
 論 文

大韓造船學會誌
 第27卷 第2號 1990年 6月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 27, No. 2, June 1990

自動車運搬船의 甲板-車輛 聯成系의 振動解析

韓 聖 容*, 金 極 天**

Vibration Analysis of Combined Deck Structure-Car System of Car Carriers

by

S.Y. Han* and K.C. Kim**

要 約

自動車運搬船에 있어서 主機關, 프로펠러,波浪 등의 가진력은 甲板-車輛聯成系에 매우 예민한 動的擣動을 유발시키고 있다.

甲板-車輛聯成系에 대해서 自由振動 및 動的應答의 포괄적 解析뿐 아니라 設計變更 또는 振動特性의 最適化를 위해 再解析이 요구되는 경우가 많음으로 部分系의 振動特性을 合成하는 方法이 추구되고 있다. 이와 같은 방법은 再解析시 變更된 附加系의 振動特性만 再計算하고 나머지 部分系에 대한 것들은 그대로 다시 이용할 수 있어 매우 효율적이다.

甲板-車輛聯成系에 대해 甲板은 直四角形補剛板, 필러는 支持스프링, 거어더 또는 웨브는 Euler 브, 積載車輛은 2點支持 damped spring-mass system으로 간주하고 receptance방법에 의해 複合의 構造系의 自由振動을 解析하는 方法 및 두가지 효율적 計算運用方法을 제시하고, 또 receptance개념에 준하는 support displacement transfer ratio를 정의하고 이를 이용해서 甲板周緣의 變位起振에 대한 動的應答을 解析하는 方法을 제시했다.

본 논문에서 제시한 方法의 精度 및 計算效率의 탁월성은 일련의 數值計算例 및 實驗에 의해 확인되었다.

Abstract

The combined deckstructure-car system of a car carrier is especially sensitive to hull girder vibrations due to mechanical excitations and wave loads. For the free and forced vibration analysis of the system, the analytical methods based on the receptance method and two schemes for efficient applications of the methods are presented. The methods are especially relevant to dynamical reanalysis of the system subject to design modification or to dynamic optimization.

The deck-car system is modelled as a combined system consisting of a stiffened plate representing deck, primary structure, and attached subsystems such as pillars, additional stiffeners and damped spring-mass systems representing cars/trucks.

발표: 대한조선학회 1989년도 추계연구발표회(1989.11.12)

접수일자: 1989년 11월 25일, 재접수일자: 1990년 3월 20일

* 正會員, 코리아타코마조선(주) (연구당시 서울대 대학원생)

** 正會員, 서울대 工大

For response calculations of the system subjected to displacement excitations along the boundaries, the support displacement transfer ratio conceptually similar to the receptance is introduced.

For the verification of accuracy and calculation efficiency of the proposed methods, numerical and experimental investigations are carried out.

1. 序 論

自動車運搬船은 횡격벽이 거의 없고 車輛甲板은 주로 필러 또는 거어더나 웨브와 같은 비교적 큰 補剛材로 支持되어 있는 규모가 큰 補剛板 輕構造로 되어 있기 때문에 固有振動數가 主機關 또는 프로펠러의 常用回轉數 범위 내에 존재하는 경우가 많다. 특히 車輛이 격제된 甲板-車輛 聯成系の 경우 좁은 振動數領域 내에 많은 共振振動數가 존재하게 될 가능성이 높다[1]. 이러한 甲板-車輛 聯成系에 대하여 自由振動 및 動的 應答解析은 아니라 設計變更 또는 振動特性的 最適化를 위해 再解析이 요구되는 경우 많은 시간과 노력이 요구된다. 따라서 甲板-車輛 聯成系の 振動解析을 효율적으로 수행할 수 있는 方法이 필요하다.

甲板-車輛 聯成系와 같은 複合의 構造系의 振動解析 方法으로서 系 전체에 대한 包括的 定式化로부터 직접 解를 얻는 方法과 이를 구성하는 각 部分系의 振動特性을 合成하여 解를 얻는 方法이 있는데 後者가 시간과 노력면에서 매우 효율적이다.

前者의 方法에 의한 研究로서 直四角形平板에 集中質量이 附加된 경우에 대해 Amba-Rao[2], Maglab[3] 및 Shah 등[4]은 Dirac delta 函數를 이용한 包括的 定式化로부터 엄밀해를 얻었고, Laura 등[5] 및 Stanicic 등[6]은 Galerkin 方法으로 근사해를 구했으며, Watanabe 등[7]은 damped spring-mass system이 附加된 경우에 대해 assumed modes-Lagrange 運動方程式 方法을 적용하였다. 韓 등[8]은 補剛板을 直交異方性板으로 置換하고 이에 damped spring-mass system이 附加된 경우에 대하여 Watanabe 등의 研究를 확장 적용하였다. 이러한 方法은 附加系의 振動特性이 변경되어 再解析을 해야 하는 경우에 변경되지 않은 원래 系도 포함되므로 自由度가 큰 경우에는 비 효율적이다.

部分系의 振動特性을 合成하는 方法은 變更된 附加系의 振動特性만 再計算하고 나머지 部分系에 대한 것들은 그대로 다시 이용할 수 있으므로 再解析시 매우 효율적이다. 附加系를 갖는 板構造體에 대한 이러한 方法의 研究는 지금까지 많이 수행되어 왔지만, 대부

분 平板에 대한 것이었고 補剛板에 대한 研究는 그리 많지 않다. 附加系를 갖는 直四角形平板에 대하여 Yang[9] 및 Vilmann 등[10]은 固有修正方法을, Dowell[11,12]은 Lagrange multiplier 方法을, Nicholson[13,14]은 Green function 方法을, Azimi 등[15], Zhang 등[16] 및 Kelkel[17]은 receptance 方法을 각각 적용하였다. 이들 研究는 Nicholson의 研究를 제외하고 固有振動解析에 국한되었다.

본 報文에서는 甲板-車輛 聯成系에 대해 甲板은 直四角形補剛板, 필러는 支持스프링, 거어더 또는 웨브는 Euler보, 積載車輛은 2點支持 damped springmass system으로 각각 간주하여 이들로 구성되는 複合의 構造系의 自由振動特性을 효율적으로 얻기 위해 receptance 方法을 적용하고 또 同結果를 응용하여 動的 應答解析方法을 제시한다.

甲板-車輛 聯成系の 自由振動 特性은 1차系(primary system)인 補剛板과 각 附加系의 receptance를 合成하여 얻는다. 補剛板의 receptance는 이를 板-보 組合體로 모델링하고 振動波形을 單純보函數의 線型組合으로 假定한 다음 Lagrange 運動方程式을 이용하여 얻는다.

強制振動解析에 있어서는 甲板面에 작용하는 面外集中起振力 및 船體振動으로 인해 甲板周緣을 통해 전달되는 變位起振에 대한 動的應答를 얻는다. 전자의 應答는 각 部分系의 receptance를 合成하여 얻어진 複合系의 receptance로부터 얻고, 變位起振에 대한 應答解析을 위해서는 receptance에 준하는 개념의 support displacement transfer ratio(SDTR)를 정의하고 각 部分系의 SDTR 또는 receptance를 合成하여 複合系의 SDTR을 구한다.

본 報文에서 제시한 方法의 精度 및 計算效率를 확인하기 위해 일련의 數值計算 및 實驗을 수행했다.

2. 甲板의 receptance 및 SDTR

2.1. Receptance

甲板을 直四角形 補剛板으로 간주하고, 座標系를 Fig. 1과 같이 나타낼 때 이의 receptance는 다음과 같이 정의된다[18].

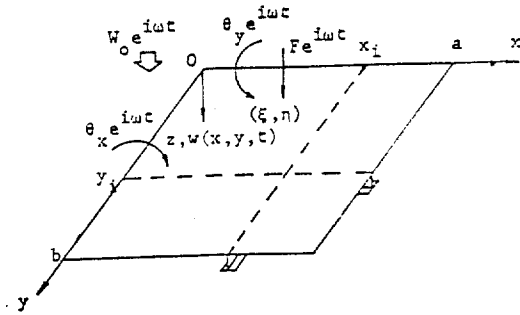


Fig. 1 Coordinate system of rectangular stiffened plate subjected to a point force and transverse and rotational displacement along boundary

$$\beta(x, y; \xi, \eta; \omega) = \frac{\text{점}(x, y)\text{에서의 定常狀態應答}}{\text{점}(\xi, \eta)\text{에 작용하는 調和起振力}} \quad (1)$$

점 (ξ, η) 에 작용하는 調和起振力에 대한 점 (x, y) 에서의 定常狀態應答는 Lagrange 運動方程式을 이용하는 assumed mode 방법을 적용하여 얻는다. 이를 위해 補剛板을 等方性平板에 補剛材 效果를 나타내는 等價要素를 補剛材위치에 集中시키는 板-보組合體로 모델링하면 補剛板의 運動에너지 $T(t)$ 및 變形에너지 $V(t)$ 는 等方性平板과 等價要素 기여분의 總和로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T(t) = \frac{1}{2} \left[\rho h \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy + \sum_{j=1}^{n_x} \left\{ \rho A_{xj} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx + \rho I_{pj} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right)^2 dx \right\}_{y=y_j} + \sum_{j=1}^{n_y} \left\{ \rho A_{yj} \int_0^b \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dy + \rho I_{pj} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 dy \right\}_{x=x_j} \right] \quad (2)$$

$$V(t) = \frac{1}{2} \left[D \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dx dy + \sum_{j=1}^{n_x} EI_{xj} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + GJ_{yj} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 dx \right\}_{y=y_j} + \sum_{j=1}^{n_y} EI_{yj} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dy + GJ_{xj} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 dy \right\}_{x=x_j} \right] \quad (3)$$

여기서 D 및 ρh 는 等方性平板의 굽힘剛性 및 단위면적당 質量, ρA 및 ρI_p 는 補剛材의 단위길이당 質量 및 補剛材와 平板中立面의 交線에 관한 質量極慣性모멘트, EI 및 GJ 는 等價要素의 굽힘 및 비틀剛性이고, 하첨자 x_j 또는 y_j 는 x 또는 y 방향 補剛材에 대한 것을 뜻한다. 또 $w(x, y, t)$ 는 補剛板의 橫變位(Fig. 1)로서 이를 補剛板과 동일한 境界條件을 갖는 單純보의 固有

函數 $X_m(x)$ ($m=1, 2, \dots, p$) 및 $Y_n(y)$ ($n=1, 2, \dots, q$)의 線形組合으로 假定한다. 즉,

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^N q_i(t) \phi_i(x, y) \quad (4)$$

$$\phi_i(x, y) = X_m(x) Y_n(y), \quad m=1, 2, \dots, p, \quad n=1, 2, \dots, q$$

$q_i(t)$: 時間變數 一般座標系

식(4)를 식(2), (3)에 대입하여 微小振動에 대한 運動 및 變形에너지를

$$T(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (5)$$

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij} q_i q_j \quad (6)$$

와 같은 형식으로 얻을 수 있다. 여기서 m_{ij} 및 k_{ij} 는 一般座標系에서의 質量 및 剛性係數이다.

補剛板의 減衰에 대해서는 Rayleigh 消散函數

$$D(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (7)$$

을 도입한다. 여기서 c_{ij} 는 一般座標系에서의 減衰係數이다.

점 (ξ, η) 에 작용하는 調和起振力 $F e^{i\omega t}$ 에 대한 一般座標系에서의 一般力 $Q_j(t)$ 는 假想일의 原理에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$Q_j(t) = F \phi_j(\xi, \eta) e^{i\omega t} \quad (8)$$

식(5), (6), (7) 및 식(8)을 Lagrange 運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j(t), \quad j=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

에 대입하여 補剛板에 대한 運動方程式을 얻을 수 있다. 즉,

$$[M] \{\dot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = F \{\phi\}_F e^{i\omega t} \quad (10)$$

여기서

$$\{\phi\}_F = [\phi_1(\xi, \eta) \phi_2(\xi, \eta) \dots \phi_N(\xi, \eta)]^T \quad (11)$$

이고, $[M]$, $[C]$ 및 $[K]$ 는 質量, 減衰 및 剛性 매트릭스로서 positive definite 매트릭스로 가정한다.

modal analysis에 의해 얻어지는 식(10)의 特別解를 식(4)에 대입하면 점 (x, y) 에서의 定常狀態應答는

$$w(x, y, t) = \sum_{r=1}^N \frac{\{\phi\}_R^T \{\phi\}_r \{\phi\}_r^T \{\phi\}_F}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r \omega_r \omega)} F e^{i\omega t} \quad (12)$$

으로 얻어진다. 여기서

$$\{\phi\}_R = [\phi_1(x, y) \phi_2(x, y) \dots \phi_N(x, y)]^T \quad (13)$$

이고, ω_r , m_r , ζ_r 및 $\{\phi\}_r$ 은 r 次 固有振動形에 대한 固有圓振動數, modal mass, modal 減衰比 및 固有벡터이다.

그러므로 補剛板의 receptanc는 식(1)에 의해 다음

과 같다.

$$\beta(x, y; \xi, \eta; \omega) = \sum_{r=1}^N \frac{H_r(x, y; \xi, \eta)}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r\omega_r\omega)} \quad (14)$$

여기서

$$H_r(x, y; \xi, \eta) = \{\phi\}_R^T \{\phi\}_r \{\phi\}_r^T \{\phi\}_F \quad (15)$$

2.2. Support displacement transfer ratio

Fig. 1에 보인 바와 같이 4緣을 통해 작용하는 變位起振에 의한 補剛板의 support motion에 대하여 receptance에 준하는 개념으로 support displacement transfer ratio(SDTR)를 다음과 같이 정의한다.

$$\mu(x, y; \omega) = \frac{\text{점}(x, y)\text{에서의 定常狀態應答}}{\text{周緣을 통해 작용하는 調和變位起振}} \quad (16)$$

식(16)의 定義에 의해 橫方向 變位起振 $W_0 e^{i\omega t}$ 에 대한 SDTR은

$$\mu_0(x, y; \omega) = \frac{W(x, y)}{W_0} \quad (17-a)$$

이고, x -方向 回轉變位起振 $\theta_x e^{i\omega t}$ 에 대한 SDTR은

$$\mu_x(x, y; \omega) = \frac{W(x, y)}{\theta_x} \quad (17-b)$$

이며, y -方向 回轉變位起振 $\theta_y e^{i\omega t}$ 에 대한 SDTR은

$$\mu_y(x, y; \omega) = \frac{W(x, y)}{\theta_y} \quad (17-c)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서 $W(x, y)$ 는 점 (x, y) 에서의 定常狀態應答의 크기를 뜻하며, θ_x 및 θ_y 는 微小角으로 가정한다.

support motion에서 임의의 점 (x, y) 에서의 絕對變位는 剛體變位와 彈性變位の 疊으로 얻어진다. 剛體變位 $w_0(x, y, t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_0(x, y, t) = D_0 d(x, y) e^{i\omega t} \quad (18)$$

여기서

$$D_0 d(x, y) = \begin{cases} W_0 \cdot 1, & \text{for trans. displ. excitation} \\ \theta_x \cdot x, & \text{for rot. displ. excit. in } x\text{-direc.} \\ \theta_y \cdot y, & \text{for rot. displ. excit. in } y\text{-direc.} \end{cases}$$

따라서 彈性變位를 식(4)와 같이 가정할 때 絕對變位는 다음과 같이 표현된다.

$$w(x, y, t) = D_0 d(x, y) e^{i\omega t} + \sum_{j=1}^N q_j(t) \phi_j(x, y) \quad (19)$$

식(19)를 이용하면 support motion을 하는 補剛板의 에너지算式은 變形 및 減衰에 에너지에 대해서는 식(6) 및 식(7)과 同一하나 運動에너지는 剛體運動에 의한 기여분을 포함하여 다음과 같이 얻어진다.

$$T(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_i q_i \dot{q}_j + (i\omega \sum_{j=1}^N m_{j0} \dot{q}_j - \omega^2 m_{00}) D_0 e^{i\omega t} \quad (20)$$

여기서 첫째 항은 (5)에서와 같고, m_{j0} 및 m_{00} 는 각각

$$m_{j0} = \int_0^a \int_0^b \phi_j(x, y) d(x, y) M(x, y) dx dy$$

$$m_{00} = \int_0^a \int_0^b d^2(x, y) M(x, y) dx dy \quad (21)$$

이며, $M(x, y)$ 는 補剛板의 質量分布를 나타낸다.

이들 에너지函數를 Lagrange 運動方程式 식(9)에 적용하면 support motion을 하는 補剛板의 運動方程式을 얻을 수 있다. 즉,

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \omega^2 D_0 \{m\}_0 e^{i\omega t} \quad (22)$$

여기서

$$\{m\}_0 = [m_{10} \ m_{20} \ \dots \ m_{N0}]^T \quad (23)$$

식(22)의 特別解를 modal analysis에 의해 얻어 식(19)에 대입하면 점 (x, y) 에서의 定常狀態應答이

$$w(x, y, t) = [d(x, y) + \omega^2 \sum_{r=1}^N \frac{\{\phi\}_R^T \{\phi\}_r \{\phi\}_r^T \{m\}_0}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r\omega_r\omega)}] D_0 e^{i\omega t} \quad (24)$$

와 같이 얻어지므로 補剛板의 SDTR은 식(16)에 의해 다음과 같다.

$$\mu(x, y; \omega) = d(x, y) + \omega^2 \sum_{r=1}^N \frac{\bar{H}_r(x, y)}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r\omega_r\omega)} \quad (25)$$

여기서

$$\bar{H}_r = \{\phi\}_R^T \{\phi\}_r \{\phi\}_r^T \{m\}_0 \quad (26)$$

2.3. Receptance 및 SDTR의 효율적 산정법안

Scheme-1 hybrid spectral formula

식(4) 또는 식(19)에서 항수를 크게 취하는 경우 식(10) 또는 식(22)의 自由度數 N 이 매우 커지게 되어 모든 固有值를 구하는 것은 많은 계산 시간이 요구된다. 그러나 실용적 측면에서 低次 $L (<< N)$ 개의 振動形에 대한 解만 얻어도 충분한 경우가 많다.

따라서 補剛板의 receptance 또는 SDTR에 대해 식(14) 또는 식(25)에서 低次 L 개 振動形의 기여분만 포함시켜도 충분한 精度의 결과를 얻기 위해 Palazzolo 등[19]에 의해 유도된 receptance matrix $[\alpha]$ 의 hybrid spectral formula를 도입한다. 식(10)과 식(12) 또는 식(22)와 식(24)를 비교하면 receptance matrix는 다음과 같이 spectral form으로 나타낼 수 있다.

$$[\alpha] = (-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K])^{-1} = \sum_{r=1}^L \frac{\{\phi\}_r \{\phi\}_r^T}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r\omega_r\omega)} \quad (27)$$

식(27)에 대해 低次 L 개 振動形의 기여분만 고려하는 hybrid spectral formula는 다음과 같다.

$$[\bar{\alpha}] = \sum_{r=1}^L \frac{\{\phi\}_r \{\phi\}_r^T}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r\omega_r\omega)}, \text{ for } R=0$$

또는

$$\begin{aligned} \{\bar{\alpha}\} = & ([I] + [K]^{-1}(\omega^2[M] - i\omega[C]) + \dots \\ & + ([K]^{-1}(\omega^2[M] - i\omega[C]))^{R-1})[K]^{-1} \\ & + \omega^{2R} \sum_{r=1}^L \frac{(i\omega + 2\zeta_r \omega_r)^R \{\phi\}_r \{r\}_T}{m_r (i\omega \omega_r^2)^R (\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r \omega_r \omega)}, \end{aligned}$$

for $R=1, 2, \dots$ (28)

여기서 $[I]$ 는 N 次元 단위행렬이고, R 은 소위 higher mode factor로서 R 이 증가함에 따라 무시된 高次 振動形의 기여도는 점점 작아진다.

따라서 식(27) 대신 식(28)을 사용하여 receptance (14) 및 SDTR (25)를 나타내면 低次 L 개 振動形의 기여분만 고려하는 hybrid spectral form을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\tilde{\beta}(x, y; \xi, \eta; \omega) = \{\phi\}_k^T [\bar{\alpha}] \{\phi\}_F \quad (29)$$

$$\tilde{\mu}(x, y; \omega) = d(x, y) + \omega^2 \{\phi\}_k^T [\bar{\alpha}] \{m\}_o \quad (30)$$

Scheme-2 식(15) 및 식(26)의 효율적 산정방안

식(15)와 식(26)을 summation form으로 다시 나타내면

$$H_r(x, y; \xi, \eta) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \phi_i(x, y) \phi_{ri} \phi_{rj} \phi_j(\xi, \eta) \quad (31)$$

$$\bar{H}_r(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \phi_i(x, y) \phi_{ri} \phi_{rj} m_{jo}$$

여기서 ϕ_{ri} 는 $\{\phi\}_r$ 의 i 번째 요소이다.

自由度數 N 이 매우 큰 경우에는 식(31)의 산정에도 많은 계산시간이 소요된다. 그러나 대부분의 경우 固有벡터에서 지배적으로 큰 요소의 갯수는 N 에 비해 매우 작다. 이러한 성질을 이용하면 식(31)을 효율적으로 산정할 수 있다.

임의의 r 次 固有벡터 $\{\phi\}_r$ 에서 절대값이 最大要素의 $\epsilon\%$ 이상되는 要素의 갯수를 M_r 이라 하고 그 위치를 $d_{ri}(i=1, 2, \dots, M_r)$ 이라 할 때 식(31)을 이들만 고려하도록 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_r(x, y; \xi, \eta) & \approx \sum_{i=1}^{M_r} \sum_{j=1}^{M_r} \phi_{d_{ri}}(x, y) \phi_{d_{ri}} \phi_{d_{rj}} \phi_{d_{rj}}(\xi, \eta) \\ \bar{H}_r(x, y) & \approx \sum_{i=1}^{M_r} \sum_{j=1}^{M_r} \phi_{d_{ri}}(x, y) \phi_{d_{ri}} \phi_{d_{rj}} m_{jo} \end{aligned} \quad (32)$$

식(32)에서 합산되는 항수는 M_r^2 으로서 식(31)의 N^2 에 비해 통상 매우 작다.

3. 附加系의 receptance 및 SDTR

3.1. 積載車輛

自動車 自體는 매우 복잡한 動的系이나 車輛甲板에 積載되었을 때 heave와 pitch 運動만 고려하여 Fig. 2에 보인 바와 같이 2點支持 damped spring-mass system

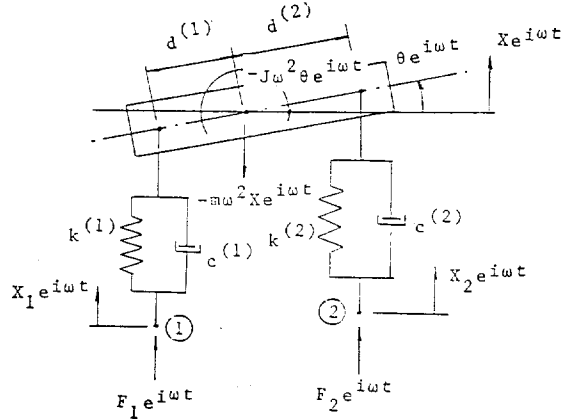


Fig. 2 2-point supported damped spring-mass system subjected to harmonic excitation forces

으로 modeling한다[1].

상기 系의 支持點에서의 receptance $\eta^{(ij)}(\omega)$ ($i, j=1, 2$)를 얻기 위해서는 각 支持點에 調和起振力이 작용할 때 支持點에서의 定常狀態應答를 얻어야 한다.

Fig. 2에서와 같이 支持點에 調和起振力 $F_1 e^{i\omega t}$ 및 $F_2 e^{i\omega t}$ 가 작용할 때 梁의 平衡條件式을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} -m\omega^2 X & = (k^{(1)} + i\omega c^{(1)})(X_1 - X + d^{(1)}\theta) \\ & + (k^{(2)} + i\omega c^{(2)})(X_2 - X - d^{(2)}\theta) \\ -J\omega^2 \theta & = -(k^{(1)} + i\omega c^{(1)})(X_1 - X + d^{(1)}\theta)d^{(1)} \\ & + (k^{(2)} + i\omega c^{(2)})(X_2 - X - d^{(2)}\theta)d^{(2)} \\ F_1 & = (k^{(1)} + i\omega c^{(1)})(X_1 - X + d^{(1)}\theta) \\ F_2 & = (k^{(2)} + i\omega c^{(2)})(X_2 - X - d^{(2)}\theta) \end{aligned} \quad (a)$$

(a)에서 X 및 θ 를 소거하면 支持點에서의 定常狀態應答크기 X_1, X_2 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} X_1 & = F_1 \left(\frac{1}{k^{(1)} + i\omega c^{(1)}} - \frac{1}{m\omega^2} - \frac{d^{(1)2}}{J\omega^2} \right) \\ & - F_2 \left(\frac{1}{m\omega^2} - \frac{d^{(1)}d^{(2)}}{J\omega^2} \right) \\ X_2 & = -F_1 \left(\frac{1}{m\omega^2} - \frac{d^{(1)}d^{(2)}}{J\omega^2} \right) \\ & + F_2 \left(\frac{1}{k^{(2)} + i\omega c^{(2)}} - \frac{1}{m\omega^2} - \frac{d^{(2)2}}{J\omega^2} \right) \end{aligned} \quad (b)$$

따라서 2點支持 damped spring-mass system의 receptance는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta^{(11)}(\omega) & = \frac{1}{k^{(1)} + i\omega c^{(1)}} - \frac{1}{m\omega^2} - \frac{d^{(1)2}}{J\omega^2} \\ \eta^{(12)}(\omega) & = \eta^{(21)}(\omega) = -\frac{1}{m\omega^2} + \frac{d^{(1)}d^{(2)}}{J\omega^2} \\ \eta^{(22)}(\omega) & = \frac{1}{k^{(2)} + i\omega c^{(2)}} - \frac{1}{m\omega^2} - \frac{d^{(2)2}}{J\omega^2} \end{aligned} \quad (33)$$

3.1. 積載車輛
 自動車自體는 매우 복잡한 動的系이나 車輛甲板에 積載되었을 때 heave와 pitch 運動만 고려하여 Fig. 2 에 보인 바와 같이 2點支持 積載 spring-mass system

3. 附加系의 receptance 및 SDTR

에 비해 동상 매우 작다.

식(32)에서 합산되는 항수는 M_i^2 으로서 식(31)의 N_2

$$H_i(x, y) \approx \sum_{j=1}^{M_i} \phi_{i,j}(x, y) \phi_{i,j}(\xi, \eta) \quad (32)$$

도록 다시 나타내면 다음과 같다.

$d_{i,j}$ ($i=1, 2, \dots, M_i$)이라 할 때 식(31)을 이틀만 고려하
 ϵ % 이상되는 要素의 갯수를 M_i 이라 하고 그 위치를
 임의의 r 次 固有 벡터 $\{\phi_r\}$ 에서 절대값이 最大要素의
 으로 선정할 수 있다.

매우 작다. 이러한 성질을 이용하여 식(31)을 표음적
 固有 벡터에서 지배적으로 큰 요소의 갯수를 N 에 비해
 많은 계산시간이 소요된다. 그러나 대부분의 경우 각
 自由度數 N 이 매우 큰 경우에는 식(31)의 산정에도

여기서 $\phi_{i,j}$ 는 $\{\phi_r\}$ 의 변형 요소이다.

$$H_i(x, y; \xi, \eta) \approx \sum_{j=1}^N \phi_{i,j}(x, y) \phi_{i,j}(\xi, \eta) \quad (31)$$

내면

식(15)와 식(26)을 summation form으로 다시 나타
 Scheme-2 식(15) 및 식(26)의 증폭적 선정법만

$$\beta(x, y; \xi, \eta) = \{\phi_r\} \beta_r[\alpha] \{\phi_r\}^T \quad (29)$$

$$\beta(x, y; \omega) = d(x, y) + \omega^2 \{\phi_r\} \beta_r[\alpha] \{\phi_r\}^T \quad (30)$$

이 얻을 수 있다.

기여분만 고려하는 hybrid spectral form을 다음과 같
 (14) 및 SDTR (25)를 나타내면 低次 L 계 振動形의
 따라서 식(27) 대신 식(28)를 사용하여 receptance
 動形의 기여도는 점점 작아진다.
 mode factor로서 R 이 증가함에 따라 무지될 高次 振
 여기서 $[I]$ 는 N 次元 단위행렬이고, R 은 소위 higher
 for $R=1, 2, \dots$ (28)

$$[a] = ([I] + [K]^{-1}[\omega^2][M] - i\omega[C] + \dots$$

$$+ [[K]^{-1}[\omega^2][M] - i\omega[C]]) [K]^{-1}$$

$$+ \omega^2 R \sum_{r=1}^R \frac{m_r (i\omega \phi_r^T R \{\phi_r\} \phi_r^T)}{(i\omega + 2\zeta_r \omega_r)^2 R(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r \omega_r \omega)}$$

또는

自動車運搬船의 甲板-車輛 聯成系의 振動解析

$$\eta_{(11)}(\omega) = \frac{1}{1 - \frac{m\omega^2}{d(1)} - \frac{J\omega^2}{d(1)^2}} \quad \eta_{(12)}(\omega) = -\frac{m\omega^2}{1 - \frac{m\omega^2}{d(1)} - \frac{J\omega^2}{d(1)^2}} + \frac{J\omega^2}{d(1)^2}$$

$$\eta_{(21)}(\omega) = \frac{1}{1 - \frac{m\omega^2}{d(2)} - \frac{J\omega^2}{d(2)^2}} \quad \eta_{(22)}(\omega) = \frac{1}{1 - \frac{m\omega^2}{d(2)} - \frac{J\omega^2}{d(2)^2}} - \frac{J\omega^2}{d(2)^2} \quad (33)$$

tance는 다음과 같다.

따라서 2點支持 積載 spring-mass system의 recep-

$$X_2 = -F_1 \left(\frac{1}{d(1)} - \frac{m\omega^2}{d(1)^2} - \frac{J\omega^2}{d(1)^2} \right) + F_2 \left(\frac{1}{d(2)} - \frac{m\omega^2}{d(2)^2} - \frac{J\omega^2}{d(2)^2} \right)$$

$$X_1 = F_1 \left(\frac{1}{d(1)} - \frac{m\omega^2}{d(1)^2} - \frac{J\omega^2}{d(1)^2} \right) - F_2 \left(\frac{1}{d(1)} - \frac{m\omega^2}{d(1)^2} - \frac{J\omega^2}{d(1)^2} \right) \quad (b)$$

應答크기 X_1, X_2 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

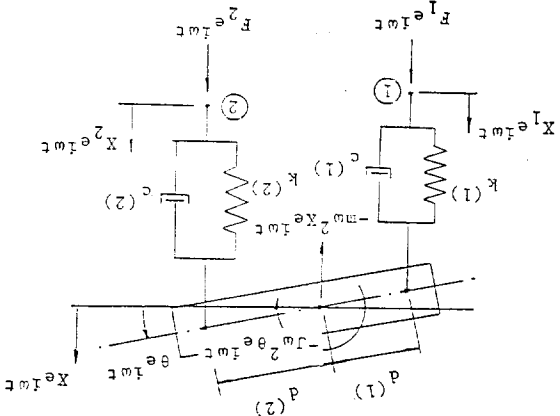
$$F_1 = (k(1) + i\omega c(1))(X_1 - X + d(1)\theta) + (k(2) + i\omega c(2))(X_2 - X - d(2)\theta) - J\omega^2 \theta = -(k(1) + i\omega c(1))(X_1 - X + d(1)\theta) + (k(2) + i\omega c(2))(X_2 - X - d(2)\theta) - m\omega^2 X = (k(1) + i\omega c(1))(X_1 - X + d(1)\theta) + (k(2) + i\omega c(2))(X_2 - X - d(2)\theta) - J\omega^2 \theta$$

따낼 수 있다.

$F_2 e^{i\omega t}$ 가 작용할 때 원의 平衡條件式을 다음과 같이 나
 Fig. 2에서와 같이 支持點에 調和起振力 $F_1 e^{i\omega t}$ 및
 할 때 支持點에서의 定常狀態應答를 얻어야 한다.

1, 2)를 얻기 위해서는 각 支持點에 調和起振力이 작용
 상기 系의 支持點에서의 receptance $\eta_{(ij)}(\omega)$ ($i, j =$
 으 modeling한다[1].

Fig. 2 2-point supported damped spring-mass system subjected to harmonic excitation forces



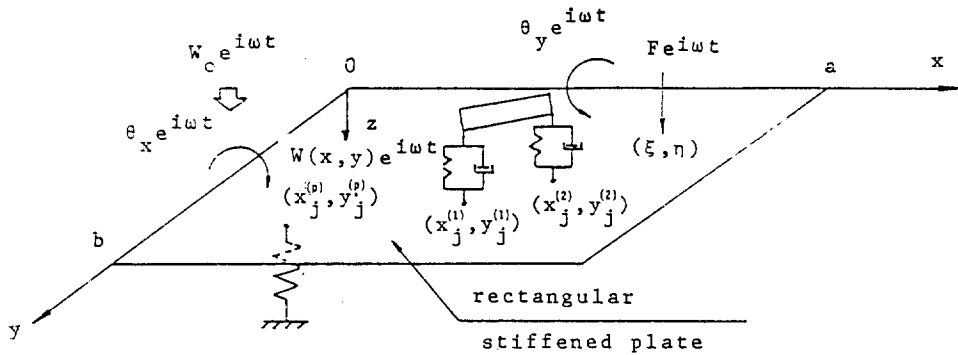


Fig. 5 Rectangular stiffened plate having pillars and 2-point damped spring-mass systems

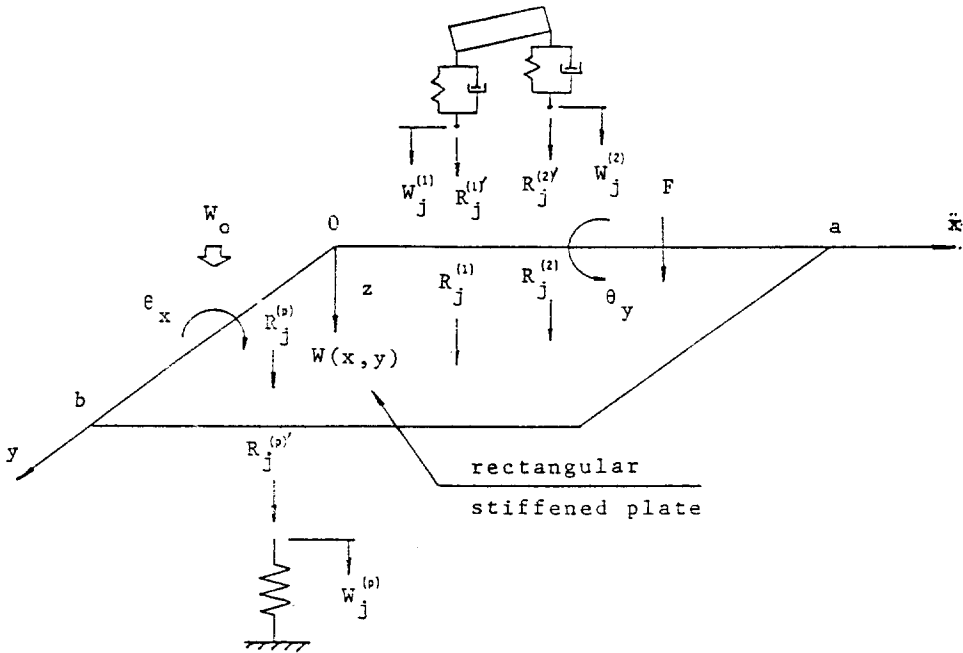


Fig. 6 Free body diagram of rectangular stiffened plate having pillars and 2-point supported damped spring-mass systems

態應答 크기는 receptance와 SDTR을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 w(x,y) = & F\beta(x,y;\xi;\tau;\omega) + W_0\mu_0(x,y;\omega) \\
 & + \theta_x\mu_x(x,y;\omega) + \theta_y\mu_y(x,y;\omega) \\
 & + \sum_{i=1}^{n_p} R_i^{(p)}\beta(x,y;x_i^{(p)},y_i^{(p)};\omega) \\
 & + \sum_{i=1}^{n_p} \{R_i^{(1)}\beta(x,y;x_i^{(1)},y_i^{(1)};\omega) \\
 & + R_i^{(2)}\beta(x,y;x_i^{(2)},y_i^{(2)};\omega)\} \quad (45)
 \end{aligned}$$

여기서 β 는 補剛板의 receptance이고 μ_0, μ_x 및 μ_y 는 각

各 補剛板의 橫方向 變位起振, x 및 y 方向 回轉變位起振에 대한 SDTR이다.

또한 j 번째 필러 또는 2점支持 damped spring-mass system의 支持點에서 變位應答크기는 다음과 같다.

$$W_j^{(p)} = \eta_j^{(p)}(\omega)R_j^{(p)'}, \quad (j=1,2,\dots,n_p) \quad (46-1)$$

또는

$$\begin{aligned}
 W_j^{(1)} = & \eta_j^{(11)}(\omega)R_j^{(1)'} + \eta_j^{(12)}(\omega)R_j^{(2)'} \\
 W_j^{(2)} = & \eta_j^{(21)}(\omega)R_j^{(1)'} + \eta_j^{(22)}(\omega)R_j^{(2)'} \quad (j=1,2,\dots,n_p) \quad (46-2)
 \end{aligned}$$

여기서 $\eta_j^{(p)}$ 또는 $\eta_j^{(ij)}$ ($i,j=1,2$)는 j 번째 필러 또는

2點支持 damped spring-mass system의 receptance이다. 한편 각 연결점에서 정의된 內力와 變位는 각각 다음과 같은 平衡條件과 適合條件을 만족해야 한다.

$$R_j^{(p)} + R_j^{(p)'} = 0, \quad (j=1, 2, \dots, n_p)$$

$$R_j^{(1)} + R_j^{(1)'} = 0, \quad (j=1, 2, \dots, n_c) \quad (47)$$

$$R_j^{(2)} + R_j^{(2)'} = 0, \quad (j=1, 2, \dots, n_c)$$

$$W(x_j^{(p)}, y_j^{(p)}) = W_j^{(p)}, \quad (j=1, 2, \dots, n_p)$$

$$W(x_j^{(1)}, y_j^{(1)}) = W_j^{(1)}, \quad (j=1, 2, \dots, n_c) \quad (48)$$

식(45), (46) 및 (47)을 식(48)에 대입하면 $R_j^{(p)}$ ($j=1, 2, \dots, n_p$) 및 $R_j^{(1)}$, $R_j^{(2)}$ ($j=1, 2, \dots, n_c$)를 미지수로 하는 대수 연립방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$[\beta]\{R\} = -\{F\}_F + W_0\{A\}_0 + \theta_x\{A\}_x + \theta_y\{A\}_y \quad (49)$$

여기서 $[\beta]$ 는 각 部分系의 receptance의 항으로, $\{A\}_F$, $\{A\}_0$, $\{A\}_x$ 및 $\{A\}_y$ 는 補剛板의 receptance 및 SDTR의 항으로 각각 이루어진다.

식(49)의 解를 식(45)에 대입하면 調和起振力 및 調和變位起振에 대한 複合의 構造系의 定常狀態應答를 補剛板 上에서 얻게되므로 複合의 構造系에 대한 補剛板 上에서의 receptance는

$$\alpha(x, y; \xi, \eta; \omega) = \beta(x, y; \xi, \eta; \omega) - \{S\}^T [\beta]^{-1} \{A\}_F \quad (50)$$

橫方向 變位起振에 대한 SDTR은

$$\tau_0(x, y; \omega) = \mu_0(x, y; \omega) - \{S\}^T [\beta]^{-1} \{A\}_0 \quad (51)$$

x 및 y 方向 回轉變位起振에 대한 SDTR은

$$\tau_x(x, y; \omega) = \mu_x(x, y; \omega) - \{S\}^T [\beta]^{-1} \{A\}_x \quad (52)$$

$$\tau_y(x, y; \omega) = \mu_y(x, y; \omega) - \{S\}^T [\beta]^{-1} \{A\}_y \quad (53)$$

으로 각각 얻어진다. 한편 複合의 構造系의 自由振動에 대하여 식(49)는 外部起振이 없으므로

$$[\beta]\{R\} = \{0\} \quad (54)$$

와 같은 latent root problem이 되며, 이의 特性方程式은 다음과 같다.

$$\det([\beta(\lambda)]) = 0, \quad \lambda = i\omega \quad (55)$$

積載車輛 등 각 部分系의 減衰를 고려하는 경우 식(55)의 latent root는 複素數量으로서

$$\lambda_r = -\sigma_r + i\omega_d^{(r)} \quad (56)$$

의 형태로 얻어진다. 여기서 σ_r , $\omega_d^{(r)}$ 은 陽의 實數이다. 각 減衰要素의 基準振動形에 대한 聯成效果가 曄

소하다고 가정하면 複合의 構造系의 modal 減衰比 ζ_r 을

$$\zeta_r \approx \frac{\sigma_r}{\sqrt{\sigma_r^2 + \omega_d^{(r)2}}} \quad (57)$$

에 의해 구할 수 있다.

複合의 構造系의 固有振動形은 減衰가 없는 경우에 대한 식(55)의 latent vector $\{R\}_r$ 을 식(45)에 대입하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$W_r(x, y) = \{S(x, y)\}^T \{R\}_r \quad (58)$$

4.2. 補剛材가 追加로 附加되는 경우

Fig. 7에서와 같이 n_x 개의 x 方向 補剛材가 $y = \bar{y}_i$ ($i=1, 2, \dots, n_x$), n_y 개의 y 方向 補剛材가 $x = \bar{x}_i$ ($i=1, 2, \dots, n_y$)에 각각 追加로 附加된 直四角形補剛板을 複合의 構造系로 취급하고, 附加補剛材는 均一單純보로 간주한다. 이러한 複合의 構造系의 振動特性을 Fig. 8에서와 같이 분리된 각 部分系의 振動特性을 合成하여 얻는데 있어서 각 部分系 사이에서 橫變位에 대한 適合條件만 고려한다.

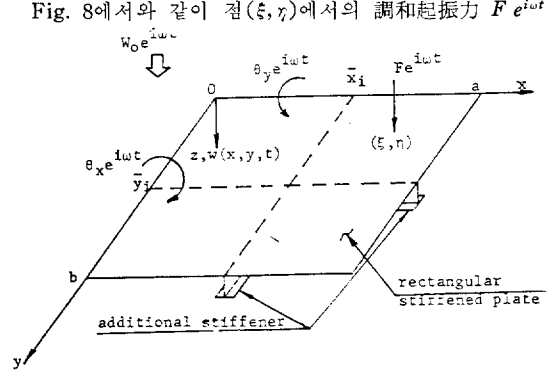


Fig. 7 Rectangular stiffened plate having additional stiffeners

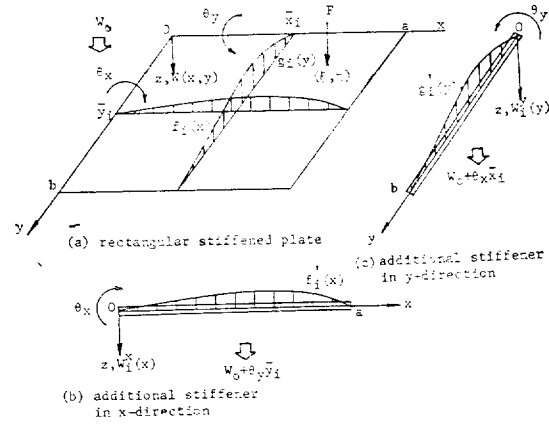


Fig. 8 Free body diagram of rectangular stiffened plate having additional stiffeners

와 周緣에서의 調和變位起振 $W_0 e^{i\omega t}$, $\theta_x e^{i\omega t}$ 및 $\theta_y e^{i\omega t}$ 가 각각 작용할 때 補剛板과 附加補剛材의 結合線에서 정의되는 分布內力를 複合의 構造系와 동일한 境界條件을 갖는 單純보 固有函數의 線形組合에 의해 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} f_i(x) &= \sum_{m=1}^p R_{mi}^x X_m(x), \\ f_i'(x) &= \sum_{m=1}^p R_{mi}' X_m(x) \quad (i=1, 2, \dots, n_x) \\ g_i(y) &= \sum_{n=1}^q R_{ni}^y Y_n(y), \\ g_i'(y) &= \sum_{n=1}^q R_{ni}' Y_n(y) \quad (i=1, 2, \dots, n_y) \end{aligned} \tag{59}$$

여기서 $X_m(x)$ 및 $Y_n(y)$ 는 x 및 y 方向 單純보 固有函數이고, R_{mi}^x 및 R_{ni}^y 는 구해야 할 미지수이다.

外部起振과 식(59)에 의한 각 部分系의 定常狀態應答 크기는 補剛板의 경우

$$\begin{aligned} W(x, y) &= F\beta(x, y; \xi, \eta; \omega) + W_0\mu_0(x, y; \omega) \\ &+ \theta_x\mu_x(x, y; \omega) + \theta_y\mu_y(x, y; \omega) \\ &+ \sum_{i=1}^{n_x} \int_0^a f_i(\rho)\beta(x, y; \rho, \bar{y}_i; \omega) d\rho \\ &+ \sum_{i=1}^{n_y} \int_0^b g_i(\rho)\beta(x, y; x_i, \rho; \omega) d\rho \end{aligned} \tag{60}$$

이고, j 번째 x 方向 追加補剛材의 경우

$$\begin{aligned} W_{x_j}(x) &= (W_0 + \bar{y}_j\theta_y)\sigma_{x_j}(x; \omega) + \theta_x\sigma_{x_j}'(x; \omega) \\ &+ \int_0^a f_j'(\rho)\gamma_{x_j}(x; \rho; \omega) d\rho \end{aligned} \tag{61}$$

이며, j 번째 y 方向 追加補剛材의 경우

$$\begin{aligned} W_{y_j}(y) &= (W_0 + x_j\theta_x)\sigma_{y_j}(y; \omega) + \theta_y\sigma_{y_j}'(y; \omega) \\ &+ \int_0^b g_j'(\rho)\gamma_{y_j}(y; \rho; \omega) d\rho \end{aligned} \tag{62}$$

이다. 여기서 β , μ_0 , μ_x 및 μ_y 는 식(45)에서의와 동일하고, γ 및 σ 는 追加補剛材의 receptance 및 SDTR이며, 하첨자 x_j 또는 y_j 는 j 번째 x 또는 y 方向 補剛材에 대한 것임을 뜻한다.

한편 각 部分系의 연결부에서 힘의 平衡條件은 單純보 固有函數의 直交성에 의해

$$\begin{aligned} R_{mj}^x + R_{mj}' &= 0, m=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, n_x \\ R_{nj}^y + R_{nj}' &= 0, n=1, 2, \dots, q; j=1, 2, \dots, n_y \end{aligned} \tag{63}$$

으로 표현되고, 橫變位の 適合條件은

$$\begin{aligned} W(x, \bar{y}_j) &= W_{x_j}(x), j=1, 2, \dots, n_x \\ W(x_j, y) &= W_{y_j}(y), j=1, 2, \dots, n_y \end{aligned} \tag{64}$$

와 같다.

식(60), (61) 및 (62)에 (14), (25), (36), (43)

및 (44)를, 식(59)에 식(63)을 각각 대입하여 식(64)에 적용하면 미지수 R_{mi}^x 및 R_{ni}^y 를 얻을 수 있는 대수 연립방정식이 다음과 같은 형태로 얻어진다.

$$[\beta]\{R\} = -\{F\}[A]_F + W\{A\}_0 + \theta_x\{A\}_x + \theta_y\{A\}_y \tag{65}$$

여기서 $[\beta]$, $\{A\}_F$, $\{A\}_0$, $\{A\}_x$ 및 $\{A\}_y$ 는 식(21)에 주어져 있다.

식(65)의 解를 식(14), (25) 및 식(29)를 식(60)에 대입하여 얻어진 결과식에 대입하면 複合의 構造系의 定常狀態應答크기는 다음과 같은 형태로 얻어진다.

$$\begin{aligned} W(x, y) &= F(\beta(x, y; \xi, \eta; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_F) \\ &+ W_0(\mu_0(x, y; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_0) \\ &+ \theta_x(\mu_x(x, y; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_x) \\ &+ \theta_y(\mu_y(x, y; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_y) \end{aligned} \tag{66}$$

따라서 補剛材가 追加로 附加된 直四角形補剛板의 receptance는

$$\alpha(x, y; \xi, \eta; \omega) = \beta(x, y; \xi, \eta; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_F \tag{67}$$

이고, 橫方向 變位起振에 대한 SDTR은

$$\tau_0(x, y; \omega) = \mu_0(x, y; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_0 \tag{68}$$

이며, x 및 y 方向 回轉變位起振에 대한 SDTR은

$$\tau_x(x, y; \omega) = \mu_x(x, y; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_x \tag{69}$$

$$\tau_y(x, y; \omega) = \mu_y(x, y; \omega) - \{S\}^T[\beta]^{-1}\{A\}_y \tag{70}$$

으로서 각 部分系의 receptance 또는 SDTR의 항으로 얻어진다.

한편 自由振動의 경우에 대하여 latent root problem 및 特性方程式은 식(65)로부터 식(54) 및 (55)와 같은 형태로 얻어지고, 固有振動形은 식(14), (25) 및 식(29)를 식(60)에 대입한 결과식으로부터 식(58)과 같은 형태로 얻어진다.

5. 甲板-車輛聯成系의 強制振動解析

集中起振力 또는 船體振動으로 인해 周緣을 통해 전달되는 變位起振에 대한 動的應答는 4장에서와 같이 각 部分系의 receptance 또는 SDTR의 항으로 얻어지는 複合의 構造系의 receptance 또는 SDTR로부터 구한다.

調和起振에 대한 定常狀態應答 $W(x, y)e^{i\omega t}$ 는 複合의 構造系의 receptance 또는 SDTR로부터 이들의 定義에 의해 직접 얻을 수 있다. 즉 점 (ξ, η) 에 작용하는 集中調和起振力 $F e^{i\omega t}$ 에 대해서는

$$W(x, y) = F\alpha(x, y; \xi, \eta; \omega) \tag{71}$$

이고, 橫方向 또는 回轉 調和變位起振, $W_0 e^{i\omega t}$, $\theta_x e^{i\omega t}$ 또는 $\theta_y e^{i\omega t}$ 에 대해서는 각각

$$W(x, y) = \begin{cases} W_0 \tau_0(x, y; \omega), \\ \theta_x \tau_x(x, y; \omega), \\ \text{또는} \\ \theta_y \tau_y(x, y; \omega) \end{cases} \quad (72)$$

와 같다.

임의 起振에 대한 過渡應答 $w(x, y, t)$ 는 Fourier 變換方法을 적용하여 複合的 構造系의 receptance 또는 SDTR로부터 얻는다. 즉 점 (ξ, η) 에 作用하는 集中起振力 $f(t)$ 에 대해서는

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x, y; \xi, \eta; \omega) F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (73)$$

이고, 橫方向 또는 回轉 變位起振, $W_0(t)$, $\theta_x(t)$ 또는 $\theta_y(t)$ 에 대해서는 각각

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{cases} \tau_0(x, y; \omega), \\ \tau_x(x, y; \omega), \\ \text{또는} \\ \tau_y(x, y; \omega) \end{cases} D(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (74)$$

이다. 여기서 $F(\omega)$ 및 $D(\omega)$ 는 $f(t)$ 및 $W_0(t)$, $\theta_x(t)$ 또는 $\theta_y(t)$ 의 Fourier 變換을 의미한다.

$F(\omega)$, $D(\omega)$, 식(73) 및 (74)에서의 數值積分은 FFT algorithm을 사용하여 효율적으로 수행할 수 있다.

6. 數值計算, 實驗 및 考察

甲板-車輛 聯成系의 振動解析을 효율적으로 수행하기 위해 本 報文에서 제시한 方法의 타당성 및 효율성을 확인하기 위해 Fig. 9에 보인 3가지 model에 대해서 日련의 數值計算 및 實驗을 수행했다.

- model-1. 한 方向 拘束적 直四角形補剛板(primary structure)에 直交補剛材 하나가 附加되는 경우
- model-2. model-1에 필러 2개 및 質量-스프링系 1개가 附加되는 경우
- model-3. model-1의 中央點에 damped spring-mass system이 附加되는 경우

補剛板과 附加로 附加되는 補剛材의 재료는 一般構造用 靛鋼($E=2.1 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, $\rho=7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$)으로 하고 數值計算에서 Poisson 比는 $\nu=0.3$ 으로 취했다. 4緣境界條件은 單純支持로 하고 實驗에서는 knife edge를 사용하여 구현했다. 本文에서는 2點支持 質量-스프링系에 대해 研究化했으나 實驗에 있어서는 편의상 1點支持를 택했는데, 數值計算에서 이의 receptance는

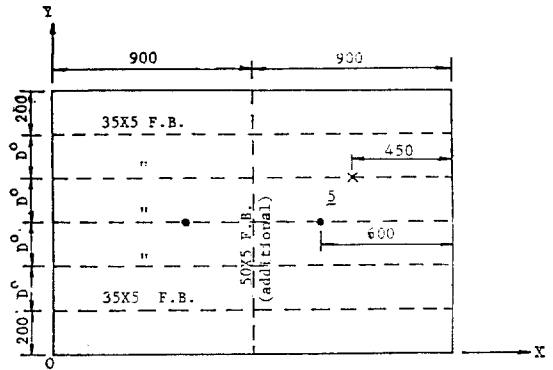


Fig. 9 Numerical and experimental models (unit: mm):

- Primary structure: unidirectionally stiffened plate with simply supported boundary.
- Model-1: primary structure with an attached additional cross stiffener.
- Model-2: model-1 with attached two pillars (•) and a undamped spring-mass system (×).
- Model-3: model-1 with an attached damped spring-mass system at center.

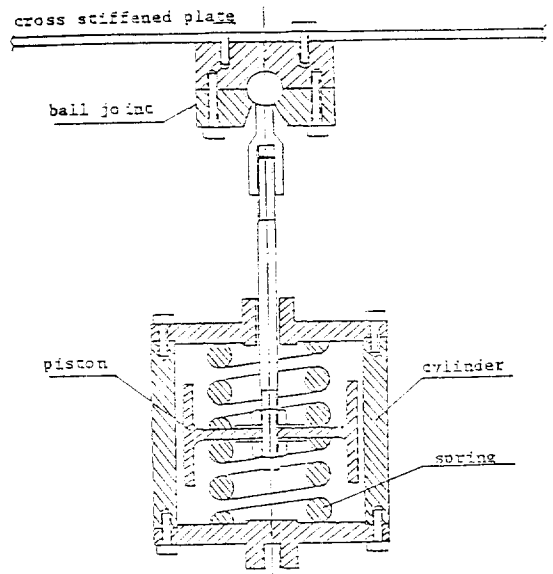


Fig. 10 Installation of vibration isolator

(33)에서 $d^{(1)}, d^{(2)} \rightarrow 0, J \rightarrow \infty$ 로, $k^{(1)}, k^{(2)}$ 및 $c^{(1)}, c^{(2)}$ 는 1點支持경우의 스프링常數 및 減衰係數의 $\frac{1}{2}$ 로 취하므로써 얻을 수 있다. 또 實驗모델은 Fig. 10과 같은 vibration isolator를 사용하고 減衰를 위해 실린더에 oil을 주입하였다.

모든 數值計算은 電算機 MV/8000(Data General)을

Table 1 Comparisons of natural frequencies(Hz) and computing time (CPU: sec.) of primary structure and model-1

model		primary structure			model-1			
method		AMLM*	F.E.M.	experi.	receptance method	AMLM*	F.E.M.	experi.
order	1	23.33	23.31	24.0	41.98	41.98	41.62	40.4
	2	40.43	40.45	43.2	84.20	84.23	83.42	82.0
	3	76.43	77.30	80.4	93.29	93.45	92.37	93.2
	4	84.20	83.37	81.2	112.07	112.07	108.0	101.2
	5	93.29	92.69	94.0	117.57	117.86	118.2	117.2
run time					33	64	1,521	

* the assumed modes-Lagrange's equation method

사용하여 수행되었고, 實驗은 衝擊加振法에 의해 수행되었다.

6.1. Model-1

model-1의 固有振動特性을 4.2절의 方法에 의해 구함에 있어서 primary structure의 receptance는 식(4)에서 $p=q=5$ 로 취하여 식(14)에 의해 얻고 追加로 附加된 補剛材의 receptance는 식(36)에서 低次 5개 振動形의 기여분만 고려하여 얻었다.

比較考察 目的으로 系 전체를 포괄적으로 취급하여 assumed modes-Lagrange 運動方程式 方法(AMLM)와 有限要素法에 의한 數值計算도 수행했다. AMLM 적용시 振動波形 가정은 식(4)와 동일하며 항수는 $p=q=5$ 로 취하였고, FEM 적용시 系 전체를 結節 247개, 板要素 216개 및 보要素 102개로 모델링하고 SAP4를 사용하였다.

固有振動數의 실현치, 計算結果 및 計算소요시간은 Table 1에 보인 바와 같다. 이로부터 receptance 方法에 의한 結果의 不합성이 양호하며 計算所要時間은 AMLM 또는 有限要素法에 의한 包括的 計算에 비해 약 50% 또는 2%임을 알 수 있다.

한편 補剛板의 receptance 및 SDTR을 효율적으로 산정하기 위해 2.3절에 제시한 두 방안의 효율성을 검토하기 위한 數值計算을 수행했다. scheme-1의 적용시 higher mode factor는 $R=0$ 로 고정시키고 L 단 25, 15, 10, 5로 변화시켰으며, scheme-2의 적용시 ϵ 은 0%와 1%로 취했다. 각 경우에 대한 固有振動數 計算結果를 Table 2에 보였다. 이로부터 scheme-2의 효율성이 scheme-1에 비해 훨씬 높음을 알 수 있다.

6.2. Model-2

model-2의 固有振動特性을 4.1절의 receptance 方法에 의해 구함에 있어서 primary structure인 cross

Table 2 Comparisons of natural frequencies(Hz) and computing time (CPU: sec.) depending on ϵ and L ($R=0$): model-1

$\epsilon^*(Z)$	L^{**}	order			run time
		1	2	3	
0.	25	41.98	84.20	93.29	33
	15	42.04	84.20	93.29	21
	10	42.04	84.20	93.29	13
	5	42.57	84.20	93.29	7
1.	25	41.98	84.20	93.29	1.7
	15	42.04	84.20	93.29	1.2
	10	42.04	84.20	93.29	0.6
	5	42.57	84.20	93.29	0.3

* For definition, refer to equation (32)

** For definition, refer to equation (28)

stiffened plate의 receptance는 식(4)에서 $p=q=5$ 로 취하여 식(14)에 의해 얻었다. vibration isolator의 receptance를 산정하기 위해 스프링常數 및 有效質量은 實驗에 의해 얻은 결과로서 $k=8.04 \times 10^5 \text{N/m}$ 및 $m=11.65 \text{kg}$ 을 사용했으며, 필터의 스프링常數는 $k_p=9.8 \times 10^{12} \text{N/m}$ 로 취했다.

比較考察 目的으로 有限要素法에 의한 包括的 計算도 수행했다. 有限要素法에 의한 計算시 primary structure는 model-1과 동일하게 모델링하고, 필터 및 質量-스프링系는 각각 2-D truss 要素 및 集中質量을 이용하여 이상화시켰다.

固有振動數와 計算時間에 대한 結果는 Table 3에 보였으며, receptance 方法에 의한 mode shape을 Fig. 11에 보였다. Table 3으로부터 receptance 方法에 의한 結果의 不합성이 양호하며 計算時間은 有限要素法에

Table 3 Comparisons of natural frequencies(Hz) and computing time (CPU: sec.) of model-2

order	method	receptance method	F.E.M.	experiment
1		36.65	35.9	35.5
2		91.91	91.4	94.0
3		99.62	98.6	99.5
4		107.21	105.1	103.0
5		110.66	106.6	104.0
run time		19.5	1442	

의한 包括的 計算의 약 1.4%에 불과함을 알 수 있다.

한편 2.3절에서 제시한 두 방안의 효율성을 검토하기 위한 數值計算을 수행했다. scheme-1의 적용시 $R=0, 1, 2$, $L=25, 15, 10$ 으로, scheme-2의 적용시 $\epsilon=0\%$, 1%로 각각 취하였으며 각 경우에 대한 固有振動數 및 計算時間 結果를 Table 4에 보였다. Table 4로 부터 두 방안의 효율성은 거의 대등함을 알 수 있으며 이로부터 각 部分系가 點 結合으로 이루어진 複合的 構造系에 대해서는 두 방안을 적절히 혼용하는 것이 효율적이다.

6.3. Model-3

部分系의 減衰特性을 合成하여 複合的 構造系의 減衰

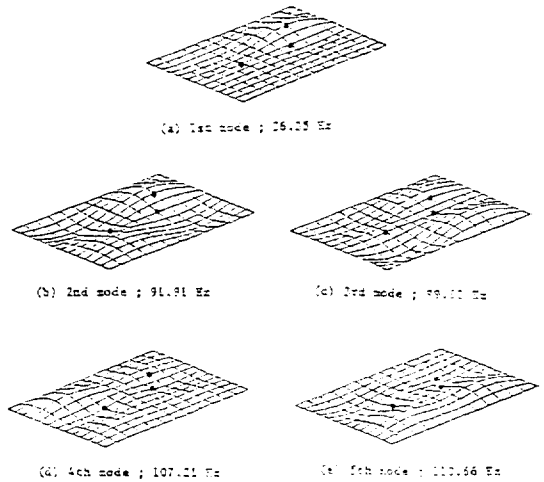


Fig. 11 Mode shapes of model-2

特性을 얻는 식(57)의 유용성을 검토하기 위해 model-3을 대상으로 數值計算 및 實驗을 수행했다.

vibration isolator에 oil을 주입했을 때 減衰係數는 實驗을 통해 transfer function을 計測하여 half power point bandwidth method[22]에 의해 얻은 값으로서 $c=3.01 \times 10^2 \text{N} \cdot \text{sec/m}$ 이다. 또 primary structure인 cross stiffened plate의 modal damping ratio도 같은

Table 4 Comparisons of natural frequencies (Hz) and computing time (CPU: sec.) depending on R , ϵ and L : model-2

R^*	$\epsilon^{**}(\%)$	L^*	order					run time
			1	2	3	4	5	
0	0.	25	36.35	91.91	99.62	107.21	110.66	19.5
		15	36.49	91.94	99.85	109.36	113.62	12.7
		10	36.97	91.98	100.42	109.77	117.32	9.2
	1.	25	36.33	91.90	99.63	106.97	110.59	6.4
		15	36.48	91.93	99.36	109.33	113.38	4.7
		10	36.95	91.97	100.44	109.76	117.04	3.9
1	0.	15	36.35	91.91	99.63	107.44	110.73	13.2
		10	36.36	91.92	99.69	108.01	110.92	9.6
	1.	15	36.42	91.95	99.79	107.37	111.20	5.0
		10	36.36	91.91	99.72	106.85	110.48	4.33
2	0.	15	36.35	91.91	99.62	10.22	110.66	14.2
		10	36.35	91.91	99.62	107.31	110.69	10.3
	1.	15	36.35	91.88	98.60	100.31	109.96	6.1
		10	36.35	91.88	98.66	100.33	109.96	4.9

* For definition, refer to equation (28), ** For definition, refer to equation (32)

Table 5 Experimental results of modal damping ratios of model-1

order	1	2	3	4	5
modal damping ratio (%)	0.52	0.31	0.60	0.46	0.66

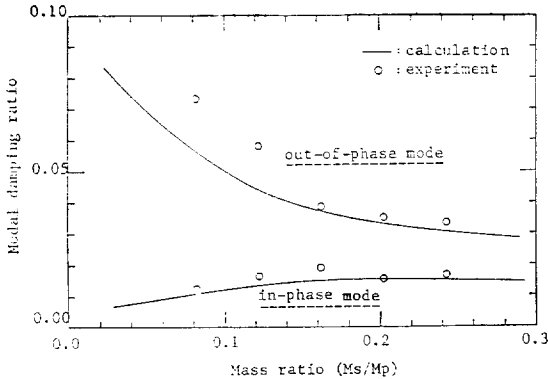
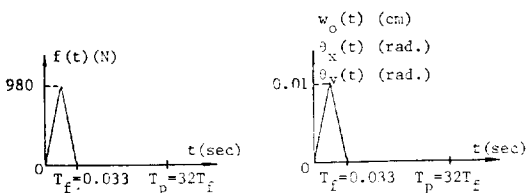


Fig. 12 Modal damping ratios of model-3

方法으로 實驗에 의해 얻었으며 그 결과는 Table 5와 같다. 이들 減衰特性을 사용하여 model-3의 減衰特性을 vibration isolator의 有效質量을 변화시켜가며 식 (57)에 의해 얻었으며 그 결과는 Fig. 12에 實驗値와 함께 나타내었다. Fig. 12로 부터 計算結果는 實驗値와 의 부합성이 비교적 양호함을 알 수 있다.

甲板-車輛 聯成系의 強制振動解析을 위해 5장에서 제시한 方法의 타당성 및 효율성을 검토하기 위해 中央에 集中起振力 $f(t)$ 가 작용하는 경우와 周緣을 통해 橫方向 또는 回轉 變位起振, $W_0(t)$, $\theta_x(t)$ 또는 $\theta_y(t)$ 가 작용하는 경우에 대하여 中央에서의 過渡應答를 얻었다. 起振形態는 Fig. 13에 보인 바와 같이 3角 pulse 이다.

model-1의 receptance 또는 SDTR의 산정시 식(4) 또는 식(19)에서 $p=q=7$ 로 취했다. 또 식(73) 또는 식(74)의 數值積分을 FFT algorithm에 의해 수행하기



(a) point excitation force (b) displacement excitations

Fig. 13 Triangular pulses applied to model-3

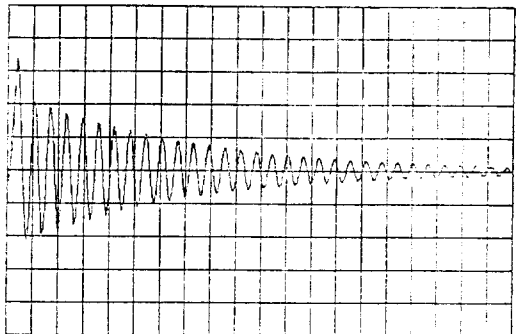
Table 6 Transient responses at center to a point excitation force at center and displacement excitations along boundaries: model-3

excitation*	method			
	receptance method		AMLM**	
	peak value (cm)	at center (sec.)	peak value (cm)	at center (sec.)
$f(t)$	0.069	0.021	0.068	0.021
$d_0(t)$	0.016	0.021	0.016	0.021
$\theta_x(t)$	1.45	0.021	1.43	0.021
$\theta_y(t)$	0.967	0.021	0.951	0.021
run time (CPU: sec.)	93.7		179.7	

* refer to Fig. 13

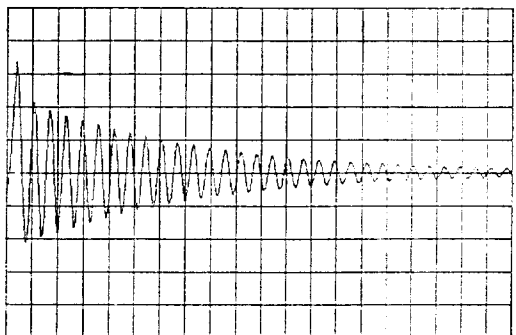
** the assumed modes-Lagrange's equation method

TRANSIENT RESPONSE TO TRANSLATIONAL DISP. EXCITATION
MAXIMUM : TIME = 0.20660-01 Sec. AMPL = 0.16110-01



(a) the receptance method

TRANSIENT RESPONSE TO TRANSLATIONAL DISP. EXCITATION
MAXIMUM : TIME = 0.20660-01 Sec. AMPL = 0.15380-01



(b) the assumed model-Lagrange's method

Fig. 14 Transient response at center of model-3 subjected to transverse displacement excitation along the boundary

위해 forcing function의 time period T_p 는 pulse duration T_f 의 32배로, sampling data 數는 2^9 으로 취했다. 한편 比較考察 目的으로 系진체를 포괄적으로 취급하여 AMLM에 의한 數值計算을 수행했다. 이때 振動波形 가정은 식(4) 또는 식(19)와 동일하고 항수는 $p=q=7$ 로 취했다.

數值計算 結果로서 最大振幅과 그 時의 時刻를 計算 所要 時間과 함께 Table 6에 보였다. 또 過渡應答의 대표적인 time-history를 Fig. 14에 보였다. 이로 부터 양자의 부합성이 매우 양호하며 計算時間은 receptance 方法을 적용했을 때 포괄적 計算方法에 비해 약 50% 감소된다.

7. 結 論

甲板一車輛 聯成系의 振動解析을 효율적으로 수행하기 위해 receptance 方法에 바탕을 둔 解析的 方法의 定式化, 解法 및 효율적 計算方法을 제시하였으며, 이의 妥當性 및 效率性을 검토하기 위해 理論의 數值計算 및 實驗을 수행하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 本 報文中에서 제시한 方法은 實驗值에 대하여 有限要素法 또는 assumed modes-Lagrange 運動方程式 方法과 대등한 精度를 주며, 특히 動的 特性 再解析에 매우 효율적이다.

(2) 甲板一車輛 聯成系의 減衰特性을 각 部分系의 減衰特性의 合成에 의해 합리적인 오차범위 내에서 얻을 수 있다.

(3) 本 報文中에서 receptance에 준하는 개념으로 정의된 support displacement transfer ratio는 船體振動으로 인하여 甲板周緣을 통해 전달되는 變位起振에 대한 動的 應答解析에 효율적으로 이용될 수 있다.

(4) 本 報文中에서 제시한 receptance 方法의 적용에 있어서 計算效率를 높이기 위한 두가지 방안을 제시하였는데, 補剛板에 거어더 또는 웨브등과 같이 線結合 附加系가 追加되는 경우에는 scheme-2가 scheme-1에 비해 효율적이고, 필러 또는 車輛 등과 같이 點結合 附加系가 追加되는 경우에는 두 방안을 적절히 혼용하는 것이 바람직하다.

後 記

이 논문은 韓國科學財團지원 目的基礎研究 管理番號 860317-02-02 報告書의 일부이다. 이 기회에 동 財團에 대하여 심심한 謝意를 표한다.

參 考 文 獻

- [1] Ushijimi, M. et al., "A Study on Car Deck Vibration of Pure Car Carrier", *Jour. the Soc. of Nav. Archi. of West Japan*, Vol. 65, 1982.
- [2] Amba-Rao, C.L., "On the Vibration of a Rectangular Plate Carrying a Concentrated Mass", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, 1964.
- [3] Magrab, E.B., "Vibration of a Rectangular Plate Carrying a Concentrated Mass", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, 1968.
- [4] Shah, A.H. and Datta, S.K., "Normal Vibrations of a Rectangular Plate with Attached Masses", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 36, 1969.
- [5] Laura, P.A. and Smith, G.A., "Vibration of Rib-stiffened Thin Elastic Plates Carrying Concentrated Masses", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 43, No. 2, 1968.
- [6] Stanisic, M.M. and Payne, J.G., "A Rapidly Converging Technique for Vibration Analysis of Plate with a Discrete Mass Distribution", *Ingenieur-Archive*, Vol. 37, 1968.
- [7] Watanabe, O., Goda, K., Yoshida, K. and Himeda, A., "Vibration of Plate with Mass-Spring Systems", *Journal of the Soc. of Nav. Archi. of Japan*, Vol. 154, 1983.
- [8] 韓聖容, 金極天, "彈性支持附加物 또는 集中質量을 갖는 補剛板의 振動解析", 大韓造船學會誌, 第23卷, 第1號, 1986.
- [9] Yang, W.H., "Vibration of a Plate with Internal Constraints", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 41, 1974.
- [10] Vilmann, C.R. and Snyder, V.W., "Line Modification of Continuous Vibratory Systems", *Proc. of ASCE*, Vol. 104, No. ST12, Dec., 1978.
- [11] Dowell, E.H., "Free Vibrations of Linear Structure with Arbitrary Support Conditions", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 38, 1971.
- [12] Dowell, E.H., "Free Vibrations of an Arbitrary Structure in terms of Component Modes", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 39, 1972.

- [13] Nicholson, J.W. and Bergman, L.A., "Vibration of Damped Plate-Oscillator Systems", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 1, ASCE, 1986.
- [14] Nicholson, J.W., "Free Vibration of Stiffened Rectangular Plates using Green's Functions and Integral Equations", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 3, 1986.
- [15] Azimi, S. Hamilton, J.F. and Soedel, W., "The Receptance Method Applied to the Free Vibration of Continuous Rectangular Plate", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 109, No. 1, 1986.
- [16] Zhang, Z.C. and Clarkson, B.L., "The Driving-Point Impedance of a Plate with an Attached Subsystems", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 94, No. 2, 1984.
- [17] Kelkel, K., "Green's Function and Receptance for Structures Consisting of Beams and Plates", *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 11, 1987.
- [18] Bishop, R.E.D. and Johnson, D.C., *The Mechanics of Vibration*, Cambridge University Press, London, 1960.
- [19] Palazzolo, A.B., Wang, B.P. and Pilkey, W.D., "A Receptance Formular for General Second-Degree Square Lambda Matrices", *IJNME*, Vol. 18, 1982.
- [20] Clough, R.W., *Dynamics of Structures*, McGraw Hill, 1982.
- [21] 韓聖容, "Receptance 方法에 의한 復合的 構造系의 振動解析", 서울大學校 工大 博士學位論文, 1989.
- [22] Bert, C.W., "Material Damping: An Introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 29, No. 2, 1973.