

## 〈報 文〉

## 土地利用의 變化와 洪水流出 Model

安 相 鎭\* · 李 鍾 衡\*\*

## I. 序 論

대상유역의 降雨量을 알고 流出量을 推定하는 model을 流出 model이라하며, 1932년에 Sherman이 單位圖法을 제창한 이래 지금까지 각종의 流出 model과 그 수정법이 제안되었다. 이러한 方法을 구별하고 정리하는것은 容易하지 않으며, 角屋은 表1같이 분류하고 있다. 이 方法중에서 현재에도 實用的으로 사용되고 있는 것은 많지 않으며, 더우기 그 중에서도 土地利用變化에 따른 流出量 變化를 予測할 수 있는 流出 model로 限定하면 그 數는 많지 않다.

다음은 이 流出量 變化를 評價할 수 있는 洪水 流出 model로서 合理式, 表面流出 model, 貯留 函數法을 택하여 이 方法의 기본적인 개념과 利用法에 대하여 설명한다.

## II. 合理式에 의한 Peak流出量의 推定

## 1. 合理式

대상으로 하는 流域의 土地利用이 같다고 볼 경우의 洪水 Peak流出量은 다음 合理式으로 推定할 수 있다.

$$Q_p = \frac{1}{3.6} \gamma_e A \quad (1)$$

여기서,  $Q_p$ : Peak流量( $m^3/s$ ),  $A$ : 流域面積( $km^2$ ),  
 $\gamma_e$ : 洪水到達時間內的 流域平均有效降雨 強度( $mm/h$ ).

合理式을 精確하게 이용하는데는 洪水到達時間을 적절히 推定하는것을 전제로 한다. 그 推定에 Rziha式등의 經驗式을 이용하면 문제가 많다.

## 2. 洪水到達時間

개념적으로는 流域의 時間的 最遠點에 내린 雨水의 擾亂이 流域下流端에 전파하는 시간이라고 정의된다. 그러므로 洪水到達時間은 雨水의 전파 속도에 관계하는 要素, 流域의 地形, 地被, 表層 土性, 流路網構成등의 流域特性 및 有效降雨波形과 流量등의 降雨出수에 좌우되는 量이다.

洪水到達時間은 土地利用狀態에 따르며 實測值에 기인하여 推定하는것이 원칙이나 그 값이 충분히 얻어지지 않을 경우에는 다음 角屋, 福島式을 利用할 수 있다.

$$t_p = CA^{0.22} \gamma_e^{0.35} \quad (2)$$

여기서,  $t_p$ : 洪水到達時間(min),  $A$ : 流域面積( $km^2$ )  
 $\gamma_e$ : 洪水到達時間內的 流域平均有效 降雨強度( $mm/h$ )

〈表 1〉 流出解析法の分類

分類		特徴		方法	
單 圖 法	單位圖法	Black Box	集	代數的單位圖法 Sherman(1932)	總合單位圖法 (洪水) Snyder(1938), 中安 (1956)
	瞬間單位圖法				代數單位圖法 (洪水) Collins(1939), 立神 (1954)
貯 留 法	單位圖法	概念	中	貯水池 model zoch(1934)	統計的單位圖法 (洪水) Snyder(1955), Eagleson(1966)
					非線型統計的單位圖法 Amorocho(1961), 日野 (1969, 1980)
雨 水 流 法	傾斜地	模 型	準集中型	Kinematic Wave model 岩垣・末石 (1955)	變換單位圖法 (洪水) Paynter(1952), O'Donnel(1960), Dooge(1965)
	低平地				流出關數法 (洪水) Edson(1951), Nash(1957), 覺屋 (1958)
					非線型流出關數法 石原 (1954), Singh(1964), Diskin(1967)
					Tank model 管原 (1956), Boughton(1965), Linsley(1966) 永井・角屋 (1983)
					貯留關數法 (洪水) 木村 (1961), Prasad(1967), 永井 (1982)
					表面流出 model(洪水) 石原・高棹(1959), 角屋・福島 (1976)
					中間流出 model 石原・高棹(1962)
					地下水流出 model 角屋 (1967), 瀬口 (1979)
					不定流 model 不定流 model 白石 (1972), 旱瀬 (1976)
					不等流 model 角屋・旱瀬 (1979)

係數 C는 土地利用狀態에 따라 다르며 表 2와 같다.

〈表 2〉 土地利用係數 C의 值

表層條件	C 值
丘陵山地流域	250~350≒290
放牧地	190~210≒200
골프장	130~150≒140
造成宅地	90~120≒100
市街地	60~90≒70

3. Peak 流出 係數

平均有效降雨強度  $\gamma_e$ 는 Peak流出係數  $f_p$ 를 이용하여 다음식으로 推定할 수 있다.

$$\gamma_e = f_p \gamma \quad (3)$$

여기서,  $\gamma$  : 洪水到達時間內的 流域平均 觀測降雨強度 (mm/h).

Peak流出係數는 流域의 표층(지질, 토지이용) 조건과 先行降雨조건에 따라 크게 변동한다.

〈表 3〉 從來부터 자주 이용된 Peak 流出係數  $f_p$

地形 狀態	$f_p$
急峻한 山地	0.75~0.90
起伏이 있는 山地 및 樹林	0.50~0.75
평탄한 耕地	0.45~0.60
山地河川	0.75~0.85
平地小河川	0.45~0.75
流域  절반이상이 平地인 大河川	0.50~0.75

〈表 4〉 表層土의 狀態와 Peak 流出係數  $f_p$

表層土의 狀態	$f_p$
화강암질 砂質土(표층토가 두꺼울 경우)	0.1~0.2
화강암질 砂質土(표층토가 얇을 경우)	0.5~0.7
火山灰堆積土	0.2~0.35
古生層, 中生層 등 表층토가 두꺼운 山地, 丘陵地	0.5~0.7
鋪裝率이 높은 市街地	0.9~1.0

Peak流出係數는 表 3,4에 나타냈으며 排水計劃에서는 지표조건에 따라 크게 변동한다. Peak流出係數는 表 3,4에 나타냈으며 排水計劃에서는 지표조건에 따른 실측의 最大值(流域이 습할때의 값)를 採用하는것이 원칙이다.

4. Peak流出量

土地利用의 變化和 流域의 開發에 따른 流出量의 變化는 洪水到達時間과 Peak流出係數의 變化로서 評價할 수 있다. 合理式에 이용하는 적절한  $\gamma_e$ 는 有效降雨에 대한 降雨繼續時間과 洪水到達時間이 일치할 경우의 有效降雨強度 平均値로 되지 않으면 안되므로 예컨대 確率 Peak 流出量은 다음같이 推定한다.

① 우선 10, 60, 120분 등 3種이상의 繼續時間에 대응하는 同一確率年의 降雨強度를 구한다.

② 이 確率降雨強度에 開發前, 後의 Peak流出係數를 곱하여 各各의 경우 有效降雨強度를 推定한다.

③ 이 값을 그림 1의 兩對數紙上에 표시하여 有效降雨曲線(破線)을 그린다.

④ 이 그림위에 개발전, 後의 洪水到達時間曲線(實線)을 그려 兩曲線의 交點  $\gamma_e$ (mm/h)를 合理式(1)에 대입하면 各各의 경우 流出量  $Q_p$ ( $m^3/s$ )가 구해진다.

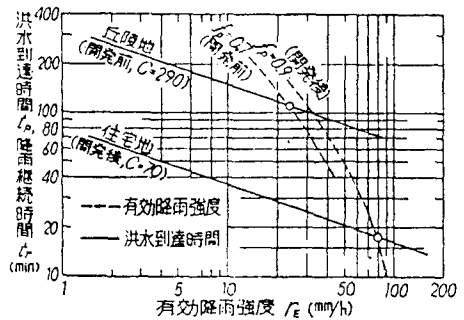


그림 1. 合理式에 이용하는  $\gamma_e$ 의 推定

5. 留意事項

合理式에 이용하는 平均有效降雨強度  $\gamma_e$ 의 平均은 洪水到達時間內的 時間的인 平均이라는 의미에 流域平均의 의미도 포함하고 있다. 그러므로 대상으로 하는 流域全域이 개발된 경우는

앞설명의 방법에 따르면 좋다. 따라서 流域의 일부가 개발되는 등 有効降雨가 流域이 동일하지 않는 경우에는 各地目的 Peak流量 發生時刻이 다른것이 많으므로 주의가 필요하다.

이 부분개발의 경우 Peak流出量은 다음에 설명하는 表面流出model 또는 分布形式의 貯留 函數法에서 出水 hydrograph를 구하여 評價할 수 있다.

### Ⅲ. 表面流出 Model

#### 1. 概念과 特徵

이 model에서는 雨水流出現象을 흐름이라고 받아들인다. 흐름의 狀況은 地形勾配와 表面의 地被狀態등 流域의 많은 要素에 영향을 받는다. 流域表面의 狀態는 同一流域에서도 場所마다 다르기 때문에 現實의 狀態를 그대로 忠實히 나타내어 雨水의 흐름을 추적하는 것은 事實上 不可能하다. 그래서 이 model의 적용에 있어서는 우선 流域을 河道와 그것에 붙어있는 長方形狀의 斜面으로 model화(그림 2)하며, 다음에 이 流域 model위를 雨水가 흐르는 것으로 하여 流出量을 계산한다.

이때 각각 雨水의 흐름을 等流로 취급한다.

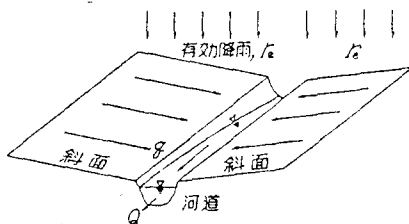


그림 2 雨水의 흐름

이 방법은 좀더 現象의 物理性을 고려한 model이며 流域의 土地利用이 같지 않을 경우와 變化한 경우에도 容易하게 對處하는 등 다른 방법에서는 볼 수 없는 큰 장점을 갖고 있으며 土地利用 變化에 따른 流出量의 影響評價에는 最良의 방법이라고 생각하고 있다.

表面流出model은 中間流出model과 併用하면 精度가 좋은 결과를 얻으며, 排水計劃의 대상이 되는 規模의 큰 出水에서는 表面流出model을 單

獨적용하여도 實用上 충분히 만족할 수 있는 結果를 얻을 수 있다.

#### 2. 基礎式

이 model에서는 斜面流와 河道流를 생각한다. 각각 흐름의 運動方程式과 連續式은 다음과 같다.

(運動方程式) (連續式)

$$\text{斜面流: } h = kq^p \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = \gamma e \quad (4)$$

$$\text{河道流: } W = k_c Q^{P_c} \quad \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_w \quad (5)$$

여기서, h: 斜面水深, q: 斜面單位幅流量,  $\gamma_e$ : 有効降雨強度

W: 河道流水斷面積, Q: 河道流量,  $q_w$ : 河道單位길이당 橫流入量, t: 時間, x: 距離, k, P;  $k_c, P_c$ : 常數

雨水流의 追跡計算에는 特性曲線을 이용하는 경우가 많다.

斜面流에서는  $v(=q/h)$ 를 流速으로 해서

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v}{p} (= \frac{q^{1-p}}{Pk}) \quad (6)$$

特性曲線上에서 다음式이 성립하는 것을 이용하여 계산한다.

$$\frac{dh}{dt} = \gamma_e \frac{dq}{dx} = \gamma_e \quad (7)$$

河道流의 基礎式을 斜面流와 同形이므로 河道流의 계산은 (6), (7)式에 있어서  $k \rightarrow k_c, P \rightarrow P_c, h \rightarrow W, q \rightarrow Q, \gamma_e \rightarrow q_w$ 로 치환하여 행하면 좋다.

#### 3. Model 常數

(1)河道流常數  $k_c, P_c$ : 이 常數는 河道改修에 의해 變化하며 다음같이 정한다.

우선 河道의 縱橫斷面圖에 기인하여 어느 水深에 대한 流速을 Manning式으로 부터 계산하며 이것에 河道流水斷面積 W를 곱해서 河道流量 Q를 구한다. 이 W와 Q를 몇개의 水深에 대해서 계산한다. 다음에 이것을 兩對數紙에 표시하여

직선을 插入하면 그 경사가 常數  $P_c$ 가 된다. 더 우기 이 직선상에서  $Q=1m^3/s$ 에 대응하는  $W$ 값을 그림에서 읽으면 그 값이 常數  $k_c(m\cdot s$ 單位)이다.

(2) 斜面流常數  $k, P$ ; 斜面流에서는  $P=0.6$ 의 Manning型 表面流가 일반적으로 이용되며 이때 斜面流 常數  $k$ 는  $s$ 를 斜面勾配로 하여 다음같이 표시한다.

$$k=(N/\sqrt{S})^p, p=0.6 \quad (8)$$

윗식에서  $N$ 는 等價粗度라 하며 斜面의 흐름을 크게 支配하는 중요한 變數이다. 여기서 等價粗度로는 실제 河道로 의 유입량과 그림 2 같은 流域 model 河道로 의 계산 유입량을 전반적으로 동일 하다고 할 수 있는 粗度이며, 이 粗度を Manning의 粗度係數와 구별하여 특별히 等價粗度라 한다.

等價粗度  $N$ 는 토지이용 상태에 의해 다르다. 일단의 標準值를 表 5에 나타냈다. 또 洪水到達 時間式 (2)式의 토지이용계수  $C$ 로부터 常數  $k$ 의 개략치를 추정하는 식으로서 다음식이 제안된다.

$$k=\frac{C}{255} \sim \frac{C}{190} \approx \frac{C}{220}, P=0.6 \quad (9)$$

역시 일반적으로 出水 hydrograph에 미치는 영향은 河道보다도 斜面쪽이 지배적이다. 이것은 斜面의 傳播時間쪽이 河道보다도 크기 때문이다.

〈表 5〉 等價粗度  $N$ 의 개략치

地 目	$N(m^{-1/3}S)$
山地	1.0~2.0
丘陵山地	0.6~1.2
牧野, 골프장	0.3~0.5
市街地	0.01~0.04

#### 4. 流域의 分割과 model化

이 model에서 流出計算을 행하는데는 먼저 流域을 支川合流點과 將來의 토지이용상태등에 기 인하여 몇개의 block으로 分割하여 그림 3과 같이 河道와 그것에 流入하는 長方形斜面이 되는 流域 model을 만들어 놓을 필요가 있다. 각각

block의 片側面積  $a$ , 河道長  $l$ 을 지형도에서 측정하면 片側平均斜面長은  $b=a/l$ 로 된다. 斜面 勾配는 曲線法등에 의해 지형도에서 구하면 좋다.

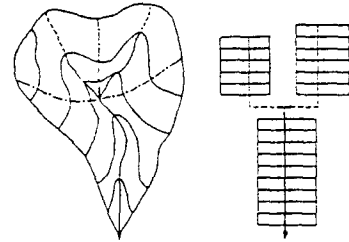


그림 3. 流域model

土地利用變化와 流域開發의 영향을 평가할 경우는 개발전의 流域model과 개발후의 그것과는 동일하게 하는것이 원칙이다. 다시말해 流域의 일부가 개발될 경우에는 그 부분은 개발전의 流域model에서도 獨立한 block으로 하여 놓는다.

#### 5. 有効降雨

土地利用變化의 영향평가에 이용하는 降雨는 개발전, 후에서 동일하지 않으면 안되며 有効降雨는 土地利用狀態의 變化에 따라서 변화하는것이 필요하다.

이 有効降雨는 實測值에 기인하여 推定하는 것이 원칙이며 그것을 이용할 수 없는 경우에는 保留量曲線을 참고로 할 수 있다.

### IV. 貯留函數法

#### 1. 概念과 特徵

이 model에서는 雨水 流出現象을 주로 貯留現象으로 받아들인다. 流域을 하나의 貯水池로 보아 直接流出量(高)과 그것에 대한 貯留量(高)關係의 時間的 變化를 조사하면 그림 4 같이 洪水의 上昇部와 低減部에서는 loop를 그리는 경우가 많다. 貯留函數法에서는 이 loop를 解消하기 때문에 지체된 時間을 도입하고 있다.

이 model은 貯留量과 流出量間에 表面流出 model과 類似의 非線形關係를 생각하면 流出의 非線形性을 잘 표현할 수 있고 또 流出計算이 간편한 점도 있어 실용적으로 자주 이용되고 있다.

이 model의 難點은 常數의 物理的 의미가 필요 한데도 明確하지 않다고 하는 점이 있으나, 최근 에는 表面流出model과 의 常數間 상호관계가 明確하게 되었으며 또 土地利用에 따른 model常數 값도 정리되었다. 이것에 의해 토지이용상태의 변화가 유출에 미치는 영향도 어느정도 토론할 수 있게 되었다.

2. 基礎式

貯留函數法에서는 그림 5 같이 有効降雨와 直接流出高間에 지체시간  $T_l$ 을 고려한 點이 特徴 的이다. model의 基礎式은 다음과 같다.

$$Sl = kQ^p, S l = \int_0^t \gamma_e dt \cdot Q dt \quad (10)$$

여기서  $S l$ :지체시간  $T_l$ 을 고려한 본보기 貯留高

$Q$ :接近流出高,  $\gamma_e$ :有効降雨強度,  $k, p, T_l$ :常數

有効降雨強度  $\gamma_e$ 는 실제 現象解析에는 流入係數 등을 이용한 獨特方式으로 추정하는 것도 있으며 土地利用變化에 따른 流出量 變化를 予測하는데 는 保留量曲線등에서 推정한 값을 이용하는 것이 바람직하다.

流出計算은 (10)式을 하나로 합한 다음式으로 행한다.

$$\frac{dQl}{dt} = \frac{1}{KP} (\gamma_e Q l) Q l^{1-p} \quad (11)$$

여기서,  $Q l(t) = Q(t + T_l)$ 이며 그림 6같이 (11)式의 해  $Q l$ 을 時間軸의 正方向으로  $T_l$ 만 큼 이동시킨 값을 구하면 적절한 直接流出高  $Q$ 가 된다. 위의 計算에는 修正 Euler法이 잘 이용 된다.

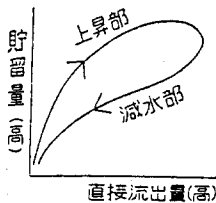


그림 4 貯留量과 流出量의 關係

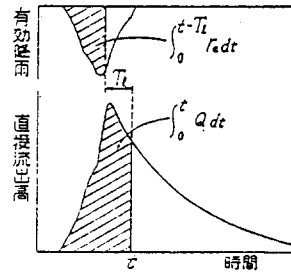


그림 5 貯留函數의 連續式

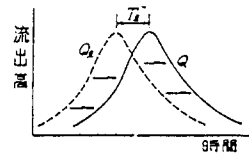


그림 6 計算流量  $Q$ 와 지체시간

3. Model 常數

常數  $p$ 는 土地利用狀態에 關係없이  $p=0.6$ 로 서도 實用적으로 충분하며 다른 常數  $k, T_l$ 은 土地利用狀態에 따라 變化하는 것이라고 생각한 다. 최근 杉山은 다음 常數 推定式을 제안하고 있다.

$$p=0.6 \quad (12)$$

$$k = \beta A^{0.14} \quad (13)$$

$$T_l = \gamma A^{0.11} \gamma_e^{-0.4} \quad (14)$$

여기서  $K, T_l$ :常數(mm-h單位),  $A$ :流域面積(km<sup>2</sup>)

$\gamma_e$ :Peak流出高(mm/h)

係數  $\beta, \gamma$ 는 土地利用狀態에 의해 다르며 表 6의 값을 나타내고 있다.

<表 6> 係數  $\beta, \gamma$ 의 값

地 目	$\beta$	$\gamma$
自然山地, 丘陵林地	5	1.0
開發地, 半市街地	1	1.0
市街地	0.5	0.5

이러한 式을 이용하면 土地利用變化가 流域全 體에 미치는 경우의 出水 hydrograph는 다음 순

서로 구한다.

① 우선 土地利用狀態에 따른 有效降雨를 保留量曲線등으로 부터 推定한다.

② 대상유역의 面積 A와 表 6의 係數  $\beta$ 를 이용하여 (13)式으로부터 常數 k를 추정하며  $P=0.6$ 으로 (11)式에서 流出計算을 행한다.

③ 計算 Peak流出高  $\gamma$  (mm/h) 및 表 6의 係數  $\gamma$ 를\*(16)式에 대입하며 지체시간  $T_l$ 을 추정한 후 계산 hydrograph를 時間軸의 正方向으로  $T_l$ 만큼 이동시킨 값을 直接流出高로 하면 좋다.

$$t_w = L \frac{k_c P_c}{I_*^{1.5}} \quad (16)$$

그림 7의 경우 流域下流端 流量은 河道block에서의 流量 $Q_c$ 에 流域block ③에서의 流量 $Q_3$ 를 加한 값으로 해서 구한다.

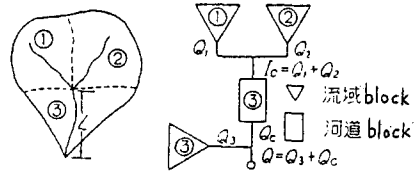


그림 7 分布型貯留函數

#### 4. 分布型貯留函數

流域의 일부가 개발될 경우의 영향을 평가하는 데는 分布型式의 貯留函數를 設定하는것이 된다. 이때 流域分割의 要領은 表面流出model의 경우와 똑같으며 分布型model에서는 그림 7 같이 支流域block외에 河道block도 獨立하여 만드는 경우가 많다.

支流域block의 流量은 위에서 설명한 것 같이 (12)~(14)式을 이용하여 구한다. 河道의 貯留函數는 (10), (11)式에서

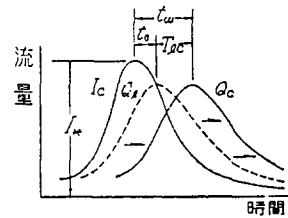


그림 8 河道의 지체시간 設定

$$K \rightarrow k_c L, \quad P \rightarrow P_c, \quad \gamma_c \rightarrow I_c, \quad T_l \rightarrow T_{lc}$$

로 치환하면 좋다. 여기서  $k_c, P_c$ 는 (5)式의 河道流 常數,  $I_c$ 는 河道上流端 流入量이다.  $L$ 은 河道長이며, 그림 7의 河道block에서는 支流域 ③의 河道長을 採用한다. 또 같은 그림에는 流域 block ③만에 대해서 河道block을 設定하였으며, 이것은 (12)~(14)式에서 이미 支流域의 河道效果를 고려하고 있기 때문이다.

河道의 지체시간  $T_{lc}$ 는 河道의 傳播時間  $t_w$ 를 고려하여 다음같이 設定한다. (그림 8)

$$\begin{aligned} T_{lc} &= t_w - t_0 & t_w > t_0 \\ &= 0 & t_w \leq t_0 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,  $t_0$ 는 河道上, 下流端에 있어서 Peak流量 發生時刻의 차이이며 上流端流入量  $I_c$ 와  $T_{lc}=0$ 으로 한 計算流量  $Q_1$ (그림 8의 點線)로부터 구한다.

傳播時間  $t_w$ 는  $I_*$ 를 河道上流入量의 Peak값으로 해서 近似的으로 다음式으로 推定할 수 있다.

#### V. 流出 model의 選擇과 留意點

(1) 土地利用變化에 따른 洪水流出量의 變化를 토론하는데는 貯留函數法의 적용도 생각되나 現在의 경우 表面流出model이 最良이다. 또 이때의 流出model은 土地利用變化의 前, 後에 동일한 것을 採用하는 것이 원칙적이다.

(2) 單位圖法은 排水計劃의 對象이 되는 出水에 대해서 Peak流量에 따라 單位圖가 變化할 可能性이 크므로 流域의 出水特性을 表現하기 어려운 問題點이 있다. 그러므로 이러한 流出model은 現在의 경우 土地利用變化가 洪水流出에 미치는 影響의 評價에는 利用할 수 없다고 생각하는 법이 좋다.

(3) 土地利用變化에 따라서 流出이 어떻게 變化하는가 하는 문제는 이제까지 주로 洪水를 對象으로 연구하였다. 따라서 開發에 의하여 流域의 浸透, 保水特性이 變化하므로 그 結果로서 長期流出에도 조금은 影響이 나타나고 있다고 생각한다.

이와같이 洪水流出과 長期流出은 불가분의 관계가 있다. 土地利用變化가 長短期流出 혹은 長

期流出에 미치는 영향의 表現法, 評價法에 대해서는 앞으로의 연구에 기대해야 할 것이다.

→ 59p에서 계속

강좌 I에서 언급한 바와 같이, 이러한 수력기계나 관망 시스템에서의 과도류에 관한 연구는 수리학의 중요분야임에도 우리나라의 경우 그에 관한 강의나 연구 등이 타 분야에 비해 소홀한 편이었다. 그 이유는 우리나라에서는 토목공학보다는 他 Discipline에서(기계공학, 원자핵공학 등)에서 이 분야를 주로 다루었기 때문일 것이다. 그러나, 관에서의 물의 흐름에 관한 공학적 해석 및 설계는 토목공학(수리학)에서 뺄 수 없는 중요 분야이며 외국의 경우 여러 Discipline에서 공히 접근하는 것을 고려하면 우리나라의 경우도 토목공학분야에서 과도류의 해석에 관해 보다 활발한 강의, 연구가 수행되었으면 한다.

예로서, 최초의 창원단지의 용수공급을 하는 펌프관망의 사고는 펌프의 급정지에 의한 수격작용에 의해 일어난 것으로 알려져 있다. 이러한 대규모 사고에 의한 피해(수백억추산)를 감안하면 과도류의 해석은 수리학/토목공학 분야에서 실로 간과될 수 없음을 보여주고 있다.

끝으로, 淺學인 필자의 지루한 강좌를 조금이나마 읽은 독자들에게 심심한 감사를 표하며 본 강좌에서 설명된 사항들 중에서 조금이라도 미흡한 면이 있으면 기탄없이 질책해 주기를 바란다.

### 참 고 문 헌

1)Fox, J. A.(1977) Hydraulic Analysis of Unsteady Flows in Pipe Networks, John Wiley & Sons, Inc., New York.  
 2)J-M Pipe, Concepts of waterhammer and air entrainment in the filling and testing of pipelines, J-M Manufacturing Co., Stockton,

Calif.  
 3)Kranenburg, C.(1974), Gas release during transients cavitation in pipes, J. Hyd. Eng., ASCE, Vol. 100, No, HY10, Oct.  
 4)Marchal, M., Fleşhk, G., and Suter, P.(1965), The calculation of waterhammer problems by means of the digital computer, Proc. Int. Symp. Waterhammer Pumped Storage Projects, ASME, Chicago, Nov.  
 5)Parmakian, J.(1963) Waterhammer Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.(Dover Reprint).  
 6)Provoost, G. A.(1976), Investigation into cavitation in a prototype pipeline caused by water hammer, Proc. 2nd. Int. Conf. Pressure Surges, Bedford, England, BHRA, Sep.  
 7)Swaffield, J. A.(1972), Column separation in an aircraft fuel system, Proc. Int. Conf. Pressure Surge, Canterbury, England, Paper C2, BHRA, Fluid Engl., Sep 6-8.  
 8)Wisner, P. E.(1975), Mohsen, F. N., and Kouwen, N., Removal of air from water lines by hydraulic means, J. Hyd. Eng., ASCE, Vol. 101, No. HY2, Feb.  
 9)Woo, H. S., and Papadakis, C. N., (1987), Forces in initially empty pipes subject to rapid filling, Fluid Transients in Fluid-Structure Interaction-1987, The Winter Annual Meeting of the ASME, Boston, Mass., Dec.13-18.  
 10)우효섭, 이삼희(1988);빈관의 급속한 채움에 의한 관단면의 급축 부분에서의 수격작용, 한국수문학회지, 제 22권 제 4호.