

## 진원형 정수압 베어링의 해석 및 실험적 고찰

문호지, 한동철

서울대학교 공과대학 기계설계과

### (Analysis and Experimental Investigation of Cylindrical Hydrostatic Bearing)

Ho-Jee Moon and Dong-Chul Han

Seoul National Univ. Dept. of Mechanical Design  
and Production Engineering

**Abstract** – For increasing the performance of Machine tools, the improvement of the static and dynamic characteristics of spindle bearing is important.

In this paper are the static characteristics, the pressure distribution, friction force and outlet flow rate, and the dynamic characteristics stiffness and damping coefficient, of a cylindrical hydrostatic journal bearing with multi oil pockets are analyzed.

#### NOMENCLATURE

R : 축 반지름  
 $\psi$  : 원주 좌표값  
 h : 축과 베어링의 간극  
 $\Delta R$  : 베어링 반경과 축 반경의 차  
 P : 베어링 면의 압력  
 $\omega$  : 회전 각속도  
 $\eta$  : 사용 오일의 점도  
 $\psi_{min}$  : 무차원 반경 계수 ( $\Delta R/R$ )  
 $\eta^*$  : 무차원 점도 계수 ( $\eta/\eta_0$ )  
 $\Pi$  : 무차원 압력 계수 ( $P\psi_{min}^2/\eta\omega$ )  
 $\bar{Q}$  : 무차원 유량 계수 ( $\bar{Q}/R^3\omega\psi_{min}$ )  
 $\bar{z}$  :  $z/R$   
 B : 베어링의 폭  
 $B_T$  : 베어링 포켓의 폭  
 D : 베어링의 지름  
 $S_o$  : Sommerfeld number ( $=F_{stat}\psi_{min}^2/(BD\eta\omega)$ )  
 $P_{zu}$  : 베어링으로의 공급 압력

$P_T$  : 베어링 포켓에서의 압력  
 $K_B$  : 오리피스 유량 계수  
 $K_B$  : 무차원 오리피스 유량계수 ( $K_B/\sqrt{P_{zu}}$ ) ( $\eta_0/\Delta R^3$ )  
 $\rho$  : 오일의 밀도  
 $\gamma_{ik}^*$  : 무차원 강성 계수 ( $=S_o \frac{\Delta R}{F_{stat}} c_{ik}$ )  
 $\beta_{ik}^*$  : 무차원 댐핑 계수 ( $=S_o \frac{\Delta R}{F_{stat}} \omega d_{ik}$ )  
 $\bar{F}_R$  : 무차원 마찰력  
 $\bar{Q}_S$  : 무차원 유출 유량

#### 1. 서 론

최근 전자 산업의 발전과 더불어 VTR 헤드 드럼이나 폴리진 미러와 같은 초정밀 가공을 요구하는 정밀 부품들의 수요가 증대되고 있다. 여러가지 가공 공작물의 정밀도 향상을 달성하기 위해서는 공작기계 축측의

고속화 및 저진동화가 필요하며, 이는 지지 베어링의 정밀도 향상 또는 새로운 형상의 베어링 개발을 통하여 달성될 수 있다.

기존의 주축계에 사용되었던 보울, 또는 로울러 베어링은 높은 강성을 가지고 있는 반면, 강제 접촉에 기인한 높은 강성과 낮은 댄핑으로 인한 높은 공진폭과 잔진동 때문에 주축 회전의 고속화에 제약이 있다. 이에 반하여, 정수압(Hydrostatic) 베어링은 높은 하중 지지력을 가질 뿐 아니라 저진동 및 높은 댄핑 특성을 가지고 있어 공작물의 가공으로 인한 외부의 하중 교란에 매우 안정된 작동을 한다. 더우기 댄핑 효과의 증대로 인하여 위험 속도를 넘어서는 주축의 고속회전이 가능해졌다.

이에 따라 정수압 베어링은 공작기계 뿐만 아니라 레이더용 안테나, 터빈 발전 장치, 압연기, 베어링 시험기 등에 사용되고 있으며, 새로이 개발되는 초정밀 가공 기계, 정밀 산업 기계등에 그 사용분야가 확대되고 있다.

본 연구에서는 고속 및 고정밀도를 요구하는 절삭 선반의 주축 시스템의 구성에 사용될 수 있는 정수압 베어링의 특성에 대하여 고찰하고자 한다.

정수압 베어링에 관한 연구 논문은 무수히 발표되었으나 연구 결과를 정수압 베어링의 설계에 사용할 수 있도록 체계화된 문헌은 많지 않으며 특히 윤활 이론 해석에서 근사 해법을 사용한 경우가 많아 연구 결과의 실제 적용에는 신뢰성 문제가 수반된다.

Rowe[1]는 여러가지 인자에 대한 일반적 저어널 베어링의 설계자료를 제공하였고 Pinkus and Sternlicht [5] 및 Cameron[6]에서 기본적인 윤활이론을 기술하고 있다. Han[2]은 여러 형상들의 미끄럼 베어링에 대한 정특성과 동특성을 연구하였으며 특히 공급 압력 및 오일 포켓 오리피스의 영향이 베어링 특성에 미치는 영향을 규명하였다.

일반적으로 미끄럼 베어링의 정, 동특성을 이론적으로 연구하자면 유체의 흐름에 대한 연속방정식과 Navier-Stoke 방정식으로부터 비압축성(incompressible) 레이놀즈 방정식을 유도하여 무차원화 시킨 후 이를 Newton-Raphson 반복 계산법을 이용한 비선형 정적 평형 방정식의 해석을 통하여 베어링의 압력분포, 유량 및 마찰력을 구하며 유막 두께의 미소 교란항에 대한 동적 교란 미분 방정식의 선형해석을 통하여 베어링의 강성 및 댄핑계수를 구한다.

부 연구에서도 위와 같은 방법으로 정수압 베어링의 정특성 및 동특성을 오일 공급구의 크기 및 오일 공급

압력의 크기에 따라 계산하고 공작 기계의 주축을 하나의 예로 들어 최적의 강성을 갖는 정수압 베어링의 내경, 틈새, 오일 공급 조건 등을 설계한 후 그에 따라 제작하고 회전 주축의 진동 특성을 측정한다. 그리고 해석 결과와 측정 결과를 비교 검토하고자 한다.

## 2. 이론적 고찰

### 2-1. 정특성 이론

상대적으로 운동하고 있는 윤활면 사이에 있는 좁은 틈새의 윤활 유체의 운동은 연속방정식과 Navier-Stoke's 방정식으로 기술할 수 있으며 Fig. 1에서 보는 바와 같은 원통형 미끄럼 베어링의 윤활에 기여하는 특성을 부각시켜 이상화시키면 다음과 같은 레이놀즈 방정식을 이끌어낼 수 있다.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\omega \frac{\partial h}{\partial \psi} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

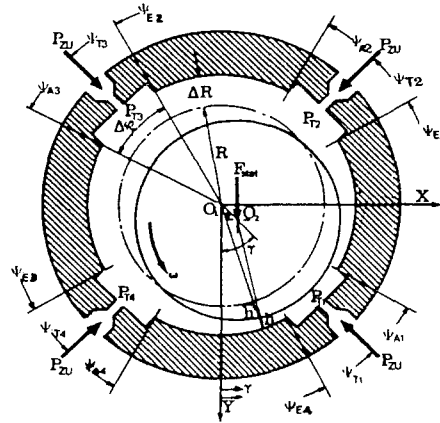


Fig. 1. 베어링의 형상

여기서 P는 윤활 틈새내의 압력, h는 틈새 높이,  $\psi$ 는 원주 방향의 각도 좌표, Z는 축방향 좌표, R은 반경,  $\omega$ 는 축의 회전속도, 그리고 t는 시간을 나타낸다. Fig. 1에서 위의 레이놀즈 방정식을 적용하여 압력 분포 해석을 수행하는 윤활면은 윤활 틈새가 좁은 영역, 즉 좌표  $\psi_{A1}$  부터  $\psi_{E1}$ ,  $\psi_{A2}$  부터  $\psi_{E2}$ ,  $\psi_{A3}$  부터  $\psi_{E3}$  그리고  $\psi_{A4}$  부터  $\psi_{E4}$  까지이며 윤활면 사이에는 오일 포켓이 존재하는데 저어널과의 틈새가 윤활 틈새보다 훨씬 크므로 정수압  $P_T$ 가 포켓 전체에 걸쳐 일정하게 작용한다고 가정한다.

윤활면에서의 틈새 높이 h는 Fig. 1의 기하학적 관

$$h(\psi) = R + \Delta R - e \cos(\gamma - \psi) - R \sqrt{1 - \frac{\Delta R^2}{R^2} \sin^2(\gamma - \psi)} \quad (2)$$

와 같은 식을 얻게 되며,  $e$ 는  $R$ 에 비해 아주 작으므로 다음과 같은 근사식으로 표현될 수 있다.

$$h(\psi) = \Delta R - e \cos(\gamma - \psi) \quad (3)$$

기하학적으로 상사인 미끄럼 베어링에서 일반적인 정적 및 동적 특성을 이끌어 내어 광범위한 설계 변수를 줄여 실제 설계에 간편히 사용하기 위하여는 무차원의 수를 사용함이 적절하다. 베어링의 특성을 나타내는 반경  $R$ , 베어링과 저어널의 동일상태에서의 틈새  $\Delta R$ , 오일 급유 온도에서의 점성  $\eta_o$ , 회전 각속도  $\omega$  등을 사용하면 다음과 같은 무차원수가 도출될 수 있다.

윤활면 틈새높이 :  $H = \frac{h}{\Delta R}$

포켓 영역 틈새 높이 :  $H_T = \frac{h_T}{\Delta R}$

윤활 틈새비 :  $\psi_{min} = \frac{\Delta R}{R}$

윤활면 점성 :  $\eta^* = \frac{\eta}{\eta_o}$

윤활면 압력 :  $\Pi = P \frac{\psi_{min}^2}{\eta_o \omega}$

축방향 좌표 :  $\bar{z} = \frac{z}{R}$

회전각 :  $\Phi = \omega t$

따라서 레이놀즈 방정식도 다음과 같이 무차원 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}} \right) = 6 \frac{\partial H}{\partial \psi} + 12 \frac{\partial H}{\partial \Phi} \quad (4)$$

이 타원형 형식의 2차 선형 편미분 방정식의 해를 구함에 있어 필요한 경계 조건은 다음과 같이 설정될 수 있다.

베어링 양측면 :  $\Pi(\psi, \bar{z} = \pm \frac{B}{D}) = 0$

윤활면의 처음과 끝(즉 포켓의 정수압) :

$\Pi(\psi_{A_i}, \bar{z}) = \Pi_{A_i} = \Pi_{T_i}$

$\Pi(\psi_{E_i}, \bar{z}) = \Pi_{E_i} = \Pi_{T_{i+1}}$

윤활면 중간에 압력 분포가 대기압으로 되는 곳(즉 유동의 연속성이 끝나는 곳) :

$\Pi(\psi_o, \bar{z}_o) = \frac{\partial \Pi}{\partial \psi}(\psi_o, \bar{z}_o) = 0$

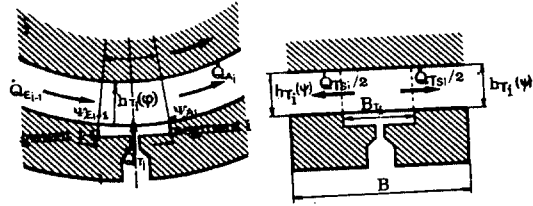


Fig. 2. 유량의 흐름도

윤활면 압력 분포의 경계조건으로 주어져야 되는 포켓 압력은 외부 급유 압력  $P_T$ 와 급유구의 형상, 포켓 형상 등의 설계 변수 뿐 아니라 포켓에서 윤활 틈새로 유입 및 유출되는 유량에 의해 영향을 받는다. 그 때문에 포켓 압력은 주어진 급유구 저장과 급유압력을 토대로 윤활유량의 평형조건을 사용하되 반복계산법으로 정해진다. Fig. 2는 베어링의 포켓 주위의 유량의 평형을 나타내고 있다.

오일 포켓에서의 유량의 평형식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{Q}_{T_i} = \dot{Q}_{A_i} - \dot{Q}_{E_{i-1}} + \dot{Q}_{T_{S_i}} \quad i=1, \dots, s \quad (5)$$

여기서  $\dot{Q}_{T_i}$ 는 외부에서 오일 포켓으로 유입되는 유량이며  $\dot{Q}_{T_{S_i}}$ 는 오일 포켓에서 베어링 측면으로 빠져나가는 유량으로서 다음과 같은 압력 유동 관계식으로부터 계산될 수 있다.

$$\dot{Q}_{T_{S_i}} = \frac{P_{T_i} D}{6 \eta (B - B_{T_i})} \int_{\psi_{E_{i-1}}}^{\psi_{A_i}} h_{T_i}^3(\psi) d\psi$$

또한 오른쪽 윤활면으로 유입되는 유량  $\dot{Q}_{A_i}$ 와 왼쪽 윤활면에서 흘러 들어오는 유량  $\dot{Q}_{E_{i-1}}$ 은 다음과 같은 전단 및 압력 유동식으로 계산된다.

$$\left. \begin{aligned} \dot{Q}_{A_i} \\ \dot{Q}_{E_{i-1}} \end{aligned} \right\} = \int_{-B/2}^{+B/2} \left( \frac{D \omega h}{4} - \frac{h^3}{12 \eta R} \frac{\partial P}{\partial \psi} \right)_{\psi=\psi_{E_{i-1}}}^{\psi=\psi_{A_i}} d\bar{z}$$

공급 압력  $P_{zu}$ 가 작용하는 외부에서 압력  $P_T$ 가 작용하는 포켓으로 급유구를 통해 유입되는 유량  $\dot{Q}_T$ 를 결정하는 데는 짧고 좁은 급유구를 유입저항이 일어나는 오리피스 식으로 모델링 할 수 있다.

$$\dot{Q}_T = K_B \sqrt{P_{zu} - P_T} \quad (6)$$

여기서 오리피스 유량계수  $K_B$ 는

$$K_B = \sqrt{\frac{p}{2} \left( \frac{1}{\alpha A_i} - \frac{1}{A_o} \right)^{-1}}$$

$$\alpha = 0.63 + 0.37 \left( \frac{A_i}{A_o} \right)^6$$

와 같으며  $A_i$ 는 오리피스에서 급유구 단면적,  $A_o$ 는 오

리피스에서 급유구로 축소되기 전의 단면적이다. 이를 무차원화 시키면 유량 평형식은 다음과 같다.

$$\bar{Q}_{Ti} = \bar{Q}_{Ai} - \bar{Q}_{Ei-1} + \bar{Q}_{Tsi} \quad i=1, \dots, s \quad (7)$$

$$\bar{Q}_{Tsi} = \frac{\Pi_{Ti}^* \cdot \Pi_{zu}}{6\eta_{Ti}^* (B/D - B_{Ti}/D)} \int_{\psi_{Ei-1}}^{\psi_{Ai}} H_{Ti}^3(\psi) d\psi$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{Q}_{Ai} \\ \bar{Q}_{Ei-1} \end{array} \right\} = \frac{B/D}{-B/D} \left[ \frac{H}{2} - \frac{H^3}{12\eta^*} \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right]_{\psi=\psi_{Ei-1}}^{\psi=\psi_{Ai}} \cdot d\bar{z} \quad (9)$$

오리피스식도 다음과 같이 무차원화될 수 있다.

$$Q_{Ti} = \bar{K}_B \Pi_{zu} \sqrt{1 - \Pi_{Ti}^*}$$

$$\bar{K}_B = \left[ \frac{K_B}{\sqrt{P_{zu}}} \right] \left[ \frac{\eta_0}{\Delta R^3} \right]$$

$$\Pi_{Ti}^* = \frac{P_T}{P_{zu}} = \frac{\Pi_T}{\Pi_{zu}} \quad (10)$$

(10)식의  $\Pi_{Ti}^*$ 를  $\bar{Q}_T$ 에 대하여 다시 살펴보면,

오리피스식

에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Pi_T^* = \frac{K_B^2}{2f^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{4f^2}{K_B^2} \left( 1 + \frac{g}{f} \right)} - \left( 1 + \frac{2f^2}{K_B^2} \frac{g}{f} \right) \right] \quad (11)$$

$$f = \frac{1}{6\eta_{Ti}^* \left( B/D - \frac{B_{Ti}}{D} \right)} \int_{\psi_{Ei-1}}^{\psi_{Ai}} H_{Ti}^3 d\psi$$

$$g = \frac{\bar{Q}_{Ai} - \bar{Q}_{Ei-1}}{\Pi_{zu}}$$

가 된다. Newton Method에 의하면

$$\Pi_T^{*(\nu+1)} = \Pi_T^{*(\nu)} - \frac{\Pi_T^{*(\nu)} - \Pi_T^{*(\nu-1)}}{\delta \Pi_T^{*(\nu)} - \delta \Pi_T^{*(\nu-1)}} \cdot \delta \Pi_T^{*(\nu)} \quad (12)$$

이다.

유량  $\bar{Q}_A$  및  $\bar{Q}_E$ 와 포켓의 압력  $\Pi_T$ 는 윤활면 위의 압력분포  $\Pi(\psi, \bar{z})$ 에 좌우되는 양이기 때문에 앞에서 구한 식들을 전체 베어링의 원주위를 따라 반복적으로 계산하여 저어널 위에 작용하는 전체 압력 분포를 얻게 된다.

무차원화된 마찰력은 저어널 표면위에 작용하는 전단력을 적분함으로써 구할 수 있다. 포켓의 깊이가 윤활 틈새높이에 비해서 아주 크다고 볼때 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\bar{F}_R = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \left[ \frac{\eta^*}{H} + \frac{H}{2} \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \right] d\bar{z} \cdot d\psi \quad (13)$$

## 2-2 동특성 이론

저어널 베어링에 지지되는 회전축의 진동을 계산하기 위해 필요한 선형화된 스프링계수 및 댐핑계수는 교란

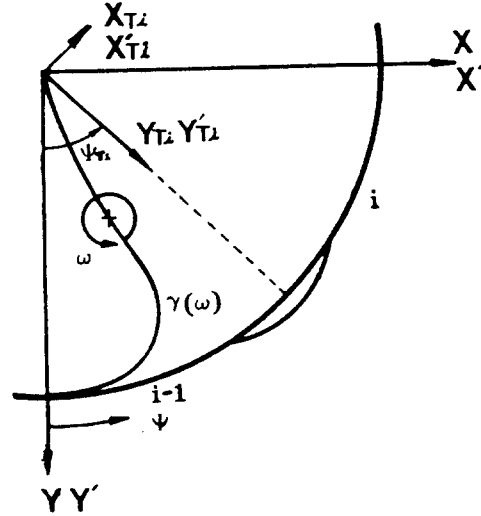


Fig. 3. 베어링의 동적 운동에 대한 좌표계

법(Perturbation method)로 구할 수 있다.

그림 3에서 보여주는 바와 같이 정적인 평형 지점 ( $\epsilon, \gamma$ )의 주위를 맴도는 저어널의 진동 ( $X, Y, X', Y'$ )에 의한 윤활 틈새 높이  $H(\psi)$ 와 압력분포  $\Pi(\psi, \bar{z})$ 의 교란된 크기는 Taylor 전개식을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(\psi) = H_{stat}(\psi) - Y \cos \psi - X \sin \psi$$

$$\dot{H}(\psi) = -\dot{Y} \cos \psi - \dot{X} \sin \psi$$

$$\Pi(\psi, \bar{z}) = \Pi_{stat}(\psi, \bar{z}) + \frac{\partial \Pi}{\partial X}(\psi, \bar{z}) \cdot X + \frac{\partial \Pi}{\partial Y}(\psi, \bar{z}) \cdot Y$$

$$+ \frac{\partial \Pi}{\partial X}(\psi, \bar{z}) \cdot \dot{X} + \frac{\partial \Pi}{\partial Y}(\psi, \bar{z}) \cdot \dot{Y}, \quad \cdot = \frac{\partial}{\partial \omega t}$$

이 식을 레이놀즈 방정식에 대입하고 저어널의 교란 크기  $X, Y, X', Y'$ 의 일차항에 대한 압력변화를  $\partial \Pi / \partial X, \partial \Pi / \partial Y, \partial \Pi / \partial X', \partial \Pi / \partial Y'$ 를 계산하기 위한 교란된 4개의 편미분방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) \right]$$

$$= \frac{\partial R}{\partial X} - 3 \frac{\bar{R}}{H} \frac{\partial H}{\partial X} + 3 \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \frac{H}{\eta^*} \left( \frac{\partial H}{\partial \psi} \frac{\partial H}{\partial X} - H \frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial X} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \right) \right]$$

$$= \frac{\partial \bar{R}}{\partial Y} - 3 \frac{R}{H} \frac{\partial H}{\partial Y} + 3 \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} \frac{H}{\eta^*} \left( \frac{\partial H}{\partial \psi} \frac{\partial H}{\partial Y} - H \frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial Y} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) \right]$$

$$= -12 \sin \psi$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \right) \right]$$

$$= -12 \cos \psi$$

$$\bar{R} = 6 \frac{\partial H_{stat}(\psi)}{\partial \psi}$$

경계 조건으로는

베어링의 양측면에서 ( $\bar{z} = \pm B/D$ )

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Z_n} = 0$$

유효면의 처음과 끝에서

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Z_n} = \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Z_n}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Z_n} = \frac{\partial \Pi_{Ti+1}}{\partial Z_n}$$

압력분포가 끝나는 곳

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Z_n} = 0$$

$n=1, 2, 3, 4, Z_n=X, Y, X', Y'$

이다. 이는 레이놀즈 방정식과 같은 형태를 가진다.

경계 조건으로 주어져야 할 포켓 부분의 압력 변화율

$\frac{\partial \Pi}{\partial Z_n}$ 은 급유 조건의 매개 변수와 동수압적 조건의 합수이기 때문에 압력분포  $\Pi(\psi, \bar{z})$ 를 계산할 때와 마찬가지로 주어진 급유구의 유량계수를 토대로 하여 유량 변화율의 평형 조건을 사용하여 반복 계산법으로 정해진다.

$$d\bar{Q}_{Ti} = d\bar{Q}_{vi} + d\bar{Q}_{Tsi} + d\bar{Q}_{Ai} - d\bar{Q}_{Ei-1} \quad (14)$$

$$d\bar{Q}_n = \left( \frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial Y_{Ti}} \right) Y_{Ti} + \left( \frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial Y_{Ti}} \right) Y_{Ti}$$

$$\frac{\partial \bar{Q}_{vi}}{\partial Y_{Ti}} = 0, \quad \frac{\partial \bar{Q}_{vi}}{\partial Y_{Ti}} = 2 \frac{B}{D} \Delta \psi_{Ti} \cdot \frac{\partial H_{Ti}}{\partial Y_{Ti}}$$

위 식에 포함된 변화율들은 식 (8), (9)에서 직접 유도할 수 있고 구해진 압력 변화율  $\frac{\partial \Pi_T}{\partial Z_n}$  ( $n=1, \dots, 4$ )을 저어널 표면에 대하여 적분을 하므로써 무차원 스프링 계수  $\gamma_{ik}^*$  및 댐핑 계수  $\beta_{ik}^*$ 가 얻어진다.

$$\gamma_{ik}^* = S_0 \left( \frac{\Delta R}{F_{stat}} \right) \cdot C_{ik}, \quad \beta_{ik}^* = \left( \frac{\Delta R}{F_{stat}} \right) \cdot \omega d_{ik}$$

$$i, K=1, 2$$

$$\gamma_{11}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X} \sin \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{1i}$$

$$\gamma_{12}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \sin \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i}$$

$$\gamma_{21}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X} \cos \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i}$$

$$\gamma_{22}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \cos \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{3i}$$

$$\beta_{11}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X'} \sin \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{1i}$$

$$\beta_{12}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y'} \sin \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i}$$

$$\beta_{21}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X'} \cos \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i}$$

$$\beta_{22}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^S \int_{\psi_{Ai}}^{\psi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y'} \cos \psi \cdot d\bar{z} \cdot d\psi + \sum_{i=1}^S a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{3i}$$

$$a_i = \frac{B/D + B_{Ti}/D}{4B/D}$$

$$a_{1i} = \Delta \psi_{Ti} / 2 - (\sin^2 \psi_{Ai} - \sin^2 \psi_{Ei-1}) / 4$$

$$a_{2i} = (\sin^2 \psi_{Ai} - \sin^2 \psi_{Ei-1}) / 2$$

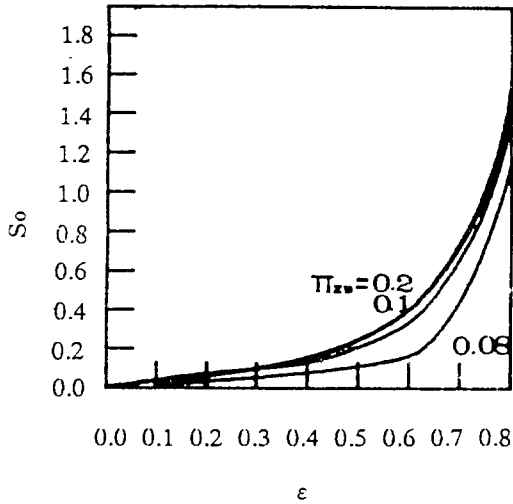
$$a_{3i} = \Delta \psi_{Ti} / 2 + (\sin^2 \psi_{Ai} - \sin^2 \psi_{Ei-1}) / 4$$

### 2-3. 계산 결과 및 고찰

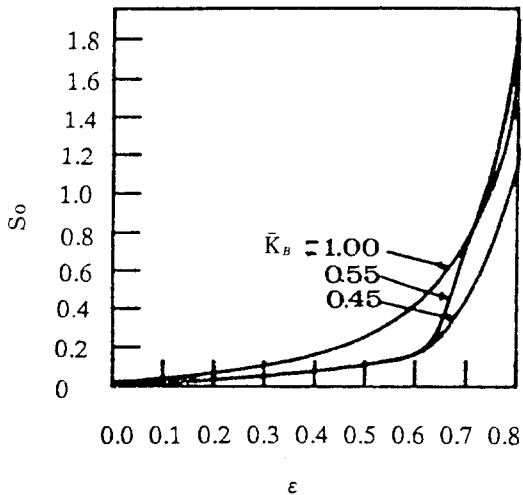
정수압 저어널 베어링의 정특성은 회전축이 안정된 상태에서 회전하고 있을 때 베어링에서 나타나는 특성으로 베어링 면의 압력 형성에 의한 하중지지력과 유막에 의한 마찰력 그리고 오일의 유출유량 등으로 표시된다. 압력에 의해서 발생하는 하중지지력은 축이 일정

한 편심량  $\epsilon$  하에서 회전하고 있을 경우 베어링 내의 압력형성에 의한 외력에 대한 지지력으로써 이 값을 무차원화된 Sommerfeld 값으로 나타낼 수 있다.

Fig 4의 (a), (b)는 편심량에 대한 Sommerfeld ( $S_o$ ) 값을 무차원화된 공급압력 및 무차원 오리피스 유량 계수의 변화에 따라 나타내었다. Fig 4에서 편심량의 증가에 따라 Sommerfeld의 값이 증가함을 볼 수 있다. 이는 축의 편심이 증가함에 따라 축과 베어링의



(a)Parameter  $\bar{K}_B = 0.35$



(b)Parameter  $\Pi_{rms} = 0.08$

Fig. 4. 공급압력 및 유량계수에 따른 Sommerfeld 값

아랫부분 간격이 좁아져서 베어링 내면에 형성된 압력의 증가를 가져오고 이로 인한 하중지지력이 증가된다.

(a)는 무차원 오리피스 유량계수가 일정하고 무차원 공급압력 계수의 변화에 대한 것으로서 무차원 공급압력 값의 증가에 따라 Sommerfeld 값의 증가를 볼 수 있는데 이는 공급오일의 압력을 증가시켜서 외력에 대한 하중지지력을 증가시킬 수 있음을 의미한다.

(b)는 무차원 공급압력 값이 일정하고 무차원 오리피스 유량계수의 변화에 대한 것으로서 무차원 오리피스 유량계수의 증가에 따라 Sommerfeld 값이 커지고 편심량이 0.6 이상이 되면 비슷한 값으로 수렴하게 된다. 무차원 오리피스 유량계수의 증가는 오일이 공급되는 오리피스 구멍의 차가 상대적으로 작아짐을 의미한다.

Fig. 5는 Sommerfeld 값에 대한 베어링의 무차원 마찰력을 ( $\bar{F}_R$ ) 무차원 오리피스 유량계수 ( $\bar{K}_B$ )의 변화에 대하여 나타내었다. 베어링의 마찰력은 일정한 무차원 오리피스 유량 계수에 대하여서는 Sommerfeld 값의 증가에 비례하여 증가한다. 또한 일정한 Sommerfeld 값에서의 무차원 오리피스 유량계수의 변화에 대해서는 유량계수의 값이 크면 무차원 마찰력도 커지는 Sommerfeld 값이 커지면 유량계수의 값에 상관없이 일정한 값으로 된다.

일반적으로 유체에 의해서 생기는 전단력은 사용 유

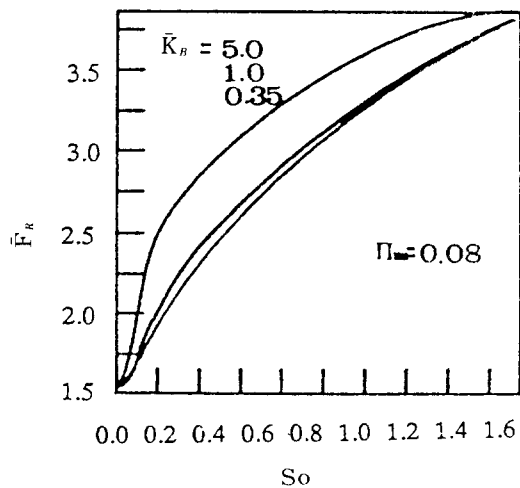


Fig. 5. 유량계수에 따른 무차원 마찰력

체의 점도와 속도의 높이에 대한 비로써 표시될 수 있을 것이고 마찰력은 이 전단력을 베어링의 면적에 대하여 적분함으로써 구할 수 있기 때문에 마찰력의 계산에서는 축과 베어링의 상대적 속도차 및 베어링과 축의 표면상태 및 윤활제의 점도 등의 영향을 고려하여야 한다.

Fig. 6은 Sommerfeld 값에 대한 베어링 쪽으로 흘러나오는 유량을 급유구 오리피스 유량계수( $\bar{K}_B$ )의 변화에 따라 표시하였다. Sommerfeld 값이 증가함에 따라 유량이 증가하며 이러한 현상은 Sommerfeld 값이 낮은 영역에서 더욱 크게 나타난다. 또한 급유구의 오리피스 유량계수( $\bar{K}_B$ )가 클수록 유출 유량도 많아지나 크게 차이나지는 않는다.

Fig. 6으로부터 정수압 베어링의 작동시 필요한 최소 유량을 알 수 있고 이는 정수압 베어링에 있어서 공급 압력과 함께 중요한 설계 변수가 된다.

Fig. 7은 정수압 베어링의 내면에 형성되는 무차원 압력을 원주 방향으로 나타낸 것이다. 포켓에서의 압력은 일정하며 윤활면에서의 압력은 축의 편심과 회전 때문에 베어링의 아랫부분 압력이 베어링의 윗부분 압력보다 높게 나타났다. 이들 베어링 면의 아랫부분 압력과 윗부분 압력의 차이에 의하여 베어링의 하중지력이 계산 될 수 있다.

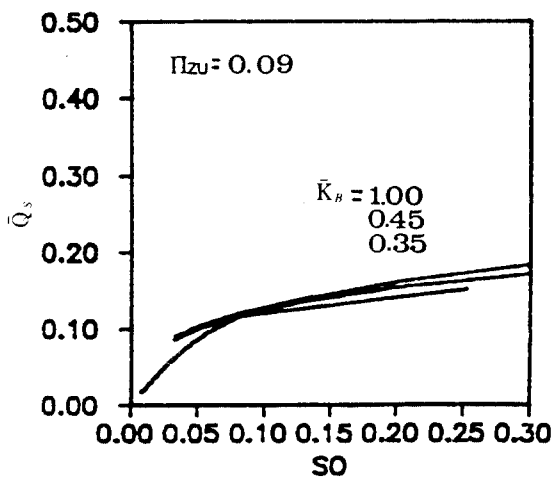
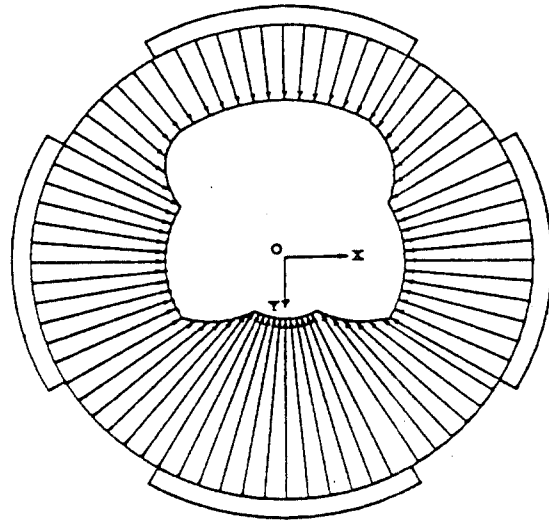
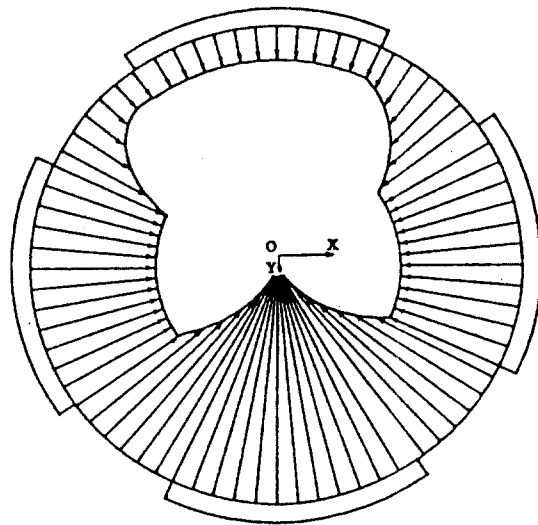


Fig. 6. 유량계수에 따른 유출 유량



(a)  $\Pi_{zu} = 0.552, \Pi_{min} = 0.138, \Pi_{max} = 0.328$   
 $So = 0.016, \epsilon = 0.1$



(b)  $\Pi_{zu} = 0.552, \Pi_{min} = 0.059, \Pi_{max} = 0.416$   
 $So = 0.016, \epsilon = 0.2$

Fig. 7. 베어링 원주 방향의 무차원 압력분포

Fig. 8은 Sommerfeld 값에 대한 베어링의 무차원 강성을 무차원 오일 공급압력 값의 변화에 대하여 나타내었다. Sommerfeld 값이 증가 할 수록 강성도 증가하나, 무차원 오일 공급압력 값과는 무관하게 같은 값을 가지며 Sommerfeld 값이 커질 수록 강성의 증가가 둔화된다.

Fig. 9는 Sommerfeld 값에 대한 베어링의 무차원

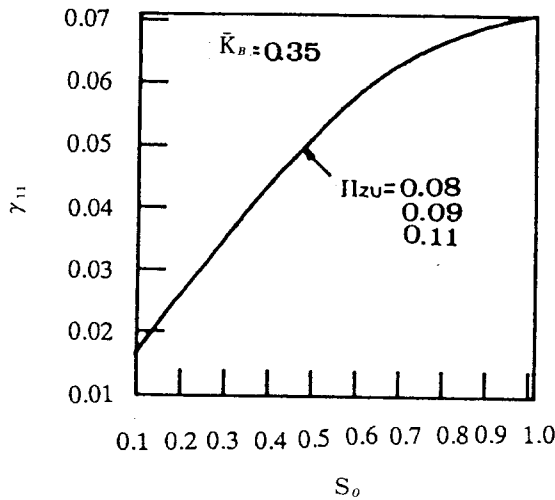


Fig. 8. Sommerfeld( $S_0$ ) 값에 대한 무차원 강성계수 (parameter  $\bar{K}B = 0.35$ )

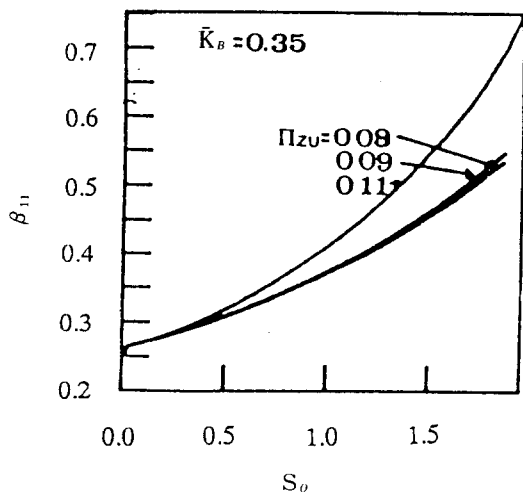


Fig. 9. Sommerfeld( $S_0$ ) 값에 대한 무차원 댐핑계수

댐핑 값을 무차원 공급압력의 변화에 대하여 나타내었다. 일정한 공급압력에서 Sommerfeld 값이 증가할 수록 베어링의 무차원 댐핑계수도 증가하며 이는 Sommerfeld 값이 클 수록 두드러졌다. 또한 무차원 공급압력이 클 수록 Sommerfeld 값에서의 무차원 댐핑값이 크며 Sommerfeld 값이 클수록 더욱 차이가 심하다.

이들 강성 계수와 댐핑 계수는 주축의 회전 속도가 공진점을 지날 때 주축의 떨림 진폭을 낮추어 줌으로써 주축의 고속이 가능하도록 해주며 외력에 대한 떨림을 작게 해준다.

### 3. 외압을 받는 주축계의 실험 장치

#### 3-1. 회전축 설계

일반적으로 회전축은 레이디얼 방향으로 회전축의 질량과 외부 하중 등을 지지하여야 하며, 축 방향으로는 추력 등을 지지하여야 하므로 매우 복잡한 형상을 갖는다. 그런데, 회전축의 진동 특성은 축의 형상, 재질과 베어링의 형상, 지지 위치 등에 의하여 큰 영향을 받는다. 특히, 베어링의 길이, 폭 및 간극 등 베어링의 형상에 의한 강성 및 댐핑의 변화는 축의 특성을 변화시키는 중요한 인자이다.

회전축은 두개의 레이디얼 베어링이 양단에 위치하며, 그 중간부에서 추력을 지지한다는 기본적인 설계기준하에서 직경 70mm, 길이 485mm로 설계되었다. 축의 양단에는 폭 70mm의 레이디얼 베어링이 장착될 수 있도록 정밀연삭이 되어있으며, 중간부의 추력관은 회전축의 축방향 위치만을 유지할 수 있도록 일반적인 형상으로 설계되었다. 그리고 조립상의 편의를 위해서 일체형으로 설계하였다.

본 연구에서는 베어링 내면에 형성되는 압력을 측정하여 이론적인 계산 결과와 서로 비교하고자 하므로 베어링 원주 방향에 대한 압력 측정을 위하여 베어링이 지지되는 위치에 압력 센서를 장착할 수 있도록 축의 선단부로부터 길이 70mm, 직경 50mm의 구멍을 뚫었다.

회전축과 모터의 연결은 연성 커플링을 사용하였다. 커플링의 연결을 위하여 축에는 키 홈을 두어야 하는데, 회전력의 균형있는 전달을 위하여 대칭으로 설계하였다.

#### 3-2 베어링의 설계

저어널 베어링은 상, 하, 좌, 우로 4개의 포켓을 가진 진원형 형상으로, 재질은 인청동이며 베어링과 축



간의 간극은 원하는 강성과 댄핑 등의 계산을 기준으로  $70\mu\text{m}$ 으로 설계하였다. 저어널 베어링의 폭과 직경은 동일하게  $70\text{mm}$ 이며 베어링면의 포켓을 통하여 들어온 오일의 원활한 배출을 위하여 베어링 양단으로부터  $5\text{mm}$  되는 곳에 원주 방향으로 홈을 만들고 8개의 오일 배출용 구멍을 뚫었다. 포켓의 폭은 베어링 폭의 반이며 원주 방향의 길이는 각각 베어링 원주 길이의  $1/6$ 이다. 포켓의 깊이는 일반적인 정압베어링에서와 같이  $1\text{mm}$ 로 설계하였다.

추력 베어링은 축이 추력을 받을 수 있도록 설계되었는데 추력 베어링의 내경은  $70\text{mm}$ 이고 외경은  $135\text{mm}$ 로 하였고, 원주방향으로 일정한 깊이의 홈을 파고 동간격으로 4개의 오리피스 구멍을 뚫었으며 축과 베어링면과의 간격은  $75\mu\text{m}$ 로 하였다.

3-3. 부속장비

정수압 오일 베어링에 지지되는 축의 구동을 위해서는, 베어링 내면으로 오일을 공급해 주는 급유장치와 축 회전용 모터, 그리고 축과 모터를 연결하는 커플링 등이 필요하다. 급유장치는  $0\text{bar}$ 에서 최대  $30\text{bar}$ 까지 공급할 수 있도록  $1.5\text{HP}$ 의 용량을 가진 모터와 급유 오일에 포함된 찌꺼기를 정화시켜주는 필터 등이 사용되었으며, 축 회전용 모터는 FUJI사에서 생산되는 용량 3마력의 AC 서어보 모터로, 최대 회전수는  $6000\text{rpm}$ 이다. 커플링은 모터와 주축의 설치 오차 등을 스스로 보정하고 축과 모터를 연결해주는 기능을 가지고 있으며 모터의 진동을 회전축에 전달하지 않도록 양쪽이 연성 재료로 되어있는 연성(flexible) 커플링을 사용하였다.

이렇게 구성된 주축 시스템을 Fig. 10에 나타내었다.

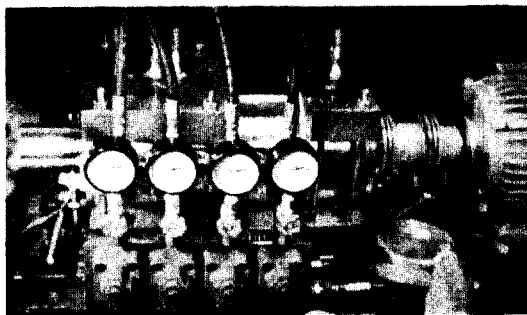


Fig. 10. 실험 주축 시스템

4. 실험 결과 및 고찰

4-1. 변위 측정 및 고찰

축의 선단부에 변위를 측정하기 위하여 센서를 장착하고 이를 오실로스코프를 통하여 관찰하였다.

축의 회전 속도와 베어링으로 공급되는 오일의 압력을 변화시키며 축의 떨림을 측정 하였는데 Fig. 11은 축의 회전 속도의 변화에 대한 떨림을 나타내었다.

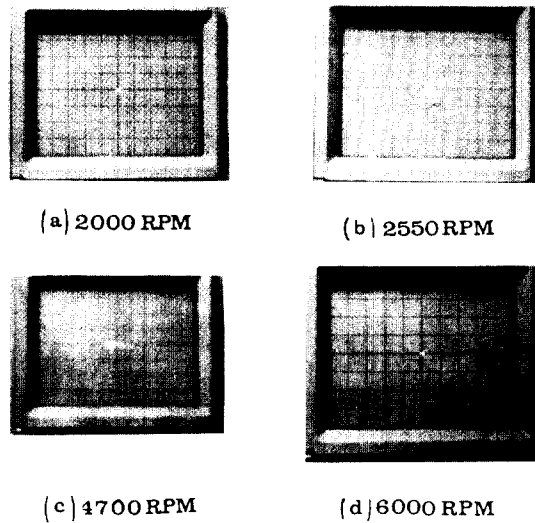


Fig. 11. 회전수의 변화에 따른 축의 떨림

안정 상태에서의 축의 떨림은  $3\mu\text{m}$  이내였으나 축의 회전 속도가 공진점을 통과 할 때는 큰 진폭으로 떨렸으며 이는 특히 2차 공진점에서 더욱 심하게 나타났다. 2차 공진점을 전후한 회전속도에서는 축의 무게에 의한 편심의 영향 때문에 좌우의 강성보다 상하의 강성이 커서 상하의 떨림보다 좌우의 떨림이 훨씬 큰 진폭으로 나타났다.

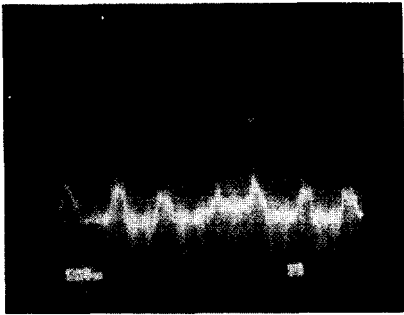
관찰된 축의 1차 공진점은  $2300\text{rpm}$ 을 전후하여 나타났고 2차 공진점은  $4500\text{rpm}$ 을 전후하여 나타났으나 축과 베어링 사이로 공급되는 오일의 댄핑 효과로 인하여 진폭을 낮추어 줌으로써 안전하게 공진점을 통과하여  $6000\text{rpm}$ 까지 회전 속도를 높여 회전할 수 있었다.

4-2. 압력 측정 및 고찰

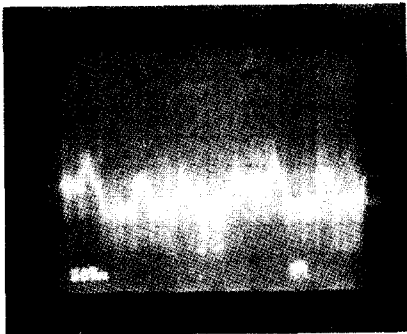
축에 압력 센서를 심고 축의 회전수와 베어링 내부

면으로의 공급 오일 압력을 변화시키면서 축과 베어링 내면 사이에 형성되는 원주 방향의 압력을 측정하였으며 그 결과는 Fig. 12과 같다.

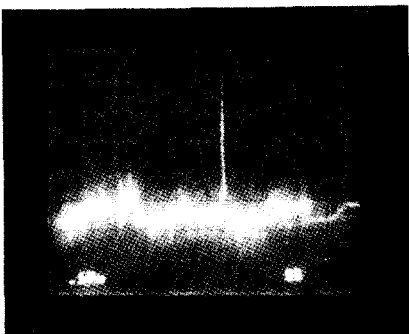
축의 회전 때문에 베어링 윤활면에서 동압이 발생하여 기울기를 가지고 증가하였으나 베어링 포켓 면에서의 압력은 일정하게 나타났다. 윤활 면과 포켓의 경계 부분에서는 압력이 갑자기 증가함을 볼 수 있었다.



(a) 5bar 2000rpm



(b) 10bar 2000rpm



(c) 15bar 2000rpm

Fig. 12. 공급압력 변화에 따른 포켓 압력 변화

실제 측정된 압력과 해석에 의해서 구해진 압력을 Fig. 13에 나타내었다.

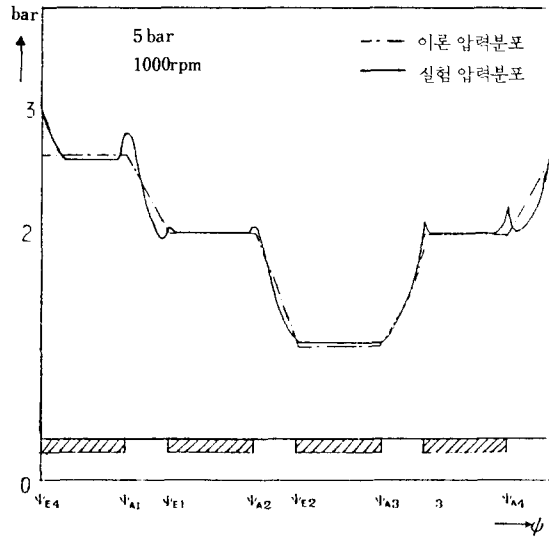


Fig. 13. 계산된 압력과 측정치의 비교

### 5. 결 론

4 개의 포켓을 가진 진원형 정수압 베어링을 해석하고 이 베어링을 사용한 고속 정밀의 주축시스템을 구성하였으며, 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 포켓을 가진 진원형 정수압 베어링의 정특성인 유량, 하중지지력, 마찰력과 압력 분포를 무차원 유량 계수 및 *Sommefeld* 수 편심량 그리고 무차원 오일 공급 압력등에 대하여 구하였다.

2. 포켓을 가진 진원형 정수압 베어링의 동특성인 강성 계수와 댄핑 계수를 구하였다.

3. 정수압 베어링을 사용한 주축계에 사용된 주축 선단부에서의 떨림을 측정하여 떨림이  $3\mu\text{m}$  이내의 값을 가짐을 측정하였다.

4. 회전축과 베어링 면 사이에 발생하는 압력을 측정하였으며, 이를 해석에서 이 압력분포를 해석에서 구한 압력 분포와 비교하였다.

5. 오일의 댄핑계수 영향으로 공진 회전 속도에서의 진폭을 낮추어 줌으로써 2차 공진점을 넘는 6000 rpm에서의 고속 회전을 하였다.

### REFERENCES

1. W.R. Rowe, Hydrostatic and hybrid bearing

- design, Butterworth & Co, Ltd. 1983.
2. D.C. Han, Statische und Dynamisch Eigenschaften von Gleitlagern bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und bei Vrkantung, Universitat Karlsruhe, 1979.
  3. D. C Han, Theoretische Ermittlung der Kennlinien und Stabilitatseigenschaften hochtouriger Hybridlager, Universitat Karlsruhe, 1983.
  4. K. urlichs, Turbinenlager mit Olzufuhrungseinflu, Universitat Karlsruhe, 1984.
  5. Pinkus and Sternlicht, The theory of Hydrodynamic Lubrication, McGraw-Hill 1961.
  6. A.Cameron, The Principle of Lubrication, Longmans green & Co, Ltd, 1967.
  7. 윤활공학의 기초와 응용. 한국과학기술원 산학협동 공개강좌. 1984.
  8. Stanley B. Malanoski & Alfred M. Loeb, the Effect of the Method of Compensation on Hydrostatic Bearing stiffness, Basic Eng., June, 1961.
  9. G. Caprizl & G. Cimaffi, Partial Lubrication of Full Cylindrical Bearings, ASME, 1983.
  10. W.B. Rowe, Dynamic and Static Properties of Recessed Hydrostatic Journal Bearings by small Displacement Analysis, Journal of Lubrication Technology.
  11. Marvin T.S. Ling, on the Optimization of the stiffness of Externally Presurized Bearings, Journal of Basic Engineering, 1962.
  12. Richard S. Varga, Matrix Iterative Analysis, Prentice-Hall. INC, 1962.