
 論 文

大韓造船學會誌
 第27卷 第1號 1990年 3月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 27, No. 1, March 1990

유효반류 계산에 관한 연구

박 의 동*, 이 승 수*

Calculation of the Effective Wake in a Radially Sheared Inflow

by

E.D. Park* and S.S. Lee*

요 약

본 연구에서는 축대칭 전단 유동이 추진기면에 유입될 때의 유효반류 계산 방법을 다루었다. 이는 효율적인 추진기 설계와 추진기에서 발생하는 진동 및 소음의 감소를 위해 선행되어야 할 분야이다.

계측된 공칭반류를 수학적으로 모델링하고 추진기면은 작동원판으로 이상화하여 선형 운동량 이론에 의해 문제를 정식화하였다. 이에 의해 전단 유동이 고려된 축방향 유효반류를 계산하는 전산 프로그램을 개발하였으며 계산한 결과를 실험치 및 Huang 등의 계산 결과와 비교하였다.

계산 결과 전단 유동의 영향은 허브로 갈수록 크게 나타났으며 유효반류는 추력 계수가 크고 허브에 가까울수록 다른 결과와 차이를 보이거나 추력 계수가 작거나 허브에서 멀어질수록 잘 일치하고 있었다.

Abstract

A theoretical method is presented for the calculation of the effective wake in an axisymmetric sheared inflow. The effective wake is essential in the design of optimal propulsor and in the reduction of propulsor induced vibration and noise. The nominal wakes are mathematically modelled and the effective wakes are calculated using the computer program developed on the basis of the linear momentum theory. The results show that shear effects are dominant near the hub and the effective wakes reveal some differences near the hub for the moderately and heavily loaded propulsors but they are well coincided with the other experimental or theoretical results for the lightly loaded propulsors. To improve the results it may be necessary to consider nonlinear terms neglected in this study and body boundary condition on hub.

1. 서 론

추진기는 선미의 두터운 접성 경계층 내부에 존재하

므로 그 주위의 유동이 매우 불균일하고 비정상적이며 더우기 선체와의 상호 작용에 의한 유동의 변형이 발생한다. 따라서 추진 효율이 높고 진동, 소음이 감소된 추진기를 설계하기 위해서는 추진기에 유입되는 유

본 논문은 1989년도 대한조선학회 춘계연구발표회에서 발표된 논문임.

접수일자: 1989년 5월 2일, 재접수일자: 1989년 10월 20일

* 정회원, 진해기계창

체의 정확한 속도 분포가 구해져야 한다. 그러나 이러한 점성 유동의 해석이나 상호 작용에 대한 이론적 접근이나 실험에 의한 실제유입 속도 성분(유효반류: effective wake)의 해석은 매우 미흡한 형편이다. 따라서 기존의 추진기 설계에서는 추진기가 없는 상태에서 제측된 선미 후류(공칭반류: nominal wake)의 축방향 속도 성분을 이용하거나 자항 시험 결과에 의해 일정량을 균일하게 변화시켜 이용하여 왔다. 그러나 이 방식은 반경방향 분포의 부정확성으로 인해 효율, 진동 및 소음등의 관점에서 볼 때 매우 부정확하다.

유효반류의 정확한 추정을 위한 기존의 이론적 접근은 운동량이론을 이용하여 Goodman[1], Goodman & Valentine[2], Goodman & Breslin[3] 등이 전단유동(sheared flow)의 영향을 고려한 해석을 시도하였고 축대칭 회전체에 대해 Huang & Groves[4]가 실험 및 계산을 수행하였다.

본 연구에서는 공칭반류를 Bessel function을 이용하여 수학적으로 모델링하였고 유효반류는 Goodman 등의 이론적 접근 방식을 이용하여 추진기면을 작동원판(actuator disk)으로 가정하고 축대칭 전단 유동을 고려한 운동량 이론을 이용하였으며 연구의 초기단계로서 선형 이론내의 이상 유체의 유동만을 고려하였다

2. 문제의 정식화

2.1 기본 가정 및 좌표계

공간에 고정된 작동원판으로 대체된 추진기는 비점성, 비압축성의 이상 유체속에서 작동하며 유입 유동은 일정 두께 내부에서 반경 방향으로만 변화하는 축대칭 전단유동으로 가정하였다. 이때 일정 두께라 함은 선체의 형상에 의해 결정되는 경계층의 두께들의

미한다. 한편 추진기에 걸리는 부하는 작다고 가정하여 선형 이론내의 해석을 수행하였으며 이용한 좌표계는 Fig. 1과 같다. 문제의 특성상 원통 좌표계(cylindrical coordinate)를 사용하였다.

2.2 지배 방정식

축방향, 반경방향 및 접선방향 속도 성분과 면적 요소에 작용하는 단위 부피당 힘을 각각 u', w', v' 와 X, R, θ 라 하면 비선형 Euler방정식은

$$u'u_x' + w'u_r' + (v'/r)u_\theta' + (1/\rho)p_x' = X/\rho \quad (1)$$

$$u'w_x' + w'w_r' + (v'/r)w_\theta' + (1/\rho)p_r' = R/\rho \quad (2)$$

$$u'v_x' + w'v_r' + (v'/r)v_\theta' + (1/r)p_\theta' = \theta/\rho \quad (3)$$

p' : 면적 요소에 작용하는 압력

ρ : 밀도(kg/m³)

u_x', u_r', u_θ' : x, r, θ 에 대한 편미분

w_x', w_r', w_θ' : x, r, θ 에 대한 편미분

v_x', v_r', v_θ' : x, r, θ 에 대한 편미분

이며 각각의 속도 성분을 섭동된 속도 성분(perturbed velocity component) $u''(x, r), w''(x, r), v''(x, r)$ 로 나타내면

$$u' = U(r) + u''(x, r) \quad (4)$$

$$w' = w''(x, r) \quad (5)$$

$$v' = v''(x, r) \quad (6)$$

이때 $U(r)$: 공칭유속(nominal velocity) = U_0 - 공칭 반류이다. u'', w'', v'' 의 양이 공칭유속 $U(r)$ 에 비해 매우 작다고 가정하여 교차항을 무시하고 접선방향 및 반경방향의 힘을 무시하며 축대칭 유동임을 고려하면 선형 Euler 방정식은

$$U(r)u_x'' + w''(dU/dr) + (1/\rho)p_x' = X/\rho \quad (7)$$

$$U(r)w_r'' + (1/\rho)p_r' = 0 \quad (8)$$

이된다.

또한 연속 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_x'' + w_r'' + v''/r = 0 \quad (9)$$

식 (7), (8), (9)에서 섭동된 속도 성분을 소거하면

$$r^2 p_x' - 2\{U(r)/U(r)\} p_r' = X_r \quad (10)$$

$$r^2 p_r' = p_{rr}' + p_r'/r + p_{xx}' \quad (11)$$

이때 $U_r(r) = dU(r)/dr$

로 나타낼 수 있고 Goodman의 제안 [5]에 의해 새로운 함수 $\alpha(x, r)$ 을 도입하면 다음과 같다.

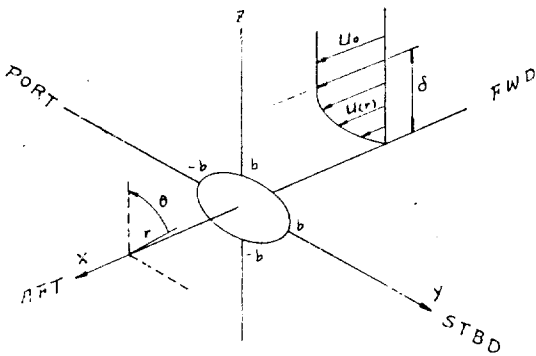
$$r^2 \alpha - (r_1^2 V/V) \alpha = V X_r \quad (12)$$

$$r_1^2 V = V_{rr} + V_r/r \quad (13)$$

이때 $\alpha = V(r)p', V(r) = 1/U(r)$

식 (12)의 경계치 문제를 이루는 조건은 해의 유한성을 위한 조건

$$|\alpha| < \infty \quad \text{as } r \rightarrow 0, r \rightarrow \infty \quad (14)$$



δ : 경계층 두께
 b : 작동원판 반경

Fig. 1 Coordinate

과 경계층면에서의 압력과 반경방향 유속의 연속성이다.

2.3 공칭유속의 수학적 모델링

모형선의 반류시험에 의해 측정된 공칭유속값을 식 (12)에 적용하기 위해 수학적인 표현으로 근사할 필요가 있다. 이미 Vegt[6]는 Gaussian probability function을, Park[7]은 logarithmic function을 이용하여 그 근사적 모델링을 하였으나 전자는 각 경우에 대한 고려가 부족하며 후자는 경계층면에서 속도 분포의 불연속성을 보여주므로 McKee의 제안[5]에 따라 새로운 표현을 도입한다. 즉,

$$(1/V)(V_{rr} + V_r/r) = k_0^2 \quad (k_0 : \text{상수}) \quad (15)$$

이는 0차 modified Bessel 방정식으로 그해는 다음과 같으며 그 계산 과정 및 예는 부록 1에 보이고 있다.

$$V(r) = k_0 \delta / U_0 \{ K_1(k_0 \delta) I_0(k_0 r) + I_1(k_0 \delta) K_0(k_0 r) \} \quad (16)$$

이때 δ : 경계층 두께

이에 의하면 지배 방정식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^2 \alpha - k_0^2 \alpha = V X_x \quad (17)$$

3. 해석 및 계산 과정

3.1 지배 방정식의 해

함수 $\alpha(x, r)$ 의 Fourier 적분은

$$\beta(k, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x, r) \exp(-ikx) dx \quad (18)$$

이다. 이를 이용하여 식 (17)을 나타내면

$$\beta_{rr} + \beta_r/r - (k^2 + k_0^2)\beta = V(r) \int_{-\infty}^{\infty} X_x \exp(-ikx) dx$$

이때 작동원판의 면적 요소에 작용하는 단위 부피당 힘 X 는

$$X = \{ \Delta p(r') / (2\pi r) \} \delta(r - r') \delta(x) \quad (19)$$

로 나타낼 수 있다. 이때 $\Delta p(r')$ 은 반경 r' 에서의 작동원판의 단위 면적 요소 앞뒤의 압력 jump이고 r' 는 Δp 의 작용점에 해당하는 반경이며 $\delta(x)$ 는 dirac delta function이다. 즉,

$$X(x, r) \begin{cases} \neq 0 & (x=0 \text{ and } r=r') \\ = 0 & (x \neq 0 \text{ or } r \neq r') \end{cases}$$

이에 의해 변환된 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\{ \beta_{rr} + \beta_r/r - (k^2 + k_0^2)\beta \} = ik V(r) \Delta p(r') / (2\pi r) \delta(r - r') \quad (20)$$

이는 비제차(nonhomogeneous) modified Bessel 방정식으로 그 해를

$$\beta = \beta_H + \beta_P \quad (21)$$

β_H : homogeneous solution

β_P : particular solution

으로 나타낼 수 있다. 계산 결과 제차 방정식의 해는

$$\beta_H = AI_0(\mu r) + BK_0(\mu r) \quad (22)$$

$$\mu = \sqrt{k^2 + k_0^2}$$

A, B : 상수

으로 구해지며 비제차 방정식의 해는 매개변수 변환법에 의해

$$\beta_P = ik / (2\pi) \Delta p(r') \quad (23)$$

$$\times \int_0^r ds V(s) \delta(s - r') \{ I_0(\mu r) K_0(\mu s) - I_0(\mu s) K_0(\mu r) \} \quad (0 \leq r \leq \delta) \quad (24)$$

이다. 이때 s 는 적분변수이다. 한편 $r \geq \delta$ 인 경우에는 유입 유동이 반경방향으로 변화가 없으므로 식 (12)의 지배 방정식이

$$r^2 \alpha = 0$$

로 표현되므로 해는 다음과 같다.

$$\beta = CI_0(|k|r) + DK_0(|k|r) \quad (25)$$

C, D : 상수

식 (23), (24), (25)의 적분 상수를 결정하기 위해 식 (14)의 경계 조건을 적용하면

$$\beta = AI_0(\mu r) + ik V(r') / (2\pi) \Delta p(r') \times \{ I_0(\mu r) K_0(\mu r') - I_0(\mu r') K_0(\mu r) \} \quad (0 \leq r \leq \delta) \quad (26a)$$

$$= DK_0(|k|r) \quad (\delta \leq r) \quad (26b)$$

이 된다. 또한 $r = \delta$ 에서의 반경방향 유속과 압력의 연속성을 고려하면

$$\beta(k, r) / \Delta p(r') = -ik V(r') / (2\pi) f_7 I_0(\mu r) \quad (0 \leq r \leq r') \quad (27a)$$

$$= -ik V(r') / (2\pi) \{ f_7 I_0(\mu r) - f_1 \} \quad (r' \leq r \leq \delta) \quad (27b)$$

$$= -ik V(r') / (2\pi) f_8 K_0(|k|r) \quad (r \geq \delta) \quad (27c)$$

이때 이때 f_7, f_8 등은 부록 2에 보이고 있다.

식 (27)은 Fourier 역변환을 위하여 실수부만 보이면 $\alpha(x, r) / \Delta p(r') = V(r') / (2\pi^2)$

$$\times \int_0^{\infty} dk k f_7 I_0(\mu r) \sin(kx) \quad (0 \leq r < r') \quad (28a)$$

$$= V(r') / (2\pi^2)$$

$$\times \int_0^{\infty} dk k \{ f_7 I_0(\mu r) - f_1 \} \sin(kx) \quad (r' \leq r < \delta) \quad (28b)$$

$$= V(r') / (2\pi^2)$$

$$\times \int_0^{\infty} dk k f_8 K_0(kr) \sin(kx) \quad (\delta \leq r) \quad (28c)$$

3.2 압력 분포

작동원판의 면적 요소에 작용하는 압력 p' 는 식 (28)에 의해

$$p'(x, r') = \Delta p(r') / (2\pi^2) \{U(r) / U(r')\} \\ \times \int_0^\infty dk k f_1 I_0(\mu r) \sin(kx) \quad (0 \leq r < r') \quad (29a) \\ = \Delta p(r') (2\pi^2) \{U(r) / U(r')\}$$

$$\times \int_0^\infty dk k \{f_1 I_0(\mu r) - f_1\} \sin(kx) \\ (r' \leq r < \delta) \quad (20b) \\ = \Delta p(r') / (2\pi^2) \{U(r) / U(r')\}$$

$$\times \int_0^\infty dk k f_8 K_0(kr) \sin(kx) \quad (\delta \leq r) \quad (29c)$$

로 나타내어진다.

따라서 추진기면에 걸리는 총부하에 의한 압력 분포는 식 (29)을 작동원판 전체에 대해 적분하면

$$P(x, r) = U(r) / \pi \left\{ \int_0^r dr' r' g_2 \Delta p(r') / U(r') \right. \\ \left. + \int_r^\delta dr' r' g_1 \Delta p(r') / U(r') \right\} \\ (0 \leq r \leq \delta) \quad (30a)$$

$$= U(r) / \pi \int_0^b dr' r' g_3 \Delta p(r') / U(r') \\ (r \geq \delta) \quad (30b)$$

이때 b : 작동원판의 반경

이며 g_1, g_2, g_3 은 부록 2에 보여지고 있다.

3.3 속도 분포

식 (8)에 의하면 반경방향 속도 성분은 섭동된 성분 w'' 를 식 (30)을 이용해 원판 전체에 대해 적분하여

$$w(x, r) = 1 / \{\rho U(r)\} \int_x^\infty dx' P(x', r), \quad (31)$$

로 나타낼 수 있다. 이때 x' 는 적분변수이다.

본 연구의 주요 관심인 축방향 속도 분포는 마찬가지로 식 (7)식에 의해 다음과 같다.

$$u(x, r) = -\Delta p(r) / \{\rho U(r)\} \int_x^\infty dx' \delta(x') \\ + 1 / \{\rho U(r)\} \int_x^\infty dx' P(x', r)_{x'} \\ + U_r(r) / U(r) \int_x^\infty dx' w(x', r) \quad (32)$$

추진기 설계에 필요한 유속 분포는 추진기면, 즉 $x=0$ 에서의 값이므로 $x \rightarrow 0$ 일 때의 식 (32)의 거동을 보면, 우변 첫항은

$$-\Delta p(r) / \{\rho U(r)\} \int_x^\infty dx' \delta(x') \\ = \begin{cases} \Delta p(r) / \{\rho U(r)\} & (x=+0, r \leq b) \\ \Delta p(r) / \{2\rho U(r)\} & (x=0, r \leq b) \\ 0 & (x=-0) \end{cases} \quad (33)$$

임을 알 수 있다. 두번째항은 식 (30)을 이용하여

$$-P(x, r) / \{\rho U(r)\} = \begin{cases} -\Delta p(r) / \{\rho U(r)\} & (x=\pm 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

이므로 추진기면에서의 축방향 유속 분포는 각각

$$u(+0, r) = u(-0, r) = u(0, r) = \Delta p(r) / \{2\rho U(r)\} \\ + U_r(r) / U(r) \int_x^\infty dx' w(x', r) \quad (34)$$

로 연속임을 알 수 있다. 식 (34)의 첫항은 추진기 유속에 영향을 미친 유기속도(induced velocity) 성분이며 두번째항은 유입유동의 반경방향 변화, 즉 전달 유동에 의한 유속 성분이다.

그런데 ITTC[8]에 의하면 유효유속(effective velocity)이라 함은 전속도 성분에서 추진기 유기속도를 제외한 성분을 의미하므로 유효유속은 공칭유속 $U(r)$ 을 포함하여

$$u_e(r) = U(r) + U_r(r) / U(r) \int_x^\infty dx' w(x', r) \quad (35)$$

이다. 이때 식 (35)의 적분항은 식 (30), (31)에 의해

$$U_r(r) / U(r) \int_x^\infty dx' w(x', r) = \\ 1 / (\epsilon \pi) \{U_r(r) / U(r)\}^2 \\ \times \int_r^\delta dr' r' g_4 \Delta p(r') / U(r') \\ + k_0 / (\rho \pi) \{U_r(r) / U(r)\} \\ \times \int_r^\delta dr' r' g_5 \Delta p(r') / U(r') \quad (36)$$

로 표현된다. 식 (35), (36)을 $\overline{\Delta p(r)} = \Delta p(r) / (0.5\rho U_0^2)$ 을 이용하여 무차원화하면

$$u_e / U_0 = U(r) / U_0 + 1 / (2\pi) (U_r / U)^2 \\ \int_{r^*}^1 dr^* r^* \overline{\Delta p(r^*)} g_4 U_0 / U(r^*) \quad (37)$$

$$+ bk_0 / (2\pi) (U_r / U)$$

$$\int_{r^*}^1 dr^* r^* \overline{\Delta p(r^*)} g_5 U_0 / U(r^*) \quad (38)$$

$r^* = r / b$: 무차원화된 반경

이며, g_4, g_5 는 부록2에 보여지고 있다. 이때 $U_r(r) / U(r)$ 는 local shear 성분이다.

3.4 추진기 부하 분포

추진기 초기 설계 단계에서는 반경방향의 부하 분포를 알지 못하므로 주어진 추력 계수에 의해 실제에 근사하도록 가정할 필요가 있다. 본 연구에 있어서는 Goodman & Breslin[3]이 사용한 타원형(elliptic type)의 부하 분포를 이용하였다.

$$dT/dr = c(r - r_H) \sqrt{b - r} \quad (39)$$

c : 상수

그런데 이 추력 변화율은 그 위치에서의 압력 jump와

$$dT/dr = 2\pi r \Delta p(r) \quad (40)$$

의 관계를 갖으며 추력 계수를 이로 나타내면

$$C_T = T / (0.5\pi\rho b^2 U_0^2) = 2 \int_{r_H^*}^1 dr^* r^* \overline{\Delta p}(r^*) \quad (41)$$

이다. 따라서

$$dC_T/dr^* = 2r^* \overline{\Delta p}(r^*)$$

이며

$$\overline{\Delta p}(r^*) = \frac{C_T(r-r_H)\sqrt{1-r^*}}{8/15(1-r_H^*)^{2.5}r^*} \quad (42)$$

이다.

4. 계산 결과 및 고찰

본 연구에 의해 계산된 유효유속의 타당성을 검토하기 위해 이론 및 실험에 의해 측정된 전단 유동에 관한 연구인 Huang & Groves[4]의 결과와 비교하였다.

그 계산으로는 Huang & Groves[4]가 계산한 3경우의 공칭유속과 8경우의 추력 계수를 이용하였는데 Huang등은 추력 분포를 양력선 이론에 의해 구한 반면에 본 연구에서는 3.4절의 가정을 이용하였다. 각

경우에 대한 공칭유속은 2.3절과 부록 1에서 보인 바와 같이 수학적으로 모델링하였으며 그 결과는 Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4에 보여지고 있는데 실험치와 거의 근사한 값을 나타내고 있다. 그에 따라 3.3절에서 언급한 local shear 성분과 각 경우의 추력 분포는 Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7에 보여지고 있다.

한편 공칭유속과 유효유속의 체적 평균(volumetric mean)을 각각 $(U(r))_m$, $(u_e)_m$ 라 나타내면 다음과 같다.

$$(U(r)/U_0)_m = \frac{\int_{r_H}^b dr \ 2\pi r (U(r)/U_0)}{\pi(b^2 - r_H^2)}$$

$$(u_e/U_0)_m = \frac{\int_{r_H}^b dr \ 2\pi r (u_e/U_0)}{\pi(b^2 - r_H^2)}$$

각 추력 분포의 경우에 대해 식 (37)에 의해 유효유속을 계산하였고 체적 평균을 계산하여 Huang & Groves[4]의 실험 및 이론치와 비교하였다(Table 1).

각 경우의 계산 결과를 그림에서 보면 공통적으로 유효유속이 허브에 가까울수록 크게 나타나는데 이는 (37)식에서 보듯이 적분항이 허브에 가까울수록 누적되며 Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7에서 보인 바와 같이 local

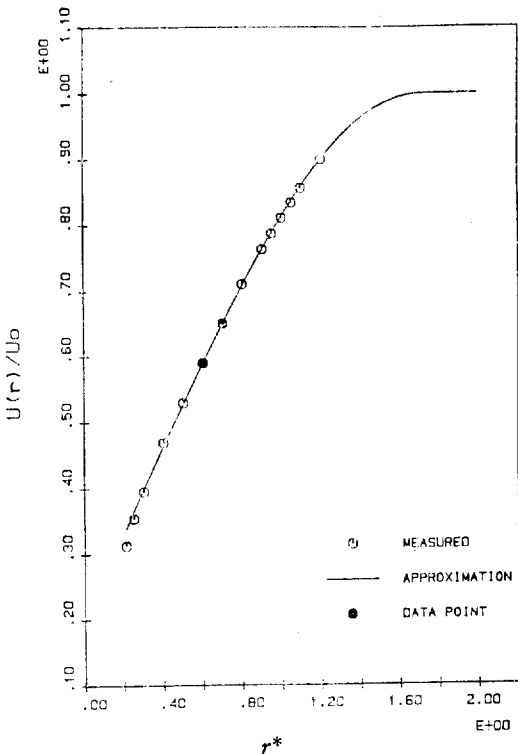


Fig. 2 Measured nominal wake data and its approximation in WAKE 1

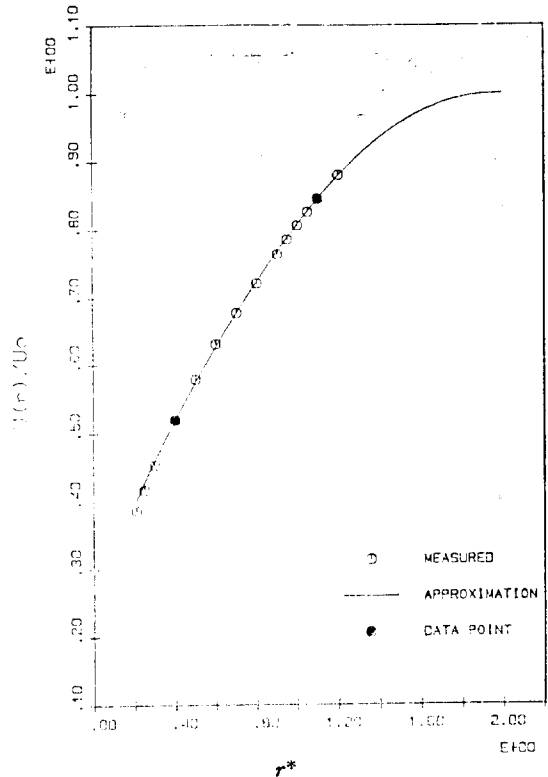


Fig. 3 Measured nominal wake data and its approximation in WAKE C

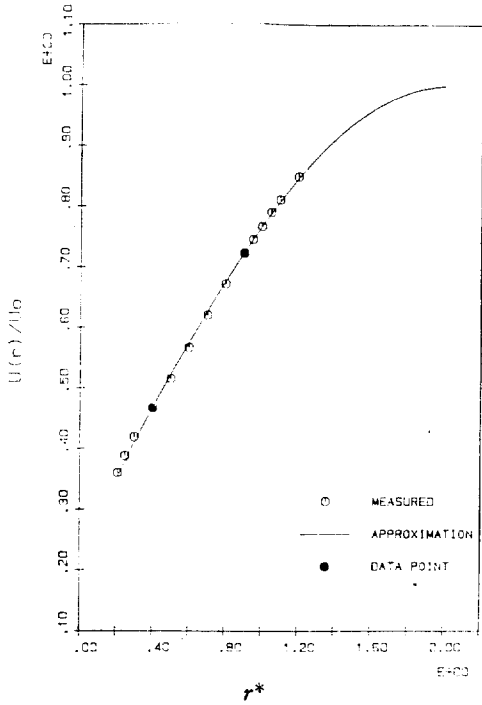


Fig. 4 Measured nominal wake data and its approximation in WAKE D

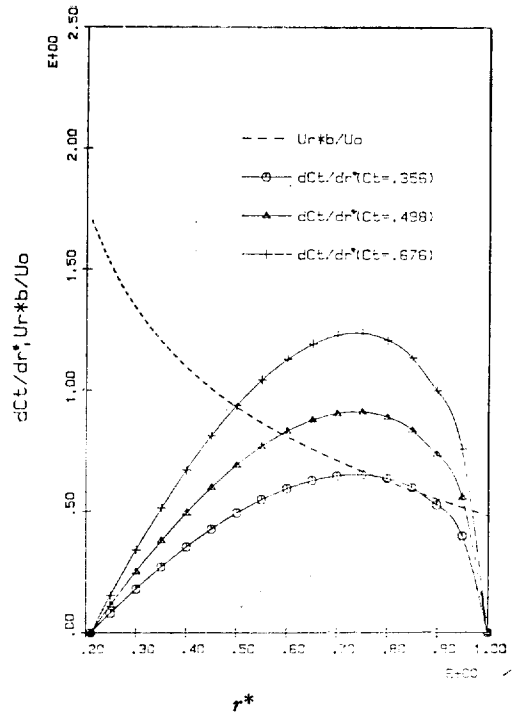


Fig. 6 Thrust distribution and local shear component in WAKE C

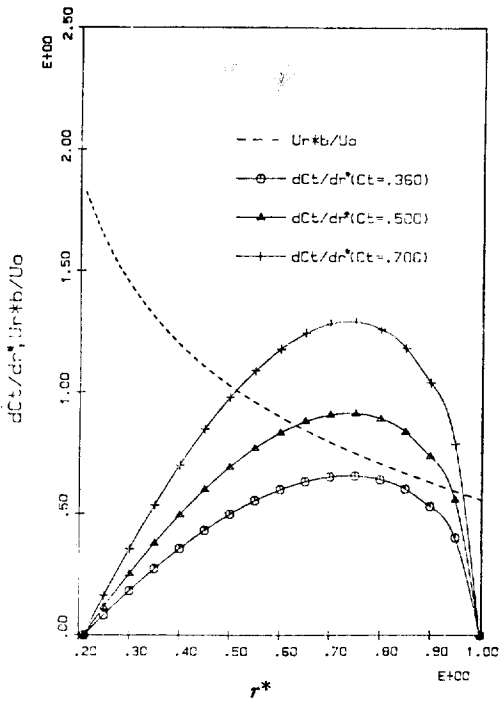


Fig. 5 Thrust distribution and local shear component in WAKE 1

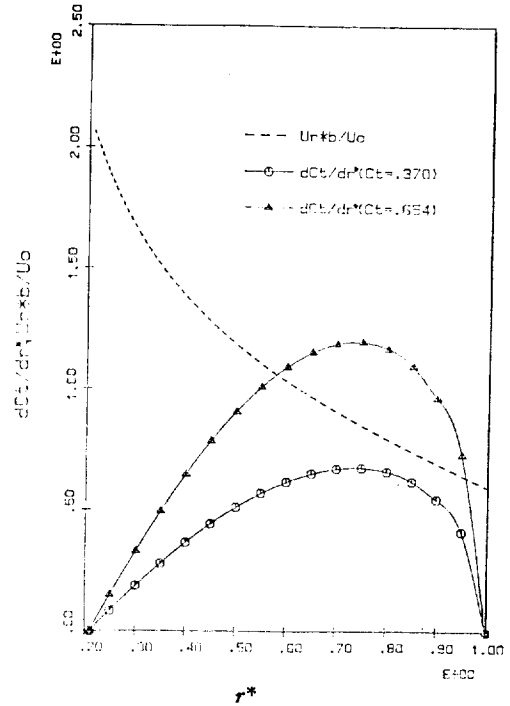


Fig. 7 Thrust distribution and local shear component in WAKE D

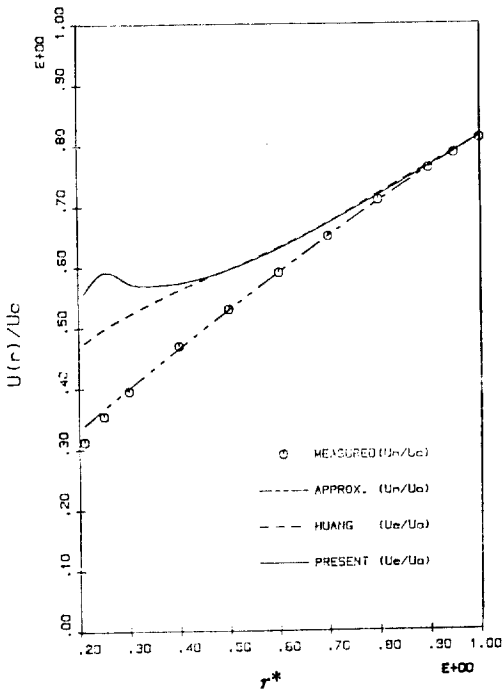


Fig. 8 Nominal wake and effective wakes ($Ct=0.370$ in WAKE 1)

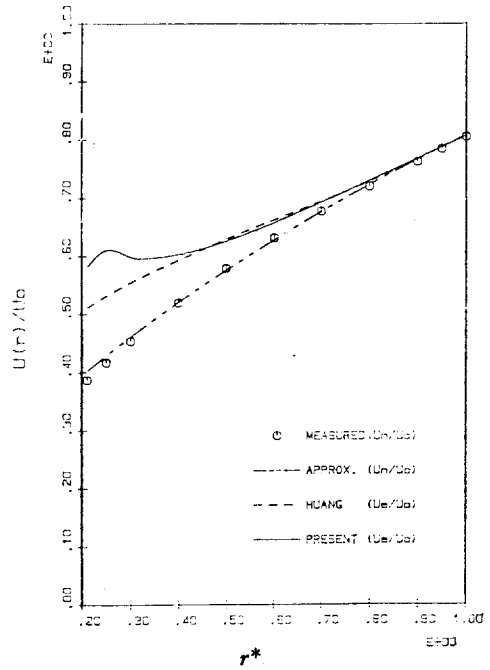


Fig. 10 Nominal wake and effective wakes ($Ct=0.356$ in WAKE C)

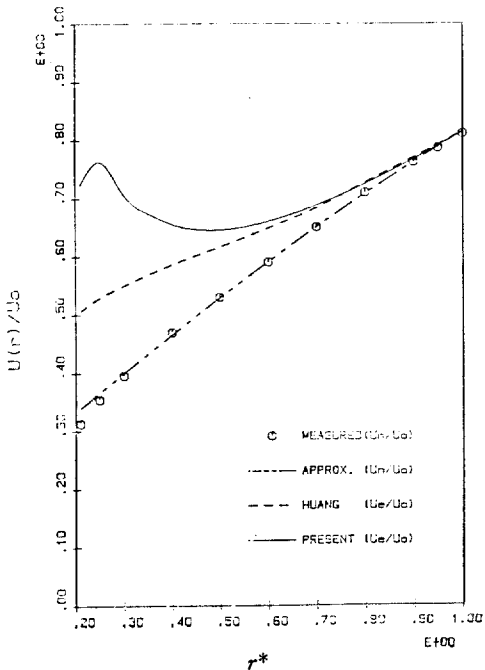


Fig. 9 Nominal wake and effective wakes ($Ct=0.654$ in WAKE 1)

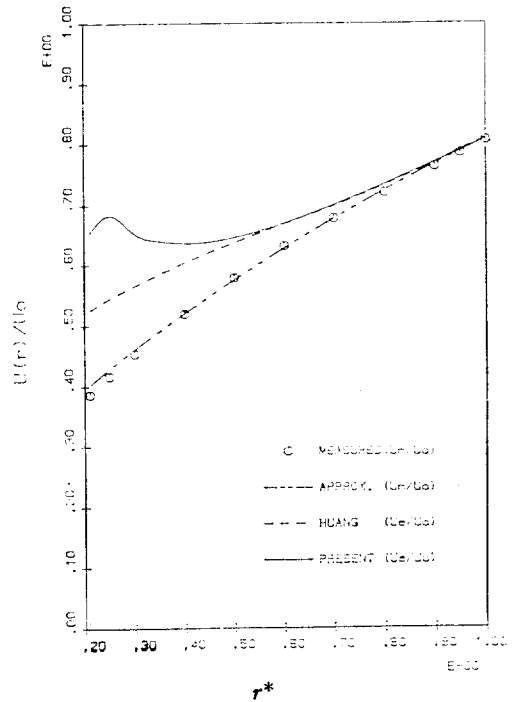


Fig. 11 Nominal wake and effective wakes ($Ct=0.498$ in WAKE C)

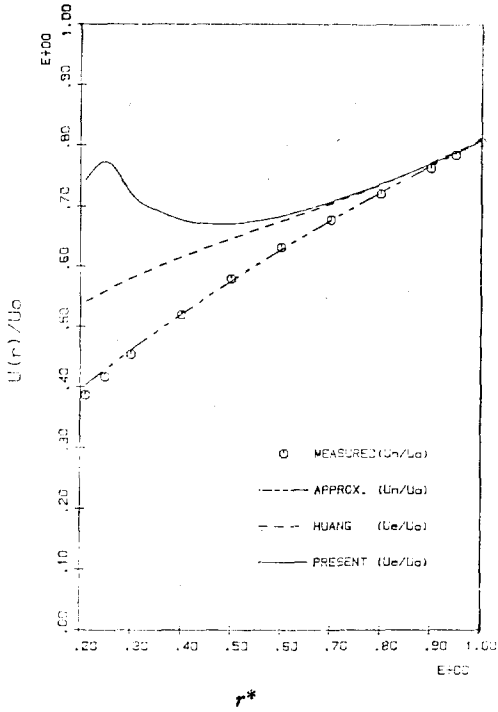


Fig. 12 Nominal wake and effective wakes (Ct=0.676 in WAKE C)

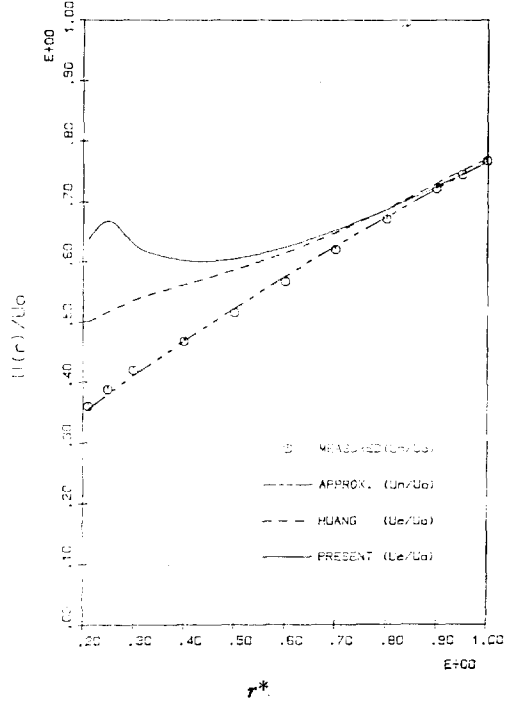


Fig. 14 Nominal wake and effective wakes (Ct=0.500 in WAKE D)

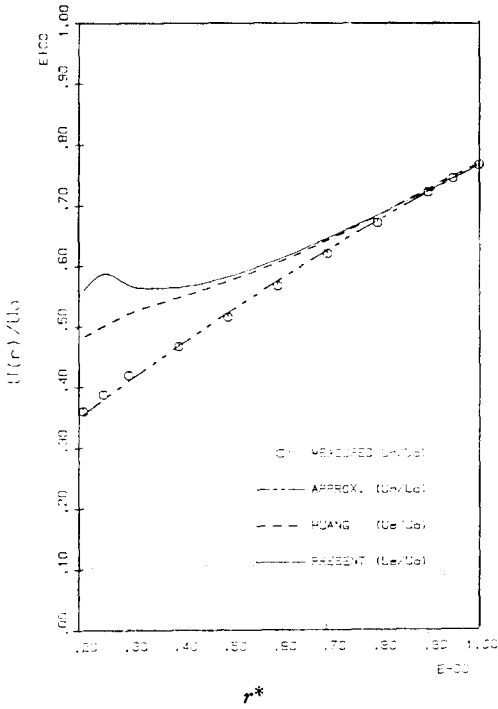


Fig. 13 Nominal wake and effective wakes (Ct=0.360 in WAKE D)

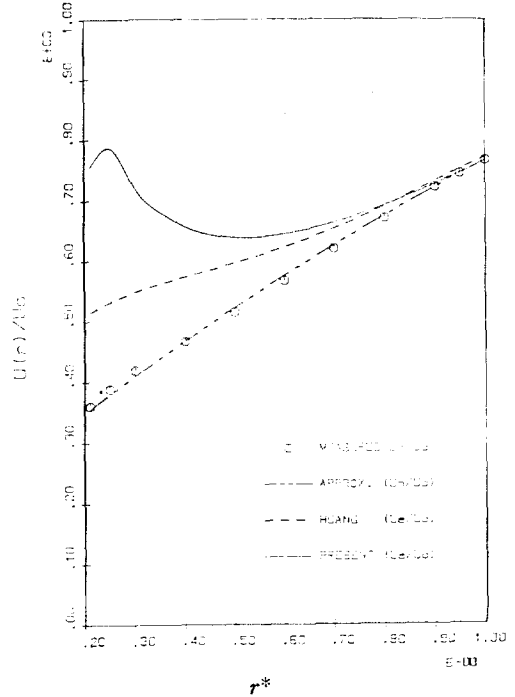


Fig. 15 Nominal wake and effective wakes (Ct=0.706 in Wakes D)

Table 1 Comparison of computed effective wake parameters with Huang & Groves[4] and measured Taylor wake fraction at various propulsion conditions in the three wakes

Nominal Wake	$\left(\frac{U(r)}{U_0}\right)_m$	J_V	C_T	Huang & Groves			Present Method	
				Meas. $1-W_T$	$\left(\frac{u_e}{U_0}\right)_m$	$\left(\frac{u_e}{U_0}\right)_{0.7}$	$\left(\frac{u_e}{U_0}\right)_m$	$\left(\frac{u_e}{U_0}\right)_{0.7}$
1	0.640	1.250	0.370	0.685	0.676	0.672	0.681	0.671
		1.070	0.654	0.695	0.689	0.683	0.713	0.688
C	0.665	1.268	0.356	0.694	0.694	0.694	0.698	0.693
		1.157	0.498	0.704	0.699	0.698	0.711	0.699
		1.066	0.676	0.706	0.704	0.704	0.729	0.707
D	0.615	1.290	0.360	0.667	0.642	0.642	0.655	0.646
		0.174	0.500	0.681	0.655	0.649	0.700	0.653
		1.054	0.706	0.685	0.661	0.654	0.691	0.664

Table 2 Computed parameters for the approximation of nominal wake by the Bessel functions

Nominal Wake	k_0	C_1	C_2	δ/b	RMS(%)
1	0.8363	0.4346	1.3375	1.7260	0.530
C	0.6307	0.5083	0.9176	1.9583	0.546
D	0.6630	0.4698	1.1159	2.0218	0.530

shear 성분이 커지기 때문이다.

Table 1과 Fig. 8, Fig. 10, Fig. 13에서 보는 바와 같이 추력 계수가 작으면 본 연구의 결과가 Huang 등의 이론치는 물론 실험치와도 매우 유사한 결과를 나타내고 있다. 그러나 Fig. 9, Fig. 11, Fig. 12, Fig. 14, Fig. 15에서 보는 바와 같이 추력 계수가 커지면 그 차이가 커지고 더우기 허브부근에서 더 큰 차이를 보이고 있다. 이러한 결과를 나타내는 이유는 두가지로 볼 수 있다. 첫번째는 본 연구의 기본 가정인 선형성에 기인한다고 하겠다. 즉 섭동된 속도 성분이 작다는 가정하에 고차항을 무시하였으나 추력 계수가 커지면 고차항이 커져서 그 비선형 효과를 무시할 수 없기 때문으로 생각된다. 두번째는 허브표면에서의 물체면 경계조건을 적용하는 대신 식 (14)에서 보는 바와 같이 해의 유한성을 위한 조건을 적용하였기 때문으로 생각된다. 따라서 허브표면에서의 물체면 경계조건을 적용할 경우 결과는 개선될 것으로 판단된다.

그러나 허브 부근에서의 차이에도 불구하고 제적 평균이 실험치나 Huang 등의 이론치와 크게 다르지 않은 것은 실제로 평균 유속 계산되어 허브 부근의 역할이 크지 않기 때문이다. 이렇게 볼때 추진기에서 추력의 상당량을 담당하는 0.7b 근처에서는 좋은 일치를 보여 주고 있음을 알 수 있다.

한편 반경이 커질수록 유효유속은 공칭유속에 가까워지고 있으며 이에 의하면 공칭유속을 일정 비율 만큼 증가시켜 유효유속을 계산하는 기존 방식에 의한 유효유속의 추정은 허브 부근에서는 피치를 작게 결정하고 날개끝 (tip)으로 갈수록 피치를 크게 결정할 가능성이 있다. 즉 날개끝에서의 과도한 양력은 추력의 과부하를 야기하고 이에 의해 캐비테이션의 발생을 촉진하여 효율이 떨어지고 진동 및 소음이 증가할 우려가 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 운동량 이론에 의해 추진기면에서의 유효반류 추정법에 대해 다루었다. 그 결과를 Huang & Groves[4]의 이론 및 실험치와 비교하였는데 본 연구의 기본 가정인 선형 이론의 한도내인 추력 계수가 작을 때는 좋은 일치를 보이고 있음을 알 수 있었고 그외에 다음 사항을 확인 하였다.

1. 회전체에 의한 공칭유속은 modified Bessel 함수로 실험치와 매우 근사하게 표현할 수 있다.
2. 추진기에 유입되는 유속에 대한 전단 유동의 영향은 유효유속으로 나타나며 허브로 갈수록 커진다.
3. 계산 결과 허브 부근에서는 유효유속이 크게 나

다나나 0.7b 근처에서는 실험치와 거의 일치하며 전체 체적 평균은 실험치와 유사한 값을 나타낸다. 허브 부근에서의 이러한 결과는 미선형성과 허브에서의 물체 면 경계조건을 고려함으로써 개선될 것으로 판단된다.

4. 정확한 유효반류의 추정은 결과적으로 효율이나 진동 및 소음의 관점에서 상당한 이익을 줄 수 있다.

앞으로 더 나은 결과를 얻기 위해서는 미선형을 고려한 이론 및 추력분포의 계산과 반복적인 작업이 필요하며 더 나아가 전선방향의 변화까지 고려한 조화성분의 해석도 요구된다. 더불어 그 효용성의 검증을 위한 실험적 연구가 수반되어야 하겠다.

참 고 문 헌

[1] Goodman, T.R., "Momentum Theory of a Propeller in a Shear Flow", *JSR.*, Vol., 23, 1979.

[2] Goodman, T.R. & Valentine, D. "Effective Inflow Velocities into a Propeller Operating in an Axisymmetric Shear Flow", DL Rep., SIT-DL-80-9-2129, Nov., 1980.

[3] Goodman, T.R. & Breslin, J.P. "Theoretical and Experimental Induction Generated by a Propeller in an Axially Symmetric Shear Flow", Rep., SIP-OE+82-2, Feb., 1982.

[4] Huang, T.T. & Groves, N.C. "Effective Wake: Theory and Experiment", 13th Symp. of ONR, Oct., 1980.

[5] Breslin, J.P. & McKee, T.G. "Effective Wake from Radial Shear of Inflow", Unpublished, Oct., 1987.

[6] Vegt, J.J.W. van der, "Actuator Disk in a Two-Dimensional Non-Uniform Flow", *ISP*, Aug., 1983.

[7] Park, E.D., "Induced Velocities Generated by Stator Arrays In a Class of Shear Flow", Dissert., Phd. Thesis, SIT, 1987.

[8] Report of Propeller Committee, Proceeding of the 17th ITTC, 1984.

[9] Abramowitz, M. & Stegun, I.A., *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, 9th ed., 1970.

[10] Conte, S., D. & Boor, C., *de Elementary Numerical Analysis*, McGrawHill, 3rd ed., 1980.

부 록 1

$$(1/V) (V_{rr} + V_r/r) = k_0 \tag{1-1}$$

식 (1-1)을 다시 쓰면

$$r^2 V_{rr} + r V_r - (k_0 r)^2 = 0 \tag{1-2}$$

로서 0차 modified Bessel 방정식이다. 그 해는 [9]에 의해

$$V(r) = C_1 I_0(k_0 r) + C_2 K_0(k_0 r) \tag{1-3}$$

으로 쓸 수 있다. 이때 C_1, C_2 는 상수이다.

C_1, C_2 및 k_0 를 얻기 위해 다음과 같은 경계조건을 적용한다.

$$(i) V(\delta) = 1/U_0 \tag{1-4}$$

$$(ii) dV(\delta)/dr = 0 \tag{1-5}$$

$$(iii) V(r_1) = 1/U(r_1) \tag{1-6}$$

$$(iv) V(r_2) = 1/U(r_2) \tag{1-7}$$

이때 δ 는 미지수로 경계층 두께이며 $U(r_1), U(r_2)$ 는 반류분포 시험 결과로부터 얻는다.

식 (1-4), (1-5)으로 부터

$$C_1 = k_0 \delta / U_0 K_1(k_0 \delta) \tag{1-8}$$

$$C_2 = k_0 \delta / U_0 I_1(k_0 \delta) \tag{1-9}$$

을 얻을 수 있다.

위의 C_1, C_2 를 이용하면 (1-6), (1-7)식으로부터 미지수 δ, k_0 에 대한 연립 방정식을 얻을 수 있다.

$$k_0 \delta \{ I_0(k_0 r_1) K_1(k_0 \delta) + K_0(k_0 r_1) I_1(k_0 \delta) \} = U_0 / U(r_1) \tag{1-10}$$

$$k_0 \delta \{ I_0(k_0 r_2) K_1(k_0 \delta) + K_0(k_0 r_2) I_1(k_0 \delta) \} = U_0 / U(r_2) \tag{1-11}$$

위의 연립 방정식의 해를 얻기 위해서는 이중의 iteration이 필요하다. 그 수치 해석 과정을 정리하면 다음과 같다.

(i) 임의의 실험치 $U(r_1), U(r_2)$ 를 취한다.

(ii) 임의의 δ 를 정한다.

(iii) 식(1-10), (1-11)의 각각의 경우에 대한 fixed point iteration[10]을 수행한다.

(iv) 두식에 의해 구해진 k_0 를 비교하여 동일한 값을 갖을때 까지 δ 를 변화시키며 (ii), (iii)을 반복한다.

(v) 반경별 실험값을 변화하여 가장 작은 평균 제곱근 오차(root mean square error: RMS)를 갖는 경우를 취한다.

본 연구의 계산예로 이용한 3경우의 반류분포에 대해 계산을 수행한 결과 결정된 각각의 계수들이 Table 2에 정리하였고 그 결과는 Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4에

보이고 있다.

부 록 2

$$\begin{aligned}
 f_1 &= I_0(\mu r)K_0(\mu r') - I_0(\mu r')K_0(\mu r) \\
 f_2 &= I_1(\mu r)K_0(\mu r') + I_0(\mu r')K_1(\mu r) \\
 f_3 &= -|k|I_0(\mu r)K_1(|k|r') - \mu I_1(\mu r')K_0(|k|r) \\
 f_4 &= -|k|k_1(|k|r')f_1 - \mu K_0(|k|r)f_2 \\
 f_5 &= \mu I_1(\mu r')f_1 - \mu I_0(\mu r)f_2 \\
 f_7 &= f_4/f_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_8 &= f_6/f_3 \\
 g_1 &= \int_0^\infty dk k f_7 I_0(\mu r) \sin(kx) \\
 g_2 &= \int_0^\infty dk k \{f_7 I_0(\mu r) - f_1\} \sin(kx) \\
 g_3 &= \int_0^\infty dk k f_8 K_0(kr) \sin(kx) \\
 g_4 &= I_0(k_0 r)/I_1(k_0 \delta) \{I_1(k_0 \delta)K_0(k_0 r') \\
 &\quad + I_0(k_0 r')K_1(k_0 \delta)\} \\
 g_5 &= I_1(k_0 r)/I_1(k_0 \delta) \{I_1(k_0 \delta)K_0(k_0 r') \\
 &\quad + I_0(k_0 r')K_1(k_0 \delta)\}
 \end{aligned}$$