〈論 文〉

Boundary-Fitted 좌표계로 변환한 2차원조석모형의 매개변수 동정

The Parameter Identification of Tidal Model on The Boundary-Fitted Coordinates

김 경 수* · 이 재 형** · 이 동 주*** · 박 영 기****
Kim, Gyung Soo Lee, Jae Hyung Lee, Dong Joo Park, Young Ki

Abstract

The Parameter Identification of 2-demensional estuarine model was carried out using new output ADI-FDM numerical semi-implicit scheme transformed in boundary fitted (BF)-coordinate. The hydrodynamic equations which is coupled with the transport equations were used as basic equations in the model. Thompsons's equations were used to transform governing equations into rectangular plane equations and his elliptic grid generation scheme was used to generate curvilinear grid system in BF-coordinates. The parameters to be identified are friction coefficient and disperse coefficient embedded in the governing equations. The numerical output scheme is tidally averaged salinity model in BF-coordinates. The algorithm to optimize norm of error between observations and calculations is the influence coefficient algorithm associated with least square criterion. The lumped model is considered in identification. This paper was concentrated on checking whether the new output scheme might be useful to identify parameters in estuarine salinity model or not. The proposed method was tested through experimental application with hypothetical simple model. The result of the test shows that the proposed method can be used for parameter identification in estuarine model.

요 지

2차원 하구모델의 매개변수 동정을 BF좌표계로 변환된 ADI-FDM출력 수치모형을 사용하여 수행하였다. 모형에서 기본 방정식으로 동수역학식과 수송방정식이 복합된 방정식을 사용하였다. Thompson식이 지배방정식을 사각평면으로 변환 하는데 사용되었으며 Thompson의 Elliptic 격자발생기법 이 BF 좌표계에서 곡선격자망을 발생하는데 사용되었다. 지배방정식에

* 전북대학교 대학원
** 전북대학교 토목공학과 부교수
*** 군산수산전문대학 해양토목과 부교수
**** 전북대학교 토목공학과 강사

서 동정될 매개변수는 마찰계수와 분산 정수이다. 출력수치모형은 BF좌표계에서 조석평균 염도 모형이 사용되었다. 최적화 기법으로 영향계수 알고리즘을 적용하였다. 또한 Lumped 모형이 동정에 고려 되었다. 본 연구는 새로운 출력 수치모형이 하구염도 모형의 매개변수 동정에 있어 유용한가를 검토 하는데 중점을 두었다. 제안된 기법은 간단한 가상모형에 실험적인 적용을 통하여 검토되었다. 검토한 결과는 제안된 기법이 하구모형에서 매개변수 동정시 도입될 수 있음을 보여주었다.

1. 서 론

하구수학모형 수립에서 한가지 난점은 수리계통이 적절이 표현되도록 하는데 필요한 매개변수(Parameters)에 관한 지식이 충분하지 못한 점이다. 이 매개변수들은 물리적으로 측정할수 없는 것들로 수학모형을 구성할때 모형으로 부터 구한 해들이 현장관측치들과 상당히 접근할때까지 매개변수들을 추정해야 한다.

본 연구의 목적은 수학적으로 편미분방정식에 의해 지배되는 하구계통의 관련 매개변수 값을 체계적으로 최적화 하여 추적하는 기법을 연구하는데 있다. 최적화의 대상은 관측치와 수학모형해의 오차를 최소화 함으로써 이루워진다. 매개변수 동정 과정의 특성상 정확하고 반복적인 출력(Out put)을 얻는 데에 효과적인 수치해법의 도입이 중요하다. Chu[1]는 2차원하구모형의 매개변수 동정시에 출력 수치해법으로 ADI FDM (Alternating Drection Implicit Finite Difference Method)을 사용한 바 있다. 그의 FDM은 Leendertse[2]에 의해 제시된 직사각형격자망(Rectangular Mesh)상에서 다중반음해법(Multioperation Semi-implicit Scheme)에 기초를 두고 있다. 직사각형망의 FDM은 두가지 결점이 지적된다. 첫째는 어떤 정도 높은 해가 요구되는 경우에 국지적으로 격자 크기를 조절하기 어렵고, 두번째는 그 수치모형경계가 물리적 경계를 정확히 나타내는데 열약하다. 때에 따라서는 대상영역이 좁은 경우에 한하여 격자크기를 작게하거나 또는 Nested Model을 사용하여 정도를 높일 수는 있다.

그러나 열약한 경계처리로 인한 영향은 여전히 남는다. 이 점을 해결하기 위해 Thompson[3]은 BF(Boundary-Fitted) 좌표계를 이용한 FDM을 개발했다. 그리고 Spaulding[4]에 의해 BF좌표계를 이용한 연직평균순환모형의 ADI FDM 해석, Johnson[5]의 BF 좌표계를 사용한 연직평균 동수역학모형 해석등 연구가 활발히 진행 되어 왔다. 이들의 연구는 모두 Thompson의 기본 방법에 기초를 두고 있다.

본 연구에서는 이미 개발된 BF 좌표계를 이용한 FDM 수치해법을 매개변수 동정에 도입하는데 주안점을 두었다. Becker와 Yeh[6]는 1차원 수로에서 조도계수를 최적하게 구하기 위해 영향계수 알고리즘을 사용하였다. 이 기법이 Bennett[7]에 의해 실제하구와 연안하천의 연구에 적용 되었다.

Chu[1]는 2차원하구모형의 매개변수동정에 관한 기법을 제안하였다. 그는 복합모델(Coupled Model)에서 마찰계수와 분산정수를 동정하였는데, 수치해법으로 조석평균모형을 ADI FDM 다중해법(Multioperation Approch)을 사용 했고 매개변수 동정시는 오차의 최소화 방법으로 최소최대법(Min-max Approach)을 사용한 선형계획법(Linear Programming)을 이용하였다. 여기서 매개변수 동정목적을 위해 사용된 수치모형은 2차원 수평면상에서 모든 변수들이 결정되는 연직평균모형(Vertically Averaged Model)이다. 즉, 수평면상의 모든 변수들은 수심에 대해 연직방향으로 평균을 취한 값들이다. 이 변수들은 조

위, 유속, 염도이다. 앞으로 달리 규정하지 않는 한 염분수송방정식이 동수역학방정식과 짝을 이루는 복합모형(Coupled Model)이 취급 대상이 된다. 짝 관계로 운동량방정식 속에 부가적으로 밀도경사(Density Gradient)항이 도입된다.

본 연구에서는 차분법만 다루고 유한요소법은 취급되지 않는다. 수치해법은 BF 좌표계를 이용한 FDM이 사용된다. 수치계산 과정에서 ADI 반음해법이 사용된다. BF 좌표계 격자망 발생 방법은 Thompson[8]의 Elliptic Grid Generation 알고리즘이 사용된다. 매개변수동정은 모든 매개변수가 전 영역에서 일정하다고 보고 동정하는 Lumped모형만 대상으로 한다. 또 매개변수 동정시 출력 수치모형은 조석평균모형[18](Tidally Averaged Model)이 사용 되고, 오차의 최소화 기법으로는 영향계수 알고리즘[1]이 사용된다. 제안된 기법의 능력과 제한을 검토하기 위해 간단한 두가지 수치예를 해석하여 보았다. 하나는 폭이 지수적으로 변하고 수심이 일정한 영역에서의 조석파의 조위를 BF 좌표계를 이용하여 수치계산을 하여 Ippen의 해석해와 비교하였고, 다음은 단순한 가상하구를 정하여 제안된 기법을 검토한다.

2. BF 좌표계의 2차원 하구모형

2.1 변환평면에서 지배방정식

Chu[1]가 제시한 2차원 하구모형의 지배방정식을 BF 좌표계로 좌표변환하기 위해 Thompson[8]의 다음식을 사용한다.

$$F_x=\frac{1}{J}[(Fy_\eta)_\xi-(Fy_\xi)_\eta] \tag{2.1}$$

$$F_y=\frac{1}{J}[-(Fx_\eta)_\xi+(Fx_\xi)_\eta] \tag{2.2}$$

여기서 F는 임의의 변수를 나타내고 J는 좌표변환을 위한 Jacobian을 표시한다. 좌표계가 시간에 의해 불변이라고 가정하면 Transient 하구모형의 지배방정식은 아래와 같이 ξ와 η이 독립변수가 되도록 변환된다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{1}{J}[(Huy_\eta)_\xi-(Hvx_\eta)_\xi+(Hvx_\xi)_\eta-(Huy_\xi)_\eta]=0 \tag{2.3}$$

운동량방정식 :

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{J}[u(uy_\eta)_\xi-v(ux_\eta)_\xi+v(ux_\xi)_\eta-u(uy_\xi)_\eta]$$
$$=-\frac{g}{J}[(Ey_\eta)_\xi-(Ey_\xi)_\eta]-\langle i\rangle_\xi-\frac{1}{HC^2}gu(u^2+v^2)^{1/2} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{1}{J}[v(vx_\xi)_\eta-u(vy_\xi)_\eta+u(vy_\eta)_\xi-v(vx_\eta)_\xi]$$
$$=-\frac{g}{J}[-(Ex_\eta)_\xi+(Ex_\xi)_\eta]-\langle i\rangle_\eta-\frac{1}{HC^2}gv(u^2+v^2)^{1/2} \tag{2.5}$$

질량수송방정식 :

$$\frac{\partial Hs}{\partial t}+\frac{1}{J}[(Husy_\eta)_\xi-(Hvsx_\eta)_\xi+(Hvsy_\xi)_\eta-(Husy_\xi)_\eta]$$
$$=\frac{1}{J}[HDx/J<(sy_\eta)_\xi-(sy_\xi)_\eta>y_\eta]_\xi-[\frac{HD_x}{J}<(sy_\eta)_\xi-(sy_\xi)_\eta>y_\xi]_\eta]$$
$$+\frac{1}{J}[-[\frac{HD_y}{J}<-(sx_\eta)_\xi+(sx_\xi)_\eta>x_\eta]_\xi+[\frac{HD_y}{J}<-(sx_\eta)_\xi+(sx_\xi)_\eta>x_\xi]_\eta] \tag{2.6}$$

$$\langle i\rangle_\xi=\frac{1.94\times10^{-3}}{1.94+1.94\times10^{-3}\sigma_t J}g[(\sigma_t y_\eta)_\xi-(\sigma_t y_\xi)_\eta]\frac{H}{2} \tag{2.7}$$

$$\langle i\rangle_\eta=\frac{1.94\times10^{-3}}{1.94+1.94\times10^{-3}\sigma_t J}g[(-\sigma_t x_\eta)_\xi+(\sigma_t x_\xi)_\eta]\frac{H}{2} \tag{2.8}$$

$H=E+h$

$C=(2g/f)^{1/2}$

$D_x=D_{cx}\cdot H\cdot u\cdot g^{1/2}C^{-1}$

$D_y=D_{cy}\cdot H\cdot v\cdot g^{1/2}C^{-1}$

여기서 E : 조위

u, v : x, y 방향의 유속
h : 평균수심
s : 염도
f : 마찰계수
D_{cx}, D_{cy} : x, y 방향의 분산정수
σt : Sigma−tee 함수

마찬가지 방법으로 조석평균모형은 다음식들과 같이 변환된다.

동수역학식 :

$$\frac{1}{J}\{(\hat{H}Uy_\eta)_\xi-(\hat{H}Vx_\eta)_\xi+(\hat{H}Vx_\xi)_\eta-(\hat{H}Uy_\xi)_\eta\}=0 \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{J}\{U(Uy_\eta)_\xi-V(Ux_\eta)_\xi+V(Ux_\xi)_\eta-U(Uy_\xi)_\eta\}=-\frac{g}{J}\{(\hat{E}y_\eta)_\xi-(\hat{E}y_\xi)_\eta\}-\langle\hat{i}\rangle_\xi-\frac{1}{\hat{H}C^2}gU(u^2+V^2)^{1/2} \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{J}\{V(Vx_\xi)_\eta-U(Vy_\xi)_\eta+U(Vy_\eta)_\xi-V(Vx_\eta)_\xi\}=-\frac{g}{J}\{-(\hat{E}x_\eta)_\xi+(\hat{E}x_\xi)_\eta\}-\langle\hat{i}\rangle_\eta-\frac{1}{\hat{H}C^2}gv(U^2+V^2)^{1/2} \quad (2.11)$$

질량수송방정식 :

$$\frac{1}{J}\{(\hat{H}usy_\eta)_\xi-(\hat{H}vsx_\eta)_\xi+(\hat{H}vsy_\xi)_\eta-(\hat{H}usy_\xi)_\eta\}=\frac{1}{J}\{|\hat{H}\hat{D}x/J<(sy_\eta)_\xi-(sy_\xi)_\eta>y_\eta|_\xi-|\hat{H}\hat{D}_x/J<(sy_\eta)_\xi-(sy_\xi)_\eta>y_\xi|_\eta\}+\frac{1}{J}\{-|\frac{\hat{H}\hat{D}_y}{J}<-(sx_\eta)_\xi+(sx_\xi)_\eta>x_\eta|_\xi+|\hat{H}\hat{D}_y/J<-(sx_\eta)_\xi+(sx_\xi)_\eta>x_\xi|_\eta\} \quad (2.12)$$

$$\langle\hat{i}\rangle_\xi=\frac{1.94\times10^{-3}}{1.94+1.94\times10^{-3}\sigma_t J}g\{(\hat{\sigma}_t y_\eta)_\xi-(\hat{\sigma}_t y_\xi)_\eta\}\frac{\hat{H}}{2} \quad (2.13)$$

$$\langle\hat{i}\rangle_\eta=\frac{1.94\times10^{-3}}{1.94+1.94\times10^{-3}\sigma_t J}g\{(-\hat{\sigma}_t x_\eta)_\xi+(\hat{\sigma}_t x_\xi)_\eta\}\frac{\hat{H}}{2} \quad (2.14)$$

$\hat{H}=\hat{E}+h$

$\hat{D}_x=D_{cx}\cdot\hat{H}\cdot u\cdot g^{1/2}C^{-1}$

$\hat{D}_y=D_{cy}\cdot\hat{H}\cdot v\cdot g^{1/2}C^{-1}$

여기서 $\hat{E}$: 조석평균 조위
U, V : x, y 방향의 조석평균 유속
s : 조석평균 염도
$\hat{\sigma}t$: 조석평균 Sigma−tee 함수

2.2 BF좌표계의 차분해법

지배방정식의 해법으로는 유한차분법을 이용하였다. 먼저 Transient모형에서는 시간과 공간에 대해서 중앙 차분식이 이용되며 격자망'구성은 수심, 유속, 조위가 각기 다른점에서 취해지도록 Staggered 격자망으로 하였다. 또한 염도는 조위계산점에서 취하였으며 계산시간단계(Time Step)는 두개의 시간단계로 나누어 첫 시간단계에서는 ξ 방향으로 두번째 시간단계에서는 η 방향으로 각각 연속방정식과 질량수송방정식을 차분화 하였다. 조석평균 모형에서의 차분식은 Transient차분식과 동일하게 구성하였으며 이때에는 가속계수(γ^k)(Acceleration Coefficient)가 구성된다.[1] 구성된 차분방정식의 해는 Double Sweep방법을 사용하여 반음해법으로 구하였다. 또한 조위와 유속의 초기치는 Cold Start로 하였으며 염도의 초기치는 Leenderetse 와 Liu가 제안한 식을 BF좌표계로 변환하여 입력하였다.

3. 매개변수동정 기법

3.1 매개변수동정 이론

매개변수 동정이란 수학모형에 포함되어 있는 매개변수를 추정하는 반법으로서 일련의 제약조건을 만족시키면서 동시에 목적함수를 최소화 시킴으로써 이루워진다. 이때 목적함수는 오차함수법을 이용하여 다음과 같이 정의 한다.

$$\min \ ||\vec{\epsilon}||A \quad (3.1)$$

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\zeta} - \vec{\zeta}^* \tag{3.2}$$

여기서 $\vec{\zeta}$는 추정한 매개변수를 가지고 수학모형으로 부터 계산한 해벡터(조위, 유속, 염도)이고 $\vec{\zeta}^*$는 관측치이다. 또 ε은 추정 매개변수와 참 매개변수의 차로 발생되는 오차로 가정한다.

$||\ ||_A$는 $\vec{\zeta} - \vec{\zeta}^*$에 대한 노름이다. 만일 $\vec{\zeta}$가 위치, 시간의 함수라고 가 정하면 식(3.1), (3.2)는 다음식이 된다.

$$\min_{\vec{D}} ||\ \vec{\varepsilon}\ ||_A \tag{3.3}$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon_{ijk} = \vec{\zeta}_{ijk}(X_i, t_j, \vec{D}) - \vec{\zeta}^*_{ijk} \tag{3.4}$$

여기서 $\vec{X}$는 위치벡터를 나타내고 2차원 하구모형의 매개변수동정 문제에서는 두개의 직교 공간차원 x, y로 구성 되며 t는 시간을 나타낸다.

$\vec{D}$는 미지의 매개변수벡터들로써 $f(x,y), D_{cx}(x,y), D_{cy}(x,y)$이다. 첨자 i는 공간 위치 지수로써 $i=1,\ldots,M$이고, j는 시간지수로써 $j=1,\ldots,N$이다. k는 관측치의 성분지수로 $k=1,\ldots,L$이다.

수치적으로 매개변수 동정문제를 풀기 위하여 식(3.1)과 식(3.3)에 특정 노름이 사용 되어야 한다. 매개변수를 동정 하는데 많이 사용되어온 노름 중의 하나가 고전적인 최소 자승법이다. 최소자승은 관측치의 무작위 잡음(Random noise)이 정규분포 한다고 믿는 모형 Fitting문제에서 알맞은 노름으로 알려져 있다. 여기서는 최소자승을 사용하므로 식(3.3)의 목적함수 J^*는 다음과 같다.

$$J^* = \min_{\vec{D}} \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{L} W_k \varepsilon^2_{ik} \tag{3.5}$$

여기서 W_k는 가중치로써 보통 수치와 단위의 차이를 폭넓게 반영하는데 사용된다. 본 연구에서는 매개변수를 동정하는데 시간에 무관한 정상상태 모형을 사용하므로 식(3.5)에서 보는바와 같이 시간지수를 생략하였다.

매개변수들이 전영역에서 일정한 경우 즉 집중정수 시스템을 대상으로 할때 식(3.5)에서 D는 스칼라량이되어 오차함수 ε_{ik}는 다음식으로 정의된다.

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik}(f, D_{cx}, D_{cy}) \tag{3.6}$$

조위(E)와 염도(S)가 동일한 지점에서 관측치로 취해질때 식(3.5)에서 L은 2이며, 오차함수는 다음식과 같이 다시정의 할수있다.

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_M, \eta_1, \eta_2, \ldots. \eta_M) \tag{3.7}$$

$$\varepsilon_i = E_i - E^*_i$$

$$\eta_i = S_i - S^*_i$$

여기서 E^*_i와 S^*_i는 지점 i에서 조위와 염도의 관측치이다. 따라서 식(3.5)도 다음식으로 표시된다.

$$J^* = \sum_{i=1}^{M} W_1(\varepsilon_i)^2 + \sum_{i=1}^{M} W_2(\eta_i)^2 \tag{3.8}$$

식(3.7)의 ε, η를 매개변수의 초기 추정치에 대하여 양함수로 표현하기 위해 Taylor 전개하여 고차항을 생략하고 간략하게 쓰면 다음식과 같다.

$$\varepsilon_i^I = \varepsilon_i^0 + a^0_{1i} + \alpha^0 + a^0_{2i}\beta^0 + a^0_{3i}\gamma^0 \tag{3.9}$$

$$\eta_i^I = \eta_i^0 + b^0_{1i} + \alpha^0 + b^0_{2i}\beta^0 + b^0_{3i}\gamma^0 \tag{3.10}$$

여기서 a^0_{1i}, a^0_{2i}, a^0_{3i}, b^0_{1i}, b^0_{2i}, b^0_{3i}는 영향계수 행렬의 인수들로 차분형으로 표시하면 다음과 같다.

$$a^0_{1i} = \frac{\Delta \varepsilon_i^0}{\Delta f^0} : a^0_{2i} = \frac{\Delta \varepsilon_i^0}{\Delta D_1^0} : a^0_{3i} = \frac{\Delta \varepsilon_i^0}{\Delta D_2^0}$$

$$b^0_{1i} = \frac{\Delta \eta_i^0}{\Delta f^0} : b^0_{2i} = \frac{\Delta \eta_i^0}{\Delta D_1^0} : b^0_{3i} = \frac{\Delta \eta_i^0}{\Delta D_2^0} \tag{3.11}$$

위의 인수들은 각각의 매개변수들이 독립적으로 일정한 크기로 변화할때 오차에 미치는 영향을 나타내는 비율로서 섭동법으로 구한다. 그리고 α', β', γ'는 매개변수의 다음 추정치 결정을 위한 매개변수 증분을 나타내는 것으로 식(3.8)의 목적함수 J*가 최소가 되도록 정한다. 이의 과정을 목적함수 J*가 허용범위에 도달 할때 까지 매개변수추정을 반복한다.

4. 수치 실험 및 고찰

4.1 모형검토

제안된 BF 좌표계의 Transient하구모형의 ADI FDM해법을 검토하기 위해 Ippen에 의해 해석해[11]가 알려진 폭이 지수적으로 변하고 수심이 일정한 수로에 대해 조석파의 조위를 계산했다. 해석해 발생을 위해 수식에 입력된 변수 값들은 Table 4.1에 수록 했다. 그리고 주어진 해석해는 다음식과 같다.

$$Ex=a_0\, e^{\delta/(1-x/l)}\cos[\alpha t-k(1-x)] \qquad (4.1)$$

이때 염도는 0으로 보고 마찰이 없다고 간주하여 마찰항도 0으로 놓았다. 조위의 초기치와 양

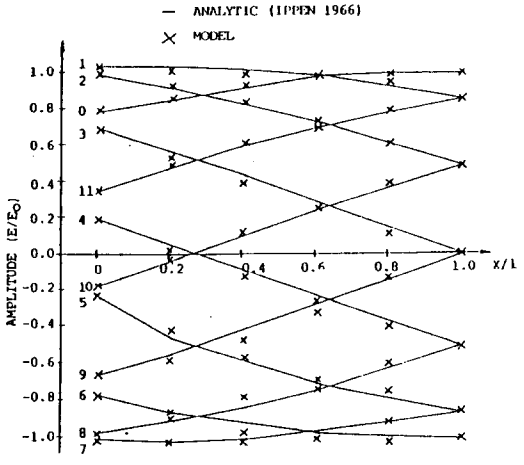

Fig 4.1 Comparision between Analytic and Numerical Solution.

쪽 경계에서 조위 경계치는 Ippen의 해석해를 사용하였다. 격자망 발생을 위해 X방향으로 500m 간격으로 대상영역의 상변, 하변의 각각 101지점의 경계좌표치를 입력하였다.

그리고 시간간격 dt는 60sec로 취해 수치해를 구해 본바 2주기 후에 정상상태에 도달했다. 1주기 동안 종방향 중앙선에서 조위를 계산한 결과를 Ippen의 해석해와 함께 비교하여 도시 하면 Fig. 4.1와 같다.

Table. 4. Constants values for Ippen's solution.

Constants	Value
channel length(l)	50.000 m
channel width (b_0)	10.000 m
wave amplitude (a_0)	0.1 m
wave frequency (σ)	1.40526×10 sec^{-1}
wave number (k)	1.4195×10 m^{-1}
decay factor (δ)	0.1
water depth (h)	10.0 m

Fig 4.1에서 보는 바와 같이 수치계산치와 해석해는 비교적 잘 일치 하고 있다. 따라서 개발된 BF 좌표계의 모형에 대해 해법상의 절차및 경계 처리에 문제가 없음이 확인되었다.

4.2 매개변수동정 수치실험

4.2.1 모형의 선정

제안된 BF좌표계를 도입한 매개변수동정 방법을 검토하기 위해 그림 4.2과 같이 수심이 10ft로 일정하고, 길이 22,000ft, 바다와 강의 양쪽 개구의 폭이 4,000ft, 수로 중앙부가 볼록한 곡선 경계를 갖는 비교적 단순한 가상하구를 선정했다. 이 모형은 Chu가 2차원 하구모형의 매개변수 동정에 사용한것(그림 4.2에서 점선으로 표시된 모형)에 중앙부의 직선경계를 곡선으로 수정한 형상이다. 이것은 현장 적용성까지 검증하기에는 한계가 있다. 그러나 개발단계에서 모형의 가능성을 검토하는데는 유용하다. 선정된 모형에 대

해 격자망발생은 Thompson의 Elliptic격자발생 기법[8]에 의해 실시하였으며 발생된 격자망은 Fig. 4.3과 같다. 모든 계산은 이 변환된 격자평면에서 이루어진다.

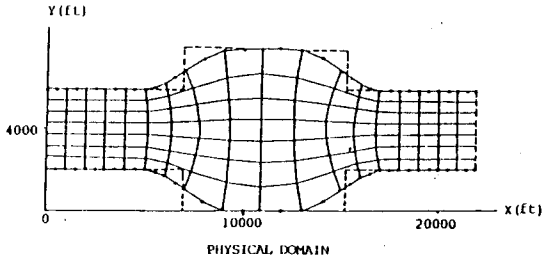

Fig 4.2 Physical domain with Curvilinear Grid System of Hypothetical Estuarine Model.

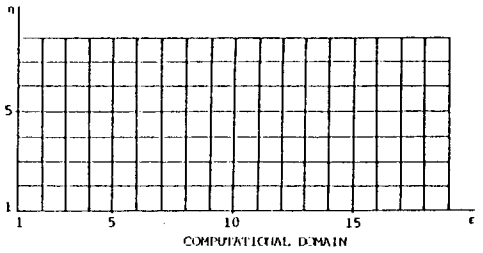

Fig 4.3 Transformed Grid System of Hypothetical System.

4.2.2 Transient 모형해석

매개변수 동정시 사용될 조석평균 모형을 검토하기위한 기준치를 얻기 위해 Trnsient 모형으로부터 조석평균 조위및 염도를 구했다. Transient 모형의 계산을 위한 수심은 초기에 일정하게 10ft이고, Darcy의 마찰계수 f는 Chezy의 C=17.36ft에 해당하는 0.2137이며 D_{cx}는 120.0 D_{cy}는 5.0로 가정했다. 그리고 입력 조위는 12시간 주기를 갖는 sine 함수로 진폭이 0.75ft이고, 상류에서 담수유입은 200cfs, 즉 유속 0.005ft/sec이다. 초기조건은 조석및 유속은 0, 염분은 바다쪽 경계에서 최대 10.0 상류쪽으로 2000ft 전진 할때마다 1ppt씩 하향 경사를 갖도록 하였으며 시간간격 dt는 60sec로 적분했다. 밀도는 염도가 약 30ppt까지 온도 10−20℃에서 온도에서 독립적으로 보아 근사적으로 다음식에 의해 평가 되었다.

$$\rho = \rho_0[1+90.78s-0.75)/1000] \qquad (4.2)$$

여기서 ρ_0는 기준 밀도를 나타낸다. 장시간 적분하는 동안 어떤 선택된 cycle말에 종방향 중앙선에서 염도의 공간변화를 도시하면 그림 4.4와같다. 또 조석평균치는 그림 4.5에서 보는 바와 같다. 120cycle이 경과후 동역학적 정상상태에 도달하게 되었다. 장시간 적분하는 동안 동수역학치와 염분치 모두 안정적인 해를 얻을 수 있었다.

여기서 계산된 정상상태 조석평균 염도와 조위는 다음에서 다루게 될 조석평균모형의 기준치로 사용 하였다.

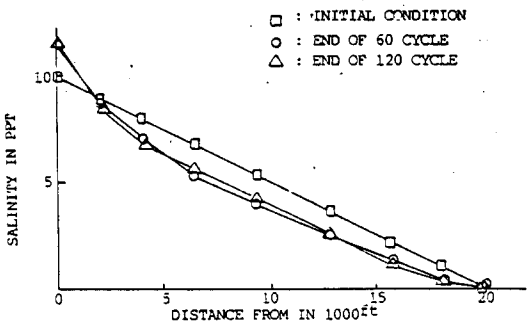

Fig 4.4 Spatial Variation of Salinityat the End of 120 Cycle alon the Center Line in x Direction.

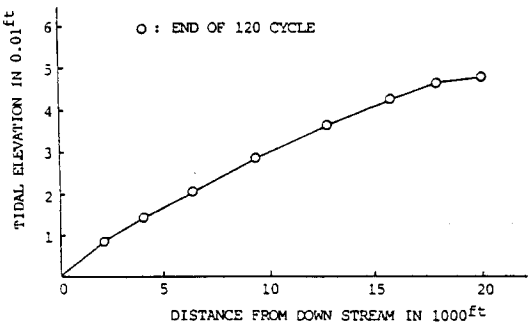

Fig. 4.5 Spatial Variation of Tidal Elevation at the End of 120 Cycle along the Center Line in x Direction.

4.2.3 조석평균모형 검토

대상지역을 Transient모형과 동일하게 취하고 경계조건은 앞서 Transient 모형에서 120 cycle 말에 조석평균한 값을 경계치로 주었다. 가속 계수는 수행결과 반복회수에 비례해서 작아지는 다음식으로 평가 되었다.

$$\gamma = 240 - 0.2 \cdot \text{nstep} \qquad (4.3)$$

여기서 nstep은 반복 회수이다. 특정 일련의 초기 염도 조건으로 수렴조건 d1=5E−6 d2=5E−6를 가지고 시행한 결과 1198 반복회로 수렴되었다.

수렴된 조석평균모형의 염도와 조위는 동역학 정상상태에 도달한 Transient 모형의 조석평균 염도와 조위와 거의 일치했다. 본 모형의 수렴과정을 Table 4.2에 수록했다. Table 4.2 에서 E^K

Table 4.2 Convergency in the Tidally Averaged Model

Iteration	$E^{K+1}-E^K$	$S^{K+1}-S^K$
1	0.013931	0.012661
100	0.000198	0.001606
200	0.000010	0.001412
300	0.000005	0.001345
400	0.000004	0.001260
500	0.000004	0.001256
600	0.000004	0.001039
700	0.000003	0.000903
800	0.000003	0.000755
900	0.000002	0.000589
1000	0.000001	0.000411
1100	0.000001	0.000215
1198	0.000000	0.000005

$^{+1}-E^K$와 $S^{K+1}-S^K$ 는 각각 K+1회와 K회 와의 조위와 염도 차이이다. 표에서 보는 바와 같이 조위는 수렴속도가 빨라 300회에 가서 수렴하나 염도는 1198회 까지 완만하게 변하다가 수렴되었다. 따라서 초기치및 수렴조건 선정에 있어서 조위 보다 염도에 세심한 고려가 요망 되었다.

4.2.4 매개변수 동정시행

선정된 모형을 가지고 제안 된 매개변수동정 알고리즘을 시험하였다. Fig. 4.6에서 보는 바와 같이 영역내에 조위와 염도의 관측치와 수치해를 비교하기 위해 7점을 선택했다. 가상하구는 매개변수가 전 영역에서 같다고 보는 Lumped 매개변수 시스템이라 가정했다.

그러면 모든 매개변수들은 벡터량에서 스칼라량(f, D_{cx}, D_{cy})이 된다. 본 모형을 수행하기 위한 관측치를 입수 할 수 없었기 때문에 그것들은 일련의 가정된 매개변수들에 의해 수치모델로부터 얻었다. 이 기지 매개변수 값들은 매개변수 동정을 위해 사용되는 참해 대신에 사용된다. 주어진 초기치와 경계조건을 사용하여 정상상태모델은 f=0.2137, DCX=120, DCY=10을 가지고 모의되었다. 조위와 염도는 관측점과 같은 점에서 취해 졌다. 매개변수동정 알고리즘은 다만 이 관측치를 사용하여 매개변수를 밝혀 내기 위해 시도되었다. 시험의 목적은 동정된 매개변수가 위에서 사용된 참 매개변수 에 얼마나 가까운가를 알아 보기 위한 것이다. 동정해법에서 입력된 초기치는 f=0.10, D_{cx}=50, D_{cy}=2이다. 영향계수를 구할때 매개변수의 증분은 f가 0.01, DCX는 5, DCY는 0.5로 취했다. 그리고 매개변수의 상한과 하한은 $0.1<f<0.3, 5<D_{cx}<200, 0.2<D_{cy}<20$로 했다. 그 결과는 Table 4.3에서 보는 바와 같이 5회 반복으로 수렴하였고 최적하게 동정된 모든 매개변수들은 참 매개변수 와 일치하였다.

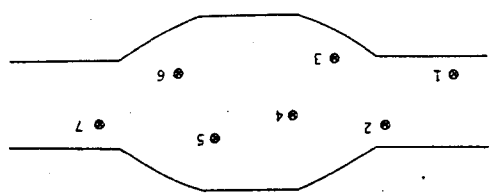

Fig 4.6 Map of Locations of Observation stations.

또 Fig 4.2에 도시된 Chu의 가상하구와 본 연구에 사용된 가상하구에 대해 각각의 기법으로

Table 4.3 The Results of Successive Approximation with Noise-Free Data

Iteration	f	D_{cx}	D_{cy}	$Jx10^2$
0	0.1000	50.000	2.0000	23.072600
1	0.2622	145.2688	10.5505	3.9947990
2	0.1884	127.7299	11.0914	0.2710880
3	0.2428	120.4709	4.4195	0.1710621
4	0.2114	120.1709	9.1319	0.0006212
5	0.2135	120.0350	9.8560	0.0000073
True Solution	0.2137	120.0000	10.0000	

Table 4.4 Comparision between Chu's Model and Present Model * Chu's Run

Iteration	f	D_{cx}	D_{cy}	$J\times10^2$
0	0.1500	60.0000	2.0000	15.5451000
1	0.1000	5.0000	0.2000	44.3549000
2	0.1804	200.0000	8.6615	28.8365000
3	0.2245	7.2720	1.1424	13.5398000
4	0.2241	93.8805	4.6507	1.1490000
5	0.2243	115.4941	5.1839	0.4378000
6	0.2244	115.4354	5.1961	0.4230000
"True"Soultion	0.2137	120.0000	5.0000	

* Present Model Rum

Iteration	f	D_{cx}	D_{cy}	$J\times10^2$
0	0.1500	60.0000	2.0000	20.026380
1	0.2576	129.6805	14.2661	1.609670
2	0.2111	120.6773	6.9791	0.000252
3	0.2115	120.6454	5.2453	0.000018
4	0.2148	119.6921	5.0481	0.000004
"True"Solution	0.2137	120.0000	5.0000	

매개변수동정을 수행한 결과를 나타내면 Table 4.4와 같다. 본 연구의 수행에 있어서 매개변수의 처음 가정치는 f=0.15, D_{cx}=60, D_{cy}=2로 Chu의 경우와 동일하게 취했으며 그 결과는 표에서 보는 바와 같이 4회의 반복계산으로 오차 1% 범위내에서 참 매개변수를 동정할 수 있었다.

5. 결 론

2차원하구모형의 매개변수를 동정함에 있어 출력 수치모형으로 BF 좌표계의 ADI-FDM을 도입하여 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 개발한 BF 좌표계의 Transient 및 조석평균모형은 장주기 동안 또는 다수의 반복계산에도 안정적인 해를 얻을 수 있었다.

(2) BF 좌표계의 조석평균모형을 가지고 영향계수 알고리즘을 사용하여 마찰계수와 분산정수를 동정해본 결과 무리 없이 해가 구해졌다.

(3) Transient모형이나 조석평균모형 모두 염도의 초기치는 동수역학초기치에 비해 장시간 영향을 미치므로 적절한 선정이 요망 되었다.

(4) 조석평균모형에서 가속계수 γ는 시산법으로 정해야한다. 본 논문의 수치실험 예제의 경우 시산해본 결과 γ을 다음식으로 정함이 적절했다.

$$\gamma = 240 - 0.2 \cdot \text{nstep}$$

이상에서 2차원하구모형의 매개변수동정시 BF 좌표계의 ADI-FDM 반음해법이 사용될 수 있다.

參考文獻

1. Chu, Wen-Sen(1979), *"Parameter identification of two dimensional estuarine model"*, Ph.D. thesis,U.C.L.A. pp.1-113.
2. Leendertse, J.J., (1967), *"Aspects of a computational model for long-period waterwave propagation,* Rand-Corperation,Memorandom RM-5293-PR, Santa Monica.
3. Thompson, J.F,F.C. Thames and C.W. Mastin, (1974) *Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate systems for fields containing any number of arbitary two dimensional bodies,* J.Comp. Phys., 15,299-317.
4. Spaulding, M.L., *A vertical avereged circulation model using boundary fitted coordinates,* J.Phy.Oceanography, Vol.14, pp.973-982.
5. Johson, B.H., (1982) *Nuemrical modelling of estuary hydrodynamics on a boundary fitted coordinate system,* Numerical grid generation, J. Thopson, ed., Elsevier, pp.409-436.
6. Becker, L. and W.G. Yeh, (1972) *Identification of Parameters in Unsteady Open Channel Flows,* Water Resources Research,,pp.956-965, Aug.
7. Bennett, J.P., (1975) *General Model to Simulate Flow in Branched Estuaries,* Proc.Symposium on Modeling Techniques, ASCE,I, San Francisco pp.643-662.
8. Thompson, J.F., (1985) *Numerical Grid Generation: Foundation and Application,* Elsevier Science Publishing Co.
9. Yeh, W.W-G. and G.W. Tauxe, (1971) *Optimal Identification of Aquifer Diffusivity Using Quasilinearization,* Water Resources Research, 7(4), pp.995-962, Aug.
10. Chiang, Wen-Li and J.J.Lee, (1981) *Tide induced currents in harbours of arbitrary shape,* USCSG-TR-01-81.
11. T.Ippen, (1966) *Estuary and coastline hydrodynamice,* Mcgraw-Hill Book Company, Inc.