
 論 文

大韓造船學會誌
 第27卷 第2號 1990年 6月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 27, No. 2, June 1990

Lagrangian 유한요소법을 이용한 2차원 탱크내 유동해석

이판목*, 홍석원*, 홍사영*

Analysis of Two-Dimensional Sloshing Problems by a Lagrangian FEM

by

P.M. Lee*, S.W. Hong* and S.Y. Hong*

요 약

자유수면을 갖는 2차원 탱크내 유동 현상의 규명을 위하여 수치해법 및 실험적 방법을 제시하였다. 수치해석 방법으로는 전유동장에 대하여 Lagrangian 표현법 개념의 유한요소법을 적용하였으며, 유동의 비압축성 조건을 이용하여 Navier-Stokes 방정식을 fractional step method로 속도수정하는 방법을 도입하였다. 유한요소 내부의 유체는 항상 그 요소 안에 머물러 있고 유체의 경계는 항상 요소의 경계를 따라 이동하고 벽면에서 미끄러짐이 일어난다고 가정하였다. 이 방법은 유동이 심한 경우 유동장의 이산화를 재조정해야 하므로 물체 적합과표계를 사용한 절점 재조정법을 개발하였다. 실험은 한국해사기술연구소가 보유하고 있는 MTS유압시스템을 이용하여 슬러싱 탱크 모형실험이 수행되었으며, 이를 위하여 슬러싱 전용시험기를 제작하였다. 2차원 단순 직사각형 탱크에 대하여 수심의 변화 및 기진진폭의 변화에 따른 유동현상의 변화를 관찰하였고 이론해석 결과와 비교하였다.

Abstract

Theoretical and experimental techniques to analyze the two-dimensional liquid motion in a tank are discussed. A Lagrangian FEM with a velocity correction procedure is introduced to describe incompressible free surface fluid flow. A mesh rezoning technique is used to prevent strong distortion of finite elements in the Lagrangian description. Model test technique for sloshing tank is developed using a hydraulic type bench tester. The influence of the variation in the exciting frequency and amplitude are observed for various fill depths. The results of theoretical calculations are compared with those of experiments.

1. 서 언

선박의 탱크에 부분적으로 액체가 적재되어 있는 상

태는 운항 중에 과도한 슬러싱 현상을 일으키기 쉽다. 슬러싱은 자유수면이 존재하는 탱크내의 유체가 탱크의 운동으로 인하여 발생하는 비선형 유동현상으로서, 탱크벽에 국부적인 충격하중을 가하여 이로 인한 구조

발표 : 대한조선학회 1989년도 추계연구발표회('89.11.11)

접수일자 : 1989년 12월 2일, 재접수일자 : 1990년 3월 20일

* 정회원, 해사기술연구소

물의 손상을 가져오고 있다. 슬러싱은 탱크의 형상, 치수, 내부부재의 배치, 액체의 적재수심, 액체의 종류, 탱크의 운동주파수, 진폭 및 회전중심 등의 많은 요인들에 따라 그 특성이 변화하며, 일반적으로 탱크의 기본 고유진동수 범위의 기진주파수 영역에서 과대한 슬러싱 현상을 보이고 있다.

슬러싱 현상의 해석 방법은 비선형 이론을 적용하여 이론적으로 해를 구하는 방법과 유한요소법, 유한차분법 및 경계요소법을 이용한 수치해석 방법으로 구분된다. 자유수면을 갖는 비압축성 점성 유체유동의 수치해석은 자유수면의 위치가 시간의 변화에 따라 더러 정해지지 않은 형태로 변화하고 정확한 자유수면 경계조건이 부여되어야 하는 어려움이 있다.

자유수면을 갖는 탱크내 유체유동에 유한요소법을 이용한 방법으로는 Wellford[1], Kawahara[2], Liu[3]와 같이 자유수면을 Lagrangian 표현법으로 처리하고 유체 유동을 Eulerian 표현법으로 처리하는 방법이 널리 쓰이고 있다. Ramaswamy[4]는 자유수면을 포함한 유동장 전체를 Lagrangian 표현법으로 처리하여 유한요소법을 적용하였다. 유한차분법을 이용하여 자유수면이 존재하는 유체유동 해석방법으로는 MAC (Marker and Cell) 방법[5] 및 용적함수(VOF) 방법[6]이 있으며, Lee[7]도 유한차분법을 이용하여 슬러싱 현상을 해석한 바 있다. 한편, Nakayama[8]는 경계요소법을 이용하여 2차원 탱크의 비선형 슬러싱을 연구하였다. 슬러싱 현상의 실험적 연구로는 Faltinsen[9] 등 많은 사람들이 탱크의 모형실험을 통하여 유동현상 및 충격압력을 연구하였다.

본 논문은 자유수면을 갖는 2차원 탱크내 유동의 이론 및 실험적 해석법에 관한 것이다. 이론해석 방법으

로는 유동의 비압축성 조건을 이용하여 Navier-Stokes 방정식을 fractional step 방법으로 속도수정[10]하는 방법을 적용하였으며, 자유수면을 갖는 비압축성 점성 유동에 관하여 Lagrangian 표현법 개념의 유한요소법을 도입하였다. 이 방법을 이용한 수치해법은 간단하기는 하나 유동이 심할 경우 유동장의 이산화를 재조정(rezone) 해야만 한다. 본 논문에서는 절점의 재조정을 위하여 물체적합 좌표계를 사용한 절점재조정법을 개발하였다. 이 과정에서 유한요소 내부의 유체는 항상 그 요소 안에 머물러 있고 유체의 경계는 항상 요소의 경계를 따라 이동한다고 가정하였으며, 강제변면 근처의 자유수면에서 유체유동은 jet 현상을 보이므로 강제변면에서 유체입자의 미끄러짐이 일어난다고 가정하였다.

슬러싱 탱크 모형실험은 당 연구소가 보유하고 있는 MTS유압시스템을 이용하여 수행되었으며, 실험을 위하여서 슬러싱 전용시험기를 제작하였다. 탱크 모형은 이론해석결과와의 비교목적으로 내부부재가 없는 단순 직사각형 탱크를 선택하였다. 수심의 변화 및 기진진폭의 변화에 따른 유동현상의 변화를 관찰하였으며 이론 해석결과와 비교하였다.

2. 운동방정식

2.1. 운동방정식

강제동요를 받는 2차원 직사각형 탱크내 유체의 비점성 유동을 해석하기 위하여 Fig. 1과 같이 좌표계를 설정하였다. 탱크바닥 중앙에 원점이 있고 수평방향으로 x_1 , 수직상방으로 x_2 인 직교좌표계 $x_i(i=1,2)$ 가 관성좌표계에 고정되었다. 여기서 탱크의 폭은 l 이며

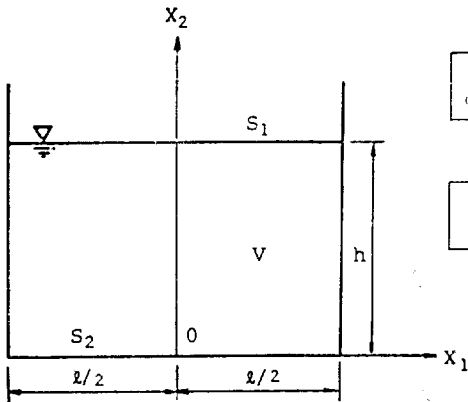


Fig. 1 A Two-dimensional sloshing tank

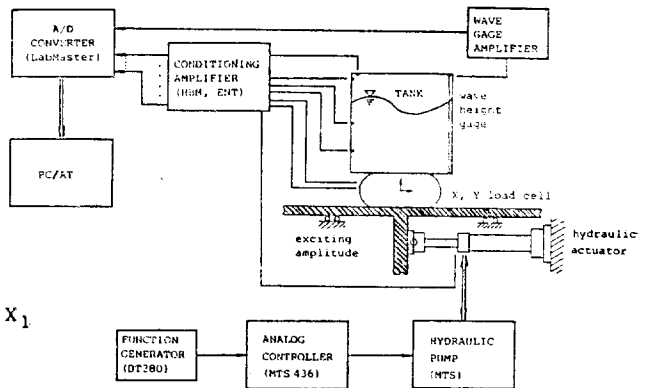


Fig. 2 Block diagram of sloshing test

정지상태의 수심은 h 이다. 유동영역을 V , 유동계계를 S 라 정하고 유체를 비압축성 유체로 가정하면 Navier-Stokes방정식과 연속방정식은 무차원식으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{Du_i}{Dt} + p_{,i} - \nu(u_{i,j} + u_{j,i}),_j - f_i = 0 \text{ in } V \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad \text{in } V \quad (2)$$

여기서 $u_i (i=1,2)$ 는 유체의 i 방향 속도성분이고, f_i 는 체력이고, p 는 압력, ν 는 점성계수, t 는 시간이다. 유동계계 S 는 자유수면 경계 S_1 과 탱크의 강체벽 경계 S_2 인 두 경계로 구성된다. 자유수면 경계에서 수면에 수직인 응력은 대기압과 같고 접선응력은 영이 되며, 탱크벽에 수직인 방향의 유체입자 속도는 탱크의 운동과 같고, 강체벽과 유체입자 사이에서 미끄러짐이 일어나므로 탱크벽의 접선속도 성분은 구속받지 않는다고 가정하였다. 따라서 자유수면 경계와 강체벽면 경계에서의 경계조건식은 다음과 같다.

$$p = \hat{p}_0 \quad \text{on } S_1 \quad (3)$$

$$v_n = \hat{v} \quad \text{on } S_2 \quad (4)$$

탱크벽에서의 압력에 대한 경계조건은 속도에 대한 조건을 식(1)에 대입하여 얻을 수 있다.

$$p_{,n} = f_n + \nu p^2 u_n \quad (5)$$

여기서 n 은 탱크벽에 수직인 방향을 나타내며 체력 f_i 은 수평방향 변위 X_1 , 수직방향 변위 X_2 , 각변위 θ 및 증력가속도 g 의 관계식으로 주어진다[7].

$$f_1 = -\ddot{X}_1 \cos \theta + (g - X_2) \sin \theta + \dot{\theta}^2 x_2 + \theta_2 + 2\dot{\theta} u_2 \quad (6)$$

$$f_2 = \ddot{X}_1 \sin \theta + (g - X_2) \cos \theta + \dot{\theta}^2 x_2 - \theta x_1 - 2\dot{\theta} u_1 \quad (7)$$

2.2. Lagrangian 방법

자유수면을 갖는 탱크내 유체유동에 유한요소법을 적용함에 있어서, 자유수면의 위치가 시간의 변화에 따라 수시로 변화하므로 자유수면의 위치를 추적하는 기법이 필요하게 된다. Eulerian 방법은 유체가 대변위 운동을 일으켜도 정도를 잃지 않으면서 계산을 수행할 수 있는 장점이 있으나, 국부영역에서의 세밀한 정도 유지가 어렵고 유체가 절점을 지날 때 부정확하게 될 수가 있다. Lagrangian 방법은 인터페이스를 정확히 나타내며 추적할 수 있고, 자유수면 경계조건을 쉽게 적용시킬 수가 있으며, 임의 형상의 강체벽 경계조건을 구현할 수가 있다. 반면에 대변위 유동에 쉽게 대처하지 못하는 단점을 갖는다.

본 논문은 Lagrangian 방법을 이용하여 유동영역을 유한요소로 나누고 각 유한요소의 절점이 유체입자를 따라 이동한다고 가정하였다. 이것은 유한요소내의 유체는 항상 그 요소안에 존재하며, 유체계계는 요소경

계와 함께 이동하고, 각 유한요소의 체적은 계산을 수행하는 동안 일정하다는 것을 의미한다. Lagrangian 방법은 유한요소의 rezoning 기법을 사용하여 적운동영역을 넓힐 수가 있다.

Lagrangian 정식화에 대한 수치 해석을 수행하기 위하여 시간과 유동장에 대한 이산화를 수행해야 한다. 본 이산화의 기본개념은 미분치가 짧은 시간증가에 대하여 변형되기 전과 변형된 후의 위치에서의 물리량 차이로 근사시킬 수 있다는 것이며, 변형된 후의 위치에서의 함수는 계산을 수행하기 전에는 알수 없으므로 반복계산이 필요하게 된다. 전체 계산시간을 짧은 시간증분 Δt 로 나누고 유동영역을 삼각형 유한요소로 이산화하였다. k 번째 요소의 절점위치는 n 번째 시간 t^n ($t^n = n\Delta t$) 및 $n+1$ 번째 시간 t^{n+1} 에서 각각 x_i^n, x_i^{n+1} 으로 표기되며

$$x_i^n = x_i(P_k, t^n) \quad x_i^{n+1} = x_i(P_k, t^{n+1}) \quad (8)$$

시간 t^n 과 t^{n+1} 에서의 속도와 압력은

$$u_i^n = u_i(t^n, x_i^n) \quad u_i^{n+1} = u_i(t^{n+1}, x_i^{n+1}) \quad (9)$$

$$p^n = p(t^n, x_i^n) \quad p^{n+1} = p(t^{n+1}, x_i^{n+1}) \quad (10)$$

와 같이 표기된다. Material 미분은 유체입자위치의 변화를 고려한 시간미분이므로 식(8)을 이용하여 다음과 같이 근사될 수 있다.

$$\frac{Du_i}{Dt} \cong \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (11)$$

미소시간 증분 Δt 후의 절점 위치는 다음으로 근사될 수 있으며,

$$x_i^{n+1} \cong x_i^n + \frac{\Delta t}{2}(u_i^n + u_i^{n+1}) \quad (12)$$

유체입자위치 x_i^{n+1} 는 미리 알려지지 않은 속도 u_i^{n+1} 의 함수이고 이 속도는 또한 유체입자위치의 함수이므로 반복적인 계산을 수행하여야 한다.

반복계산은 매시간 스텝에서 반복되며 계산과정은 다음과 같이 predictor와 corrector로 구성된다. n 번째 시간 스텝의 결과 x_i^n, u_i^n, p^n 을 이용하여 $n+1$ 번째 시간스텝의 초기단계에서의 추정 속도 $u_i^{n+1(0)}$, 압력 $p^{n+1(0)}$, 위치 $x_i^{n+1(0)}$ 는

$$u_i^{n+1(0)} = g_i(u_i^n, p^n, x_i^n) \quad (13)$$

$$p^{n+1(0)} = h(u_i^n, p^n, x_i^n) \quad (14)$$

$$x_i^{n+1(0)} = x_i^n + \Delta t u_i^n \quad (15)$$

와 같다. 여기서 $u_i^{n+1(0)}$ 는 $n+1$ 번째 시간스텝에서 반복계산의 초기단계 속도성분값을 의미한다. m 번째 반

복계산 단계 ($m=1, 2, \dots, NMAX$)에서 그 값들은 다음과 같이 보정된다.

$$u_i^{n+1(m)} = g_i(u_i^n, p^n, x_i^{n+1(m-1)}) \quad (16)$$

$$p^{n+1(m)} = h(u_i^n, p^n, x_i^{n+1(m-1)}) \quad (17)$$

$$x_i^{n+1(m)} = x_i^n + \frac{\Delta t}{2}(u_i^{n+1(m)} + u_i^n) \quad (18)$$

반복계산은 계산된 속도가 수렴조건을 만족시킬 때까지 반복된다.

$$|u_i^{n+1(m)} - u_i^{n+1(m-1)}| < \varepsilon \quad (19)$$

여기서 ε 은 미리 지정된 미소값이다. m 번째 반복계산에서 수렴조건이 만족되면 유체입자의 위치변화를 고려한 속도와 압력이 다음과 같이 결정된다.

$$u_i^{n+1} = u_i^{n+1(m)} \quad (20)$$

$$p^{n+1} = p^{n+1(m)} \quad (21)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^{n+1(m)} \quad (22)$$

이 방법의 장점은 material interface가 적절히 유지되면서 대류항과 연관된 수치적인 불안정성을 없앨 수 있는 점이다.

식(15)와 식(16)의 predictor-corrector method에서 차수를 높임으로써 정도 높은 계산을 수행할 수 있다. Adams-Bashforth 및 Adams-Moulton식을 이용하여 식(15)와 식(18)은 다음과 같이 높은 차수의 식으로 대체시킬 수 있다.

$$x_i^{n+1(0)} = x_i^n + \frac{\Delta t}{2}(3u_i^n - u_i^{n-1}) \quad (23)$$

$$x_i^{n+1(m)} = x_i^n + \frac{\Delta t}{12}(5u_i^{n+1(m)} + 8u_i^n - u_i^{n-1}) \quad (24)$$

$n=2, 3, \dots, NMAX$

2.3. 속도 보정법

시간 t^{n+1} 에서 식(1), (2)를 만족시키는 속도와 압력을 얻기 위하여 속도보정법이 사용되었다. 식(11)을 사용하여 식(1)를 이산화하면 다음과 같다.

$$\dot{u}_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t \{ p_{i,j}^n - \nu(u_{i,j}^n + u_{j,i}^n),_{j,j} - f_i^n \} \quad (25)$$

여기서 \dot{u}_i^{n+1} 은 근사속도장으로서 비압축성 조건식 (2)를 만족시키지 않는다. 시간 t^{n+1} 에서 비압축성 조건을 만족하는 유체속도를 u_i^{n+1} 이라 하고 압력을 p^{n+1} 이라 하면 이것들이 다음 조건을 만족한다.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t \{ p_{i,j}^{n+1} - \nu(u_{i,j}^n + u_{j,i}^n),_{j,j} - f_i^n \} \quad (26)$$

$$u_{i,i}^{n+1} = 0 \quad (27)$$

식(25), (26)의 양변에 curl을 취하면 실제속도장과 근사속도장에 관한 관계식이 얻어진다.

$$\text{curl } u_i^{n+1} = \text{curl } \dot{u}_i^{n+1} \quad (28)$$

이 관계식으로 부터

$$u_i^{n+1} = \dot{u}_i^{n+1} + \phi_i \quad (29)$$

이 얻어진다. 여기서 ϕ 는 임의의 포텐셜이다. 식(29)의 양측에 divergence를 취하고 비압축성 조건을 도입하면 ϕ 에 관한 Poisson방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\phi_{,ii} = -\dot{u}_{i,i}^{n+1} \quad (30)$$

이식을 풀기 위하여 자유수면 경계 S_1 과 탱크벽면 경계 S_2 에서의 조건식 (3), (4)로부터 포텐셜에 대한 경계조건을 구한다.

$$\phi = 0 \quad \text{on } S_1 \quad (31)$$

$$\phi_{,i} n_i = 0 \quad \text{on } S_2 \quad (32)$$

유동장내의 모든 절점에서 근사속도 및 포텐셜이 계산될 수 있으므로, 식(29)의 결과로 부터 시간 t^{n+1} 에서 모든 절점의 수정된 속도성분이 얻어진다. 식(25), (29), (30)은 유한요소법으로 해를 구할 수 있다. 이때의 압력 p^{n+1} 은 식(25), (26), (29)로 부터

$$p^{n+1} = p^n - \phi / \Delta t \quad (33)$$

으로 얻어진다.

3. 유한요소 정식화

식(25), (29), (30)과 경계조건을 이용하여 문제를 유한요소법으로 이산화할 수 있다. 식(25), (29)의 양변에 임의의 가중함수 v_i 를 곱하고 식(30)에 임의의 가중함수 q 를 곱한 후에 영역 V 에 걸쳐서 이들을 적분하여 변형시키면 다음과 같은 weak form이 얻어진다.

$$\int_{V^{n-1}} (v_i \dot{u}_i^{n+1}) dV = \int_{V^n} (v_i u_i^n) dV + \int_{V^n} (v_i, j p^n) dV - \Delta t \nu \left\{ \int_{V^n} (v_i, j u_{i,j}^n) dV + \int_{V^n} (v_i, j u_{j,i}^n) dV \right\} + \Delta t \int_{V^n} (v_i f_i^n) dV + \Delta t \int_{S_2} (v_i \sigma_{i,j} n_j) dS \quad (34)$$

$$\int_{V^{n+1}} (v_i u_i^{n+1}) dV = \int_{V^{n+1}} (v_i \dot{u}_i^{n+1}) dV + \int_{V^{n+1}} (v_i \sigma_{i,j}^{n+1}) dV \quad (35)$$

$$\int_{V^{n+1}} (q_{,i} \phi_{,i}) dV = \int_{V^{n+1}} (q \dot{u}_{i,i}^{n+1}) dV + \int_{S_2} (q \phi_{,i}^{n+1} n_i) dS \quad (36)$$

유동장은 유한요소로 나누어지므로 각각의 유한요소에서의 속도와 압력은 형상함수로 내삽되며 다음과 같이 표현된다.

$$u_i^n = N_{\alpha}^n u_{\alpha i} \quad (37)$$

$$p^n = N_{\alpha}^n p_{\alpha} \quad (38)$$

$$\phi^n = N_{\alpha} \phi_{\alpha} \quad (39)$$

여기서 N_{α}^n 은 시간 t^n , 위치 x_j^n 에서 α 번째 절점의 형상함수이고, $u_{\alpha i}^n$ 은 시간 t^n , 위치 x_j^n 에서 i 방향으로의 α 번째 절점의 속도이며, p_{α}^n 은 시간 t^n 에서 α 번째 절점의 압력을 나타낸다. 임의의 가중함수도 속도와 같은 차수의 형상함수로 표현될 수 있다. 각 유한요소에 대하여 식(33), (34), (35)에 식(36)~(38)을 대입하고 유동장 전체를 합산하여 가중함수의 임의성을 이용하던 유한요소화된 방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\int_{V^n} (N_{\alpha}^{n+1} N_{\beta}^{n+1} \dot{u}_{\beta i}^{n+1}) dV = \int_{V^n} (N_{\alpha}^n N_{\beta}^n \dot{u}_{\beta i}^n) dV + \Delta t \left[\int_{V^n} (N_{\alpha, i}^n N_{\beta}^n p_{\beta}^n) dV - \nu \left\{ \int_{V^n} (N_{\alpha, k}^n N_{\beta, k}^n \delta_{ij} u_{\beta j}^n) dV + \int_{V^n} (N_{\alpha, j}^n N_{\beta, i}^n v_{\beta j}^n) dV \right\} + \int_{V^n} (N_{\alpha}^n f_i^n) dV + \int_{S^n} (N_{\alpha}^n \sigma_{ij}^n n_j) dS \right] \quad (40)$$

$$\int_{V^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} N_{\beta}^{n+1} u_{\beta i}^{n+1}) dV = \int_{V^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} N_{\beta}^{n+1} \dot{u}_{\beta i}^{n+1}) dV + \int_{V^{n+1}} (N_{\alpha, k}^{n+1} N_{\beta, k}^{n+1} \phi_{\beta}^{n+1}) dV \quad (41)$$

$$\int_{V^{n+1}} (N_{\alpha, k}^{n+1} N_{\beta, k}^{n+1} \phi_{\beta}^{n+1}) dV = \int_{V^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} N_{\beta, i}^{n+1} \dot{u}_{\beta i}^{n+1}) dV + \int_{S^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} \phi_{i, j}^{n+1} n_j) dS \quad (42)$$

즉,

$$M_{\alpha\beta}^{n+1} \dot{u}_{\beta i}^{n+1} = M_{\alpha\beta}^n u_{\beta i}^n + \Delta t (H_{\alpha i \beta}^n p_{\beta}^n - S_{\alpha i \beta}^n u_{\beta j}^n + F_{\alpha}^n f_i^n + \Omega_{\alpha i}^n) \quad (43)$$

$$M_{\alpha\beta}^{n+1} \dot{u}_{\beta i}^{n+1} = M_{\alpha\beta}^{n+1} u_{\beta i}^{n+1} + H_{\alpha i \beta}^{n+1} \phi_{\beta}^{n+1} \quad (44)$$

$$A_{\alpha\beta}^{n+1} \phi_{\beta}^{n+1} = H_{\alpha\beta}^n \dot{u}_{\beta i}^{n+1} + \Sigma_{\alpha}^{n+1} \quad (45)$$

여기서,

$$M_{\alpha, i}^{n+1} = \int_{V^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} N_{\beta}^{n+1}) dV$$

$$M_{\alpha, \beta}^n = \int_{V^n} (N_{\alpha}^n N_{\beta}^n) dV$$

$$H_{\alpha i, \beta}^n = \int_{V^n} (N_{\alpha, i}^n N_{\beta}^n) dV$$

$$S_{\alpha i, \beta, j}^n = \nu \left\{ \int_{V^n} N_{\alpha, k}^n N_{\beta, k}^n \delta_{ij} dV + \int_{V^n} (N_{\alpha, j}^n N_{\beta, i}^n) dV \right\}$$

$$F_{\alpha}^n = \int_{V^n} (N_{\alpha}^n) dV$$

$$\bar{\Omega}_{\alpha i}^n = \int_{S^n} (N_{\alpha}^n \sigma_{ij}^n n_j) dS$$

$$H_{\alpha\beta i}^{n+1} = \int_{V^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} N_{\beta, i}^{n+1}) dV$$

$$A_{\alpha\beta}^{n+1} = \int_{V^{n+1}} (N_{\alpha, k}^{n+1} N_{\beta, k}^{n+1}) dV$$

$$\Sigma_{\alpha}^{n+1} = \int_{S^{n+1}} (N_{\alpha}^{n+1} \phi_{i, j}^{n+1} n_j) dS$$

압력 및 속도의 경계조건은 global matrix를 조정하는 penalty method를 이용하여 구현시켰다.

경계에서 법선방향의 압력구배는 정의되나 수평방향의 압력구배가 정의되지 않았으므로 checker boarding과 같은 현상을 피하고 프로그램의 효율을 개선하기 위하여 질량행렬을 대각행렬화할 필요가 있다. 식(43), (44)의 $M_{\alpha\beta}$ 행렬을 대각 질량행렬로 대체하기 위하여 standard row sum기법을 사용하였다[10].

Lagrangian 표현법을 이용하여 탱크내 유동해석을 수행하고자 할 때, 요소가 심하게 변형하게 되면 절점을 재조정하는 적응절점 조정법이 필요하게 된다. 이러한 절점의 변환은 보간계산 과정의 일종으로서 적용대상 각각의 경우에 따라 매우 임의적이다. 본 논문에서는 물체적합 좌표계를 사용하여 유한요소의 절점 위치를 변환하고 보간법을 이용하여 새로운 절점의 속도 u, v , 및 압력 p 를 계산하는 방식으로 유한요소의 절점 재조정을 수행하였다. 이 방법은 자유수면 근처에서 유한요소의 과도한 변형을 방지할 수 있었다.

4. 탱크내 유동실험

실험은 액체가 부분적으로 채워진 직사각형 탱크 모델의 슬러싱 현상을 규명하기 위하여 자유수면 형상의 변화 및 탱크벽에 작용하는 동압력의 측정을 목적으로 탱크내 유동실험이 수행되었다. 본 논문에서는 이론계산과의 비교목적으로 좌우동요를 실험조건으로 선택하였다. 실험을 위하여 당 연구소에서 보유하고 있는 유압시스템을 이용하여 슬러싱 전용 시험기를 제작하였다. 이 시험기는 MTS유압시스템의 hydraulic actuator를 이용하여 작동하는 것으로서 좌우동요 및 횡동요 등 2자유도를 동시에 시험할 수 있게 제작되었다. 시험기는 하부 고정단과, 상부 이동단으로 구성되었으며, 좌우동요 기진을 위한 actuator는 고정단에 부착되어 이동단을 구동하고 횡동요 기진을 위한 것은 이동단 위에서 횡동요 회전축을 구동하는 시스템이다. 하부 고정단과 상부 이동단 사이에는 선형 베어링(LM Guide

Bearing HSR 30TA)을 사용하였고, 횡동요 회전축에는 Pillow Block을 사용하였다.

모형탱크는 실험에서 계속하고자 하는 항목에 따른 게이지를 부착할 수 있어야 하며, 외부에서 유체 유동 현상을 관찰할 수 있게 제작되어야 한다. 본 연구에서는 2차원 유동에 관한 실험에 국한하였으므로 탱크의 크기를 600×600×200으로 결정하였다. 탱크의 전후는 외부에서 관찰할 수 있는 투명한 polycarbonate를 사용하였으며, 탱크의 양옆 및 상하방향은 게이지 접촉 및 가공이 용이한 불투명 polyethylene을 사용하였다. 이들 재료의 접착은 볼트를 이용하여 고정시킨 후 방수처리 하였다.

압력측정을 위하여 사용된 압력센서는 Entran EPN-1.5A로서 최고 1.5가압을 측정할 수 있는 스트레인 게이지 형이며, 부수적으로 Kyowa 5E 센서를 사용하여 압력을 측정하였다. 슬러싱 현상으로 인한 자유수면 변화를 측정하기 위해서, 모형탱크의 우측벽면에서 2cm 떨어진 위치에 니크롬선을 탱크 바닥과 탱크 천장에 연결하여 저항식 파고계 시스템을 구성하였다. 탱크내 액체의 적재수심을 조절하기 위하여 탱크천장에 통기구를 만들었고, 탱크바닥에 가까운 측벽에 배수구를 설치하였다.

슬러싱 실험을 위한 계통도가 Fig. 2에 도시되어 있다. Function Generator로 MTS시스템의 제어기에 입력신호를 넣으면 hydraulic actuator가 구동하여 탱크를 기진시키는 시스템이다. 기진진폭을 actuator head에 부착된 LVDT로 측정하고, 압력센서 EPN-1.5A는 Entran 신호증폭기와 연결되어 압력을 측정하며, 압력센서 Kyowa 5E는 HBM 신호증폭기와 연결되었다. 증폭된 신호들의 취득은 A/D변환기 Lab Master를 이용하였다. 데이터 취득시간은 20초로 정하였으며, 취득주파수는 100Hz-1KHz 범위에서 수행하였다.

슬러싱이 일어날 때 탱크내 액체유동의 진폭은 일반적으로 탱크운동의 형태·진폭 및 주파수, 액체의 수심, 액체특성 및 탱크형상 등의 특성에 좌우되며, 탱크의 운동주파수가 탱크내 액체와 공진을 이루게 되면 대변위 슬러싱 진폭이 예상된다. 슬러싱 현상의 공진은 비선형 특성으로 인하여 선형이론으로 계산된 공진주파수와 근사한 주파수 영역에서 일어나며, 기진진폭의 크기에 따라 변화한다. 따라서 실험조건은 수심/탱크길이(h/L)를 0.25, 0.5, 0.75 세 조건으로 선택하였고, 각 수심에 대한 기진진폭 a/L을 1/240, 1/120, 1/60(1/80)으로 하였으며, 탱크내 유체의 고유주기 근방에서 기진주파수를 10조건 정도로 택하였다. Photo

1은 수심/탱크길이가 75%이고 기진진폭 a/L이 1/80일 때에 기진주파수 변화에 따른 실험결과를 보이는 사진이다. 이 조건에서 탱크의 미소진폭시 고유진동수 fn은 1.3Hz이다. 기진주파수 f/fn=0.915에서 탱크 천정에 과도한 충격을 가하는 공진유동현상이 일어났으며, 공진주파수(f/fn=1.0) 보다 낮은 주파수영역으로 공진이 이동하는 softening현상이 보였다.

5. 결과 고찰

5.1. 수치계산결과 고찰

Rezoning의 영향을 검토하기 위하여 비점성 자유유동 문제에서 절점재조정을 수행하는 경우와 수행하지 않는 경우를 비교하였다. 계산에 이용된 조건은 탱크내 유체가 초기시간 t⁰에서 임의의 직선 경사수면을 갖는 유체에 대한 비점성 유동이다. 즉, 수심/탱크길이(h/L)가 0.5, 유한요소수가 192개, 절점이 117개이며 자유수면을 갖는 요소가 12개이고, 초기수면 기울기/탱크길이(η/L)는 1/5이다. 절점재조정을 수행하지 않고 계산을 수행할 때 탱크 벽에서의 수면변화가 Fig. 3에 도시되었다. 유동장 전체 체적은 변화가 없더라도 자유수면 근처의 유한요소에서 과도한 변형이 일어나

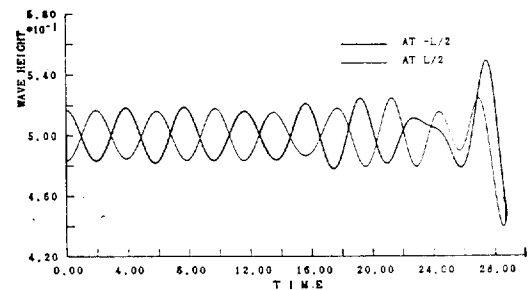


Fig. 3 Time series of wave height for free oscillation (without rezoning)

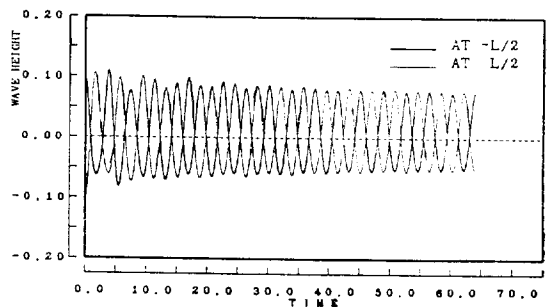


Fig. 4 Time series of wave height for free oscillation (with rezoning)

면, 각각의 유한요소에서 체적변화가 유발되어 유동형태가 왜곡되면서 발산하는 현상을 보이고 있다. Fig. 4는 같은 조건의 유동에 대하여 rezoning을 수행할 때의 결과이다. 이것은 유한요소의 체적 변형이 누적되지 않고 rezoning순간마다 새롭게 절점을 정의하므로써 Fig. 3에서 보이는 것과 같은 불안정성을 해결할 수 있다. Fig. 4의 초기 영역에서 불규칙 유동을 보이는 것은 초기수면 기울기가 직선이므로 나타나는 천이 현상이다. 미소진폭시 고유주기 T 는 3.701이며, 수치해석에 의한 고유주기는 3.749로 1.3%의 오차를 보였다. 파고 및 유동은 안정한 결과를 보이고 전 유동장의 체적도 17주기를 지난 후에도 0.8%이내의 오차를 갖는 좋은 결과를 보였다. Fig. 5는 유한요소법에 의한 결과와 유한차분법[7]에 의한 계산결과를 한주기후의 시간($t/T=1.00$)에서 비교한 것으로서 두 계산결과가 서로 일치하고 있음을 보이고 있다.

수심(h/L)이 0.75이고 강제운동을 받는 탱크내 유동인 경우에 대하여 유한요소법에 의한 계산결과와 유한차분법[7]에 의한 계산 결과를 비교하였다. Fig. 6은 진폭/탱크길이(a/L)가 1/120이고 주파수(f/f_n)가 1.018일 때의 탱크 좌측벽면의 수면을 도시한 것이다. 두

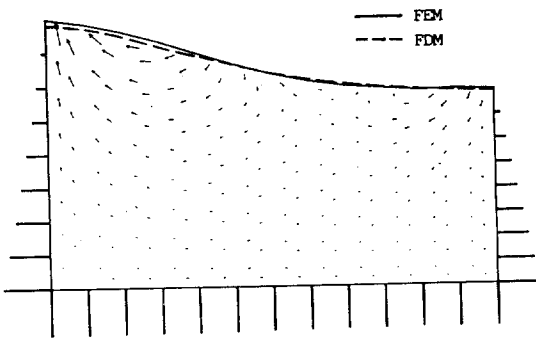


Fig. 5 Wave envelope and velocity profile for free oscillation after one period

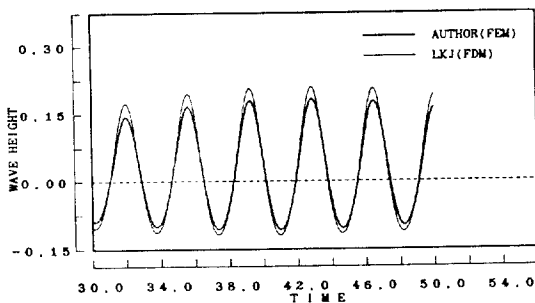


Fig. 6 Wave height at left wall ($h/L=0.75$, $a/L=0.0083$, $f/f_n=1.018$)

계산 결과로부터 파고의 변화 경향은 유사한 것을 알 수 있으나 파고의 진폭은 유한차분법의 결과가 크게 나타났다. Fig. 7은 상기 조건일 때 탱크측벽 위치(높이/ $L=0.5$)에서 계산된 압력시계열이다. 압력의 변화 양상은 FEM의 결과와 FDM의 결과가 동일한 경향을 보이지만 진폭의 크기에 있어서 FDM의 계산치가 큰 결과를 보였다.

Fig. 8에는 실험에서 얻어진 파고와 유한요소법에 의하여 계산된 파고를 비교하였다. FEM계산치가 실험치 보다 최대 2배 정도 크게 나타나고 있다. Fig. 8은 Fig. 6과 같은 조건에 대하여 최대파고 발생시의 실험치와 FEM 계산치의 자유수면 형상을 비교한 것이다. 이 조건은 탱크가 공진주파수 근처에서 기진덕었으므로 유체의 점성이 지배적인 영역이 된다. 본 계산에서 점성계수를 영으로 처리하였으므로 실험치 보다 큰 계산 결과가 나오는 것은 타당하며, 시계열 데이터의 변화 경향 및 자유수면 형상이 실험치와 계산치가 서로 유사하여 개발된 프로그램이 유효함을 알 수 있다.

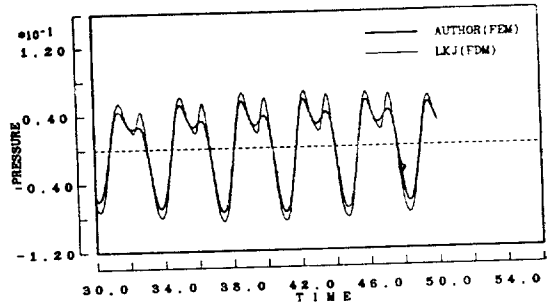


Fig. 7 Pressure at center of left wall ($h/L=0.75$, $a/L=0.0083$, $f/f_n=1.018$)

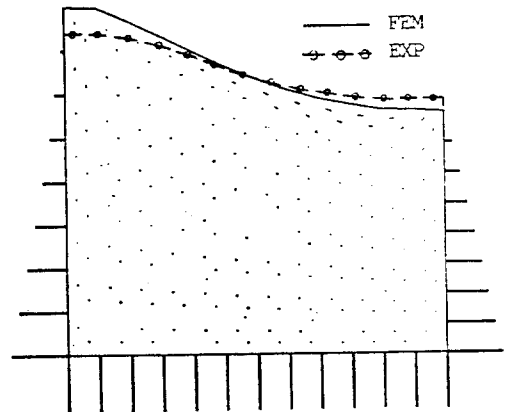


Fig. 8 Free surface envelope ($h/L=0.75$, $a/L=0.0083$, $f/f_n=1.018$)

5.2. 실험결과 고찰

Fig. 9는 수심(h/L)이 0.75일 때 측정된 파고를 도시한 것으로서 수직축은 파고를 탱크길이로 무차원화한 값이고 수평축은 기진주파수를 탱크내 유체의 고유진동수로 무차원화한 값이다. Fig. 10과 Fig. 11은 수심(h/L)이 0.50, 0.75일 때에 측정된 파고의 유의값을 Fig. 9와 같은 방법으로 각각 도시한 그림이다. Fig. 9에서 공진주파수 영역을 제외한 부분에서는 기진진폭의 증가에 따라 파고가 선형적으로 증가하였다. 공진주파수 영역에서 작은 진폭의 기진일 때에는 이론고유진동수에서 극값을 보였으나, 진폭이 커지면서 극값을 갖는 주파수가 높아지는 hardening 현상을 보였으

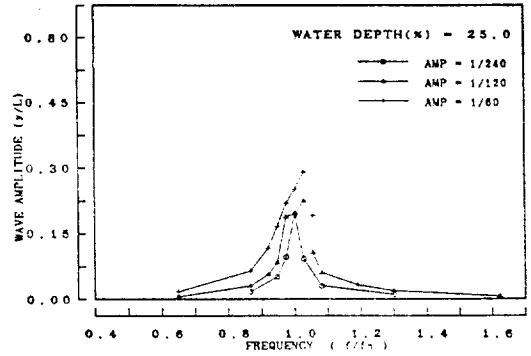


Fig. 9 Measured wave height response($h/L=0.25$)

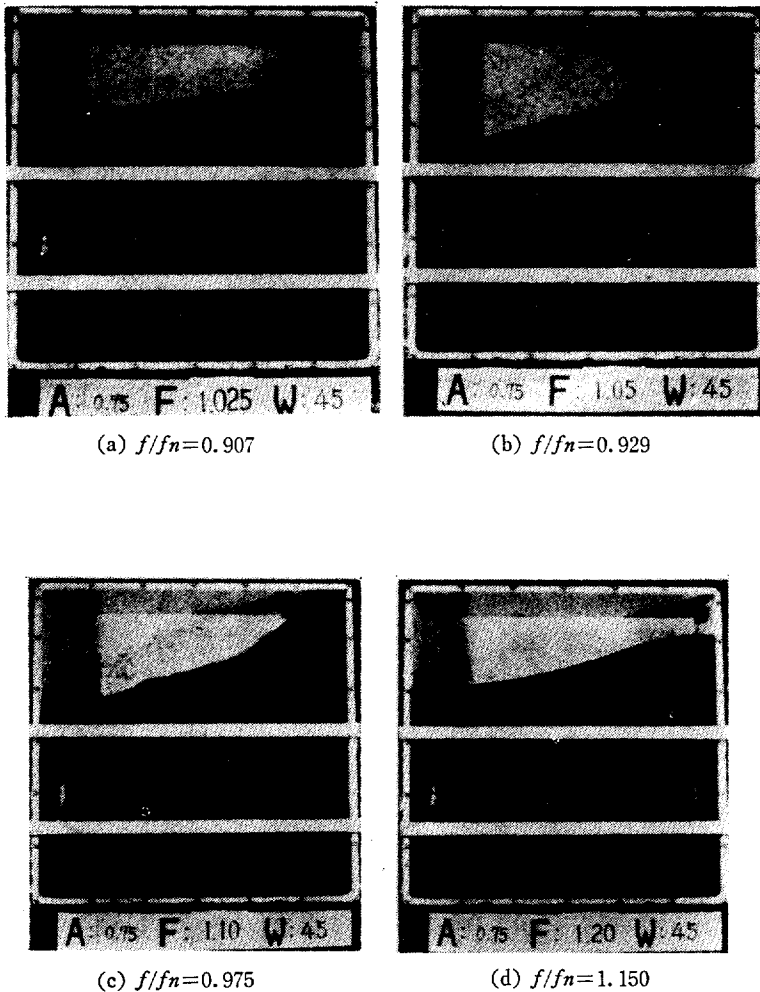


Photo 1. Wave profiles for sway motion ($h/L=0.75, a/L=0.0125$)

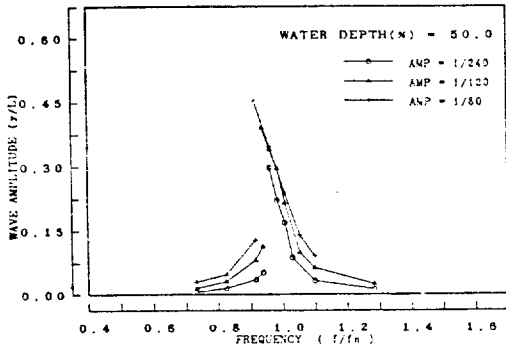


Fig. 10 Measured wave height response ($h/L=0.50$)

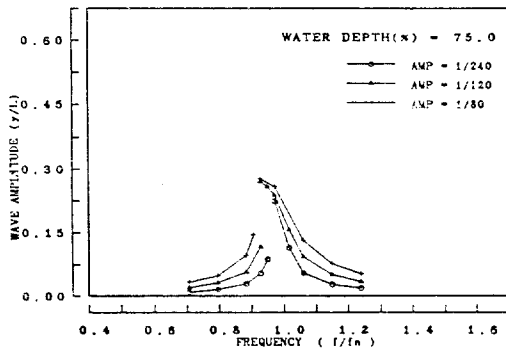


Fig. 11 Measured wave height response ($h/L=0.75$)

며 기진진폭에 대한 파고의 응답도 선형적이지 않았다. 수심(h/L)이 0.5인 Fig. 10은 천수영역($h/L=0.25$)의 결과인 Fig. 9와 비교하여 공진주파수 근처에서의 비선형성이 softening 현상으로 나타나고 있는 것이 현저하게 다르다. 수심(h/L)이 0.75일 때의 결과인 Fig. 11은 Fig. 10과 동일한 경향을 보였다. 공진 상태에서 공진주파수 영역의 유동은 탱크상단에 충격하중을 가하는 과도한 응답을 보였다.

본 실험의 주요 계측목표의 하나인 압력계측은 결론적으로 실패하였다. 실험에 사용된 압력계치는 온도보상이 되는 스트레인 게이지 형이었으나, 탱크내 물의 유동으로 인하여 게이지에 물과 공기가 번갈아 접촉할 때 충격신호가 발생되었다. 이것은 열전도 계수가 다른 매질이 교대로 접촉할 때 마다 heat flux의 변화가 게이지의 온도보상 회로에 불균형 신호를 발생시키므로써 나타나는 현상이라 사료되며, 압력계치의 용량이 계측신호의 크기에 비해 너무 과도한 용량(1.5기압/FS)이었던 것도 주요 요인이었다.

6. 결 언

2차원 탱크내 유동해석에 관한 이론적 연구 및 실험적 연구가 수행되었다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Lagrangian 표현법이 도입된 유한요소법을 이용하여 2차원 탱크내 유동해석 전용 전산프로그램이 개발되었다. 과도한 슬러싱 현상이 일어날 때 발생하는 유한요소의 왜곡을 방지하기 위하여 물체적합 좌표계가 사용되어 절점이 조정되었으며, 천경이 없는 탱크의 슬러싱 해석에는 좋은 결과를 보였다.

(2) 슬러싱 전용시험기를 이용한 탱크내 유동시험기법이 개발되었다. 유체의 적재수심을 세가지로 선정하여 기진진폭과 기진주파수를 변조하면서 실험을 수행했다. 공진주파수가 이동하는 비선형현상이 관찰되었으며, 기진진폭이 커질 수록 얕은 수심에서는 공진주파수가 높아지고 깊은 수심에서 공진주파수가 낮아지는 경향을 보였다. 압력의 계측에는 좀더 세심한 주의가 요구된다.

(3) 수치해석 결과와 실험결과는 유동의 경향이 유사하였으나, 공진주파수 영역에서 유동의 비선형성 및 점성의 영향으로 인하여 수치해석의 유동진폭이 실험치보다 크게 나타나고 있다.

7. 후 기

본 논문은 과학기술처의 1988년도 기본연구사업으로 한국해사기술연구소가 수행한 "탱크내 유동해석 연구" 과제의 결과임을 밝혀둔다.

참 고 문 헌

- [1] Wellford, L.C. and Ganada, T.H., "A Finite Element Method with a Hybrid Lagrange line for Fluid Mechanics Problems Involving Large Free Surface Motion," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 17, 1981.
- [2] Kawahara, M., and Miwa, T., "Finite Element Analysis of Wave Motion," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 20, 1984.
- [3] Liu, W.K. and Ma, D.C., "Computer Implementation Aspects for Fluid Structure Interaction Problems," *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*,

- 31, 1982.
- [4] Ramaswamy, B., Kawahara, M. and Nakayama T., "Lagrangian Finite Element Methods for the Analysis of Two-dimensional Sloshing Problems," *Int. J. Numer. Meth. Fluid*, Vol. 6, 1986.
- [5] Harlow, F.M. and Welch, J.E., "Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface," *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 12, 1965.
- [6] Hirt, C.W. and Nichols, B.D., "Volume of Fluid(VOF) method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. of Computational Physics*, Vol. 39, No. 1, 1981.
- [7] 이경중, 이기표, "유한차분법에 의한 2차원 탱크 내의 유체 유동 해석", 대한조선학회지 24권 3호, 1987.
- [8] Nakayama, T. and Washizu, K., "The Boundary Element Method Applied to the Analysis of Two-dimensional Nonlinear Sloshing Problems," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 17, 1981.
- [9] Faltinsen, O.M. "A Nonlinear Theory of Sloshing in Rectangular Tanks," *J. of Ship Research*, Vol. 18, No. 4, Dec. 1974.
- [10] Donea, J., Giuliani, S. and Laval, H., "Finite Element Solution of the Unsteady Navier-Stokes Equations by a Fractional Step Methods," *Computer. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 30, 1982.