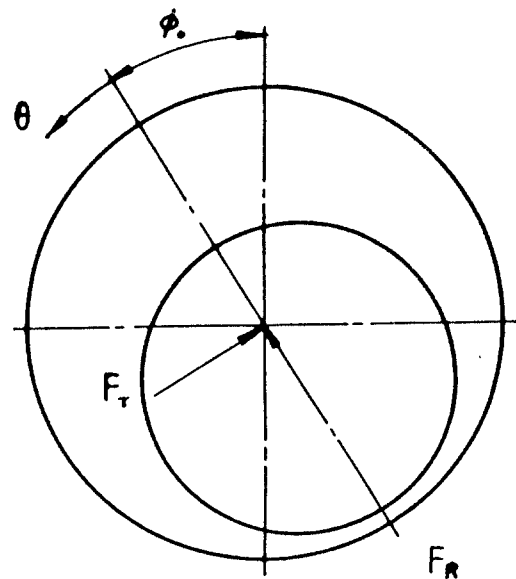


Fig. 2. Notation and coordinate

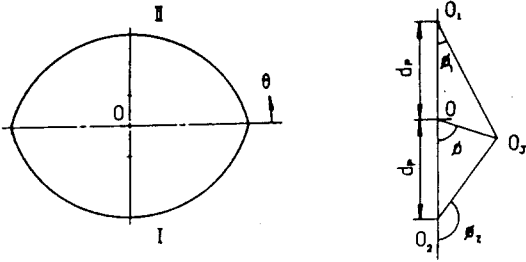


Fig. 3-1 Geometry of the two lobe bearing

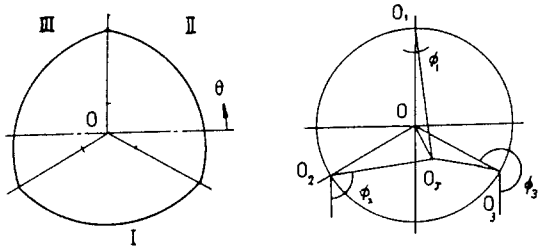


Fig. 3-2 Geometry of the three lobe bearing

력분포는 레이놀드 방정식으로부터 구한다. 이 때에 다음과 같은 가정들을 사용하였다.

- 1) 공기는 이상기체이다.
- 2) 베어링 내부 공기의 온도변화는 무시할 수 있을 정도로 작다.

1), 2)의 가정으로부터

$$P/\rho = \text{const} \quad (1)$$

등점도이고 압축성 유체가 윤활제로 사용되며 시간에 의존하는 무차원화된 레이놀드 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (H^3 \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (H^3 \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial \zeta}) = 2 \wedge \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{P}H) + j 4 \gamma \wedge \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{P}H) \quad (2)$$

저어널 중심이 정상상태 위치를 중심으로 $\text{Re}(\epsilon_1 e^{j\nu t})$, $\text{Re}(\epsilon_0 \phi_1 e^{j\nu t})$ 만큼 Whirling 한다고 가정하고 이에 상응하는 유막두께와 1차로 Perturb 된 압력을 다음과 같이 놓음으로써 베어링내의 압력을 저어널 중심의 운동에 대하여 선형화시킨다.

$$H = H + \epsilon_1 e^{j\nu t} \cos \theta + \epsilon_0 \phi_1 e^{j\nu t} \sin \theta \quad (3)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_0 + \epsilon_1 \bar{P}_1 e^{j\nu t} + \epsilon_0 \phi_1 \bar{P}_2 e^{j\nu t} \quad (4)$$

(3), (4)식을 (2)식에 대입하고 ϵ_1 및 $\epsilon_0 \phi_1$ 의 2차항 이상을 무시하면 ϵ_1 및 $\epsilon_0 \phi_1$ 에 관한 일차식이 얻어지며 $\epsilon_1, \epsilon_0, \phi_1$ 의 계수들과 상수항을 0으로 놓으면 $\bar{P}_0, \bar{P}_1, \bar{P}_2$ 에 관한 3개의 미분방정식이 얻어진다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{P}_0 H_0^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta}) + H_0^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_0 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \zeta}) = \wedge \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{P}_0 H_0) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{P}_0 H_0^3 \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \theta} + 3 \bar{P}_0 H_0^2 \cos \theta \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} + \bar{P}_1 H_0^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta}) \\ + (H_0^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_0 \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \zeta}) + 3 H_0^2 \cos \theta \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_0 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \zeta}) \\ + H_0^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_1 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \zeta})) = \wedge \frac{\partial}{\partial \theta} (H_0 \bar{P}_1 + \bar{P}_0 \cos \theta) \\ + j (2\gamma \wedge) [H_0 \bar{P}_1 + \bar{P}_0 \cos \theta] \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{P}_0 H_0^3 \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \theta} + 3 \bar{P}_0 H_0^2 \sin \theta \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} + \bar{P}_2 H_0^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta}) \\ + (H_0^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_0 \frac{\partial \bar{P}_2}{\partial \zeta}) + 3 H_0^2 \sin \theta \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_0 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \zeta}) \\ + H_0^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{P}_2 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \zeta})) = \wedge \frac{\partial}{\partial \theta} (H_0 \bar{P}_2 + \bar{P}_0 \sin \theta) \\ + j (2\gamma \wedge) [H_0 \bar{P}_2 + \bar{P}_0 \sin \theta] \quad (7) \end{aligned}$$

이 미분방정식들을 다음절에 기술할 경계조건을 만족하도록 풀어준다. 이 때의 수치해법으로는 유한차분법 (Finite Difference Method)을 사용하였으며 수렴은 S. O. R (Successive Over Relaxation) 방법으로 계산하였다.

구해진 압력을 저어널 표면에 대하여 적분하여 공기막력을 구한다.

2-2. 경계조건

베어링내의 공기막의 압력을 지배하는 레이놀드 방정식을 풀기 위하여 다음과 같은 경계조건들을 사용하였다.

- 1) 축방향으로 베어링 양끝의 압력은 대기압과 같다.

$$\zeta = L/D ; P = Pa$$

$$\bar{P}_0 = 1, \quad \bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0 \quad (8)$$

- 2) 원주방향의 주기성

$$\bar{P}_0(\theta, \zeta) = \bar{P}_0(\theta + 2\pi, \zeta)$$

$$\bar{P}_1(\theta, \zeta) = \bar{P}_1(\theta + 2\pi, \zeta) \quad (9)$$

$$\bar{P}_2(\theta, \zeta) = \bar{P}_2(\theta + 2\pi, \zeta)$$

3)외부가압 경계조건

Fig. 1에 개략적인 공급구에 대한 그림이 나와있다. 축방향으로 베어링의 중심면에 원주방향으로 지름 d인 공기 공급구가 N개 있다. 1개의 오리피스를 통한 공급 기체의 질량유량 \bar{m} 은 다음과 같다.

$$\bar{P}_c/\bar{P}_s \leq \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{1}{k-1}};$$

$$\bar{m} = \frac{m\sqrt{RT}}{\pi d \bar{P}_s \text{Pach}} = \alpha \left(\frac{2K}{K+1}\right)^{1/2} \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (10)$$

$$\bar{P}_c/\bar{P}_s \geq \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{k}{k-1}};$$

$$\bar{m} = \alpha \left(\frac{2K}{K-1}\right)^{1/2} \left(\frac{\bar{P}_c}{\bar{P}_s}\right)^{1/k} \left[1 - \left(\frac{\bar{P}_c}{\bar{P}_s}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]^{1/2}$$

$z=0$ 에서 원주방향으로 N개의 Orifice를 통한 유량 공급을 원주방향으로 고르게 분포되어 있는 선공급원 (line source)으로 가정한다.

선공급원으로부터 베어링 안으로 공급되는 유량은 선 공급원 바로 아래의 베어링 틈새에서 축방향으로 빠져 나가는 유량과 같다고 하여 유량과 공급구 압력 사이의 관계할 나타낼 수 있다.

$$H^2 \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial \xi} = -\Lambda_t \bar{P}_s \bar{m} \quad (11)$$

\bar{m} 도 H, \bar{P} 와 마찬가지로 $\epsilon_1, \epsilon_0 \phi_1$ 에 관하여 Perturb 시켜서 제어널 중심의 운동에 대하여 선형화한다.

$$\bar{m} = \bar{m}_0 + \epsilon_1 e^{j\omega t} \left. \frac{\partial \bar{m}}{\partial \epsilon_1} \right|_{steady state} + \epsilon_0 \phi_1 e^{j\omega t} \left. \frac{\partial \bar{m}}{\partial (\epsilon_0 \phi_1)} \right|_{steady state} \quad (12)$$

2-3. 운동방정식 및 안정성 판정

Rigid Rotor를 가정하여 운동방정식을 구하면 식(13)이 된다.

$$Mc \left(\frac{d^2 \epsilon}{dt^2} - \epsilon \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2\right) = W \cos \phi - F_t$$

$$Mc \left(\epsilon \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{d\phi}{dt} \frac{d\epsilon}{dt}\right) = -W \sin \phi + F_t \quad (13)$$

이 식을 정리하면

$$(\bar{K}_{RR} + j\gamma \bar{C}_{RR} - \bar{M}\gamma^2) \epsilon_1$$

$$+ (\bar{K}_{RT} + j\gamma \bar{C}_{RT}) \epsilon_0 \phi_1 = 0 \quad (14)$$

$$(\bar{K}_{TR} + j\gamma \bar{C}_{TR}) + (\bar{K}_{TT} + j\gamma \bar{C}_{TT} - \bar{M}\gamma^2) \epsilon_0 \phi_1 = 0 \quad (15)$$

(14), (15)식에서 $\epsilon_1, \epsilon_0 \phi_1$ 의 Nontrivial 해가 존재하기 위해서는 Determinant의 실수부 및 허수부가 각각 0이 어야 하므로 식(16), (17)이 구해진다.

실수부;

$$(\bar{K}_{RR} - \bar{M}\gamma^2) (\bar{K}_{TT} - \bar{M}\gamma^2) - \gamma \bar{C}_{RR} \gamma \bar{C}_{TT} - \bar{K}_{RT} \bar{K}_{TR} + \gamma \bar{C}_{RT} \gamma \bar{C}_{TR} = 0 \quad (16)$$

허수부;

$$\bar{M} = \frac{\bar{K}_{RR} \gamma \bar{C}_{TT} + \bar{K}_{TT} \gamma \bar{C}_{RR} - \bar{K}_{RT} \gamma \bar{C}_{TR} - \bar{K}_{TR} \gamma \bar{C}_{RT}}{\gamma^2 (\gamma \bar{C}_{RR} + \gamma \bar{C}_{TT})} \quad (17)$$

식 (16), (17)에서 구해진 \bar{M} 은 임계 질량값으로 계산 조건으로 운전되는 시스템에서, Rotor의 질량에 해당하는 무차원질량이 \bar{M} 이상에서 시스템을 불안정하다고 판단한다.

3.결과 및 고찰

외부가압형 공기베어링의 특성 Parameter들은 L/D, $\Lambda, \Lambda_t, \bar{W}(\epsilon_0), \bar{P}_s$ 등이며 Lobe 베어링은 여기에 Preload factor, Load angle ratio, Offset factor 등이 추가된다. 그리고 원형 베어링에서 c로 정의된 모든 무차원수를 Lobe 베어링에서는 c_m 으로 정의하였다. 본 계산에서 L/D, Pre-load factor, Load angle ratio, Offset factor 들은 각각 1, 1/3, 1/2, 1/2로 고정시켜서 계산하였다.

하중 Parameter로는 실제 운전되는 상태의 비교라는 관점에서 편심율보다는 하중을 택하였다. 그리고 원형 베어링과 Lobe 베어링의 형상의 차이에 따른 비교 기준은 원형 베어링에서 정의된 모든 무차원수의 c가 Lobe 베어링에서는 c_m 으로 정의되었으므로 같은 무차원수에서 원형 베어링과 Lobe 베어링을 비교하면 제어널 반지름이 같을 때, 동심상태 최소간극이 같은 경우, 즉 Lobe 베어링의 내접원과 같은 크기의 원형 베어링과 Lobe 베어링을 비교하는 것으로 생각할 수 있다. 이와 같은 비교기준에서는 동심상태의 베어링간극은 원형 베어링이 항상 작거나 같다.

Fig. 4-Fig. 7에는 위에서 정한 비교기준에 따라 임계 질량 \bar{M}_c 를 주어진 조건에서 Bearing number Λ 에 대

하여 나타내었다. 그림의 윗부분이 안정영역이고 아랫부분이 불안정영역이 된다. Rotor의 질량이 일정하고 베어링의 형상이 주어진 경우를 생각하면, Rotor의 질량에 해당하는 \bar{M}_c 에서 속도 증가(Δ 증가)에 따라 수평방향의 오른쪽으로 이동하다가 경계선과 만나는 곳으로부터 불안정 시작속도를 구할 수 있다.

Fig. 4의 경우는 Δ 혹은 \bar{M}_c 에 따라 크게 3구간으로 나눌 수 있다. Δ 가 작은 범위 혹은 \bar{M}_c 가 큰 범위에서는 2 Lobe, 원형, 3 Lobe의 순서로 안정하며 중간 구간에서는 원형, 2 Lobe, 3Lobe의 순이며 마지막 구간에서는 원형, 3 Lobe, 2 Lobe의 순이다. 다시 말하면 \bar{M}_c 가 클 때, 즉 c/R 가 클 때 2 Lobe 베어링이 가장 안정성이 뛰어나다는 것을 의미한다, 모든 베어링에서 Δ 가 증가함에 따라 \bar{M}_c 는 감소하고 있다. Δ 가 0으로 감에 따라 \bar{M}_c 가 무한대로 가는 것은 저어널이 회전하지 않을 때 시스템은 항상 안정하다는 것을 뜻한다.

Fig. 5은 다른 조건이 모두 일정할 때 하중 변화가 안정성에 미치는 영향을 나타내고 있다. \bar{W} 가 0.02에서 1.0으로 증가할 때 모든 베어링에서 \bar{M}_c 가 증가하였다.

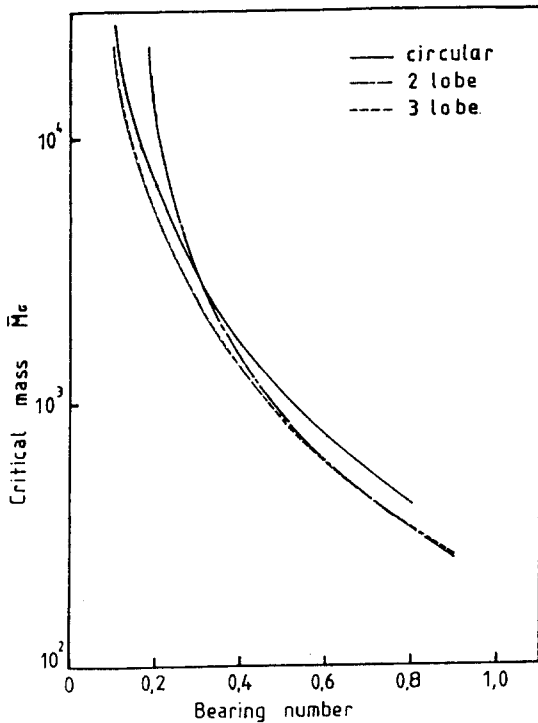


Fig. 4. Critical mass vs. bearing number ($\bar{W} = 0.04, \bar{P}_s = 5, \Delta_t = 1.0$)

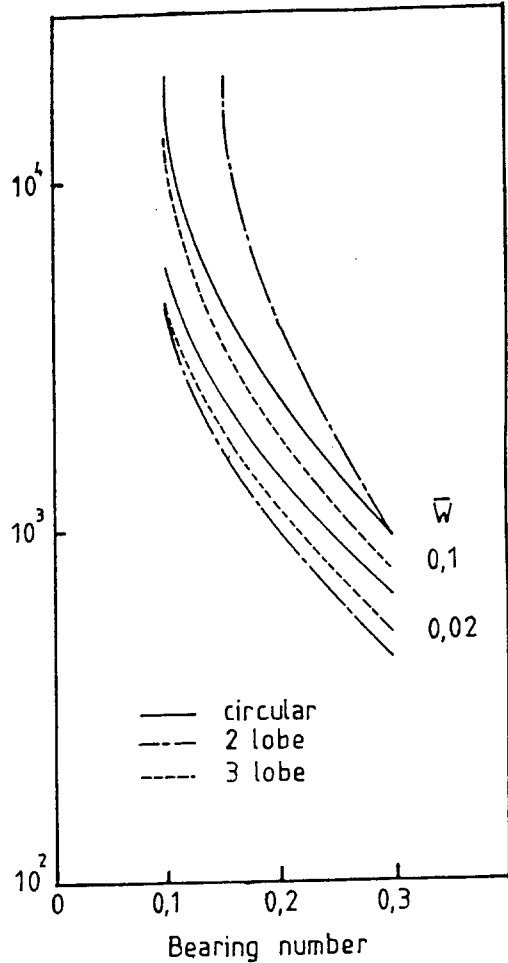


Fig. 5. The effect of load on stability ($\bar{P}_s = 5, \Delta_t = 0.145$)

각 베어링 간의 상대적인 증가폭은 2 Lobe 베어링이 가장 크다.

외부가압 효과를 나타내는 공기 공급압력 P_s 와 Δ_t 를 각각 증가시킬 때 모든 베어링에서 안정성이 향상되었다. (Fig. 6, 7)

Fig. 8은 Fig. 4와 같은 하중 조건에서 Self-acting type의 경우를 계산한 것이다. 여기에서는 외부가압인 경우와는 달리 원형 베어링보다 2-Lobe 베어링이 항상 안정하다.

Fig. 9-12는 4-7의 경우에 대하여 Self-excited whirl 발생경계점에서 저어널 중심의 주파수와 저어널의 회전속도의 비인 Whirl ratio를 Δ 에 대하여 나타낸 것이다. 계산된 모든 경우에서 Whirl ratio는 0.5보다 작았고 2

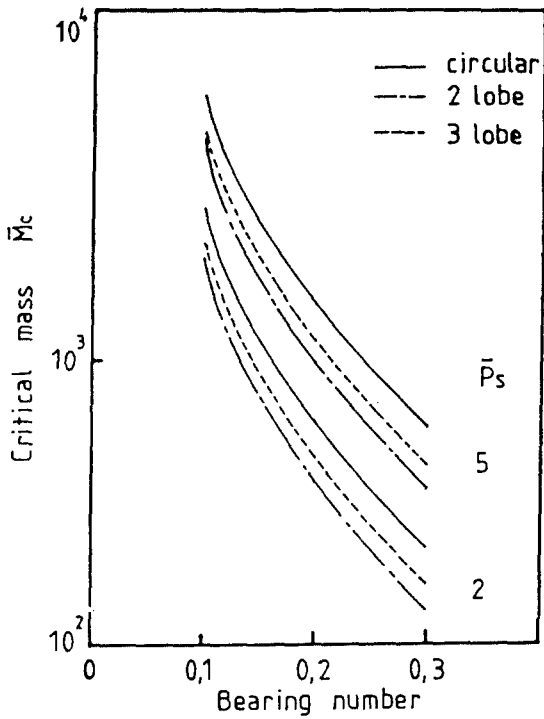


Fig. 6. The effect of supply pressure on stability ($\bar{W} = 0.02, \Lambda_t = 0.145$)

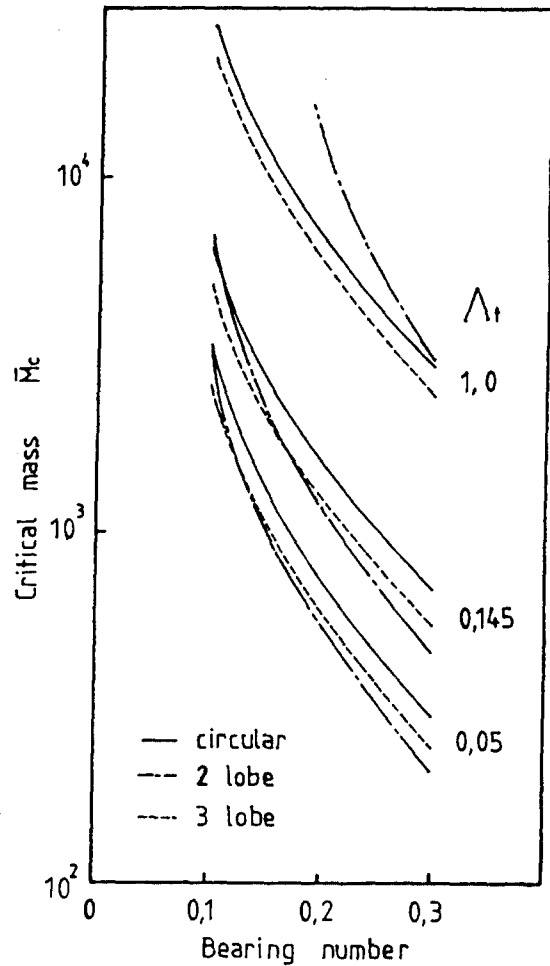


Fig. 7. The effect of feeding parameter on stability ($\bar{W} = 0.04, \bar{P}_s = 5$)

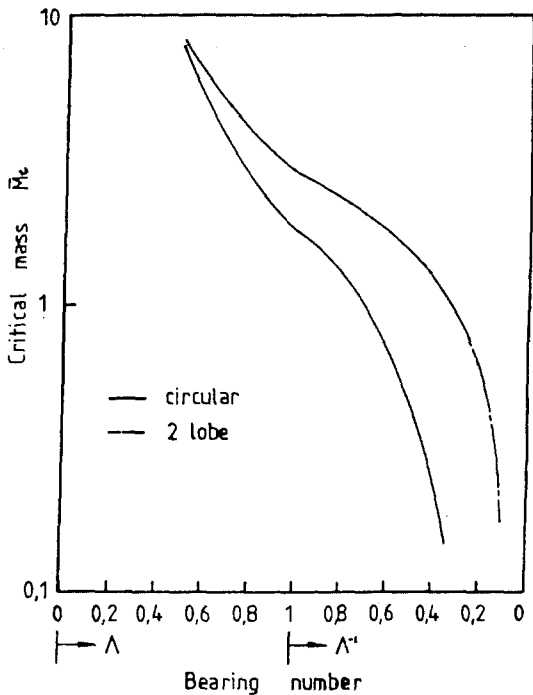


Fig. 8. Critical mass vs. bearing number for self-acting type bearing ($\bar{W} = 0.04$)

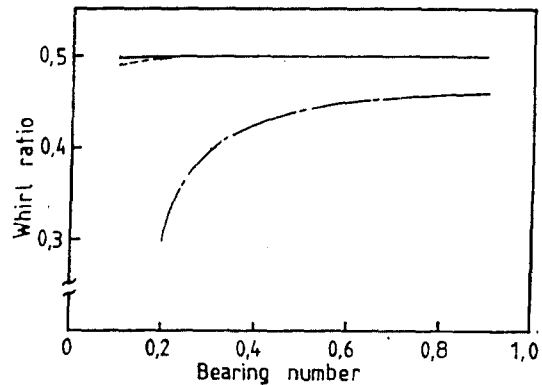


Fig. 9. Whirl ratio vs. bearing number ($\bar{W} = 0.04, \bar{P}_s = 5, \Lambda_t = 1.0$)

Lobe 베어링의 Whirl ratio가 가장 낮았으며 \bar{W} 가 0.02에서 1.0으로 증가할 때 모든 베어링에서 감소하였고 \bar{P}_s , Λ_t 가 증가하였을 때에는, 제산범위 내에서, 2 Lobe 베어링은 감소하였으며 원형 베어링과 3 Lobe 베어링에서는 증가하였다. 베어링의 형상에 상관 없이, Bearing number가 증가함에 따라 Whirl ratio는 증가하였으며 0.5에 수렴할 것으로 생각된다.

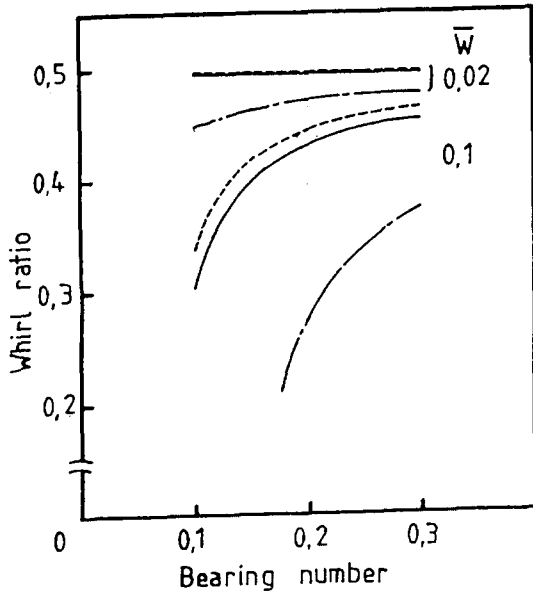


Fig. 10. The effect of load on whirl ratio ($\bar{P}_s = 5$, $\Lambda_t = 0.145$)

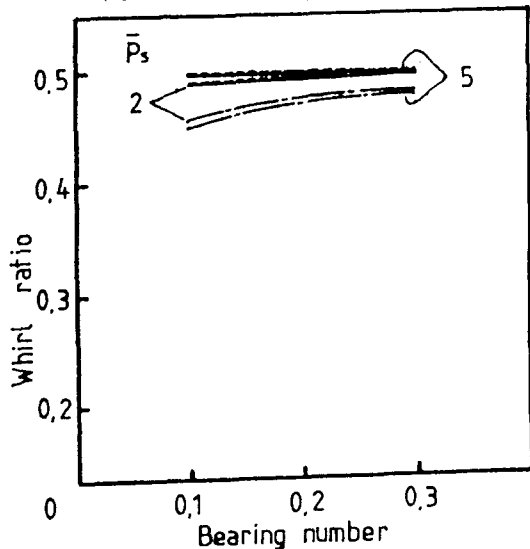


Fig. 11. The effect of supply pressure on whirl ratio ($\bar{W} = 0.02$, $\Lambda_t = 0.145$)

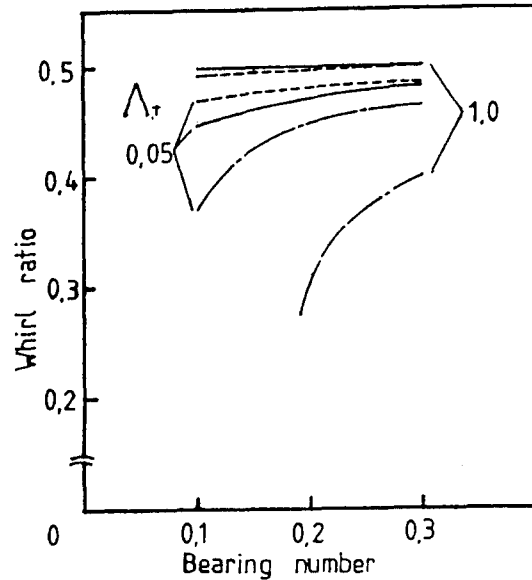


Fig. 12. The effect of feeding parameter on whirl ratio ($\bar{W} = 0.04$, $\bar{P}_s = 5$)

4. 결 론

이상의 외부가압 공기유회 저어널베어링의 원형 및 비원형 (2 Lobe, 3 Lobe) 형상에 대한 안정성의 이론적 해석의 결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 하중증가가 베어링의 안정성을 증가시킨다.
- 2) Self-excited whirling이 발생할 때 2 Lobe 베어링이 원형 베어링이나 3 Lobe 베어링보다 낮은 Whirl ratio를 갖는다.
- 3) 베어링 Number가 낮은 곳 혹은 높은 임계질량 값에서 2 Lobe 베어링의 안정성이 뛰어나며, 그 반대인 곳에서는 원형베어링이 뛰어나다.
- 4) 하중이 증가함에 따라 2 Lobe 베어링의 안정영역이 확대된다.

후 기

본 연구는 한국 과학재단 목적기초 연구개발비의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사를 표합니다.

REFERENCES

1. R.H. Larson, and H.H. Richardson, "A Pre-

- liminary Study of Whirl Instability for Pressurized Gas Bearings”, J. of Basic Eng., Trans. ASME, 1962, pp.512-520.
2. N.S. Grassam, and J.W. Powell, “Gas Lubricated Bearings”, Butterworth, London, 1964.
 3. D.P. Fleming, and R.E. Cunningham, “Zero-Load Stability of Rotating Externally Pressurized Gas-Lubricated Journal Bearings”, J. of Lub. Tech., Trans. ASME, Vol.92, 1970, pp.325-335.
 4. J.W. Lund, “A Theoretical Analysis of Whirl Instability and Pneumatic Hammer for a Rigid Rotor in Pressurized Gas Journal Bearings”, J. of Lub. Tech., Trans. ASME, 1967, pp. 154-166.
 5. A.Mori, K.Aoyama, and H.Mori, “Influence of the Gas-Film Inertia Forces on the Dynamic Characteristics of Externally Pressurized Gas Lubricated Bearings”, Bulletin of the JSME, Vol.23, No.178, April, 1985, pp.582-586.
 6. K-W KIM, K-M KIM, “A Study on Stability Characteristics of Externally Pressurized Non-circular Air-Lubricated Journal Bearings”, Trans. JSME(C), Vol.54, No.499, pp.656-660.
 7. J.W. Lund, “Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings.”, J. of Lub. Tech., Trans. ASME, 1968, pp.793-803.