

論 文

大韓造船學會誌
第27卷 第3號 1990年 9月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 27, No. 3, September 1990

구조물의 탄성을 고려한 2차원 탱크내 유동해석

이관목*, 홍석원*, 홍사영*

Analysis of Liquid Sloshing in a Two-Dimensional Elastic Tank

by

P.M. Lee*, S.W. Hong* and S.Y. Hong*

Abstract

The liquid sloshing in an elastic tank is a fluid-structure interaction problem. It requires nonlinear analysis to solve the complicated physics involved in the large interaction of fluid-structure, the variation of dynamic characteristics of structure due to hydrodynamic loading, and the distortion of fluid flow due to structural vibration. In this paper a Lagrangian FEM is introduced to analyze the liquid sloshing in an elastic tank assuming that the elastic wall is one degree of freedom rigid wall. Numerical integration is performed using an implicit-explicit algorithm, which is formed by mixing the predictor-corrector method and the Runge-Kutta 4th order method. The influence of dynamic characteristics of the sloshing tank on the fluid flow is discussed. The numerical method is also applied for the simulation of the wall generated wave in the tank.

요 약

구조물의 탄성을 고려한 탱크내 유동은 자유수면을 갖는 유체와 탄성변형하는 구조물이 연성된 시스템으로서 유체유동으로 인한 과도한 구조물변형, 유체의 부가질량 및 부가감쇠력에 의한 구조물의 동특성변화, 구조물 진동으로 인한 유체유동의 왜곡 등이 복합된 비선형 해석이 요구된다. 본 논문에서는 탱크 벽을 1자유도 수평운동하는 강체로 가정하였으며 Lagrangian 유한요소법을 이용하여 유동해석을 수행하였고 유체-구조물 연성문제의 수치적분을 위하여 조합된 implicit-explicit 알고리즘을 도입하였다. 탱크벽의 동특성 변화에 따른 유체-구조물연성 탱크의 동특성변화를 관찰하였으며 과도생성 문제에 관한 수치계산을 수행하였다.

1. 서 언

탱크내 유동은 유체-구조물이 연성된 시스템으로서 유동에 의한 과도한 구조물변형, 유체의 부가질량 및

부가감쇠력에 의한 구조물의 동특성변화, 구조물 진동으로 인한 유체유동의 왜곡 등이 복합된 비선형 해석을 요구한다. 따라서 유체-구조물 연성문제를 해석하기 위해서는, 첫째 유체의 운동방정식을 정식화해야 하며, 둘째 구조물의 운동방정식을 정식화하고, 마지

발 표 : 1990년도 대한조선학회 춘계 연구발표회(1990. 4. 15)

접수일자 : 1990년 5월 9일, 재접수일자 : 1990년 7월 23일

* 정회원, 해사 기술연구소

막으로 두 운동방정식을 연결하는 과정을 수행해야 한다.

유체-구조물이 연성된 문제에 유한요소법을 적용한 연구보고가 1975년도에 발표된 이후에 Donea는 유동장을 Lagrangian 방법 및 ALE 방법 [1]으로 처리한 바 있으며, Belytschko [2]는 유체와 구조물 사이의 경계 절점은 유체-구조물의 인터페이스를 유지하면서 유동장 내부는 고정된 절점인 Quasi-Eulerian 방법을 적용하였고 ALE법을 이용한 유체-구조물 상호작용 [3]을 해석하기도 하였다. 이 방법들은 비정상 유동해석을 위하여 implicit-explicit 알고리즘 [4], [5]을 도입하였다. 유체-구조물이 연성된 시스템의 고유치 해석법은 hybrid 방법을 이용한 NASTRAN 등이 범용화되어 있고 Marcus [6]는 점수평판의 진동에 적용한 예가 있으며, Müller [7]는 정지유체에 대하여 유체-구조물 연성의 고유치해석 문제에 관한 간단한 해석법을 제시하였다.

자유수면을 갖는 유체유동 해석은 Lee [8], Ramaswami [9] 등 다수의 연구결과가 있으나, 자유수면을 갖으며 탄성을 고려한 탱크내 유체유동 해석에 관한 연구는 부진한 편이다. Liu [10], [11]는 냉각수탑 설계를 위하여 원통구조물의 좌굴소성을 고려한 슬러싱 해석을 유한요소법으로 수행한 바 있으며, 지진에 의한 냉각수탑의 손상을 수치해석하였다 [12]. Liu의 해석방법은 미소한 유체유동 조건에서 원통구조물의 비선형해석에 초점을 맞추었으며, 유체와 구조물 사이에 sliding 요소 [13]를 도입하였다. Debongnie [14]는 유체 및 구조물에 Lagrangian 방법을 적용하고 변분원리를 이용한 음향진동-슬러싱 문제를 해석한 바 있다. Hong [15]은 자유수면의 변화가 미소하다는 가정하에 Eulerian 방법으로 자유수면을 갖는 비점성 비압축성 유체에 관한 유체-구조물 연성을 해석하였다.

본 논문은 자유수면을 갖는 2차원 탱크내 유동의 해석법에 관한 연구이다. 탱크내 유체는 비압축성 점성 유체이며 자유수면의 표면장력을 무시하였다. Lagrangian 방법을 도입한 유한요소법으로 유동해석을 수행하였으며, 탱크벽면에서 미끄러짐이 일어난다고 가정하였다 [8]. 탱크벽은 1자유도 수평운동하는 강체로 가정하였으며 탱크바닥은 고정되었다고 가정하였다. 유체-구조물의 연성문제 수치해석을 위하여 predictor-corrector법 및 Runge-Kutta 법을 조합시킨 implicit-explicit 알고리즘을 적용하였고 이의 수렴성을 검토하였다. 탱크벽의 동특성 변화에 따른 유체-구조물 연성 동특성 변화를 관찰하였으며, 파도생성 수치계산을 수

행하였다.

2. 운동방정식

탄성을 고려한 2차원 직사각형 탱크내 유동해석을 위하여 자유수면을 갖고 탱크벽면 경계를 갖는 탱크를 Fig. 1에 나타내었다. 탱크의 폭은 L 이고 정지상태의 수심이 H 이며, 탱크바닥 중앙에 원점이 있고 수평방향으로 X_1 , 수직상방으로 X_2 인 직교좌표계 $X_i (i=1, 2)$ 가 관성좌표계에 고정되었다. 유동영역을 V , 자유수면 경계를 S_F , 탱크의 좌측벽, 우측벽 및 바닥경계를 각각 S_{WL} , S_{WR} , S_{WB} 이라 칭하고, 유체를 비압축성 유체로 가정한다. 비압축성 유체에 대한 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{Du_i}{Dt} + p_{,i} - \nu(u_{i,j} + u_{j,i}), j - f_i = 0 \text{ in } V \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \text{ in } V \quad (2)$$

여기서 $u_i (i=1, 2)$ 는 유체속도의 i 방향 성분이고 f_i 는 체력, p 는 유체압력, ν 는 점성계수, t 는 시간을 나타낸다. 자유수면경계 S_F 에서 법선응력은 대기압과 같고 유체의 표면장력을 무시하여 접선응력은 영이라 가정한다. 따라서 자유수면 경계조건은 다음과 같다.

$$p = \hat{p} \text{ on } S_F \quad (3)$$

탱크벽면경계 S_{WL} , S_{WR} , S_{WB} 에서 탱크벽에 수직인 방향의 유체속도는 탱크벽의 운동속도와 같으며, 탱크벽과 유체 사이에서는 미끄러짐이 일어난다고 가정하였다.

$$u_1 = \dot{x}_{WL} \text{ on } S_{WL} \quad (4)$$

$$u_1 = \dot{x}_{WR} \text{ on } S_{WR} \quad (5)$$

$$u_2 = \dot{x}_{WB} \text{ on } S_{WB} \quad (6)$$

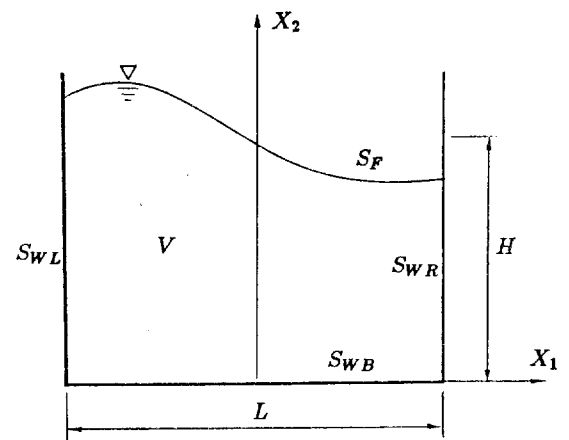


Fig. 1 A Two-dimensional sloshing tank

여기서 \dot{x}_{WL} , \dot{x}_{WR} , \dot{x}_{WB} 는 좌측벽면 우측벽면 및 탱크 바닥에서 탱크의 운동속도이다. 또한, 탱크벽면에서 압력에 대한 경계조건은 속도에 대한 경계조건식 (1)을 대입하여 얻을 수 있다.

$$p_{,N} = -\dot{x}_{WN} + f_N + \nu \nabla^2 u_N \quad \text{on } S_W \quad (7)$$

여기서 \dot{x}_{WN} 은 탱크벽면에 수직인 방향의 탱크벽 가속도이다.

본 논문에서는 유체-구조물 연성문제의 해석을 위하여 탱크벽을 Fig. 2와 같이 간단한 1자유도 구조물로 치환하였다. 2차원 직사각형 탱크의 바닥경계는 강체이며 좌측벽과 우측벽이 각각 질량, 스프링, 댐퍼 (M_L , K_L , C_L , M_R , K_R , C_R)를 가지며 탱크바닥에 대하여 평행하게 이동하는 1자유도 강체벽으로 가정하였다. Fig. 2와 같이 정지수압에 의한 정적 변형이 고려된 탱크에서 탱크바닥이 강제 횡동요 X_1 을 받을 경우의 좌측벽 및 우측벽의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_L(\ddot{X}_1 + \ddot{x}_L) + C_L \dot{x}_L + K_L x_L = - \int_0^{h_L} p dl \quad (8)$$

$$M_R(\ddot{X}_1 + \ddot{x}_R) + C_R \dot{x}_R + K_R x_R = \int_0^{h_R} p dl \quad (9)$$

여기서 x_L 및 x_R 은 탱크에 고정된 좌표계에 대한 좌측벽의 상대변위 및 우측벽의 상대변위이며, h_L , h_R 은 탱크의 좌측벽 및 우측벽에서의 파고이며, p 는 탱크벽에 작용하는 유체압력이다.

자유수면의 위치 및 강체경계가 시간의 변화에 따라 수시로 변화하는 비정상유동의 해석을 위하여 Lagrangian 표현법을 도입하였으며, 이를 이용하여 유동에 관한 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식을 변형시켰다. Navier-Stokes 방정식 (1)과 연속방정식 (2)를 만족시키는 속도와 압력을 얻기 위하여 속도보정법이 사용되었다. 근사속도장으로서 비압축성 조건식 (2)를 만족시키지 않는 매개 속도변수 \tilde{u}_i 를 다음과 같이 도입하면

$$\tilde{u}_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t \{ p_{,i}^n - \nu (u_{,j}^n + u_{,j}^n), j - f_i^n \} \quad (10)$$

실제속도장 u_i , 매개속도장 \tilde{u}_i , 임의의 포텐셜 ϕ 및 압력 p 에 관한 관계식은 다음과 같다[8].

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} + \phi_{,i} \quad (11)$$

$$\phi_{,ii} = -\tilde{u}_{i,i}^{n+1} \quad (12)$$

$$p^{n+1} = p^n - \phi / \Delta t \quad (13)$$

이 식의 해를 구하기 위하여 자유수면경계 S_F 와 이동강체경계 S_W 에서의 경계조건식 (3) 및 (4)~(7)을 변형된 운동방정식에 관한 조건식으로 변환할 수 있다. 관계식 (13)을 이용하면 자유수면에서의 압력 경계조건식 (3)은

$$\phi = 0 \quad \text{on } S_F \quad (14)$$

으로 변환되며, 탱크벽에서의 속도 경계조건식은 실제 속도장에 대하여 다음으로 대치된다.

$$u_1^{n+1} = \dot{x}_{WL}^{n+1} \quad \text{on } S_{WL} \quad (15)$$

$$u_1^{n+1} = \dot{x}_{WR}^{n+1} \quad \text{on } S_{WR} \quad (16)$$

$$u_2^{n+1} = \dot{x}_{WB}^{n+1} \quad \text{on } S_{WB} \quad (17)$$

강체탱크 벽면경계에서 점성의 영향이 작다고 가정하고 압력 경계조건식 (7)에 관계식 (13)을 도입하면

$$\phi_{,N} = -\Delta t (p_{,N}^{n+1} - p_{,N}^n) \quad (18)$$

임의의 포텐셜 ϕ 에 대한 경계조건식으로 변환된다. 여기서 위치차 n 은 시간스텝이고 밀침자 N 은 탱크벽에 수직인 방향벡터를 나타낸다. 따라서 탱크벽에 대한 관계식은 식 (7)과 식 (18)을 이용하여 다음과 같이 정리된다.

$$\phi_{,1} = \Delta t (\dot{x}_W^{n+1} - \ddot{x}_W^n) \quad \text{on } S_{WL}, S_{WR} \quad (19)$$

$$\phi_{,2} = 0 \quad \text{on } S_{WB} \quad (20)$$

3. 유한 요소법

자유수면과 이동벽면을 갖는 탱크내 유동해석을 수행하기 위하여 Lagrangian 유한요소법[8]을 적용하였다. 이 방법은 자유수면 경계조건 및 이동 벽면 경계조건의 구현이 용이하고 임의형상의 강체벽 경계조건을 구현할 수 있다. 벽면의 운동과 유체유동이 연성된 탱크시스템의 수치적분을 위하여 implicit-explicit 수치적분기법을 적용하였다. 구조물에 작용하는 유체의 압력을 고려한 구조물의 운동계산에 explicit scheme을 적용하였고, 구조물의 운동이 유동의 경계조건으로 영

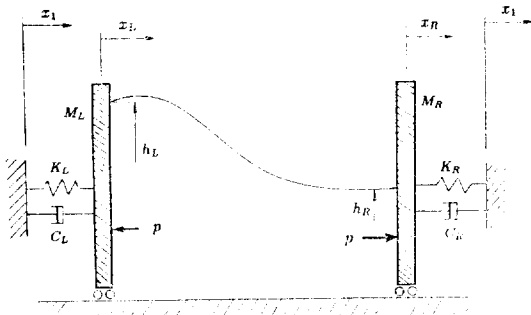


Fig. 2 Tank model for fluid-structure interaction problem

항을 미치는 유동장계산에 implicit scheme을 적용하였다.

시간 t^n 에서 위치 x_i^n 을 갖는 탱크내 임의의 유체입자에 대하여 미소시간 증분 Δt 후의 시간 t^{n+1} 에서 새로운 유체입자위치 x_i^{n+1} 는 미리 알려지지 않은 속도 u_i^{n+1} 의 함수이고 이 속도는 또한 새로운 유체입자의 함수이므로 반복적인 계산을 수행해야 한다.

반복계산을 위하여 predictor-corrector법을 이용하였으며, 정도높은 계산을 수행하기 위하여 Adams-Bashforth 및 Adams-Moulton 식을 이용하였고 매 시간스텝에서 반복계산을 수행하였다[8]. 반복계산은 계산된 속도가 수렴조건을 만족시킬 때까지 반복된다.

탱크내 유동영역의 유한요소 분할을 삼각형 요소로 선택하였으며, 변위, 속도 및 압력 항의 형상함수가 동일한 Galerkin법을 이용하였다. 식 (10), (11), (12)에 대하여 유한요소법을 적용하고 압력 및 속도의 경계조건을 penalty method로 구현하였다. 유한요소화된 방정식은 다음과 같다.

$$M_{\alpha\beta}^{n+1} \hat{u}_{\beta i}^{n+1} = M_{\alpha\beta}^n u_{\beta i}^n + \Delta t (H_{\alpha i \beta}^n p_{\beta}^n - S_{\alpha i \beta j}^n u_{\beta j}^n + F_{\alpha}^n f_i^n + Q_{\alpha i}^n) \quad (21)$$

$$M_{\alpha\beta}^{n+1} u_{\beta i}^{n+1} = M_{\alpha\beta}^{n+1} \hat{u}_{\beta i}^{n+1} + H_{\alpha\beta i}^{n+1} \phi_{\beta} \quad (22)$$

$$A_{\alpha\beta}^{n+1} \phi_{\beta} = H_{\alpha\beta i}^n \hat{u}_{\beta i}^{n+1} + \Sigma_{\alpha}^{n+1} \quad (23)$$

여기서 각 행렬식은 참고문헌 [8]과 같다.

탄성벽의 운동방정식 (8), (9)은 다음식으로 간략히 표현할 수 있다.

$$\ddot{x}_w = f(t, x_w, \dot{x}_w, p) \quad (24)$$

Runge-Kutta 4차법을 이용하여 식(21)을 수치적분하기 위해서는 Euler 추정단계, backward Euler 보정단계, midpoint rule 추정단계, Simpson's rule 보정단계의 4단계 계산을 필요로 한다[16].

탱크내 유체유동만을 해석하기 위해서는 미소시간 증분을 Δt 로 고정시켜 implicit scheme을 적용시킬 수가 있다. 그러나 이동벽면을 갖는 탱크내 유동해석에 있어서, Runge-Kutta 4차법을 이용하여 구조물의 수치적분을 수행하기 위하여 탱크벽에 작용하는 유체에 의한 압력항이 Δt 시간스텝 외에도 $\Delta t/2$ 시간스텝의 계산과정이 필요하므로 Runge-Kutta법의 중간단계에서의 압력계산을 수행해야 한다. 이러한 압력계산을 위하여 유체유동의 수치적분법으로 이용된 predictor-corrector의 시간증분을 Δt 로 고정시키고, Runge-Kutta법의 4단계 각각에 대해 압력계산을 위한 수치적분을 수

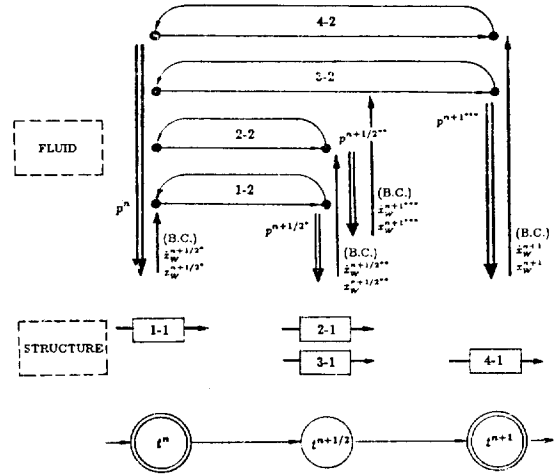


Fig. 3 Schematic diagram for a implicit-explicit numerical integration algorithm

행하였다.

Fig. 3은 본 논문에서 사용된 implicit-explicit 수치적분기법의 개략도이다. 시간 t^n 에서 탱크벽의 압력 p^n 이 구조물에 기진력으로 작용하였을 때 Runge-Kutta법의 첫단계인 Euler 추정단계(Fig. 3의 1-1과정)에 의해서 탱크벽의 속도 $\dot{x}_w^{n+1/2*}$ 와 가속도 $\ddot{x}_w^{n+1/2*}$ 를 추정하고, 이를 유체유동의 경계조건으로 치환하여 시간 $t^{n+1/2}$ 에서 implicit scheme을 유동장에 대해 적용하여 반복계산(Fig. 3의 1-2과정)한다. 이때 수렴된 결과중 탱크벽에 작용하는 가상압력은 $p^{n+1/2*}$ 이다. 가상압력 $p^{n+1/2*}$ 을 이용하여 Runge-Kutta법의 둘째단계인 backward Euler 보정단계(Fig. 3의 2-1과정)에서 탱크벽의 속도 $\dot{x}_w^{n+1/2**}$ 와 가속도 $\ddot{x}_w^{n+1/2**}$ 를 보정하고, 다시 이보정된 경계조건을 이용하여 유체유동을 보정(Fig. 3의 2-2과정)한다. 같은 방법으로 가상압력 $p^{n+1/2**}$ 및 $p^{n+1/2***}$ 를 이용하여 Runge-Kutta법의 세째단계와 네째단계를 각각 수행한다. 최종적으로 시간 t^{n+1} 에서 탱크벽의 속도 \dot{x}_w^{n+1} , 변위 x_w^{n+1} 를 계산하며 유동장의 변위 x_i^{n+1} , 속도 u_i^{n+1} , 압력 p^{n+1} 을 반복계산한다. 따라서 본 논문의 수치적분은 시간 t^n 에서의 데이터만을 이용하여 시간 t^{n+1} 의 결과를 얻기 위하여 수치적분을 4번 반복하는 계산과정으로 구성된다.

4. 결과 고찰

4.1. 전산프로그램 검토

구조물의 탄성을 고려한 탱크내 유동해석 전산프로그램 FLUST의 검증용 위하여 주어진 탱크의 양쪽벽의 동특성이 동일하며 감쇠력이 존재하지 않는 탱크벽 조건을 적용하였다. 수심 3m 특성길이 6m인 2차원 탱크에서 정수압에 의한 정적변형이 10cm일 때의 탄성계수 $K_0=441,270\text{N/m}$ 를 기준으로 정하고 탱크벽의 질량은 $M_0=11,178\text{kg/m}(=k/w^2)$ 이다.

정적변형이 고려되고 초기수면이 기울기 1/5를 갖는 직사각형 탱크의 자유유동할 때의 고유주기를 검토하였다. Fig. 4는 탄성탱크 양끝벽에서 계산된 파고 시계열이다. 이론식에 의한 강제탱크의 고유주기 T' (은 무차원량)은 3.701이고 유한요소법에 의한 고유주기

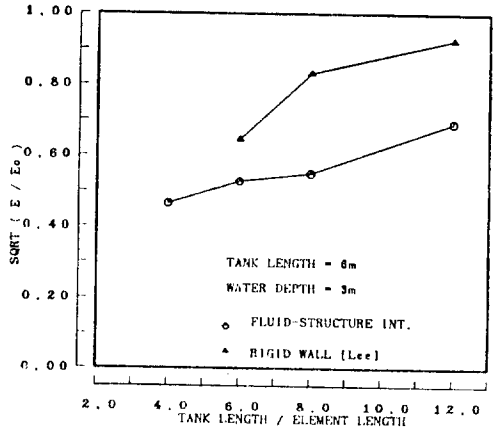


Fig. 5 Total energy after ten sloshing period

T' 은 3.749 [8]이나, 구조물의 탄성을 고려한 탱크내 유체유동의 고유주기 T' 은 3.897로 나타났다. 또한 공기중 탄성벽의 고유주기 T'_w 은 1.278이나 유동이 연성된 탄성벽의 고유주기 T'_w 은 1.457이다. 따라서 구조물과 유체가 연성된 탱크시스템에 있어서 탱크벽의 영향으로 인하여 슬러싱 주기가 길어지며, 탱크벽은 유체에 의한 부가질량의 영향으로 고유주기가 길어지는 결과를 보였다.

구조물과 유체가 연성된 탱크시스템 해석프로그램의 수렴성을 검증하기 위하여 유동장의 분할에 따른 고유주기의 변화, 에너지변화 및 유동장의 체적변화를 관찰하였다. Table 1은 전술한 탱크에 대하여 유한요소의 수를 24, 48, 96, 144개(특성길이/요소길이가 4, 6, 8, 12)로 분할하였을 때의 해석결과를 나타낸다. 유한요소수를 증가시킬 수록 10주기 지난 후의 유체에너지 감소량이 줄어들어 수렴하는 결과를 보였다. Fig. 5는 에너지보존량을 나타낸 그림으로서, 구조물의 탄성을 고려한 탱크내 유동인 경우는 유동만을 위한 유한요소법 [8]보다 수렴속도가 느린 결과를 보였다. 유동장의 체적변화는 2% 정도의 오차를 가지며 수렴하는 결과를 보였으나 단순 수렴하지 못하였다. 이러한 유동장

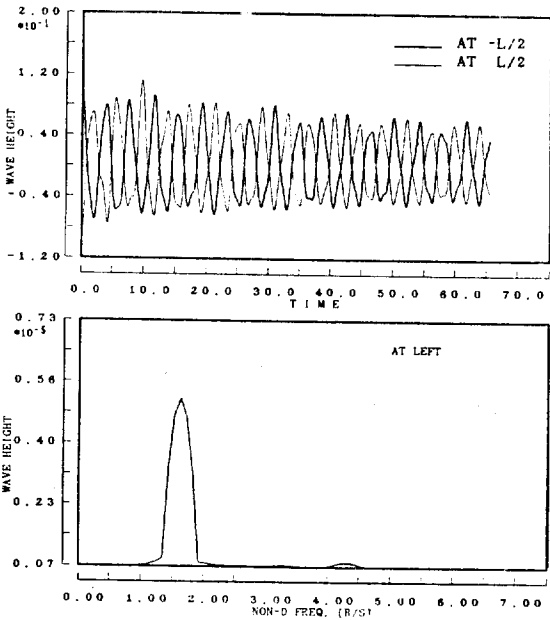


Fig. 4 Wave height at wall ($M=M_0, K=K_0$)

Table 1 Free oscillation for elastic tank($\Delta t=0.005, \eta/L=1/5, T_s/T_w=2.895$)

	$L/\Delta x=4(\text{Nel}=24)$	$L/\Delta x=6(\text{Nel}=48)$	$L/\Delta x=8(\text{Nel}=96)$	$L/\Delta x=12(\text{Nel}=144)$
Energy($\sqrt{E/E_0}$) after 10 T_s	0.465	0.527	0.549	0.691
Volume of Fluid after 10 T_s	0.954	0.924	0.981	0.981
Sloshing Period ($T_0=2.895$)	3.121	3.121	3.048	3.048
Natural Period of Wall in Air ($T_0=1.000$)	1.140	1.140	1.140	1.140

의 체적변화는 유체유동에 따른 유한요소의 비틀림에 의한 효과와 절결 재조정시 보간법에 의한 유동장의 감소에 기인한 것으로 판단된다. 탱크의 슬러싱주기 및 탱크벽의 고유주기는 유동장을 세밀하게 분할하는 것과 거의 무관하게 나타났다.

유체-구조물 연성 탱크시스템에 대하여 초기 경사수면이 구조물의 동특성 및 슬러싱 특성에 미치는 영향을 검토하였다. 경사수면의 기울기를 1/5, 1/10, 1/15, 1/20, 1/30, 1/50으로 선택하여 계산을 수행한 결과 슬러싱 주기 및 유체-구조물 연성 탱크벽의 고유주기가 변화하지 않았다. 따라서 본 연구에서 탱크내 액체의 자유유동 계산은 수면기울기가 1/5인 조건으로 수행되었다.

4.2. 유체-구조물 연성 해석

4.1장에서 검토한 바에 의하면 에너지감소 및 체적변화가 유동장의 요소분할에 따라 큰 변화를 보이므로 세밀하게 유동장을 분할할 수록 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그러나 유동 및 탱크벽의 동특성변화를 관찰하기 위하여 유동장을 세밀하게 분할하는 것은 비경제적이다. 따라서 본 논문에서는 탱크벽의 동특성변화 및 유동의 동특성변화 및 유동의 동특성 변화 관찰을 위하여 유한요소수를 $24(L/\Delta x=4)$ 로 고정시켰으며 유체의 점성과 구조물의 감쇠력을 무시하였다. 구조물의 공진주기와 슬러싱의 공진주기가 서로 유사할 때의 유

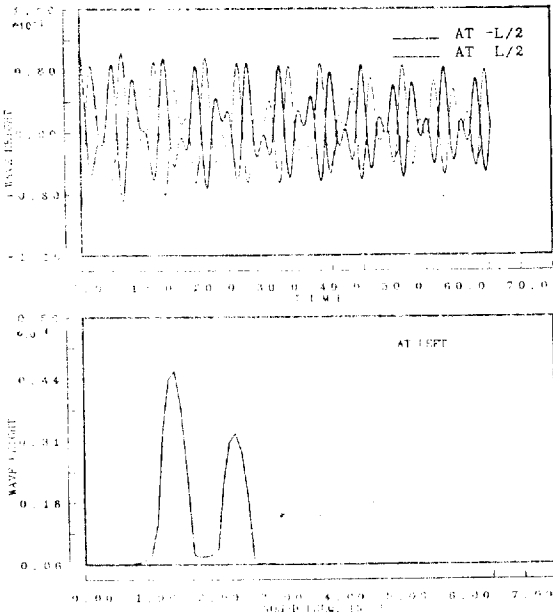


Fig. 6 Wave height at wall ($M=M_0, K=K_0/4$)

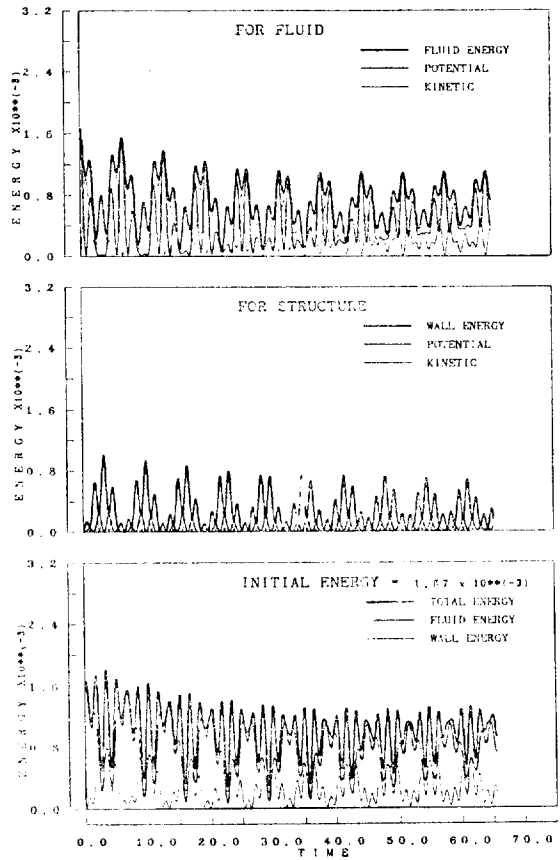


Fig. 7 Time series of fluid energy and structural energy ($M=M_0, K=K_0/4$)

동현상을 관찰하기 위하여 특성길이 6m, 수심 3m인 탱크에 대하여 탱크벽의 질량은 M_0 이나 스프링 계수 $K(=K_0/4)$ 가 작은 탱크벽을 선정하였다. 이때 공기 중 구조물의 고유주기/슬러싱주기 비율은 $2.0/2.895$ 이다.

Fig. 6은 탱크 양끝벽에서 계산된 파고를 나타낸다. 그림의 수직좌표축은 무차원화된 파고를 나타내며, 수평좌표축은 무차원 시간을 지시한다. Fig. 4와는 달리 Fig. 6에서 파고가 탱크벽운동의 영향으로 인하여 심한 변형을 일으켰으며, 파고스펙트럼에서 볼 수 있듯이 두 주파수 성분이 섞여있다. 4.1장에서 검토한 바와 같이 이등벽의 영향으로 인하여 슬러싱의 고유주기는 길어지는 경향을 갖으나 탱크벽의 운동에 의한 주파수성분이 복잡되어 다중값(multi value)을 갖는 비선형 유동현상을 보였다. 변동압력 또한 파고와 동일한 경향을 보였으며 탱크벽의 운동 또한 유체유동의

영향으로 비선형 운동현상을 보였다. Fig. 7은 이때의 유체와 구조물의 에너지 변화관계를 나타내는 그림이다. 두 진동 주기의 차이에 의한 beating현상을 보이며 에너지가 유체에서 구조물로 구조물에서 유체로 이동하는 현상을 보이고 있다. 이러한 비선형 특성은 탱크벽의 특성변화에 따라 지배적으로 변화하므로 본 연구에서는 스프링 계수의 변화에 따른 비선형 특성변화 및 질량변화에 따른 비선형 특성변화를 조사하였다.

Fig. 8은 탱크벽의 질량을 M_0 로 하고 스프링 계수 $K_0/64$ 로 부터 $2K_0$ 까지 변화시킨 때의 좌측벽에서의 파고결과를 주파수선도(frequency map)화한 것이다. Fig. 8의 수직좌표축은 공기중 탱크벽의 공진주파수이고 수평축은 유체-구조물 연성시스템에 대하여 계산된 파고의 주파수 성분이다. 그림에서 구조물의 고유진동수가 슬리싱의 고유진동수 보다 높은 주파수영역에서는 슬리싱 주기가 거의 일정한 값을 유지하나, 탱크벽의 스프링 계수가 작아져 슬리싱 공진주파수의 두배 주파수가 될 때부터 탱크벽의 운동성분이 파고에 영향을 미치기 시작한다. 공진영역에서는 슬리싱 주기가 탱크벽의 동특성에 크게 영향을 받으며 슬리싱주파수의 점프가 일어난다. 스프링 계수가 더욱 작은 쪽으로 이동함에 따라 슬리싱 고유주기는 강체탱크의 슬리싱 고유주기보다 짧은 쪽(높은 공진주파수)으로 수렴하고 탱크벽 운동성분이 유체유동에 영향을 미치지 않는 결

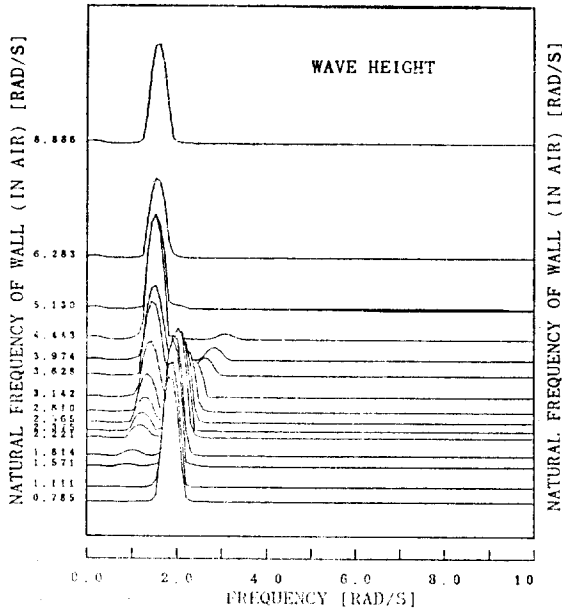


Fig. 8 Frequency map for wave height based on structural natural frequency

과를 보였다.

Fig. 8과 동일한 방법으로 탱크벽의 운동에 대한 주파수선도를 Fig. 9에 도시하였으며, 변동압력에 대한 주파수선도를 Fig. 10에 도시하였다. 탱크벽의 운동 주파수 성분은 슬리싱 주파수와 탱크벽의 고유진동수

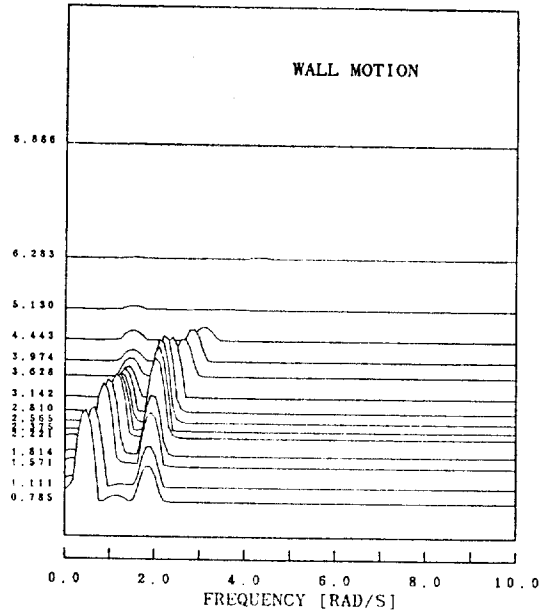


Fig. 9 Frequency map for wall motion based on structural natural frequency

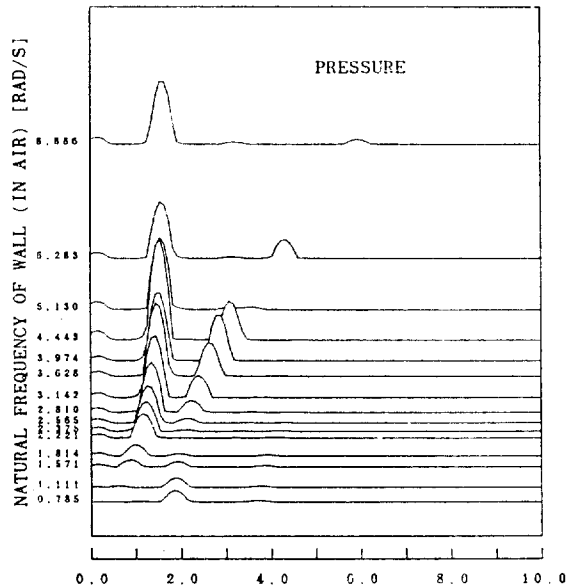


Fig. 10 Frequency map for dynamic pressure based on structural natural frequency

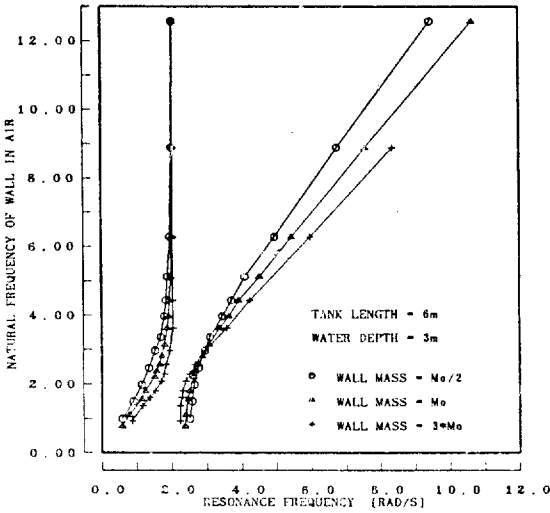


Fig. 11 Resonance frequencies plot based on structural natural frequency

성분을 항상 포함하며 공진주파수 영역에서 과도한 진동이 일어나고 있다.

한편 변동압력에 대한 주파수선도에서 공진주파수 영역의 탱크벽 변동압력은 탱크의 운동으로 변환되어 거의 나타나지 않았으며, 유체-구조물 연성 공진주파수가 슬러싱 주파수의 2배 주파수가 될 때 변동압력의 2차차수 주파수성분이 크게 나타났다. 이것은 유체-구조물 연성 공진주파수와 2차차수 변동압력 주파수가 공진을 일으켜 크게 나타난 것으로 판단된다.

특성길이 6m, 수심 3m 탱크에 대하여 탱크벽의 질량을 $M_0/2$, M_0 , $3M_0$ 에 조건으로 정하고 전술한 주파수선도와 동일한 방법으로 스프링 계수를 변화시킬 때의 슬러싱 주파수와 유체-구조물 연성 탱크벽의 공진주파수 변화를 Fig. 11에 나타내었다. 탱크벽의 질량이 클수록 공진영역이 좁아지며 슬러싱 주파수의 주파수 점프량도 작아진다. 또한 탱크벽의 고유진동수가 무한히 작은 영역에서 슬러싱 주파수의 수렴주파수는 탱크벽의 질량이 클수록 강체탱크의 슬러싱 주파수에 더욱 가까워진다. 이것은 동일한 주파수 조건에서 유동에 의한 유체압력이 구조물에 미치는 영향은 일정하므로 구조물의 질량이 클수록 유동에 의하여 구조물에 미치는 영향이 작게 나타나 비선형 효과가 줄어드는 결과라고 판단된다.

슬러싱 주파수보다 높은 주파수 영역에서 유체-구조물 연성 탱크벽의 고유진동수는 Fig. 11에서 보는 바와 같이 선형적으로 변화하였다. 이것은 1자유도 탱크

벽에 작용하는 부가질량이 일정하다는 것을 의미하며, 부가질량을 α 라 표시하면 다음의 관계식으로부터

$$\omega_w = \sqrt{\frac{K}{M + \alpha}} \tag{25}$$

부가질량 α 를 구할 수 있다. 여기서 ω_w 는 유체-구조물 연성탱크벽의 고유진동수, M , K 는 구조물의 질량 및 스프링 계수이다.

4.3. 유체-구조물 연성 조파

개발된 전산프로그램 FLUST를 이용하여 파도생성 문제에 적용할 수 있다. Fig. 2에 주어진 탱크모형에서 좌측벽을 강제기진시키고 우측벽을 고정시키며 탱크의 길이를 길게 설정하면 조파시스템을 갖춘 수조모형이 된다. Hong[15]의 결과와 비교 목적으로 길이 40m, 수심 1m인 수조모형을 가정하였다. 유체의 점성을 무시하고 조파기의 강제기진 조건을 다음과 같이 속도의 함수로 설정하였다.

$$U(t) = \omega A \sin \omega t \cdot \exp(-\omega t) \tag{26}$$

수조모형의 유한요소를 3각형 요소 120개로 하였다. 조파기의 주파수 ω 를 차원량으로 0.313rad/s로 정하고

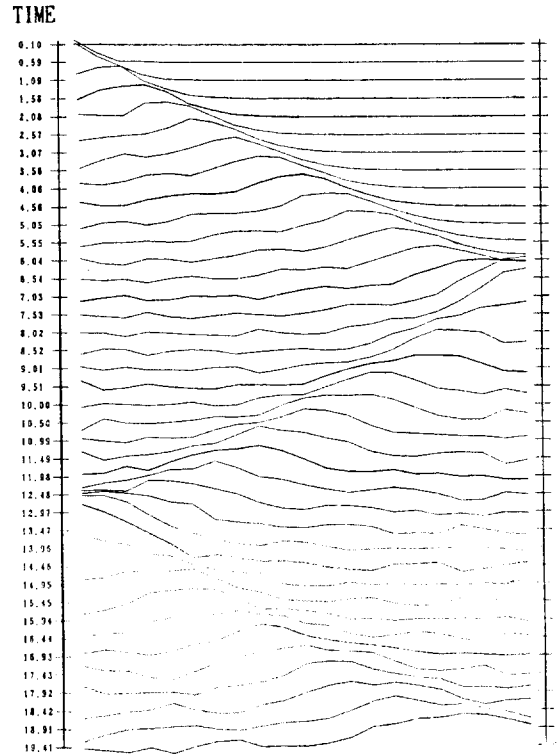


Fig. 12 Wall generated wave envelope at various time step

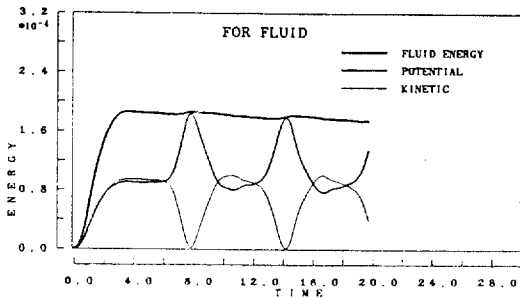


Fig. 13 Time series of fluid energy for wall generated wave

진폭 A를 1m로 정하여 기진하였다.

Fig. 12은 수치계산된 파고의 형상을 일정시간 간격으로 도시한 결과이다. 본 논문의 결과는 Hong[15]의 결과와 거의 일치하였으며, 진행파가 아직 전달되지 않은 유체영역에서 파고형상이 정지상태로 균일하게 나타나 Hong의 결과보다 좀더 안정된 결과를 보였다.

Fig. 13은 수조내 유체의 운동에너지와 포텐셜 에너지 및 총 에너지를 나타낸 그림으로서 진행파가 수조벽을 만나 반사되는 순간 운동에너지는 감소하고 포텐셜 에너지는 극점을 이루며 수조중앙에서 파가 진행할 때는 두 에너지의 변환이 거의 이루어지지 않는 결과를 나타내었다.

5. 결 언

구조물의 탄성을 고려한 2차원 탱크내 유동해석 전산프로그램 FLUST가 개발되었다. 탱크벽은 1자유도 수평운동 모델로 치환되었고 유체유동 해석은 Lagrangian 유한요소법을 이용하여 수행되었다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 유체와 구조물이 연성된 탱크시스템의 구조물 고유진동수가 슬러싱 주파수보다 높은 영역에서 탱크벽의 영향으로 슬러싱 주기가 길어지며, 공진주파수 영역에서 슬러싱은 두주파수 성분이 조합된 비선형 유동 현상을 보이고, 벽면의 고유진동수가 낮아질 수록 슬러싱 주기는 강체탱크의 슬러싱 주기보다 짧은 쪽으로 수렴한다.

(2) 구조물의 고유진동수가 슬러싱 주파수보다 5배 이상 높은 영역에서는 유체에 의한 부가질량은 탱크벽의 특성에 관계없이 일정한 값을 갖는다.

(3) 개발된 프로그램을 이용하여 조파시스템을 갖춘 수조의 시뮬레이션을 수행할 수 있다.

(4) 앞으로 탱크벽을 다자유도 탄성벽으로 모델링할 필요가 있으며 유체-구조물 경계조건 변화에 따른 인터페이스에 관한 연구개발이 필요하다.

6. 후 기

본 논문은 과학기술처의 1989년도 기본연구사업으로 한국해사기술연구소가 수행한 "구조물의 탄성을 고려한 2차원 탱크내 유동해석 전산프로그램 개발"과제의 결과임을 밝혀둔다.

참 고 문 헌

- [1] Donea, J., Giuliani, S. & Halleux, J.P., "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Transient Dynamic Fluid-structure Interaction", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 33, 1982.
- [2] Belytschko, T., Kennedy, J.M. & Schoeberle, D.F., "Quasi-Eulerian Finite Element Formulation for Fluid-structure Interaction", *Trans. of the ASME, J. of Pressure Vessel Tech.*, Vol. 102, 1980.
- [3] Belytschko, T. & Flanagan, D.P., "Finite Element Methods with User-controlled Meshes for Fluidstructure Interaction", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 33, 1982.
- [4] Hughes, T.J. & Liu, W.K., "Implicit-explicit Finite Elements in Transient Analysis: Implementation and Numerical Examples", *I. of Appl. Mech.*, Vol. 45, 1978.
- [5] Liu, W.K. & Belytschko, T., "Mixed Time Implicit-explicit Finite Elements for Transient Analysis", *Computers and Structures*, Vol. 15, No. 4, 1982.
- [6] Marcus, M., "A Finite Element Method Applied to the Vibration of Submerged Plates", *J. of Ship Research*, Vol. 22, No. 2, 1978.
- [7] Müller, W.C., "Simplified Analysis of Linear Fluid-structure Interaction", *Inter. J. of Num. Mech. in Eng.*, Vol. 17, 1981.
- [8] 이관국, 홍석원, 홍사영, "Lagrangian 유한요소법을 이용한 2차원 탱크내 유동해석", 대한조선학회지 제27권 제 2호, 1990.

- [9] Ramaswami, B. & Kawahara, M., "Lagrangian Finite Element Analysis Applied to Viscous Free Surface Fluid Flow", *Inter. J. of Num. Meth. in Fluid*, Vol. 7, 1987.
- [10] Liu, W.K. & Ma, D.C., "Computer Implementation Aspects for Fluid-structure Interaction Problems", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 31, 1982.
- [11] Liu, W.K. & Ma, D.C., "Coupling Effect Between Liquid Sloshing and Flexible Fluid-filled Systems", *Nucl. Eng. and Design*, Vol. 72, 1982.
- [12] Ma, D.C., Gvildys, J., Chang, Y.W. & Liu, W. K., "Seismic Behaviour of Liquid-filled Shells", *Nucl. Eng. and Design*, Vol. 70, 1982.
- [13] Liu, W.K., "Finite Element Procedures for Fluid-structure Interactions and Application to Liquid Storage Tanks", *Nucl. Eng. and Design*, Vol. 65, 1981.
- [14] Debougnie, J.F., "On a Purely Lagrangian Formulation of Sloshing and Fluid-induced Vibration of Tanks", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 59, 1986.
- [15] 홍석원, "Finite Element Analysis of the Two-Dimensional Wave in an Elastic Container", 해양공학연구회 제24차 Workshop 논문집, 1989.
- [16] Ferziger, J.H., "Numerical Methods for Engineering Application", John Wiley & Sons, 1981.