

## 〈論 文〉

## 表面温排水 亂流模型

Turbulence Models for the Surface Discharge of Heated Water

崔 興 植\* 李 吉 成\*\*

Choi, Hung Sik Lee, Kil Seong

## Abstract

In order to predict the dispersion of a thermal discharge with strong turbulent and buoyant effects, the development of a numerical model using turbulence model and its application are significantly increased.

In this study, a 3-dimensional steady-state model for the surface discharge of heated water into quiescent water body is developed. For the model closure of turbulent terms the 4-equation turbulence model is used. For economic numerical simulation, the elliptic governing equations are transformed to the partially parabolic equations.

In general, the simulated results by the present model agree well to the experimental results by Pande and Rajaratnam. The model characteristics are presented in comparison with the predicted results of the 2-equation turbulence model by McGuirk and Rodi. Applying the 4-equation turbulence model to the Korea nuclear unit 1 at Kori site, feasibility and efficiency of the present model are validated.

## 요 약

亂流 및 浮力效果가 강한 温排水 擴散을 豫測하기 위하여 亂流모델을 이용한 數值모델의 開發이 두드러지고 있다. 본 연구는 靜止水域으로 流入하는 温排水 數值모델을 개발하였다. Reynolds 應力項 및 亂流 熱 프럭스項의 處理를 위하여  $k-\epsilon$  亂流모델에 温度自乘流動項과 이의 減段率 傳達方程式을 追加한 4-方程式 亂流모델을 이용하였다. 支配方程式을 部分的인 拋物形態의 전환을 통한 數值解析이 이용되었다.

計算結果는 Pande 등의 實驗結果와 비교적 잘 일치하였고, McGuirk 등의 2-方程式 亂流 모델에 의한 解析結果와 比較分析하였다. 아울러 고리 原子力 1호기에의 適用을 통하여 본 모델의 實用性 및 妥當性 立證하였다.

\* 農漁村振興公社 農漁村研究院(Ph.D.)

\*\* 서울大學校 工科大學 副教授(Ph.D.)

### 1. 序 論

#### 1.1 研究의 目的

溫排水擴散의 近海域 研究에서 最近 컴퓨터의 발달과 더불어 既存 제트 積分모델의 限界點을 극복할 수 있는 亂流解析 모델의 開發 및 活用이 두드러지고 있다.

그 연구로서는 Barry등(1972), Rastogi등(1978), McGuirk등(1979), Raithby등(1980), Haoging등(1987), Rithby등(1988)으로 k-ε 난류 모델을 이용한 數值모델의 개발이다. 김 및 정(1982)은 2次元 溫排水 支配方程式에 1-방정식 k 모델로 온배수 확산을 해석하여 k-ε 亂流 모델과 比較分析하였다. 박 및 정(1983)은 2次元 溫排水 支配方程式에 k-ε 亂流 모델과 亂流 熱 프럭스 傳達項의 解析時 T<sup>2</sup>項과 그의 減殺方程式을 追加한 소위 4-방정식 난류 모델을 開發하여 2-방정식 모델결과와 比較분석하였다.

既存의 亂流 모델을 이용한 溫排水 數值解析은 亂流 運動에너지 k 및 그 減殺率 ε의 傳達方程式을 導入한 2-方程式 모델을 이용하여 解析하는 것으로 흐름장에 대한 에너지의 전달 및 감쇄를 적절히 나타낼 수 있었으나 熱的 時間常數, R = 1/C<sub>T</sub>(식 16)에 대한 情報를 얻을 수 없는 것이 이 모델의 短點이다(Launder, 1975a). 따라서 본 연구는 溫度場에 의한 열에너지의 傳達 및 減殺를 나타내는 平均溫度自乘 流動項 T<sup>2</sup> 및 그 減殺率 ε<sub>T</sub>에 대한 傳達方程式을 첨가함으로써 速度場과는 별도로 自體本然의 特性을 가지고 있는 熱的 亂流構造를 精確히 評價하고 에너지의 傳達를 실제에 보다 가깝게 예측하고자 한다.

#### 1.2 亂流의 基本概念

1877년 Boussinesq에 따른 渦粘性(Eddy-Viscosity) 개념은 層流의 粘性應力과 유사하게 Reynolds應力(u<sub>i</sub>u<sub>j</sub>)은 平均流速傾斜에 比例한다고 가정하여 平均流速(U<sub>i</sub>)과 디랙델타(δ<sub>ij</sub>)에

의해 일반적으로 다음과 같다.

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1)$$

ν<sub>t</sub>는 亂流 또는 渦粘性係數로 流體의 性質이 아니고 흐름상태에 의해서 지배되는 값으로 時間 및 場所에 따라서 달라진다. 한편 i=j일때 u<sub>i</sub>u<sub>i</sub>/2는 亂流 運動에너지 k를 표시하며 이것은 壓力 傾斜項에 흡수되어 압력은 p + 2k/3으로 대체된다. 따라서 k값의 결정은 별도로 필요치 않고 渦粘性係數 ν<sub>t</sub> 分布의 결정만이 필요하다.

직접적인 亂流運動量 輸送의 유추해석에 있어서 난류에 의한 熱/質量 傳達은 이들 수송량의 傾斜에 관계있는 것으로 가정한다.

$$-u_i \phi = \Gamma_t \partial \phi / \partial x_i \quad (2)$$

여기서 Γ<sub>t</sub>는 熱 또는 質量의 渦擴散(Eddy-Diffusivity)係數이다. ν<sub>t</sub>와 같이 Γ<sub>t</sub>는 流體의 性質이 아니고 흐름상태에 의해서 지배된다. 熱/質量 輸送과 運動量 輸送 사이의 Reynolds 유추에 의하면 Γ<sub>t</sub>는 ν<sub>t</sub>와 밀접한 관계가 있다.

$$\Gamma_t = \nu_t / \sigma_t \quad (3)$$

σ<sub>t</sub>는 亂流 Prandtl(熱) 또는 Schmidt(質量)數라 한다(Rodi, 1984). 운동량, 熱/質量에 대한 亂流擴散과는 달리 σ<sub>t</sub>는 흐름과 장소에 따라 비교적 변화가 크지않음이 많은 실험결과에 의해 입증되어 常數로 취급하고 있다.

### 2. 亂流 모델의 構成

#### 2.1 支配 方程式

非 壓縮性 흐름장의 해석에 사용되는 時間平均한 質量, 運動量 및 熱에너지 保存法則을 Tensor를 써서 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4a)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}$$

$$\left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \overline{u_i u_i} \right) + g_i \frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} \quad (4b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{u_i T} \right) + S_T \quad (4c)$$

상기식은 Reynolds 應力項  $\overline{u_i u_i}$  와 亂流 熱프릭스 輸送項  $\overline{u_i T}$  에 의한 未知 값의 존재로 완전한 시스템방정식이 아니다. 따라서 亂流項의 해석을 위한 亂流모델이 요구된다.

대부분 흐름영역에서는 亂流應力 및 프릭스는 層流에 의한 粘性應力 및 프릭스항  $\nu \partial U_i / \partial x_i$  및  $\lambda \partial T / \partial x_i$  보다 상당히 크므로 層流에 의한 항은 무시 가능하다. 또한 z 방향의 加速度는 미미하므로 鉛直方向의 運動量方程式은 靜水壓 관계식으로 대치하였다.

$$P = - \int_{-\eta}^z \rho g dz \quad (5)$$

여기서  $\eta$ 는 水面高이다. 따라서 x 및 y 방향 運動량방정식에 나타난 壓力傾斜項  $\partial P / \partial x_i$  는 다음과 같이 개략화하였다.

$$-\frac{\partial P}{\partial x_i} = -g \rho \frac{\partial \eta}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{\eta}^z \Delta \rho g dz \quad (6)$$

여기서  $\Delta \rho$ 는 周圍水와 제트의 局地的 密度差이고 水面傾斜項은 水水平方向의 運動이 없다는 假定에 의해서 省略하였다. 또한 Reynolds 應力 및 亂流 熱프릭스項은 水深方向의 亂流 輸送만을 고려하고 나머지는 무시하였다. 따라서 淨力效果를 가진 表面 溫水放出에 대한 3次元 定常流 支配方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (7a)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^z \left( \frac{\Delta \rho}{\rho_r} g dz - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (7b)$$

$$\frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} + \frac{\partial VW}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^z \left( \frac{\Delta \rho}{\rho_r} g dz - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (7c)$$

$$\frac{\partial UT}{\partial x} + \frac{\partial VT}{\partial y} + \frac{\partial WT}{\partial z} = - \frac{\partial \overline{wT}}{\partial z} \quad (7d)$$

$$\rho = f(T) \quad (7e)$$

여기서 식 (7a)는 連續方程式으로 各 檢査體積內的 물의 密度는 프로그램에서 고려한다. 식 (7b) 및 (7c)는 x 및 y 방향 運動량방정식으로 Boussinesq의 가정을 포함하고 있다. 식(7d)는 열에너지 방정식이고, 식(7e)는 물의 狀態方程式으로 다음과 같다(박 및 정, 1983).

$$\rho [ \text{Kg.m}^{-3} ] = (999.84 + 16.95 T - 7.99 \times 10^{-5} T^2 - 46.17 \times 10^{-8} T^3 + 105.56 \times 10^{-11} T^4 - 280.54 \times 10^{-14} T^5) / (1 + 16.88 \times 10^{-5} T) ; T [^{\circ}\text{C}] \quad (8)$$

### 2.2 亂流모델

亂流 및 浮力 問題의 特性에 맞는 적절한 난류 모델을 얻기 위해서 우선 Reynolds 應力項과 亂流 熱프릭스 輸送에 대한 해석적인 방정식으로부터 浮力效果를 나타내는 항들을 조사해야 한다. Reynolds 應力 輸送方程式은 Navier-Stokes 식과 Reynolds 식과의 差에 의해 구성된 流動成分  $u_i$  에 대한 傳達方程式 ( $m_i$ )을 이용하여  $(m_i)u_i + (m_i)u_i$ 의 관계로부터 구한다. 난류 열프릭스 수송방정식은 溫度 流動成分 T에 대한 傳達方程式 ( $\theta$ )으로부터  $T(m_i) + u_i(\theta)$ 의 관계를 이용하여 구한다. 따라서 Peclet 수와 Reynolds 수가 큰 流動에 대한 Reynolds 應力項과 亂流 熱프릭스의 輸送方程式은 다음과 같다(Laundier, 1975b; Laundier, Reece 및 Rodi, 1975).

$$\frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} = \underbrace{- \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i u_j u_i}) - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial u_i P}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j P}{\partial x_j} \right)}_{\text{Diff}(\overline{u_i u_j})} + \underbrace{\left[ (\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) - \beta (g_i u_j T + g_j u_i T) \right]}_{\text{Stress} \quad \text{Buoyance}} + \underbrace{P_{ij}}_{\text{Production}}$$

$$+ \frac{P}{\rho} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_{ij}} \right) - 2\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (9a)$$

$\left[ \pi_{ij} : \text{Pressure} \right]$      $\left[ \epsilon_{ij} : \text{Viscous} \right]$   
 Strain                                  Dissipation

$$\frac{Du_i \overline{T}}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i u_i T}) + \frac{1}{\rho} \delta_{ij} \overline{p T}$$

$\left[ \text{Diff}(\overline{u_i T}) \right]$

$$- (\overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \overline{u_j T} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) - \beta g_i \overline{T}$$

$\left[ \text{Mean Field } P_{ir,v} \right]$      $\left[ \text{Buoyance} \right]$   
 $P_{ir} : \text{Production}$

$$+ \frac{P}{\rho} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) - (\lambda + \nu) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (9b)$$

$\left[ \pi_{ir} : \text{Pressure} \right]$      $\left[ \epsilon_{ir} : \text{Destruction} \right]$   
 Temp. Gradient                  of  $u_i T$

Reynolds 수가 큰 流動에서 작은 크기의 亂流 減殺運動은 等方性이 있다고 볼 수 있으므로 (Chen 및 Singh, 1986) 식 (9a)의 減殺項은 아래와 같이 근사된다 (Hanjalic 및 Launder, 1972).

$$\epsilon_{ij} \equiv 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_r} \frac{\partial u_j}{\partial x_r} = \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad (10)$$

여기서  $\epsilon$ 은 亂流 運動에너지의 等方減殺率을 나타낸다. Launder(1975b)는 壓力變形項에 流動速度들 사이의 相互作用과 平均流動場과 流動速度 사이의 작용에 의한 현상의 두가지가 있다고 가정하였다.

$$\pi_{ij} \equiv \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -C1 \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k - C2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P) \quad (11)$$

여기서 P는 亂流 運動에너지方程式 (17a)의 生成項을 의미한다. 또한 Kolmogorov의 局所 等方性 假定을 擴大適用하면 식(9b)의 壓力溫度

勾配項  $\pi_{ir}$ 와 擴散傳達項  $\text{Diff}(\overline{u_i T})$ 만이 요구된다. 壓力變形項의 경우와 같이 壓力溫度勾配項도 亂流에 의한 부분과 平均流動場에 의한 부분으로 나누어서 모델을 세울 수 있다 (Gibson 및 Launder, 1976).

$$\pi_{ir} \equiv \frac{\bar{p}}{\rho} \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right) = -C1_T \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i T} - C2_T P_{ir} \quad (12)$$

본 연구는 Reynolds 應力과 亂流 熱프릭스 方程式에 局所平衡條件을 도입하여 亂流擴散과 對流項은 서로 相殺되어 무시 가능하다는 가정 (Launder, 1975b)을 사용함으로써 Reynolds 應力과 亂流 熱프릭스 傳達項을 간단한 代數的인 연산만으로 구할 수 있는 기법을 채택하기로 한다.

Rodi(1976)는 Reynolds 응력의 전달항이 난류운동에너지의 전달항과 비례한다는 가정을 제안함으로써 非平衡 狀態下에서 식(9a)의 對流項과 亂流擴散의 差를 다음과 같이 근사시키고 있다.

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} - \text{Diff}(\overline{u_i u_j}) &= \frac{u_i u_j}{k} \left[ \frac{Dk}{Dt} - \text{Diff}(k) \right] \\ &= \frac{u_i u_j}{k} (P - \epsilon) \end{aligned} \quad (13a)$$

이 식은 식(17a)에서 국소평형조건에 의해 P와  $\epsilon$ 은 국소적 평형을 이룬다.

이 가정은  $\overline{u_i u_j}$ 에 비해서  $\overline{u_i u_j} / k$ 의 시간, 공간에 대한 변화가 작을때 잘맞는 가정이다 (Rodi, 1976). Gibson 및 Launder(1976)는 난류 열프릭스의 전달항에 대하여 식(13a)와 유사하게 流速과 溫度流動이 함께 亂流 熱프릭스에 작용하므로 식(9b)에 대해 다음과 같이 가정하고 있다.

$$\frac{Du_i T}{Dt} - \text{Diff}(\overline{u_i T}) = \frac{\overline{u_i T}}{2k} (P - \epsilon)$$

$$+ \frac{\overline{u_i T''}}{2T''} (P_T - \epsilon_T) \quad (13b)$$

식(13b)를 보다 단순화시키기 위해  $T''$  방정식(18a)에 局所平衡條件을 사용하면  $P_T = (\overline{u_i T''} \partial T / \partial x_i) = \epsilon_T$  이므로 식(13b)에서의 마지막항은 무시된다.

지금까지 언급한 간략화과정을 통해서 식(9a) 및 (9b)를 정리하여  $\overline{u_i u_j}$  및  $\overline{u_i T''}$  를 代數式으로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} = \frac{P_{ij}}{\epsilon} \frac{1-C2}{C1} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{1-C1-C2}{C1} \quad (14a)$$

$$\overline{u_i T''} = \frac{k}{(C1)\epsilon} (P_{iT} - C2_T P_{iT, \nu}) \quad (14b)$$

또한  $T''$ 의 傳達方程式(18a)에서  $\epsilon_T$ 의 値은 Launder(1975b)의 經驗的 제안에 의해서 다음과 같이 표시된다.

$$\epsilon_T = C_T T'' \epsilon / k \quad (15)$$

따라서 식(18a)의 對流 및 分散項에 대해서 局所平衡條件을 적용하면 다음과 같이 된다.

$$T'' = - \frac{2k}{C_T \epsilon} \overline{u_i T''} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (16)$$

$T''$ 의 값을 식(16)과 같이 가정하고 k 및  $\epsilon$  방정식을 통해서 해석하는 모델을 2-方程式 모델이라 칭하고,  $T''$ 의 값을 결정하기 위해서  $T''$  및 이의 減殺率  $\epsilon_T$ 에 대한 별도의 방정식을 추가하여 해석하는 방법을 4-方程式 모델이라 한다 (박 및 정, 1983).

### 1) 2-方程式 모델

Reynolds 수가 큰 流動에 대한 亂流 運動에너지 k-方程式은 식(9a)에서  $i=j$  일때  $k = \overline{u_i u_i} / 2$ 의 관계와  $\epsilon = \nu [(\partial u_i / \partial x_j)(\partial u_i / \partial x_j)]$ 에 의해서 구하고, 그 減殺率  $\epsilon$ -方程式은  $2\nu [(\partial m_i) / \partial x_j][\partial u_i / \partial x_j]$ 의 관계에서 다음과 같다(Launder 및 Spalding, 1974).

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_i}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) - \overbrace{u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}^{P: Production} - \beta g_i u_i T'' - \epsilon \quad (17)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_i}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C1\epsilon \frac{\epsilon}{k} P - C2\epsilon \frac{\epsilon}{k} \quad (17b)$$

여기서  $\nu_i = C_\mu k^2 / \epsilon$ 이다.  $T''$ 에 대한 모델은 特性時間比(Time Scale Ratio),  $R = 1 / C_T$ 를 일정하다고 가정하여 얻은 것으로 식(16)과 같다.

### 2) 4-方程式 모델

$T''$ -方程式은 溫度 流動成分  $T''$ 에 대한 전달 방정식  $\theta$ 에  $2T''$ 를 곱한 것에 Ensemble 平均을 취하고,  $\epsilon_T = \alpha [(\partial T'' / \partial x_j)(\partial T'' / \partial x_j)]$ 의 관계에서 구한다.  $T''$ 의 감쇄율  $\epsilon_T$ -방정식은  $2\alpha [(\partial(\theta) / \partial x_j)][\partial T'' / \partial x_j]$ 의 관계에서 다음과 같다(박 및 정, 1983; Chen 및 Singh, 1986).

$$\frac{DT''}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i T''}) - 2\overline{u_i T''} \frac{\partial T}{\partial x_i} - 2\epsilon_T \quad (18a)$$

$$\frac{D\epsilon_T}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\epsilon_T u_i) - 2.0 \frac{\epsilon_T}{T''} \overline{u_i T''} \frac{\partial T}{\partial x_i} - 1.96 \overline{u_i T''} \frac{\epsilon_T}{T''} \frac{\partial T}{\partial x_i} - 0.8 \frac{\epsilon_T \epsilon_T}{k} + C_s P \frac{\epsilon_T}{k} \quad (18b)$$

위 식에서 擴散傳達項에 대한 모델은 單純 均配 擴散 모델을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{u_i T''} = \frac{\nu_i}{\sigma_T} \frac{\partial T''}{\partial x_i}, \quad \overline{\epsilon_T u_j} = \frac{\nu_i}{\sigma_{\epsilon_T}} \frac{\partial \epsilon_T}{\partial x_i} \quad (19a.b)$$

### 3. 모델의 有限差分析

#### 3.1 有限差分式

부메랑 형태의 Staggered 된 格子에서 流速  $U, V, W$  및  $\Delta \rho, T$ 의 정의는 그림 1에서와 같고 첨자는 N, S, E, W 및 P로 표시하고, n, s, e, w는 PN, PS, PE 및 PW의 중앙점이다. 일반적인 差分化過程은 다음과 같다.

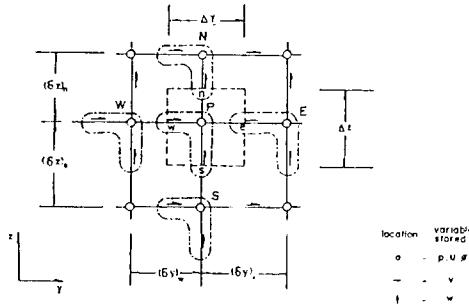


Fig 1 Staggered Grid System(y-z Face of the Control Volume)

- 1) 從屬變數( $U, V, W, \Delta \rho$  및  $T$ )의 결정은 下流(x-)方向으로의 進行에 따라서 段階的으로 수행한다.
- 2) y-z 평면에서의 從屬變數는 P 점을 중심으로한 N, S, E, W에서 정의된 값으로부터 결정된다.
- 3) x-y 및 x-z 평면으로부터의 對流項은 그 면에 연한 양단격자점의 平均을 취한다. 따라서 High-Lateral-Flux-Modification(Hybrid Scheme)을 제외하고는 中央差分의 形態로 差分하고 프릭스의 방향에 따라 前方差分한다.

위에서 언급한 내용에 의거하여 檢査體積에 대해서 連續方程式을 차분하면 다음과 같다.

$$C^{\prime\prime}(V_E - V_P) + C^{\prime\prime\prime}(W_N - W_P) = C^{\prime}(U_{P,U} - U_{P,D}) \quad (20)$$

여기서  $C^{\prime} = \Delta x \Delta z, C^{\prime\prime} = \Delta x \Delta y,$

$$C^{\prime\prime\prime} = \Delta y \Delta z$$

運動量方程式에서 U 및 V와 熱에너지 保存

式에서  $T, \text{亂流에너지 } k \text{ 및 그 減殺率 } \epsilon$ 과  $T^{\prime\prime}$  및  $\epsilon_T$ 에 대한 방정식은 다음과 같은 일반식으로 정의하여 차분식을 구한다. 운동량 방정식에서의 壓力傾斜項과 亂流 相關項은 S에 포함한다.

$$\frac{\partial U \phi}{\partial x} + \frac{\partial V \phi}{\partial y} + \frac{\partial W \phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z}) + S \quad (21)$$

따라서 식(21)을 1), 2), 3)에 따라 차분화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_D \phi_P - F_U \phi_{P,U} + L_x(\phi_E + \phi_P) \\ - L_w(\phi_W + \phi_P) + L_n(\phi_N + \phi_P) \\ - L_s(\phi_S + \phi_P) = T_{n'}(\phi_E - \phi_P) \\ - T_{w'}(\phi_P - \phi_W) + T_{n''}(\phi_N - \phi_P) \\ - T_{s''}(\phi_P - \phi_S) + S \Delta y \Delta z \quad (22) \end{aligned}$$

여기서  $F_U = U_{P,U} \Delta y \Delta z / \Delta x$

$$L_x = V_U \Delta z / 2$$

$$L_w = W_U \Delta y / 2$$

$$F_U = F_U - 2L_{n'} + 2L_{w'} - 2L_{n''} + 2L_{s''}$$

$$T_{n'} = \Gamma \Delta z / \Delta y, T_{n''} = \Gamma \Delta y / \Delta z$$

윗식에서 L의 항은 유속 프릭스의 방향에 따라 前方差分 形態로 轉換(Hybrid Scheme)하면  $L_x = [-L_{n'}, 0], L_w = [-L_w, 0], L_n = [-L_n, 0], L_s = [-L_s, 0]$ 이다. 그러므로 위의 식(22)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + B \quad (23)$$

여기서  $A_E = A_{E'} / A_{P'}, A_W = A_{W'} / A_{P'},$

$$A_N = A_{N'} / A_{P'}, A_S = A_{S'} / A_{P'}$$

$$A_{E'} = T_{n'} - L_{n'}, A_{W'} = T_{w'} + L_{w'}$$

$$A_{N'} = T_{n''} - L_{n''}, A_{S'} = T_{s''} + L_{s''}$$

$$A_{P'} = A_{E'} + A_{W'} + A_{N'} + A_{S'} + F_U$$

$$B = (S \Delta y \Delta z + U_{P,U} \phi_{P,U} - U_{P,D} \phi_{P,D})$$

$$\Delta y \Delta z / \Delta x) / A_{P'} \text{이다.}$$

橫方向의 흐름(L로 표시된 항)이 커서 계수

$A'_E, A'_W, A'_N$  및  $A'_S$ 가 陰의 값을 가지게 되면 數値解의 收斂性에 關係한 Scarborough 條件에 違배되어 실제 物理的 現象을 나타내지 못하고 發散한다(Patankar, 1980). 따라서 Hybrid Scheme의 적용시에는 High-Lateral-Flux-Modification이 필요하다.

### 3.2 數値解析 過程

식(7d), (17a), (17b), (18a) 및 (18b)는 x-방향에 대해서 拋物形態의 방정식이고, 식(7b) 및 (7c) 역시 壓力傾斜에서 야기되는 密度差를 既知값이라 가정하면 拋物形態의 方程式이 된다. 따라서 상기의 식은 Patankar 및 Spalding(1972)에 의해서 개발된 3次元 拋物形 方程式의 解析方法으로 접근 가능하다. 해석은 x-방향으로 진행하면서 積分하는 方法(Marching Integration)으로 溫水放出 橫斷面에서 모든 獨立變數에 대한 기지값으로부터 계산을 시작한다.

### 3.3 初期 및 境界條件

제트 進行斷面(y-z平面)에서의 有限差分 格子形 및 경계조건은 그림 2에서와 같다. V 및 W의 값은 零이고 x-방향 유속 U만 존재한다고 가정하여 흐름의 境界層 발달에 따른 유속은 1/7-th Power-Law 분포(Cebeci 및 Smith 1974; Cebeci 및 Bradshaw, 1977)를 취했고, McGuirk 및 Rodi(1979)의 여러가지 境界層의 두께에 따른 실험연구 결과 그 두께를  $\delta/h_0 = 0.25$ 로 하였다.

境界層內에서의 初期 亂流成分은 Launder 및 Spalding(1974)에 의해서 다음과 같다(Mendoza-

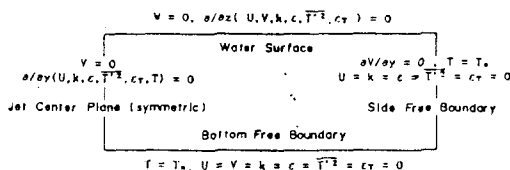


Fig 2 Boundary Conditions

a 및 Shen, 1987; Celik, Rodi 및 Stamu, 1987).

$$k_0 = U_i / C_\mu, \quad \epsilon_{i,0} = U_i^3 / \kappa \ell$$

여기서  $U_i$ 는 摩擦速度로 다음식에 의해서 구한다(Cebeci 및 Smith, 1974; Mendoza 및 Shen, 1987).

$$U_e / U_i = \text{Ln} [ E y U_i / \nu ] / \kappa, \quad E \approx 9$$

여기서  $U_e$ 는 境界層 外槪의 流速,  $\ell$ 은 境界層의 두께  $\delta$ 에 비례하는 距離尺度(Length Scale),  $C_\mu$  및  $\kappa$ 는 常數로서 각각 0.09 및 0.42이다. 또한 4-方程式 모델의 적용에서 박 및 정(1983)은 초기 난류성분을 다음과 같이 정의하였다.

$$k_0 = 0.005 U_0^2, \quad \epsilon_0 = C_\mu k_0^{3/2} / (0.03H),$$

$$C_\mu = 0.09 \overline{T_{i,0}^2} = 0.05(T_0 - T_a)^2,$$

$$\epsilon_{T_0} = \overline{T_{i,0}^3} / (2 k_0 R), \quad R = 0.8$$

여기서 下添字 0는 放出口條件을 나타내며  $T_a$ 는 周圍水域의 初期水溫이다.

## 4. 數値모델의 檢證과 適用結果의 考察

### 4.1 모델의 檢證

앞에서 浮力效果가 강한 表面 溫排水 제트의 해석에 있어서 4-방정식 亂流 모델을 이용한 3次元 數値모델을 개발하였다. Pande 및 Rajaratnam(1977)의 實驗값과 McGuirk 및 Rodi(1979)의 2-方程式 亂流모델에 의한 豫測값과 比較分析을 표 1에서와 같은 3가지의 실험에 대해서 적용하였다. 온배수 제트의 방출에 의한 흐름 특성에 대한 平面 및 斷面圖는 그림 3에서와 같다.

#### 4.1.1 제트 中心軸의 流速比, 超過 溫度比 및 橫·鉛直擴張

그림 4는 실험조건 1 및 3에 대한 실험값과 2-

Table 1 Experimental Situation for Model Simulation(Pande and Rajaratnam, 1977)

Run	ho(cm)	bo(cm)	Uo(cm/s)	To(°C)	Ta(°C)	A	Rio	Fo
1	4.62	4.91	9.82	27.5	13.5	0.94	0.15	2.56
2	4.62	4.91	8.03	33.9	13.0	0.94	0.35	1.67
3	4.82	15.2	5.24	30.27	16.25	0.32	1.56	1.32

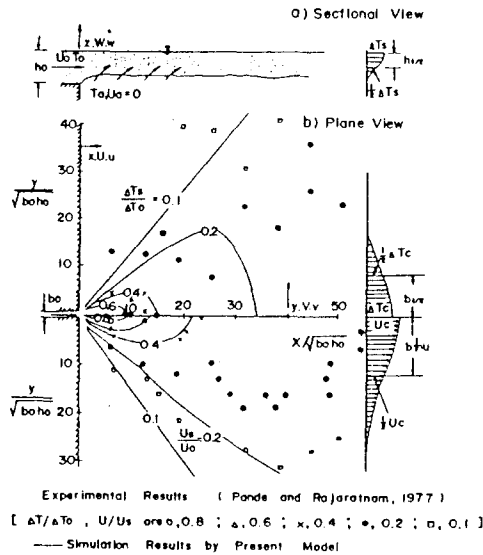


Fig 3 Flow Configuration and Surface Isotachs and Isotherms(Run # 1)

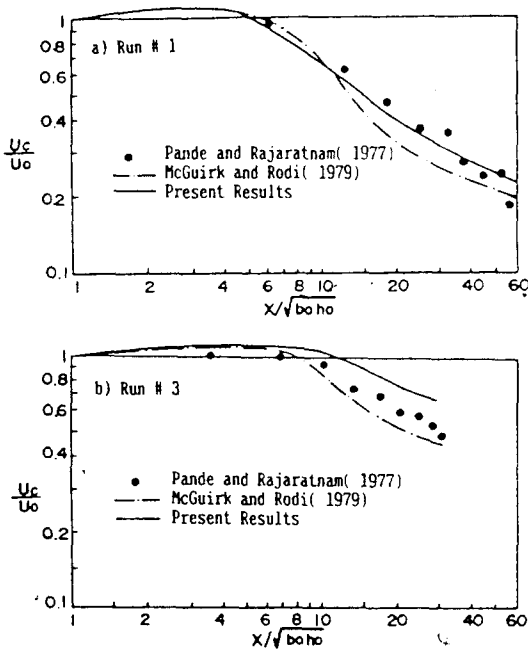


Fig 4 Surface Centre-line Velocity Decay

방정식 난류모델을 이용한 豫測値와 본 연구에 의해서 개발된 4-方程式 亂流모델에 의한 제트 중심축의 유속비 예측결과이다. 본 모델의 적용 결과는 실험값과 잘 일치하며 McGuirk 및 Rodi (1979)의 豫測값보다 實驗값에 더욱 近接한다. 放出口 근처에서는 浮力效果에 의해서 若起되는 제트 進行方向의 큰 壓力傾斜에 의해서 유속이 급격히 減少하다가 부력에 의한 捕獲連行의 감소에 의해서 완만하게 감소되면서 平衡狀態에 이르

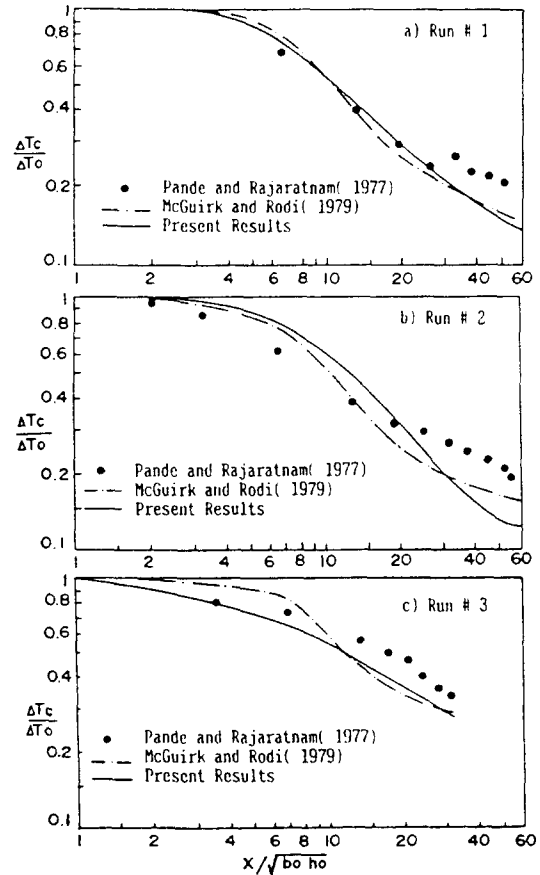


Fig 5 Surface Centre-line Excess Temperature Decay



게 된다.

그림 5는 제트 중심축의 超過 溫度上昇比의 減衰率에 대한 것이다. 일반적으로 실험값과 잘 일치하고 있으며 2-방정식 난류모델에 의한 결과와 비슷한 값을 보여주나 捕獲連行領域에서는 본 모델에 의한 결과가 실험값에 더욱 근접한다. 제트 下流部에서의 실험값과 상이함은 실험을 실시한 水槽의 側壁(폭 2.3m)에 의한 擴散 抑制效果를 考慮한다면 豫測結果와 같은 繼續的인 감쇄가 기대된다.

제트 중심축을 따르는 溫度差의 1/2 되는 지점의 폭( $b_{1/2}$ ) 및 깊이( $h_{1/2}$ )에 대한 결과는 그림 6에서와 같다. 실험결과와 橫方向의 擴張은 잘 일치하고 2-방정식 모델의 결과와 비슷하다. 실험결과와의 비교에 의하면 방출구 근처에서는 잘 일치하고 下流部에서는 비교적 크게 추정한다. 이는 앞서 언급한 物理的 實驗模型의 제약에 의한다.

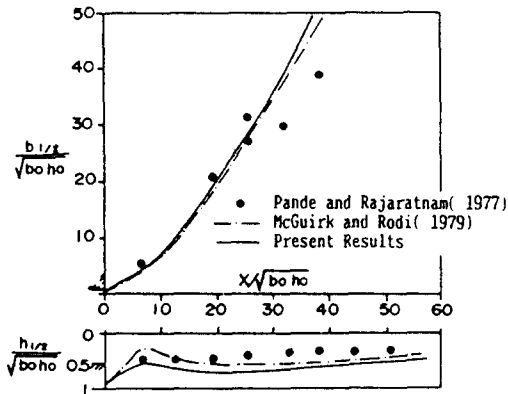


Fig 6 Development of Half Width and Depth(Run # 1)

4.1.2 橫 및 鉛直方向의 流速比 및 超過 溫度 上昇比

그림 7은 실험조건 1에 대한 제트 進行段階別 中心軸을 따르는 橫 및 鉛直方向의 流速비이다. 橫방향의 추정은 비교적 잘 일치하며 鉛直방향의 예측은 제트초기에 본 모델이 실험값 및 McGuirk 및 Rodi(1979)의 2-방정식 모델에 의한 값보다 다소 크게 추정한다. 또한 그림 8은 實

驗條件 1에 대한 超過溫度上昇比로 비교적 실험 값과 잘 일치한다. 특히 제트 가장자리에서의 보 다 나은 一致는 McGuirk 및 Rodi의 모델(제트 가장자리에서의 損失 無視)과는 달리 본 모델에서는 제트의 충분한 지점까지 예측한 결과에 의한다.

그림 3은 실험조건 1에 대한 水表面의 等 流速比 및 等 超過 溫度上昇比 分布로 表面 溫排水 擴散範圍의 산정에 큰 의미가 있다. 流速 및 超過 溫度上昇比의 分布는 實驗結果와 잘 일치한다.

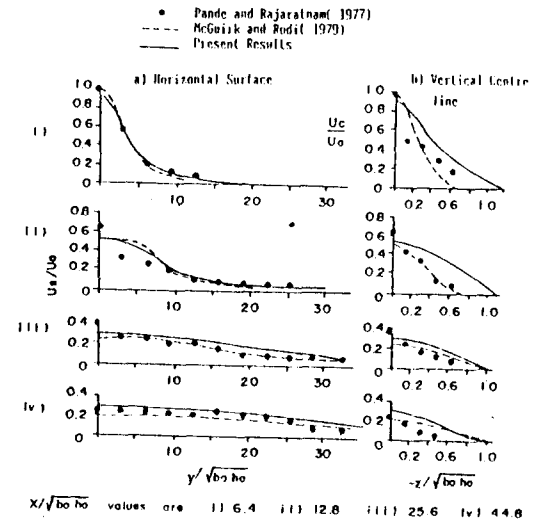


Fig 7 Velocity Profiles(Run # 1)

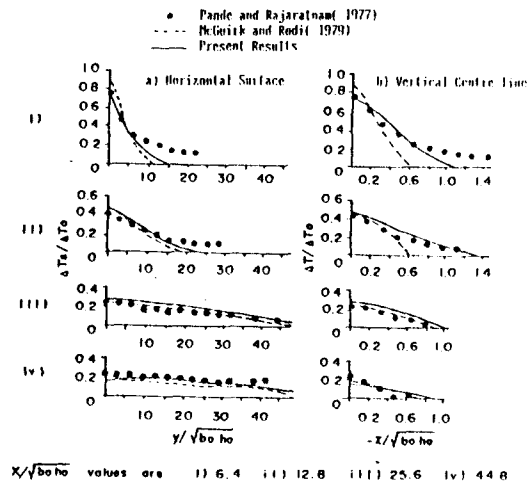


Fig 8 Excess Temperature Profiles(Run # 1)

### 4.2 適用結果의 考察

#### 4.2.1 제트의 形象

방출구에서의 제트 두께( $h_1/2$ )는水路바닥과一致한다. 제트의 두께는鉛直上向으로 작용하는浮力과,重力에 의한橫方向의擴張에 의해서 감소하고周圍水와의捕獲連行에 의해 증가한다. 또한 그림 7에서 횡 및 연직방향의 제트형상은既存의實驗이나積分모델의類似分布函數假定에서와 같이 Gaussian 形態가 아닌 일반적인 직선에 가깝다.

#### 4.2.2 流速벡터 및 橫方向 流速

그림 9는水表面에서의流速벡터이다. 또한 그림 10은 제트의 진행단계별 횡 및 연직방향의 유

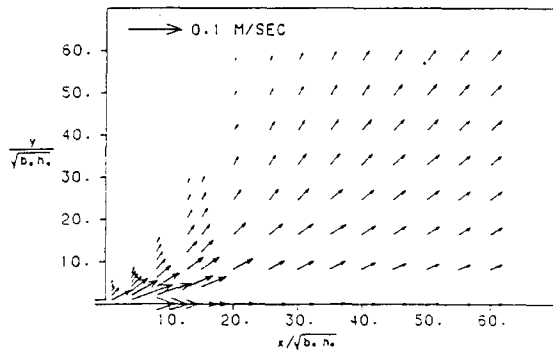


Fig 9 Predicted Surface Velocity Vector(Run # 1)

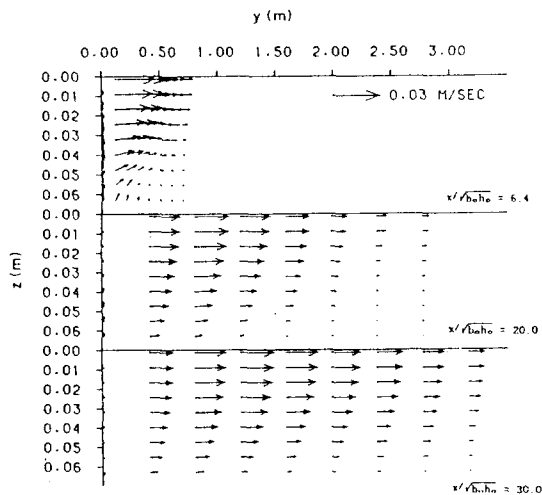


Fig 10 Predicted Cross-sectional Velocity Vector(Run # 1)

속분포이다.浮力의上方向作用 및 橫方向의擴張은 이流速벡터에 의해서說明될 수 있다. 그림 10에서 제트의 橫方向 가장자리에서 비교적 큰 유속과鉛直方向의底面에서捕獲連行에 의한上方向으로 작용하는流速分布를 볼 수 있다. 제트 지면에서의捕獲連行 및浮力에 의한 상방향 유속은 제트의 중심축에서顯著하므로捕獲連行은 제트의 중심 선상에서 대부분 발생됨을 알 수 있다.

### 4.3 現場適用

積分모델의特性 및 본 연구에 의해서 개발된亂流모델의 사용가능성을評價하기 위하여 고리원자력 발전소 1호기稼動時 溫排水擴散을 分析하여 實測值 및 實驗資料(권, 1985)와 비교분석하였다. 고리 원자력 발전소 가동에 따른 放出口의 제원은 폭 5.2m, 길이 2.6m이다. 1978년 9월 26일 周圍水의 溫度 18.15°C인 海域으로 23.15°C의 온배수 38.9 cms (平均流速 2.8772m/sec)가 放出되었다. 이때의 密度 Froude 數는 17.57이다. 初期 亂流成分은 박 및 정(1983)이 제안한 식을 사용하였고, Prandtl 수는 1.0을 사용하였다. 따라서 본 모델의 적용을 위한 초기 난류에너지  $k_0 = 3.38 \times 10^{-3}$ 이고, 난류 에너지 감쇄율  $\epsilon_{00} = 7.17 \times 10^{-6}$ 으로 亂流 粘性係數는  $\nu_t = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ 이다. 또한 방출구에서

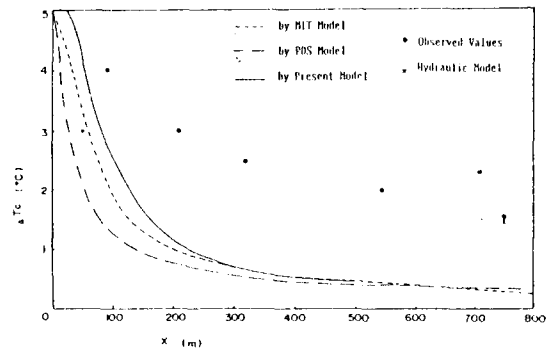


Fig 11 Comparison of Surface Centre-line Excess Temperature applied to the Korea Nuclear Unit 1 at Kori Site

의鉛直速度分布의 산정식은 다음과 같다.

$$U = U_c(h/\delta)^{1/2}$$

그림 11은 제트 중심선의 超過溫度上昇 값으로 MIT 및 PDS 적분모델 및 본 연구에 의해서 개발된 亂流모델의 적용결과이다. 實測값과 모델의 적용결과와의 상이함은 다음의 敘述에 의해서 설명할 수는 있으나, 보다 持續的이고, 信憑性이 있는 資料와의 比較分析이 要求된다.

現場觀測時에는 噴물때로 東 및 北東方向의 가로흐름( $V/U_0 = 0.02 - 0.05$ )이 있고 또한 大氣溫度 27°C, 相對濕度 68%, 風速 1.6 m/sec(SSW)인 狀況과 그에 따른 波의 影響을 모델

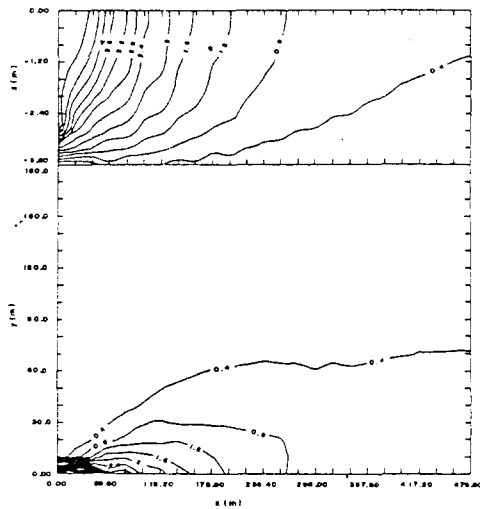


Fig 12 Surface and Vertical Excess Temperature Contours applied to the Korea Nuclear Unit 1 at Kori Site

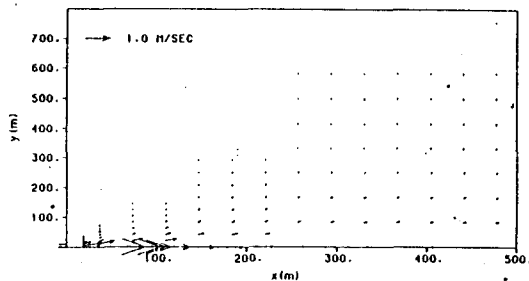


Fig 13 Surface Velocity Vector applied to the Korea Nuclear Unit 1 at Kori Site

에 고려하지 못했다.

그림 12는 水表面 및 제트 中心軸의 鉛直 超過溫度上昇 分布圖이다. 제트의 유속이 강하고 상대적으로 浮力이 작은 큰 密度 Froude 數에 기인하여 浮力에 의한 횡방향의 확장 이 크지 않음을 볼 수 있고, 인접방향 역시 강한 浮力效果에 의한 境界層 두께의 현저한 감소가 나타나지 않음을 알 수 있다. 또한 그림 13은 水表面의 유속 벡터이다. 密度 Froude 數가 작은 제트의 유속 분포(그림 9)에서와는 달리 본 유속분포의 橫方向의 擴張이 미미함은 浮力이 상대적으로 작아서 重力에 의한 橫方向 擴張이 크지 못함에 있다.

### 5. 結論 및 앞으로의 研究課題

- 1) 4-方程式 亂流모델을 이용하여 개발된 모델은 實驗值와의 檢證結果, 비교적 잘 일치하였고 溫排水 제트의 擧動을 잘 표현해준다.
- 2) 본 모델은 McGuirk 및 Rodi의 2-方程式 亂流모델에 의한 推定값에 비교하여 捕獲連行領域에서의 豫測은 보다 改善된 모델이라 할 수 있다. 또한 제트 가장자리에서의 不正確을 개선하였다.
- 3) 橫 및 鉛直方向의 流速에 대한 類似分布函數가 Gaussian 分布와 相異함이 제시되어 積分 모델이 가지는 限界點을 입증하였다.
- 4) 본 연구에 의해서 開發된 모델은 支配方程式의 簡略化와 橢圓形 形態의 方程式을 部分的인 拋物形 形態의 方程式으로 轉換한 經濟的인 數值모델로서 접근이 용이하다.
- 5) 積分모델과 본 모델의 現場適用을 통해서 分析한 結果 본 모델과 같은 부류의 數值모델을 사용함이 비교적 正確한 온배수 擧動을 표현한다.
- 6) 數值모델의 開發을 위하여 모델의 開發目的에 附合되는 實驗的 研究가 필요하고 持續的인 現場觀測이 要求된다.

앞으로의 研究課題로는 본 연구에 의해서 開發

된 모델에 地形的인 境界條件의 導入과, 가로흐름 및 成層化 水域으로 放出時 解析 및 壓力補正式의 導入을 통한 모델의 改善이 要求된다. 亂流 모델에서의 모델常數와 그에 따른 亂流性質이 규명되어야 한다.

## 참 고 문 헌

- 권영일 (1985), "Evaluation of Computer Models for Heated Surface Discharge Computations", Working Paper. 서울대학교, 토목공학과.
- 김상백, 정명균(1982), "부력이 작용하는 2차원 온수 표면방류의 해석", 대한기계학회 논문집, 제 6권, 제1호, pp. 1-10.
- 박상우, 정명균(1983), "온수의 표면방출에 의한 2차원 비정상 난류 열확산의 예측", 대한기계학회 논문집, 제7권, 제4호 pp. 451-460.
- Barry, R.E. and D.F.Hoffman(1972). "Computer Model for Thermal Plume", J. of the Power Div., ASCE. Vol.98, No.P01. pp.117-132.
- Cebeci, T. and P.Bradshaw(1977). Momentum Transfer in Boundary Layers. McGraw-Hill
- Cebeci, T. and A. M. Smith(1974). Analysis of Turbulent Boundary Layers. Academic Press.
- Celik, I., W. Rodi, and A. I. Stamou(1987). "Prediction of Hydrodynamic Characteristics of Rectangular Settling Tank", Turbulence Measurements and Flow Modeling, Ed. by C. J. Chen, L.-D. Chen, and F. M. Holly, Jr., Springer Verlag, pp. 641-651.
- Chen, C. J. and K. Singh(1986). Development of a Two-Scale Turbulence Model and its Applications. IIHR Report No.299.
- Gibson, M. M. and B. E. Launder(1976). "On the Calculation of Horizontal Turbulent Free Shear Flows under Gravitational Influence", J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 98, pp.81-87.
- Hanjalic, K. and B. E. Launder(1972) "A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows", J. Fluid Mech., Vol.52, Part 4, pp.609-638.
- Haoging, N., W. Nengjia, and Z. Lixing(1987). "Application of Turbulence Models in Thermo Hydraulics", Topics in Hydraulic Modelling, Ed. by J. A. Cunge and P. Ackers, Proceeding of IAHR, pp.89-94.
- Kays, W. M and M. E. Crawford(1980). Convective Heat and Mass Transfer. McGraw-Hill Book Co.
- Launder, B. E.(1975a). Studies in Convection: Theory, measurements, and Application, Vol. 1. Academic Press
- Launder, B.E.(1975b). "On the Effects of Gravitational Field on the Turbulent Transport of Heat and Momentum", J. Fluid Mech., Vol. 67, Part 3, pp.569-581.
- Launder, B. E., G. J. Reece, and W. Rodi(1975). "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J. Fluid Mech., Vol. 68, Part 3, pp.537-566.
- Launder, B. E. and D. B. Spalding(1974). "The Numerical Computation of Turbulent Flow", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, pp 269-289.
- McGuirk, J. J. and W. Rodi(1979). "Mathematical Modelling of Three-Dimensional Heated Surface Jets", J. Fluid Mechanics, Vol.95, Part 4, pp.609-633.
- Mendoza, C. and H. W. Shen(1987). "Numerical Modeling of Turbulent Flows over Dunes to Predict Flows Resistance", Turbulence Measurements and Flow Modeling, Ed. by C. J. Chen, L.-D. Chen, and F. M. Holly, Jr., Springer-Verlag, pp.641-651.
- Pande, B. B. Lal and N. Rajaratnam(1977). "An Experimental Study of Bluff Buoyant Turbulent Surface Jets", J. of Hydraulic Research, Vol. 15, No.3, pp.261-275.
- Patankar, S. V.(1980). "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill.
- Patankar, S. V. and D. B. Spalding, (1972). "A Calculation Procedure for Heat, Mass, and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows", Int. J. Heat

- Mass Transfer, Vol.15, pp.1787-1806
22. Raithby, G. D., E. E. Elliot, and B. Hutchinson(1988), "Prediction of Three-Dimensional Thermal Discharge Flows", J. of Hydraulic Eng., Vol. 114, No 7, pp.720-737.
  23. Raithby, G. D. and G. E. Schneider(1980) "The Prediction of Surface Discharge Jets by a Three-Dimensional Finite-Difference Model", J. of Heat Transfer, ASME, Vol.102, pp 138-145.
  24. Rastogi, A.K and W.Rodi(1978), "Predictions of Heat and Mass Transfer in Open Channels", J. of the Hydraulics Div., ASCE, Vol.104, No.HY3, pp 397-420.
  25. Rodi, W.(1976), "A New Algebraic Relation for Calculating the Reynold Stress", ZAMM 56, pp 219-221.
  26. Rodi, W.(1984), Turbulence Models and their application in Hydraulics. IAHR-Section on Fundamentals of Division II:Experimental and Mathematical Fluid Dynamics.