

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第27卷 第3號 1990年 9月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 27, No. 3, September 1990

## 過度應答法을 이용한 操縱微係數의 推定에 관한 研究

이 승 건\*

 The Linear Stability Derivatives by the Transient Maneuvering Method  
 by  
 Seung Keon Lee\*

## 요 약

선박의 방향안정성 등을 논할 때 필요하게 되는 선형조종미계수에 대해서는 이론적, 실험적으로 그 추정법이 제안되어 있다. 이중, 실험적 방법은 모형선에 규칙적인 강제동요를 시켜서 원하는 값들을 구하고 있으나, 한규칙 동요에 대해서 그 주파수에 대한 값만 나오므로 넓은 범위의 운동주파수에 걸쳐 미계수의 값들을 얻고자 할 때는 방대한 회수의 실험을 행해야 한다. 이러한 단점을 개선하기 위해 고안된 것이 본 논문에서 취급하는 Transient Maneuvering Method(TMM)로서, 기본원리는 모형에게 과도적 운동을 시켜 그로 인한 동유체력을 계측하고 이를 Fourier 변환하므로써 여러가지 주파수에 대한 미계수의 값을 얻게 되는 것이다.

종래의 이 분야 연구자들은 모형을 움직일 때 진동모터를 사용했으나 모터를 사용할 경우 원하는 과도 운동을 충분히 시킬 수 없으므로 본 논문에서는 유압 펌프를 사용하여 좋은 효과를 얻었다. 그 외에도 입력신호를 다소 개량하여 최종결과와 S/N비를 개선하는데 성공하였다.

실험에 사용한 모델은 Todd의 계열 60( $C_b=0.7$ ) 2M급이고, 이 결과를 종래의 PMM 시험결과와 비교하였다.

## Abstract

To obtain the values of linear stability derivatives, both analytical and experimental methods are now proposed and in use. The experimental method is well known as the planar motion mechanism(PMM) test. Its concept is to drive the model with a prescribed frequency and amplitude of the motion and pick up the hydrodynamic forces. But this kind of method is inconvenient in case we want to know the stability derivatives in wider range of the frequencies.

So a different method is attempted that with one test run, we can get the derivatives in wider range of the frequencies. This technique forces the impulsive motion on the model, using the power of the oil pressure pump. This kind of method was originated by Scragg, C.A., Cummins, W.E, or Frank, T., This research is a further development of such preceding works.

Todd's series 60 ( $C_b=0.7$ ) 2.00M model is chosen for the test and the results are compared with Van Leeuwen's famous PMM test results.

---

 발 표 : 1989년도 대한조선학회 추계연구발표회(1989. 11. 11)

접수일자 : 1989년 12월 1일, 재접수일자 : 1990년 5월 10일

\* 정희원, 조선대학교 조선공학과

## Nomenclature

$a_0$	: Amplitude of forced motion of the model
$g$	: Gravitational acceleration
$I_{zz}$	: Mass moment of inertia of a ship about the vertical axis through the center of gravity
$K_r(\tau)$	: Impulse response function of sway force due to yaw velocity
$K_r^*(\tau)$	: Regular part of $K_r(\tau)$
$\hat{K}_r(\omega)$	: Fourier transform of $K_r(\tau)$
$K_v(\tau)$	: Impulse response function of sway force due to sway velocity
$K_v^*(\tau)$	: Regular part of $K_v(\tau)$
$\hat{K}_v(\omega)$	: Fourier transform of $K_v(\tau)$
$\hat{K}_{vc}(\omega)$	: Real part of $K_v(\omega)$
$-\hat{K}_{vs}(\omega)$	: Imaginary part of $K_v(\omega)$
$L_{pp}$	: Length of ship between perpendiculars
$m$	: Mass of a ship
$M_r(\tau)$	: Impulse response function of yaw moment due to yaw velocity
$M_v(\tau)$	: Impulse response function of yaw moment due to sway velocity
$N(t)$	: Hydrodynamic yaw moment or external yaw moment
$N_r$	: Derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to yaw velocity
$N_r$	: Derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to yaw acceleration
$N_v$	: Derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to sway velocity
$N_v$	: Derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to sway acceleration
$\hat{N}(\omega)$	: Fourier transform of $N(t)$
$r(t)$	: Yaw angular velocity of a ship
$t$	: Time
$T_1$	: Half period of the input signal to the pump
$U$	: Advance speed of a ship
$v$	: Sway velocity
$\hat{V}_c$	: Fourier cosine transformation of sway velocity
$\hat{V}_s$	: Fourier sine transformation of sway

velocity

$Y(t)$	: Hydrodynamic sway force or external sway force
$Y_r$	: Derivative of hydrodynamic sway force with respect to yaw velocity
$Y_r$	: Derivative of hydrodynamic sway force with respect to yaw acceleration
$Y_v$	: Derivative of hydrodynamic sway force with respect to sway velocity
$Y_v$	: Derivative of hydrodynamic sway force with respect to sway acceleration
$Y(\omega)$	: Fourier transform of $Y(t)$
$\tau$	: Dummy variable for time $t$
$\omega$	: Frequency of motion ( $\omega' = \omega / \sqrt{L/g}$ )

the dot(.) over a variable means the time derivative of the variable.

## 1. 序 論

船舶의 方向安定性이나 線形運動方程式을 學論할 경우 등장하는 線形操縱微係數에 관해서는 이미 Yamasaki 등[1]에 의해 理論的 計算이 滿足할 만한 精度로 구해 지고 있다.

한편 實驗的으로 模型船을 使用하여 이들 微係數들을 求하려고 하면 지금까지 이용 되어온 規則的強制動搖試驗, 예를 들면 Planar Motion Mechanism Test (이하 PMM시험이라 함)에 依存할 수 밖에 없다.

더욱이 넓은 範圍의 周波數에 걸친 微係數의 값들을 얻고자 하는 경우에는 많은 회수의 實驗이 必要하다. 이와 같은 實驗의인 번거로움을 피하고, 한 두번의 實驗으로서 동일한 방법이 講究된다면 아주 편리할 것이다. 이에 관해서 이미 Cummins, W.E.[2]이나, Frank, T.[3], Scragg, C.A.[4] 등이 同一한 研究를 하고 있으나, 이들의 결과는 實用的인 段階까지는 이르지 못하고 있다.

本 論文은 이들의 方法을 더욱 改良하여 소기의 目的을 달성코저 하는 方法을 提示 하였다. 그리고 Todd의 계열 60 (Cb=0.7)의 2M-Model을 使用하여 우선 本 論文에 提案된 方法으로 8개의 線形微係數들을 구하고 이를 Van leeuwen의 有名한 PMM試驗結果[5]와 比較한 結果, 相互간에 좋은 一致를 보여 주었다

## 2. 定 式 化

통상의 操縱運動方程式에서 使用하는 船體固定座標

系를 利用하여 船舶의 操縱運動을 記述 하기로 한다. 우선 左右動搖-船首動搖의 線形運動方程式은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (m - Y_v(\omega))\dot{v}(t) - Y_v(\omega)v(t) - Y_r(\omega)\dot{r}(t) \\ & + (mU - Y_r(\omega))r(t) = Y(t) \quad (1) \\ & (I_{zz} - N_r(\omega))\dot{r}(t) - N_r(\omega)r(t) - N_v(\omega)\dot{v}(t) \\ & - N_v(\omega)v(t) = N(t) \end{aligned}$$

물론 이 式들은 運動周波數 $\omega$ 의 函數인 係數들을 갖는 常微分方程式이므로 精確한 表現은 아니다. 한편 左右動搖-船首動搖運動과 그에 따른 船體流體力를 因果性 線形 system으로 보아, 그 Impulse Response Function를 각각  $K_v(\tau)$ ,  $K_r(\tau)$ ,  $M_v(\tau)$ ,  $M_r(\tau)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} Y(t) &= \int_{-\infty}^t K_v(\tau)v(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t K_r(\tau)r(t-\tau)d\tau \\ N(t) &= \int_{-\infty}^t M_v(\tau)v(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t M_r(\tau)r(t-\tau)d\tau \quad (2) \end{aligned}$$

과 같이 Volterra型 第1種 積分方程式이 된다.

식(1)의 兩邊을 Fourier 變換하면

$$\begin{aligned} \dot{Y}(\omega) &= [i\omega(m - Y_v(\infty)) - Y_v(\infty) + \hat{K}_v^*(\omega)]\dot{v}(\omega) \\ & + [i\omega(-Y_r(\infty)) + (mU - Y_r(\infty)) + \hat{K}_r^*(\omega)]\dot{r}(\omega) \\ N(\omega) &= [i\omega(I_{zz} - N_r(\infty)) - N_r(\infty) + \hat{M}_r^*(\omega)]\dot{r}(\omega) \\ & + [i\omega(-N_v(\infty)) - N_v(\infty) + \hat{M}_v^*(\omega)]\dot{v}(\omega) \quad (3) \end{aligned}$$

式(3)에서

$$\begin{aligned} C_1 &= -Y_v(\infty) + \hat{K}_{vc}^*(\omega) \\ C_2 &= (m - Y_v(\infty)) - \hat{K}_{vs}^*(\omega) \\ C_3 &= -N_v(\infty) + \hat{M}_{vc}^*(\omega) \\ C_4 &= (-N_v(\infty)) - \hat{M}_{vs}^*(\omega) \quad (4) \\ C_5 &= mU - Y_r(\infty) + \hat{K}_{rc}^*(\omega) \\ C_6 &= (-Y_r(\infty)) - \hat{K}_{rs}^*(\omega) \\ C_7 &= -N_r(\infty) + \hat{M}_{rc}^*(\omega) \\ C_8 &= (I_{zz} - N_r(\infty)) - \hat{M}_{rs}^*(\omega) \end{aligned}$$

라고 놓으면 式(3)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & (C_1 + iC_2)(\dot{v}_c - i\dot{v}_s) \\ & + (C_5 + iC_6)(\dot{r}_c - i\dot{r}_s) = \dot{Y}_c - i\dot{Y}_s \quad (5) \\ & (C_3 + iC_4)(\dot{v}_c - i\dot{v}_s) \\ & + (C_7 + iC_8)(\dot{r}_c - i\dot{r}_s) = \dot{N}_c - i\dot{N}_s \end{aligned}$$

식(5)를 實數部와 虛數部로 나누어

$$\begin{aligned} C_1\dot{v}_c + C_2\dot{v}_s + C_5\dot{r}_c + C_6\dot{r}_s &= \dot{Y}_c \\ C_1\dot{v}_s - C_2\dot{v}_c + C_5\dot{r}_s - C_6\dot{r}_c &= \dot{Y}_s \quad (6) \\ C_3\dot{v}_c + C_4\dot{v}_s + C_7\dot{r}_c + C_8\dot{r}_s &= \dot{N}_c \\ C_3\dot{v}_s - C_4\dot{v}_c + C_7\dot{r}_s - C_8\dot{r}_c &= \dot{N}_s \end{aligned}$$

여기서 Pure Sway 運動일 경우

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\dot{Y}_c \cdot \dot{v}_c + \dot{Y}_s \cdot \dot{v}_s}{\dot{v}_c^2 + \dot{v}_s^2} & C_2 &= \frac{\dot{Y}_c \cdot \dot{v}_s - \dot{Y}_s \cdot \dot{v}_c}{\dot{v}_c^2 + \dot{v}_s^2} \quad (7) \\ C_3 &= \frac{\dot{N}_c \cdot \dot{v}_c + \dot{N}_s \cdot \dot{v}_s}{\dot{v}_c^2 + \dot{v}_s^2} & C_4 &= \frac{\dot{N}_c \cdot \dot{v}_s - \dot{N}_s \cdot \dot{v}_c}{\dot{v}_c^2 + \dot{v}_s^2} \end{aligned}$$

結局

$$\begin{aligned} Y_v(\omega) &= -C_1(\omega), & Y_r(\omega) &= m - \frac{C_2(\omega)}{\omega} \quad (8) \\ N_v(\omega) &= -C_3(\omega), & N_r(\omega) &= -\frac{C_4(\omega)}{\omega} \end{aligned}$$

특 같이 하여 Pure Yaw나 Combined Motion에 대해  $C_5, C_6, C_7, C_8$ 을 구할 수 있다. 여기서는 Combined Motion 일 경우에 대해서만 例示하면

$$\begin{aligned} C_5 &= \{\dot{r}_c(\dot{Y}_c - C_1\dot{v}_c - C_2\dot{v}_s) + \dot{r}_s \\ & (\dot{Y}_s - C_1\dot{v}_s + C_2\dot{v}_c)\} / (\dot{r}_c^2 + \dot{r}_s^2) \\ C_6 &= \{\dot{r}_c(\dot{Y}_s - C_1\dot{v}_s - C_2\dot{v}_c) \\ & + \dot{r}_s(\dot{Y}_c - C_1\dot{v}_c - C_2\dot{v}_s)\} / (\dot{r}_c^2 + \dot{r}_s^2) \\ C_7 &= \{\dot{r}_c(\dot{N}_c - C_3\dot{v}_c - C_4\dot{v}_s) \\ & + \dot{r}_s(\dot{N}_s - C_3\dot{v}_s + C_4\dot{v}_c)\} / (\dot{r}_c^2 + \dot{r}_s^2) \\ C_8 &= \{\dot{r}_s(\dot{N}_c - C_3\dot{v}_c - C_4\dot{v}_s) \\ & - \dot{r}_c(\dot{N}_s - C_3\dot{v}_s + C_4\dot{v}_c)\} / (\dot{r}_c^2 + \dot{r}_s^2) \quad (9) \end{aligned}$$

과 같이되고

$$\begin{aligned} N_r(\omega) &= -C_7(\omega) & N_r(\omega) &= I_{zz} - C_8(\omega)/\omega \\ Y_r(\omega) &= mU - C_5(\omega) & Y_r(\omega) &= -C_6(\omega)/\omega \quad (10) \end{aligned}$$

로서 求해진다.

### 3. 入力 신호

Transient Maneuver Pattern으로서 例를 들어 Scragg 등이 使用한 신호는

$$y(t) = \begin{cases} a_0(1 - \cos \omega_0 t) & ; (0 \leq t < T_1) \\ y_0(=0) & ; (t < 0) \\ y_1(=2a_0) & ; (t \geq T_1) \end{cases} \quad (11)$$

이 경우 동상적 의미의  $y(t)$ 의 Fourier 變換은 存在하지않으나 (11)식과 같이 어떤 구간외의  $y(t)$  값들이 一定置인 경우 다음과 같이 擴張된 Fourier 變換(Extended Fourier Transformation)을 定義할 수 있다.

$$\text{即 } \hat{y}(\omega) = \int_0^{T_1} y(t)e^{-i\omega t} dt - \frac{i}{\omega} \{y_{T_1}e^{-i\omega T_1} - y_0\} \quad (12)$$

이 경우  $\hat{y}(\omega) = i\omega \int_0^{T_1} y(t)e^{-i\omega t} dt + y_{T_1}e^{-i\omega T_1} - y_0$ 로 된다.

式(11)와 같은 Signal은 그 에너지( $\dot{v}_c^2 + \dot{v}_s^2$ )가  $\omega=0$ 附近에 集中되므로  $\omega$ 가 커질수록 구하려는 微係數의

精度는 낮아진다. 이를 改善하기 위해 에너지 넓은 周波數에 걸쳐 分布할수 있도록 다음과 같은 신호를 考案하였다.

$$y(t) = \begin{cases} a_0 \cos \omega_0 t + b_0 \cos 3\omega_0 t & (0 \leq t < T_1, \\ y_0 & (t < 0) \\ y_{T_1} & (t \geq T_1) \end{cases} \quad (13)$$

(Pure Sway motion 用)

$$y(t) = \begin{cases} a_0 \sin \omega_0 t + b_0 \sin 3\omega_0 t & (0 \leq t < T_1, \\ y_0 & (t < 0) \\ y_{T_1} & (t \geq T_1) \end{cases} \quad (14)$$

(Combined motion 用)

이 새로운 신호와 從來의 신호를 比較한 것이 Fig. 1 이고, 그때의 Energy 分布를 比較한 것이 Fig. 2이다. 원래의 正弦波에 3배의 周波數 成分을 添加하므로써, 그 Energy 分布가 넓은 範圍에 걸쳐 골고루 分散됨을 알 수 있다. 실제 使用할 Analogue 신호는 컴퓨터에서 식 (13), (14)의 數置를 發生시켜 이를 D/A 變換하여 데이터 레코더에 收錄하였다.

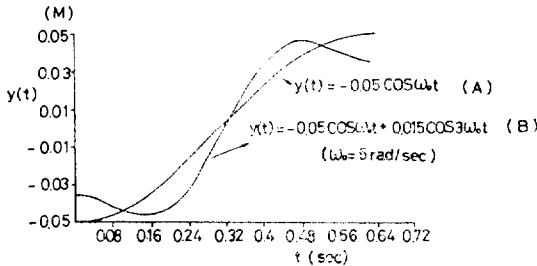


Fig. 1 Comparison of two signals

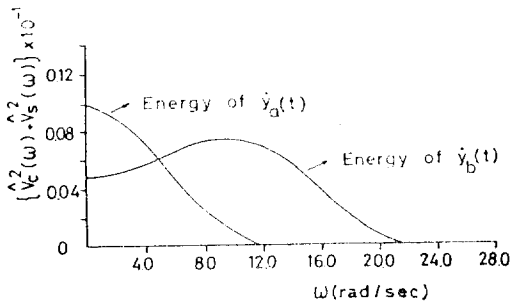


Fig. 2 Energy of two signals

### 4. 實 驗

使用된 模型船은 Todd의 系列 60船型 (Cb=0.7, Lpp=2.0M)으로 排水量 80kg의 模型을 1초 정도의 漣

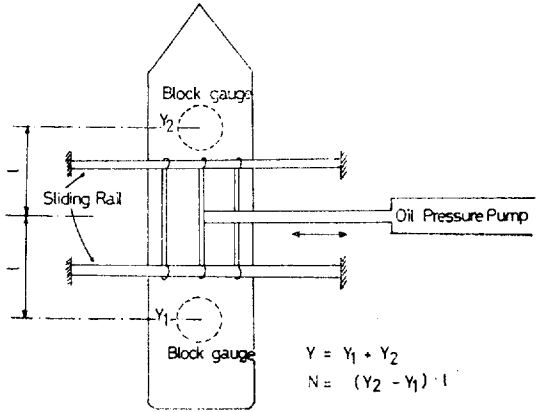


Fig. 3 Arrangement for the pure sway motion

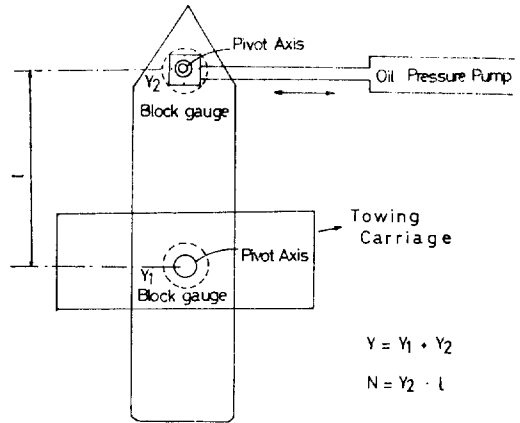


Fig. 4 Arrangement for the combined motion

은 時間에 10cm 정도 급격히 움직여야 하므로 많은 Power를 必要로 한다. 그러므로 PMM 장치에서 쓰는 것과 같은 電動 모터는 이러한 種類의 實驗에는 不適合한 것으로 생각되어 本論文의 實驗에서는 Power 및 Response 면에서 最適이라고 생각되는 油壓펌프를 사용하기로 하였다. 油壓펌프는 피스톤部(전장 2m)와 콤프레셔 部로 構成되어 있다. 實驗場所는 東京大學 船舶工學科의 홍고수조로 水槽幅은 5m, 길이 40m이다. 模型을 Fig. 3 및 Fig. 4와 같이 설치하고 模型船 前後에 附着한 2개의 Block gauge를 통하여 流體力을 計測 하였다. 그 結果 얻어진 流體力이 Fig. 5와 Fig. 6이다. 強制動搖의 振幅과 周波數는 Pure Sway의 경우 a=0.05m, ω=2.86rad/sec이었고, Combined motion의 경우는 a=0.05m, ω=4.36rad/sec였다.

전차의 예인 속도는 Fn=0.2로 하였고 電車上에서 流體力을 데이터 레코더에 收錄하여 나중에 피스널 컴

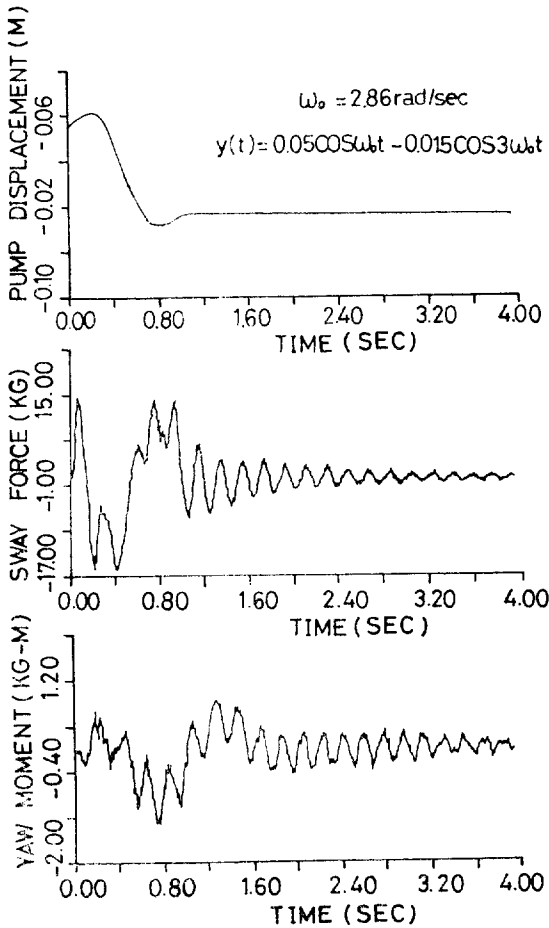


Fig. 5 Pure sway and the hydrodynamic forces

퓨터를 使用 A/D變換하고, 그것을 대형 컴퓨터에 送信하여 Fourier 變換을 行하였다(Filon法 使用)

5. 結 論

本 論文에 提案한 Transient Maneuvering Method 에 의해 Todd의 系列 60船型에 대한 線形操縱微係數 들을 求해서 P.M.M.에 의한 Van Leeuwen의 結果와 比較한 것이 Fig. 7~Fig. 14이다.

이 結果를 考察하면 다음과 같은 3가지의 結論을 얻을 수 있다.

- (1) 本 實驗法은 從來의 P.M.M.등을 대신 할 수 있는 簡便한 方法이다.
- (2)  $\omega \neq 0$  附近에서는 식 (8), (10)에서 분모에  $\omega$ 가 있으므로  $M - Y\dot{y}$ ,  $N\dot{y}$ ,  $Y\dot{r}$ ,  $N\dot{r}$  등의 값이 發散하게

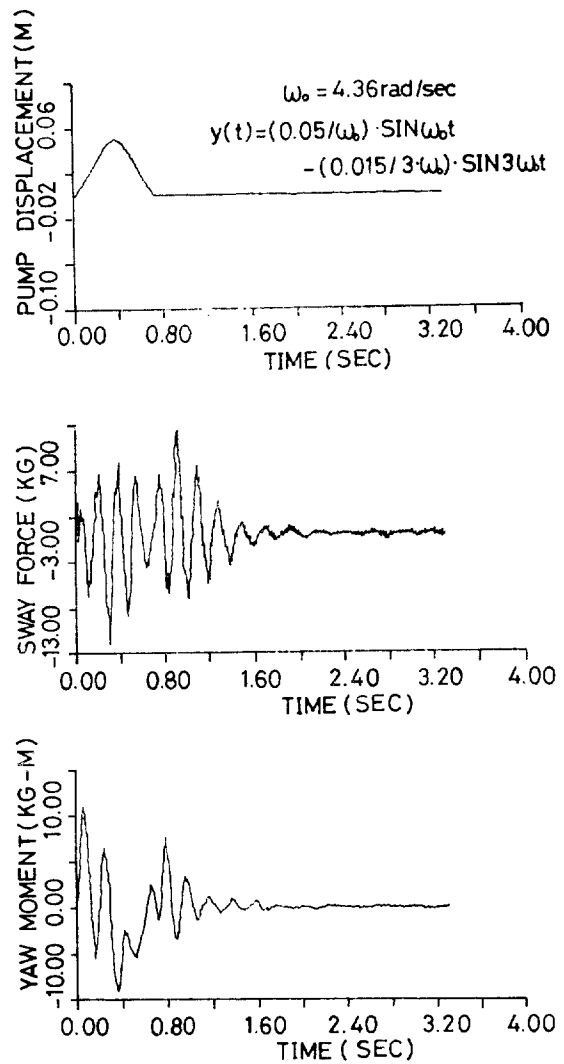


Fig. 6 Combined motion and the hydrodynamic forces

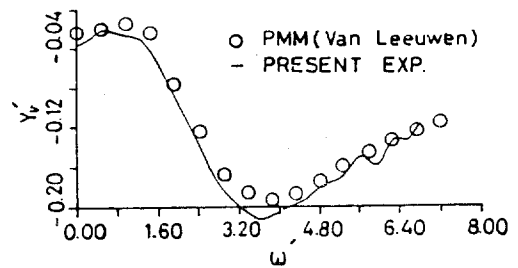


Fig. 7 Result of  $Y'_v$  versus  $\omega'$

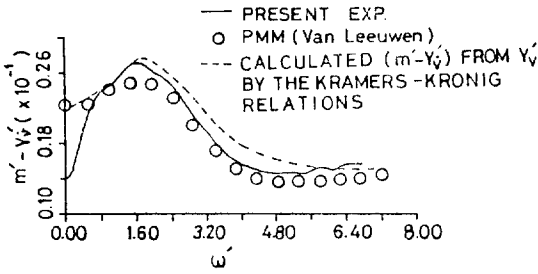


Fig. 8 Result of  $m' - Y_v'$  versus  $\omega'$

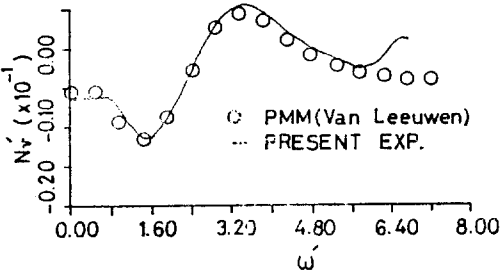


Fig. 9 Result of  $N_v'$  versus  $\omega'$

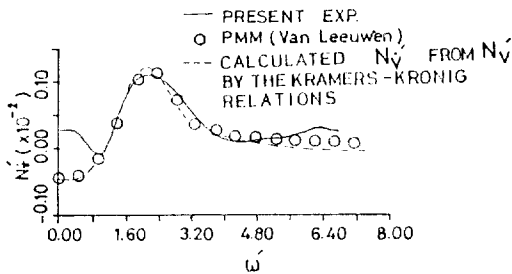


Fig. 10 Result of  $N_r'$  versus  $\omega'$

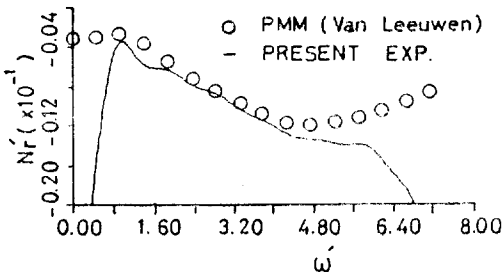


Fig. 11 Result of  $N_r'$  versus  $\omega'$

된다. 이때는 Fig. 8, Fig. 10, Fig. 12, Fig. 14에서의 같이 Kramers-Kronig 關係를 이용하여 推定하면된다.

(3) 強制動搖用 Signal은 周波數  $\omega$ 의 正弦波 신호에 3倍의 周波數 신호를 附加한 半周期의 Signal이 適

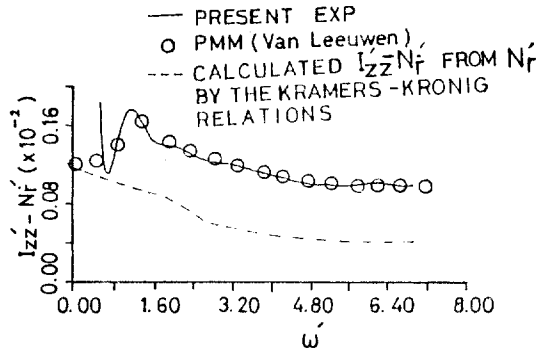


Fig. 12 Result of  $I_{zz}' - N_r'$  versus  $\omega'$

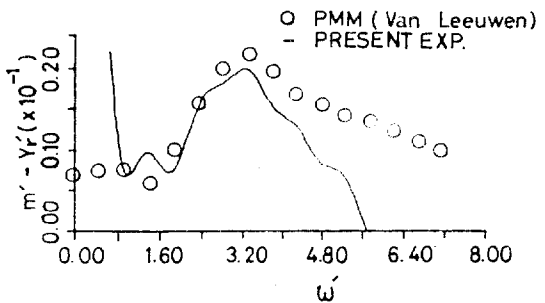


Fig. 13 Result of  $m' - Y_r'$  versus  $\omega'$

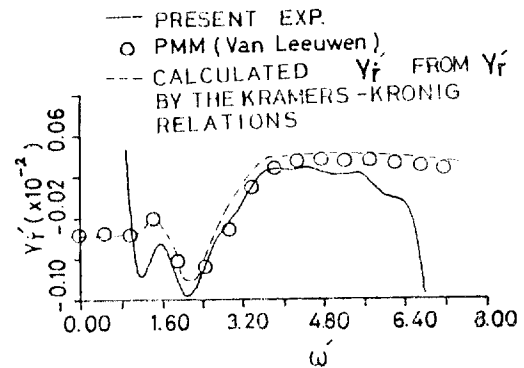


Fig. 14 Result of  $Y_r'$  versus  $\omega'$

합하다.

끝으로 본 論文의 實驗 結果中 船首動搖에 關係 數값들의 精度가 그다지 좋지 못한 것은 Combined Motion에 使用된 入力信號가 成功의이지 못한데 緣유 하므로, 앞으로 더욱 이 部分의 改良이 必要하다고 생각된다.

參 考 文 獻

- [1] 山崎啓市 藤野正隆外：自由表面を航行する三次元物體に働く流體力について（第3報）日本造船學會論文集 第157號（1985）.
- [2] Cummins, W.E: The impulse response function and ship motions, schiffstechnik 9(1962).
- [3] Frank. T, Scragg. C.A.: Transient maneuvering test and the equations of maneuvering.
- [4] Scragg, C.A.: Determination of stability derivatives by impulse response technique, Marine technology Vol. 14.
- [5] Van Leeuwen, G: The lateral damping and added mass of an oscillating shipmodel, University of Technology. Delft, Report of shipbuilding laboratory no. 23(1964).