

〈연구논문〉

전선피복 Die 내 고분자 물질의 이동현상에 관한 유변학적 해석

김동표 · 박헌진* · 이기준

서울대학교 공과대학 화학공학과
*선경인더스트리연구소
(1989년 9월 28일 접수)

Rheological Analysis of Polymeric Melt Flow in a Wire Coating Die

Dong Pyo Kim, Hern Jin Park* and Ki Jun Lee

Department of Chemical Engineering, College of Engineering, Seoul National University

*Sunkyong Industries, R & D Center

(Received September 28, 1989)

요 약

본 연구에서는 전선피복 die 내 고분자 물질의 이동현상에 관하여 Carreau model 을 도입하여 유한요소 법으로 수치해석을 수행하였다. Polyvinyl chloride (PVC)의 유변상수들의 변화가 유동에 미치는 영향을 조사하였고 온도에 따른 점도의 변화를 고려한 비등온 조건 및 전선피복 공정에서 발생할 수 있는 slip 경계조건을 적용시킨 경우에 대한 수치모사도 수행하였다.

Abstract—The flow phenomena through a wire coating die are quantitatively analyzed using Carreau model by a finite element method. The effect of the rheological parameters for polyvinyl chloride (PVC) melt and tion is also incorporated to account for the fluid slip along the fast moving wire and the stationary die wall.

Keyword: Wire Coating, Polymer Rheology, Computer Simulation

1. 서 론

전선피복 공정은 전선과 cable 을 생산하는데 있어서 기본적인 공정이다. 전선피복 die 의 형태는 기본적으로 tube type die 와 pressure type die 로 나누어지며, 일반적으로 빠른 전선피복 속도에서 적은 운전 압력을 필요로 하는 pressure type die 가 많이 쓰인다. Pressure type 전선피복 die 의 개략적인 형태는 Fig.1 과 같다. 여기서 polymer melt 와 전선은 impact

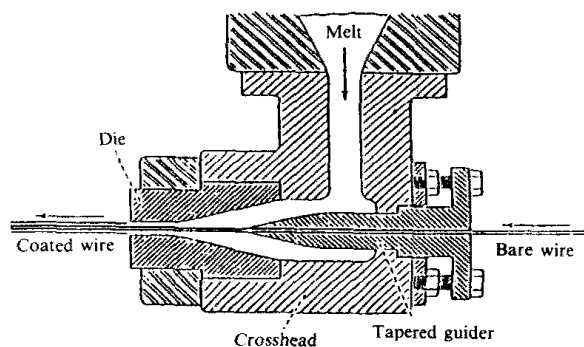


Fig. 1. Schematic representation of the wire coating die.

point 에서 만나 출구를 통해 함께 나가게 되며 이 때 입구에서 impact point 까지를 annular region 이라 하고 impact point 에서 출구까지를 die region 이라 한다 [1].

전선피복 die 내의 유체흐름에 대한 해석은 Carley [2]에 의해 처음 시도되었다. 그는 Newtonian 유체에 대해 lubrication approximation 을 적용시킨 해석해를 구하였다. 이러한 lubrication approximation 을 적용시킨 연구들은 Fenner[3] 등에 의해 진행된 바 있다.

전선이 편심되었을 때 발생하는 유변학적 힘들에 관한 연구는 Tadmor 와 Bird[4], 김준선[5] 등에 의해 각각 Ericksen model 과 Johnson-Segalman model 을 사용하여 진행되었다.

전선피복 die 의 전체 유동장에 대한 해석은 Caswell 과 Tanner[6]가 유한요소법을 사용하여 시도하였으며 여러 가지 die 형태에 대해 Newtonian model 과 power-law model 을 사용하여 연구되어졌다. Carley 등[7]은 die region 만을 고려하여 비등온 비 Newton 성 유체에 대한 수치모사 연구를 유한차분법을 사용하여 수행하였다. Mitsoulis[8]는 die 내 전체 유동장에 대하여 Newtonian 과 power-law model 그리고 간략화한 Criminal-Ericksen-Filey model 로 유한요소법에 의한 수치해석을 하였으며 점도의 온도의존성을 고려하지 않은 비등온 조건에서의 수치모사와 slip 경계조건의 영향에 대한 연구도 부분적으로 수행하였다. 최근 Mitsoulis 등[9]은 Du Pont 사의 전선피복 die 에 대하여 power-law model 을 사용하여 비등온 상태하의 수치모사를 유한요소법으로 수행하였다. 이 연구에서는 Biot 수를 변화시켜 energy 식의 경계조건의 변화가 유동장에 미치는 영향을 조사하였다.

본 연구에서는 Caswell 과 Tanner[6]가 제안한 전선 피복 die 에 대해 유변상태식으로 Carreau model 을 도입하고 대상 물질로 PVC 를 선정하여 유한요소법으로 수치해석하였다. 유변물성치 변화에 따른 영향과 점도의 온도의존성을 고려한 비등온 조건의 적용에 따른 영향을 조사하였으며 전선피복 공정에서 발생할 수 있는 slip 경계조건을 적용시킨 수치모사도 수행하였다.

2. 이론전개

2.1. 지배방정식

정상상태이고 점도를 제외한 다른 물성치들이 상수인 경우의 연속식과 운동식 및 energy 식은 각각 다음과 같다.

$$\text{연속식} : \nabla \cdot \underline{u} = 0 \tag{1}$$

$$\text{운동식} : \rho \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \underline{\tau} \tag{2}$$

$$\text{energy 식} : \rho C_p \underline{u} \cdot \nabla T = k \nabla^2 T + \Phi \tag{3}$$

extra-stress tensor 와 rate-of-strain tensor 와의 관계를 표시한 Carreau 유변상태식[10]은

$$\underline{\tau} = \eta \underline{\dot{\gamma}} \tag{4}$$

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{\frac{n-1}{2}} \tag{5}$$

이 유변상태식은 낮은 shear rate 에서 Newtonian 유체에 근사하고 큰 shear rate 에서 Newtonian 유체에 근사하고 큰 shear rate 에서는 shear thinning 현상을 보인다.

점도의 온도의존성은 다음과 같이 Arrhenius 식 형태로 표시될 수 있으며 이러한 관계식은 기준온도에서 50°C 범위에서 잘 적용된다[11].

$$\eta(T) / \eta(T_r) = \exp \{ -E(1/T_r - 1/T) / R \} \tag{6}$$

2.2. 경계조건

수치모사에 적용된 경계조건들은 Fig.2에 표시하였다. Die 의 벽과 전선 표면에서는 no-slip 혹은 slip 속도조건을 적용하였고, 온도에 대해 die 외벽에서는 등온조건을 사용하였으며 전선표면과 die 내벽에서는 단열조건을 적용하였다. Slip 속도조건을 적용할 경우 고체벽에 대해 normal 한 속도는 0으로하고 tangential 한 속도는

$$V_t = V_o + V_s \tag{7}$$

으로 주어지며, 이 때 slip 속도는 다음과 같다.

$$V_s = -\beta \tau_w \tag{8}$$

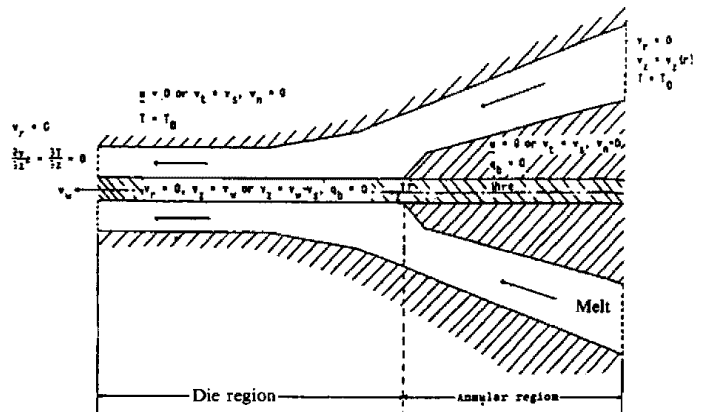


Fig. 2. Boundary conditions used in numerical simulations.

여기서 slip 계수는 power-law 형태로 표시될 수 있다 [12].

$$\beta = A\tau_w^a \quad (9)$$

입구에서는 fully developed 된 annular Poiseuille 속도 profile 과 균일한 온도분포를 적용시켰으며 이 때의 속도 profile 은 주어진 피복두께를 만족시킬 수 있는 volumetric flow rate로부터 구해진다. 출구에서는 radial 속도와 axial stress 가 없다고 하였고 온도가 전선 진행방향으로 변하지 않는다고 보았다.

3. 수치모사 실험

속도와 온도는 quadratic interpolation function 으로 근사하고 압력은 linear interpolation function 으로 근사하면

$$u = u_i \phi_i, \quad v = v_i \phi_i, \quad P = P_i \phi_i, \quad T = T_i \phi_i \quad (10)$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 지배방정식에 대해 Galerkin formulation 을 하고 Green 의 정리를 적용시키면 연속식, r 방향, z 방향 운동식, energy 식은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\langle r \phi_j; u, r + u/r + v, z \rangle = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \rho \langle r \phi_j; uu_r + vv_z \rangle + \langle r \phi_j; r; -P + 2\eta u_r \rangle \\ & - \langle \phi_j; P \rangle \langle \phi_j; 2\eta u/r \rangle + \langle r \phi_j; z; \eta(u_z + v_r) \rangle \\ & = \langle r \phi_j; t_r \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \rho \langle r \phi_j; uv_r + vv_z \rangle + \langle r \phi_j; r; -P + 2\eta v_z \rangle \\ & + \langle r \phi_j; r; \eta(u_z + v_r) \rangle = \langle r \phi_j; t_z \rangle \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \rho C_p \langle r \phi_j; uT_r + vT_z \rangle + \langle \phi_j; r; kT_r \rangle \\ & + \langle \phi_j; z; kT_z \rangle = \langle r \phi_j; \Phi \rangle + \langle r \phi_j; q_p \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 < ; > 는 domain 에 대한 적분을, < ; > 는 boundary 에 대한 적분을 표시한다[13]. 그리고 energy 식에서 Peclet 수가 큰 경우에 해가 underdiffuse 하게 나타나므로 본 연구에서는 Zienkiewicz 와 Heinrich[14]가 제안한 비대칭 weighting function 에 의한 upwind 방법을 적용하였다.

이상의 비선형 연립방정식들은 frontal elimination [15]과 successive iteration 방법을 적용한 program [16]을 사용하여 풀었으며 수렴의 판단은 평균 상대오차를 10^{-4} 이하로 하여 수치모사를 수행하였다.

4. 결과 및 토론

수치모사에 사용된 Caswell 과 Tanner[6]가 제안한 전선피복 die 의 geometry 와 mesh system 은 Fig. 3 과 같다. 여기서 전선의 반지름은 1mm 이고 피복 두께는 0.8mm 로 하였다. 계산에 사용된 PVC 의 유변물성치들은 Table 1[7, 12, 17]에 나타내었으며 Carley 등[7]이 제시한 PVC 에 대한 점도식에서 구한 power-law index 와 시간상수는 각각 0.4 와 0.706 sec 이다.

Fig. 4는 이러한 n 과 λ 에 대하여 전선속도가 100 cm/sec 인 경우의 streamline 과 압력분포로써 다른 계산결과에서 얻은 streamline 도 이와 유사하였다. 그리고 impact point 부근에서 압력의 singularity 가 존재함을 알 수 있다.

Fig. 5는 여러 power-law index 와 시간상수에 대하여 전선속도가 100 cm/sec 일 때의 전체 압력강하를 보여준다. 전체 압력강하는 power-law index 가 감소할수록 그리고 시간상수가 증가할수록 감소한다.

전선피복 공정에 있어서는 매우 큰 속도구배가 존재하게되므로 no-slip 경계조건과 등은 조건의 가정이 어

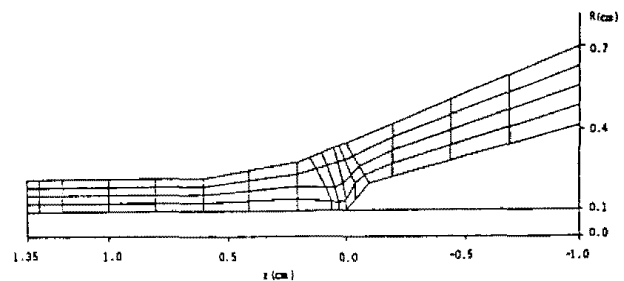


Fig. 3. Wire coating die geometry and finite element grid system.

Table 1. Rheological properties of PVC used in the calculations.

| |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| Density, ρ : 1.28 g/cm ³ |
| Zero-shear rate Viscosity, γ_0 : 3×10^5 poise. |
| Infinite-shear rate Viscosity, η : 0 poise. |
| Power-law index, n: 1.0, 0.7, 0.4, 0.2 |
| Time constant, λ : 10.0, 0.706, 0.1 sec |
| Slip coefficient, A: 1×10^{-13} cm ³ sec ³ /g ² |
| Slip power index, a: 2 |
| Inlet and outer die wall temperature, T_0 : 443 K |
| Heat capacity, c_p : 1.46×10^7 erg/g K |
| Thermal conductivity, k: 1.424×10^4 erg/cm sec K |
| Activation energy, E : 2.84×10^4 cal/g-mole |

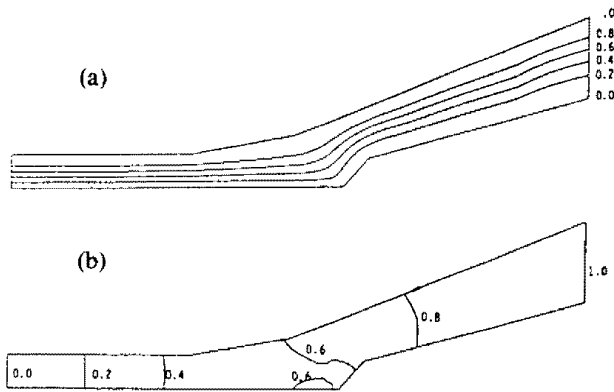


Fig. 4. (a) Streamlines and (b) pressure distribution when the wire speed is 100 cm/sec. In (b), the marked values are P/P_{total} and P_{total} is 1.1979×10^7 dyne/cm².

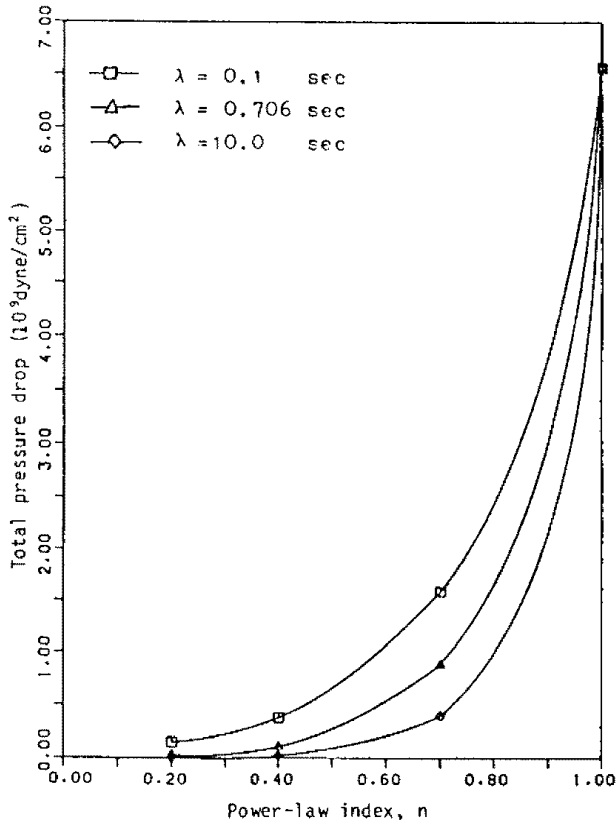


Fig. 5. Total pressure drop for various power-law indices and time constants of Carreau model.

렵게 된다. 본 연구에서는 power-law index가 0.4, 시간상수가 0.706sec인 경우에 대하여 slip 경계조건과 비등온 조건하에서의 수치해석을 수행하였다. 이러한 수치모사 결과들에서의 streamline은 Fig.4와 유사하다. 등온상태에서 전선속도의 변화에 따른 전체압력강하는 Fig.6과 같다. 전체 압력강하는 전선속도의

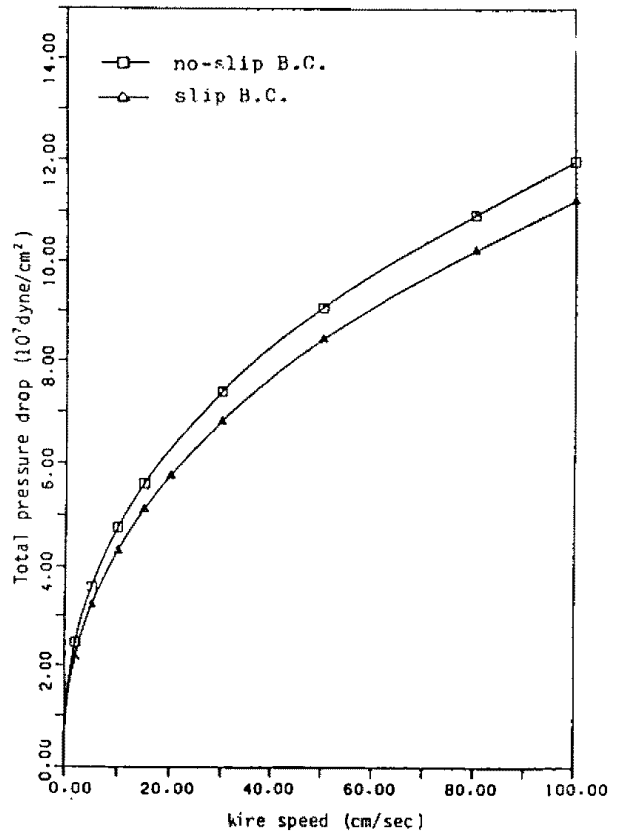


Fig. 6. Total pressure drop under isothermal condition for various wire speeds.

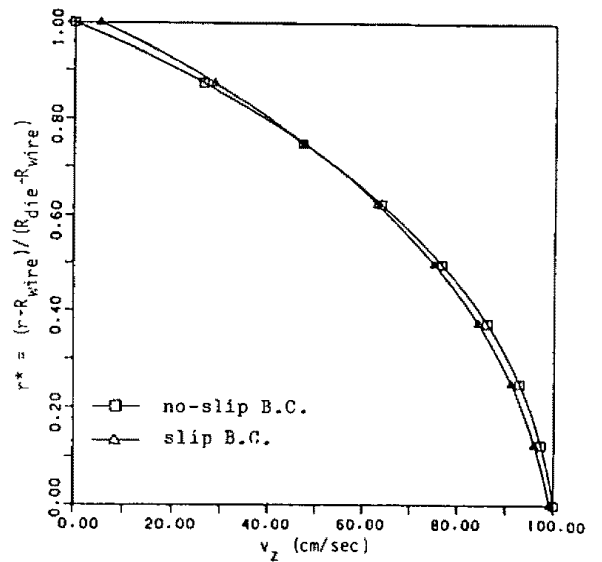


Fig. 7. Velocity profile at the exit with wire speed of 100 cm/sec.

증가에 따라 비선형적으로 증가하며 같은 전선속도에서 slip 경계조건을 적용한 때의 전체압력 강하가 no-slip 경계조건을 적용한 때의 그것보다 작음을 알 수 있다. Fig.7은 전선속도가 100 cm/sec인 경우의 출구에서의

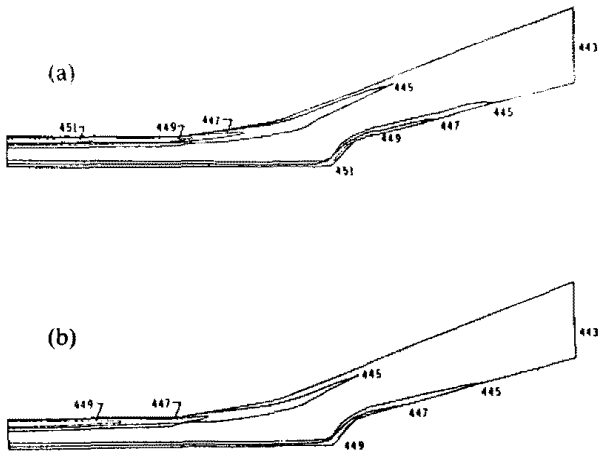


Fig. 8. Temperature distribution with (a) no-slip and (b) slip boundary condition. The wire speed is 25 cm/sec and the unit of temperature is K.

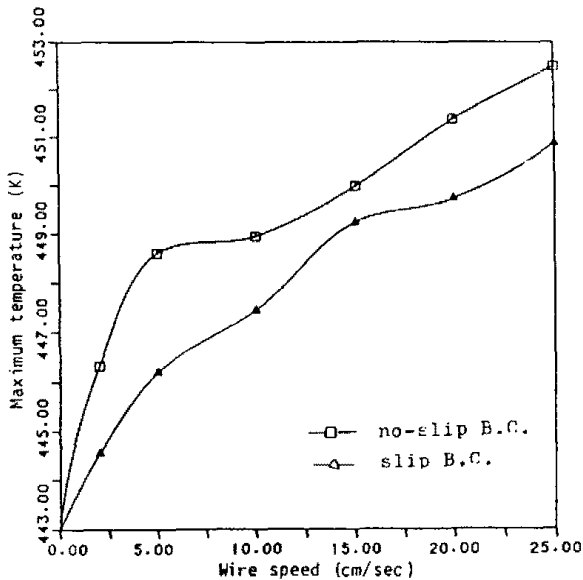


Fig. 9. Maximum temperature in the die unit for various wire speeds.

z 방향 속도 profile로 slip 경계조건을 적용한 경우의 속도 profile 이 좀더 평탄하게 됨을 알 수 있다.

Fig. 8은 no-slip 경계조건과 slip 경계조건을 적용한 경우의 온도분포를 나타낸 것이다. 두 경우 모두 impact point 부근과 출구에서 온도상승과 r 방향의 온도구배가 크게 나타나며 모든 계산결과 온도는 impact point 부근 전선표면에서 최대값을 갖는다. Slip 경계조건을 적용한 경우의 온도상승은 no-slip 경계조건을 적용한 경우보다 작게 나타났는데 이는 slip 경계조건이 shear rate 와 wall stress 를 감소시켜 적은 viscous dissipation 이 발생하기 때문일 것이다.

Fig. 9는 전선속도에 따른 die 내 최고온도의 변화를

나타낸 것으로 die 내 최고온도는 전선속도의 증가에 따라 증가하며, slip 경계조건을 적용시킨 경우에는 상대적으로 감소하였다.

5. 결 론

본 연구는 전선피복 die 내 PVC melt 의 흐름에 대해 Carreau model 을 사용하여 유한요소법으로 수치해석하여 유변계수들의 변화와 비등온 조건의 영향 그리고 slip 경계조건의 영향 등에 대하여 조사하였다. 그 결과를 요약하면 아래와 같다.

- 1) 계산한 모든 결과에서 secondary flow 는 발생하지 않았으며 각 경우의 streamline 의 형태는 유사하였다.
- 2) 전체 압력강하는 power-law index 가 감소함에 따라, 시간상수가 증가함에 따라 감소하였다.
- 3) 비등온 상태에서의 전체압력 강하는 감소하였으며 die 내 최고온도는 impact point 부근 전선표면에서 발생하였다. 최고온도는 전선속도에 따라 증가하였다.
- 4) Slip 경계조건을 적용한 경우에 전체 압력강하와 die 내 최고온도는 상대적으로 감소하였다.

감 사

본 연구는 한국과학재단과 (주)유공의 연구비를 지원받아 이루어졌으므로 이에 감사의 뜻을 표하는 바이다.

NOMENCLATURE

- C_p : Heat capacity of fluid, erg/g K.
- E : Activation energy at constant stress, cal/g-mol.
- k : Thermal conductivity of fluid, erg/cm sec K.
- n : Power-law index.
- P : Pressure, dyne/cm².
- q_b : Heat flux on boundary.
- R : Gas constant.
- T : Temperature, K.
- t_r : r-component of the contact force vector.
- t_z : z-component of the contact force vector.
- \underline{u} : Velocity vector.
- u : r-directional velocity, cm/sec.
- V_b : Solid boundary velocity, cm/sec.
- V_n : Normal velocity, cm/sec.
- V_s : Slip velocity, cm/sec.
- V_t : Tangential velocity, cm/sec.
- v : z-directional velocity, cm/sec.

Greek letters

- β : Slip coefficient.
 $\dot{\gamma}$: Rate-of-strain tensor.
 $\tilde{\eta}$: Apparent viscosity, Poise.
 η_0 : Zero-shear-rate viscosity, Poise.
 η : Infinite-shear-rate viscosity, Poise.
 λ : Time constant, sec.
 ρ : Density of fluid, g/cm³.
 $\underline{\underline{\tau}}$: Stress tensor.
 τ_w : Wall stress, dyne/cm².
 Φ : Viscosity dissipation function.
 φ_i : Linear interpolation function.
 φ_i : Quadratic interpolation function.

REFERENCES

- G. Astarita and L. Nicolais, "Polymer processing and properties," Plenum press, New York, 1984.
- J.F. Carley, "Die design" in "Processing of thermoplastic material," Reinhold, New York, 1959.
- R.T. Fenner, "Extruder screw design," Iliffe, London, 1970.
- Z. Tadmor and R.B. Bird, Polym. Eng. Sci., **14**, 124 (1974).
- 김준선, 서울대학교 석사학위논문(1985).
- B. Caswell and R.I. Tanner, Polym. Eng. Sci., **18**, 416 (1978).
- J.F. Carley, T. Endo, and W.B. Krantz, Polym. Eng. Sci., **19**, 1178 (1979).
- E. Mitsoulis, Polym. Soc., **26**, 171 (1986).
- E. Mitsoulis, R. Wagner, and F.L. Heng, Polym. Eng. Sci., **28**, 291 (1988).
- R.B. Bird, R.C. Armstrong, O. Hassager, and C.F. Curtiss, "Dynamic of polymers liquids," Vol. 1. John Wiley, New York, 1977.
- S. Middleman, "The flow of high polymers," John Wiley, New York, 1968.
- J. Vlachopoulos and A.N. Hrynak, Polym. Eng. Sci., **20**, 725 (1980).
- M.J. Crochet, A.R. Davies, and K. Walters, "Numerical simulation for non-Newtonian flow," Elsevier, Amsterdam, 1984.
- O.C. Zienkiewicz and J.C. Heienrich, "The finite element method and convection problems in fluid mechanics," in "Finite elements in fluids," Vol. 3, Wiley, Chichester, 1978.
- B.R. Irons, Internat. J. Numer. Methods Eng., **2**, 5 (1970).
- 박현진, 서울대학교 박사학위논문(1986).
- J.V. Koleske and L.H. Wartemen, "Poly(vinyl chloride)," Gordon and Breach, New York, 1969.