

損傷圓筒部材의 最終強度 解析에 관한 研究

白 点 基, 辛 柄 任

A Study on the Ultimate Strength Analysis of Damaged Tubular Members

by

Jeom K. Paik* and Byung C. Shin**

要 約

본 연구에서는 축력과 굽힘모멘트의 組合荷重을 받는 손상원통부재의 最終強度를 해석하기 위하여 간이유한요소해석이론을 정식화한다. 여기서, 굽힘 및 국부손상이 존재하는 圓筒部材를 보요소로 모델링하며, 각요소의 接線彈性剛性行列은 기하학적 비선형 효과를 고려하여 updated Lagrangian 기법에 의하여 도출한다. 이때, 국부손상부위의 강성이 외력에 대한 저항에 기여하는 정도는 비교적 작다고 생각되므로 요소의 강성평가시에 국부손상부위의 강성은 무시한다. 요소의 소성화는 국부손상부위의 영향을 고려한 全斷面 塑性強度 상관관계식을 적용하여 요소의 각절점에서 판정하며, 接線 彈塑性 剛性行列은 塑性節點法에 의하여 계산한다.

마지막으로 본 연구에서 정식화한 해석법을 바탕으로 컴퓨터프로그램을 작성하고 실험 등에 의하여 얻어진 기존의 결과에 대해 재해석하여 본해석법의 정도와 유용성을 확인한다.

Abstract

In this paper, the formulation of a new simplified finite element is made to analyze the ultimate strength of damaged tubular members subjected to combined axial force and end moment. A damaged tubular member that has the bending deformation and the local dent is modeled by beam elements. Tangent elastic stiffness matrix of a beam element which contains the effect of the geometric nonlinearity is derived by using the updated Lagrangian approach. Here the contribution of the stiffness in the dented area is neglected since its resistance against the external loads is considered to be small. A fully plastic interaction curve of the element under combined loads taking account of the local dent effect is selected as a yielding criterion at each nodal point. Also tangent elasto-plastic stiffness matrix of the element is formulated by plastic node method.

Comparison with the present solution and the existing experimental results is made showing that the present method gives quite an accurate solution.

접수일자 : 1989년 8월 22일, 재접수일자 : 1989년 11월 27일

* 正會員, 釜山大學校 工科學

** 正會員, 韓國海事技術研究所

1. 序 論

해양구조물은 기본적으로 원통부재로 구성되어 있으며, 이들부재에는 파랑등에 의하여 축력, 굽힘모멘트 등의 조합하중이 작용한다. 구조설계단계에서는 이들 하중에 충분히 견딜수 있도록 설계되지만, 운항중에 극단적으로 큰 외하중이 작용하게되면 원통부재의 치수나 하중성분비 등에 따라 각종형태의 破損이 발생할 가능성이 있다. 더욱이 조업중에는 보급선의 衝突이나 갑판으로부터의 墮落물낙하 등으로 인하여 원통부재에 손상을 일으키는 충돌사고가 빈번히 일어나고 있으며, 이들 손상은 원통부재의 강도를 크게 저하시켜 해양구조물의 안전성에 심각한 영향을 미친다.

따라서, 안전성이 높고 경제적인 해양구조물의 설계 뿐만 아니라 손상을 받은 해양구조물의 안전성평가를 위하여는 먼저 손상원통부재의 殘留強度를 높은 정도로서 해석할 필요가 있고, 이의 실행을 위한 효율적인 彈塑性大變形解析技法의 개발이 요구된다.

충돌사고에 의하여 원통부재에 발생하는 손상의 종류는 하중의 충격특성, 부재치수, 재료특성, 경계조건 등에 따라 다르지만, 일반적으로 Fig. 1에 나타내는 바와 같이 (a) 純粹局部損傷(local dent damage) (b) 純粹굽힘損傷(bending deformation damage) (c) (a)와 (b)의 複合損傷(combined damage)으로 분류된다 [1]. (a)의 순수국부손상은 원통부재의 길이/직경비가 작은 경우, 직경/두께비가 큰 경우, 충돌장소가 부재

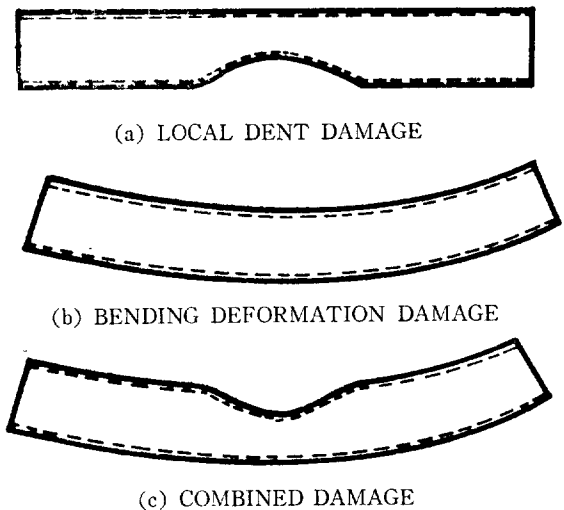


Fig. 1 A kind of damage existed in offshore tubular members

끝부분에 가까운 경우 등에 생긴다. 또한 (b)의 순수 굽힘손상은 길이/直徑比가 큰 경우, 直徑/두께比가 작은 경우, 충돌장소가 부재중앙에 가까운 경우 등에 발생한다. 그러나, 대부분의 경우는 (a)와 (b)가 복합된 (c)의 손상이 발생한다.

해양구조물을 구성하는 원통부재는 외하중의 증가와 함께 기본적으로는 보-기둥(beam-column)으로서 거동하지만 최종강도에 도달하기까지 기하학적, 재료적 비선형성을 포함한 매우 복잡한 비선형거동을 나타낸다. 특히, 최종강도에 도달한 후에는 변형은 계속 증가하지만 부재의 내력은 최종강도전과는 달리 재분배현상이 일어난다. 더욱이 원통부재에 각종 손상이 존재하는 경우의 거동을 상세히 파악하는 것은 매우 어렵다.

원통부재의 거동에 대한 손상의 영향을 다룬 최초의 논문은 1979년 Smith 등[2]에 의하여 발표된 것이며, 이들은 축압축력을 받는 원통부재를 대상으로 손상이 없는 경우와 손상이 존재하는 경우의 거동을 실험적으로 파악하고 그 결과를 비교하였다. 손상형태로는 국부손상과 굽힘손상을 고려하였으며, 이들의 결과에 의하면 비록 작은 손상일지라도 부재의 최종강도는 크게 저하된다는 것을 알 수 있다.

또한, Smith[3]는 원통부재의 실험결과에 대한 실험모델 축척비의 영향을 검토하기 위하여 실험물고기 시험체와 축척시험체에 대한 실험결과와 비교·분석을 통하여 축척시험체를 이용한 실험결과는 충분한 정도를 준다는 것을 밝혔다.

Rashed[4]는 축압축력을 받는 손상원통부재의 최종강도후 거동을 해석할 수 있는 근사적인 방법을 제안하였다. 이 방법에서는 부재가 최종강도에 도달하기까지는 선형탄성거동을 하되, 국부손상이 존재하는 부분의 재료가 초기항복상태에 도달하면 최종강도로 된다고 가정된 역학적 해석모델을 적용하였으며, 최종강도후의 탄소성거동은 국부손상부 단면에 소성관절을 삽입하여 나타내었다. Rashed는 이 방법을 적용한 일련의 수치해석을 수행하고 실험결과와도 비교하였으나, 전반적으로 실험결과보다 상당히 안전측의 최종강도 해석결과를 주었다. 이것은 국부손상부 단면에서의 초기항복상태를 최종강도로 가정함으로써 결과적으로 국부손상부의 유효강성을 과소평가한데 그 원인이 있다고 생각된다.

Taby등 [5]은 대부분 국부손상만을 가진 24개의 원통부재 시험체에 대하여 축압축력하에서 실험을 수행하여 원통부재의 거동에 대한 국부손상의 영향을 검토하였으며, Rashed의 방법[4]에 의한 해석결과와도 비

교하였다.

Smith등 [6]은 국부손상부의 취급을 단순화 하기위 하여 유효항복응력, 유효탄성계수의 개념을 적용한 등가모델을 제안하고 실험결과와도 비교하여 이 방법의 정도와 유용성을 확인하였다. 그러나, 이 방법은 적절한 유효항복응력 및 유효 탄성계수의 설정에 어려움이 있으며, 실제 문제에 적용하기가 곤란한 경우가 많다.

또한, Smith [7]는 국부 및 굽힘의 복합손상이 원통부재의 최종강도에 미치는 영향을 파악하기 위하여 단순지지부재에 대한 축압축력 실험을 수행하였다. 이 실험결과로부터 국부손상의 깊이나 굽힘 손상의 크기는 최종강도를 크게 저하시키지만 국부손상의 형상 및 위치, 굽힘손상의 형상이 최종강도에 미치는 영향은 비교적 작다고 결론 지었다.

Ellinas[8]는 Rashed [4]가 제안한 방법에서와 같이 국부손상부에서의 초기항복상태를 최종강도라 가정하되, 일반적인 보-기둥 이론을 적용한 간이 계산법을 제안하고, 축압축력을 받는 손상원통부재의 거동해석에 적용하였다. 그러나, 이 방법에서는 국부손상부 단면에서의 편심이 부재전체에 걸쳐 일정하게 존재한다고 가정하고 있기 때문에 실험 결과와 비교하여 상당히 안전측의 최종강도치를 주었다.

Richard등 [9]은 Smith등 [6]의 방법과 유사한 이론을 제안하고, 이 방법을 적용하여 최종강도에 대한 국부손상의 깊이, 위치 및 길이의 영향 등을 조사하였다.

Ueda등 [10, 11]은 국부손상을 가진 원통부재에 대한 순수굽힘 실험을 수행하였으며, 국부손상부가 굽힘의 압축쪽에 존재할 때 최종강도가 가장 크게 저하한다는 것을 보였다.

Taby등 [12]은 단순지지 부재를 대상으로 Rashed의 방법 [4]을 개량하여 국부단면에서의 평형조건으로부터 최종강도를 계산하는 방법을 제안하고, 이 방법에 의한 해석결과와 실험결과는 잘 일치하고 있다는 것을 보였다. 특히, 이 방법에서는 하중의 증가에 따른 국부손상깊이의 성장효과도 고려하였다.

Yao등 [13]은 지금까지의 연구에서는 국부 및 굽힘의 복합손상의 영향에 대해서는 그다지 정확하게 다루고 있지 않고 있다는 점에 주목하여 국부손상 뿐만 아니라 굽힘손상의 영향도 동시에 고려한 근사해석법을 제안하고, 기존의 실험결과를 이 방법으로 재해석하여 비교적 좋은 일치를 보였다.

이상에서의 자료분석 결과로부터 알 수 있는 바와 같이 지금까지 손상원통부재의 거동파악을 위한 이론

적, 실험적 연구는 다수 발표되어 있으나, 대부분의 연구가 단순지지부재만을 대상으로 하고 있으며, 하중상태도 순수축압축력 또는 순수굽힘모멘트만을 고려하고 있는 등 아직도 미해결된 과제가 많이 남아 있다. 이것은 실험적 연구의 경우, 기본적으로 제한된 범위 내에서 다루어 질수 밖에 없으며, 이론적 연구의 경우도 손상원통부재 거동의 복잡성 때문에 주로 근사해석적 방법을 적용함으로써 효율적이기는 하나 극히 제한된 문제만을 다루는데 그쳤기 때문이라고 생각된다.

이상의 관점에서 본 연구에서는 새로운 효율적인 탄소성대변형 유한요소해석법을 개발함으로써 손상원통부재의 거동에 대한 광범위한 해석결과를 높은 정도로 얻을 수 있는 해석수단을 확립하고자 하였다. 본 연구에서 개발한 해석법을 적용하여 기존의 실험결과를 재해석한 결과, 본해석법은 실험결과와 비교하여 매우 높은 정도의 결과를 준다는 것을 확인하였다.

2. 彈塑性大變形 有限要素解析理論의 定式化

본 연구에서는 Fig. 2에 나타내는 바와 같이 손상원통부재를 2절점을 가진 보요소로 모델링하여 탄소성대변형 거동을 증분형 有限要素法을 적용하여 해석한다.

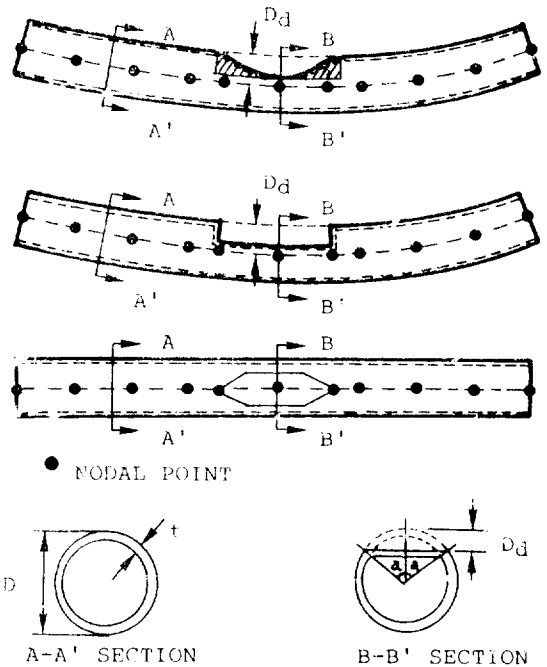


Fig. 2 Mesh division of damaged tubular member by the beam element

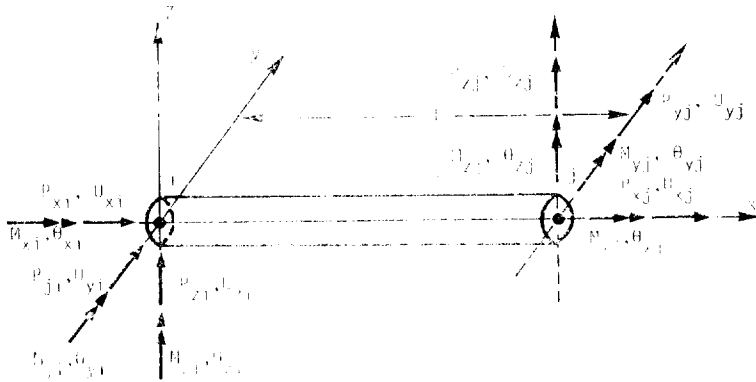


Fig. 3 Nodal forces and nodal displacements of the present beam element

여기서, Fig. 2의 국부손상부의 빗금줄 친 영역의 강성은 외력의 작용에 대해 그다지 기여하지 않는다고 생각되므로 본 연구에서는 이 부분의 강성을 무시하여 다룬다. 또한, 부재의 굽힘손상이 각요소의 강성행렬에 미치는 영향은 후술하는 바와같이 updated Lagrangian 기법을 적용하여 다룬다.

한편, 치짐의 증가와 함께 발생하는 단면형상변화(ovalization 등)의 효과는 실제적인 해양구조물에서와 같이 직경/판두께비가 비교적 큰 부재의 경우, 거의 무시할 수 있으므로 본 연구에서는 단면형상변화의 효과는 무시하기로 한다.

2.1. 要素의 節點力과 節點變位

Fig. 3에 나타내는 바와 같이 요소의 절점은 局部損傷의 유무에 관계없이 국부손상발생전의 양단 원동중심부에 설정하며, 요소의 거동은 각절점에서 6개의 자유도를 가진 절점력 {R}과 절점변위 {U}로서 나타낼 수 있다.

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} P_{x1} & P_{y1} & P_{z1} & M_{x1} & M_{y1} & M_{z1} & P_{x2} & P_{y2} & P_{z2} & M_{x2} & M_{y2} & M_{z2} \end{Bmatrix} \quad (1.a)$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & \theta_{x1} & \theta_{y1} & \theta_{z1} & u_2 & v_2 & w_2 & \theta_{x2} & \theta_{y2} & \theta_{z2} \end{Bmatrix} \quad (1.b)$$

여기서, P_x, P_y, P_z 는 각각 x, y, z 축방향의 축력, M_x, M_y, M_z 는 각각 x, y, z 축 주위의 굽힘모멘트를 나타내며, u, v, w 는 각각 x, y, z 축방향의 변위이고, $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 각각 x, y, z 축주위의 회전각을 나타낸다.

2.2. 軸變位-變形率 關係

대변형효과를 고려한 축방향 변형률 ϵ_x 는 비틀림변형의 영향을 무시하면 다음식과 같이 나타내어진다.

$$\epsilon_x = u_{,x} - yv_{,xx} - zw_{,xx} + \frac{1}{2} v_{,x}^2 + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \quad (2)$$

식(2)의 우변의 첫째 항은 미소축변위항, 둘째 및 세

항은 미소굽힘변위항이며, 네째 및 다섯항은 대변형효과를 나타내고 있다.

식(2)를 증분형으로 표시하면,

$$\Delta \epsilon_x = \Delta u_{,x} - y \Delta v_{,xx} - z \Delta w_{,xx} + v_{,x} \Delta v_{,x} + w_{,x} \Delta w_{,x} + \frac{1}{2} \Delta v_{,x}^2 + \frac{1}{2} \Delta w_{,x}^2 \quad (3)$$

식(3)을 行列式으로 표시하면,

$$\Delta \epsilon_x = ([B_p] - y[G_{vv}] - z[G_{ww}] + [C_v])[G_v] \{ \Delta U \} + [C_w][G_w] + \frac{1}{2} [\Delta C_v][G_v] + \frac{1}{2} [\Delta C_w][G_w] \{ \Delta U \} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta u_{,x} &= [B_p] \{ \Delta U \}, \quad \Delta v_{,x} = [G_v] \{ \Delta U \}, \\ \Delta w_{,x} &= [G_w] \{ \Delta U \}, \\ \Delta v_{,xx} &= [G_{vv}] \{ \Delta U \}, \quad \Delta w_{,xx} = [G_{ww}] \{ \Delta U \}, \\ v_{,x} &= [C_v], \quad w_{,x} = [C_w] \end{aligned} \quad (5)$$

2.3. 應力-變形率 關係

x 축방향의 축응력성분의 증분 $\Delta \sigma_x$ 는 식(4)의 변형률증분 $\Delta \epsilon_x$ 를 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta \sigma_x = E \Delta \epsilon_x \quad (6)$$

여기서, E 는 彈性係數.

식(6)의 응력제산에서 절점에서의 微小軸變位成分만을 고려하는 경우에는 다음식과 같이 나타내어진다.

$$\Delta \sigma_x = E [B_p] \{ \Delta U \} \quad (7)$$

2.4. 假想일의 原理에 의한 接線 彈性剛性行列의 導出

보요소의 점선 탄성강성행렬을 도출하기 위하여 가상일의 원리를 적용하면 다음식이 성립한다.

$$\int_V \delta \Delta \epsilon_x^T (\sigma_x + \Delta \sigma_x) dVol = \delta \{ \Delta U \}^T [R + \Delta R] \quad (8)$$

식(8)의 左邊은 假想變形率 증분 $\delta d\epsilon_x$ 에 의하여 내부에 축적된 變形에너지, 右邊은 가상변위증분 $\delta\{dU\}$ 에 의한 외부일을 나타낸다. 또한 $\int_V(\cdot)dVol$ 는 요소 전체에 대한 체적적분으로서 국부손상의 유무 또는 처짐방향에 따라 계산할 수 있으며, 본연구에서는 Gauss 적분법에 의한 수치적분을 수행하였다. 한편, 하중의 증가에 따른 국부손상의 성장이 강성에 미치는 영향은 2.6절에서 설명하는 방법으로 다루며, 이때의 적분은 국부손상부의 기하학적 변화를 고려하여 수행할 필요가 있다.

식(8)을 구체적으로 계산하기 위하여 식(4)의 변형률 증분 $d\epsilon_x$ 를 변위 $\{dU\}$ 에 대해 변분하여 $\delta d\epsilon_x$ 를 계

산한뒤, 이것을 식(8)에 대입하고 증분량에 대한 3차 이상의 항을 무시항으로 생각하여 무시하면 최종적으로 다음의 식을 얻을 수 있다.

여기서,

$$\{dR\} + \{L\} = \{K\}^e \{dU\} \tag{9}$$

$\{L\} = \{R\} - \{r\}$: 不平衡力 벡터

$\{R\}$: 總 外力 벡터

$\{r\}$: 總 內力 벡터

$\{K\}^e = \{K_s\} + \{K_\sigma\} + \{K_G\}$: 接線 彈性剛性行列

$\{K_s\}$: 微小變形 剛性行列

$\{K_\sigma\}$: 初期應力 剛性行列

$\{K_G\}$: 初期變形 剛性行列

$$\begin{aligned} \{r\} &= \int_V [B_p]^T \sigma_x dVol - \int_V [G_{vv}]^T \sigma_{xy} dVol - \int_V [G_{ww}]^T \sigma_{xz} dVol \\ &\quad + \int_V [G_v]^T [C_v]^T \sigma_x dVol + \int_V [G_w]^T [C_w]^T \sigma_x dVol \\ [K_s] &= \int_V [B_p]^T E [B_p] dVol - \int_V [B_p]^T E [G_{vv}] y dVol - \int_V [B_p]^T E [G_{ww}] z dVol \\ &\quad + \int_V [B_p]^T E [C_v] [G_v] dVol + \int_V [B_p]^T E [C_w] [G_w] dVol - \int_V [G_{vv}]^T E [B_p] y dVol \\ &\quad - \int_V [G_{ww}]^T E [B_p] z dVol + \int_V [G_v]^T [C_v]^T E [B_p] dVol + \int_V [G_w]^T [C_w]^T E [B_p] dVol \\ &\quad + \int_V [G_{vv}]^T E [G_{vv}] y^2 dVol + \int_V [G_{vv}]^T E [G_{ww}] y z dVol - \int_V [G_{vv}]^T E [C_v] [G_v] y dVol \\ &\quad - \int_V [G_{vv}]^T E [C_w] [G_w] y dVol + \int_V [G_{ww}]^T E [G_{vv}] y z dVol + \int_V [G_{ww}]^T E [G_{ww}] z^2 dVol \\ &\quad - \int_V [G_{ww}]^T E [C_v] [G_v] z dVol - \int_V [G_{ww}]^T E [C_w] [G_w] z dVol - \int_V [G_v]^T [C_v]^T E [G_{vv}] y dVol \\ &\quad - \int_V [G_v]^T [C_v]^T E [G_{ww}] z dVol - \int_V [G_w]^T [C_w]^T E [G_{vv}] y dVol - \int_V [G_w]^T [C_w]^T E [G_{ww}] z dVol \\ [K_\sigma] &= \int_V [G_v]^T \sigma_x [G_v] dVol + \int_V [G_w]^T \sigma_x [G_w] dVol \\ [K_G] &= \int_V [G_v]^T [C_v]^T E [C_v] [G_v] dVol + \int_V [G_v]^T [C_v]^T E [C_w] [G_w] dVol \\ &\quad + \int_V [G_w]^T [C_w]^T E [C_v] [G_v] dVol + \int_V [G_w]^T [C_w]^T E [C_w] [G_w] dVol \end{aligned}$$

식(9)의 접선 탄성강성행렬의 계산에서 updated Lagrangian기법[14]을 적용하는 경우에는 초기변형률이 없으므로 강성행렬은 다음과 같이 된다.

$$\{K\}^e = \{K_s\} + \{K_\sigma\} \tag{10}$$

본 연구에서는 updated Lagrangian기법을 적용하였으며, 불평형력에 대한 收斂計算은 修正 Newton-Rapson법 [14]을 적용하여 수행하였다.

한편, 요소의 비틀림강성은 Saint Venant의 선형이론을 가정하면 다음과 같이 계산할 수 있다[15].

$$\begin{Bmatrix} M_{x1} \\ M_{x2} \end{Bmatrix} = \frac{GK}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \end{Bmatrix} \tag{11}$$

여기서, G : 剪斷彈性係數, K : 極 2차모멘트(= $I_y + I_z$), I_y, I_z : 각각 y, z 축 주위의 단면 2차모멘트.

2.5. 變位函數

본연구에서는 식(10)의 접선 탄성강성행렬을 구체적으로 계산하기 위하여 다음과 같은 변위함수를 채용하였다[16].

$$\begin{aligned} u &= (1 - \xi)u_1 + \xi u_2 \\ v &= (2\xi^3 - 3\xi^2 + 1)v_1 + (-2\xi^3 + 3\xi^2)v_2 \\ &\quad + (\xi^3 - 2\xi^2 + \xi)L \cdot \theta_{z1} + (\xi^3 - \xi^2)L \cdot \theta_{z2} \\ w &= (2\xi^3 - 3\xi^2 + 1)w_1 + (-2\xi^3 + 3\xi^2)w_2 \\ &\quad + (\xi^3 - 2\xi^2 + \xi)L \cdot \theta_{y1} + (\xi^3 - \xi^2)L \cdot \theta_{y2} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, $\xi = x/L$

2.6. 降伏條件

본 연구에서는 塑性節點法[17]을 적용하여 요소의 소성화를 절점에서만 판정하여 탄소성거동을 다룬다.

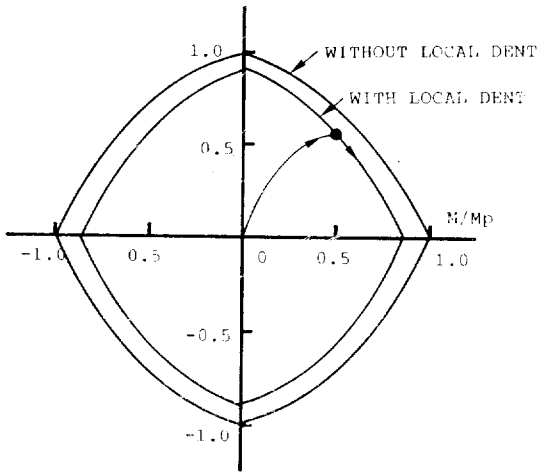


Fig. 4 Yielding curve at a cross-section of the tubular member

즉, 각 절점에서의 절점력성분이 다음의 全斷面塑性強度條件[4]을 만족하면 절점에는 소성절점이 생성된다고 가정한다(Fig. 4).

$$\Gamma = \frac{M}{M_p} - \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{P_x}{P_p}\right) = 0 \quad (13)$$

여기서, P_x 및 $M (= \sqrt{M_y^2 + M_z^2})$ 은 각각 외하중이 작용하여 보요소의 내부에 발생하는 축내력 및 굽힘모멘트이며, M_p 는 全斷面 塑性굽힘모멘트, P_p 는 全斷面 塑性軸力으로서, 이들은 국부손상의 존재유무 및 그 크기에 따라 값이 달라진다. 본 연구에서는 P_p 및 M_p 를 근사적으로 다음과 같이 계산하였다(Fig. 2 참조).

$$P_p = D t (\pi - \sin \alpha) \sigma_0 \quad (14. a)$$

$$M_p = D^2 t (1 - \beta) \sigma_0 \quad (14. b)$$

여기서,

- $\alpha = \cos^{-1}(1 - 2D_d/D)$: 引張力작용시
- $= \cos^{-1}(1 - 2D_d|\Gamma|/D)$: 壓縮力작용시
- $\beta = 2D_d/D$: 負방향굽힘모멘트 (-M) 작용시
- $= 2D_d|\Gamma|/D$: 正방향굽힘모멘트 (+M) 작용시

Γ = 식(13)으로부터 계산되는 항복함수 값으로 앞 하중증분단계까지의 내력성분을 이용하여 계산

D : 부재직경, t : 두께, σ_0 : 항복응력,

D_d : 국부손상깊이

식(14)에서 국부손상이 존재하는 단면의 전단면소성 축력 P_p 는 국부손상부위의 단면적이 P_p 에 미치는 영향을 무시하여 계산된 것이며, 또한, M_p 의 경우는 국부손상깊이 D_d 가 부재직경의 약 50% 이상이면 정방

향굽힘모멘트가 작용하는 경우의 전단면소성굽힘모멘트는 거의 0에 가깝다고 가정하여 [18, 19] M_p 를 근사적으로 평가한 것이다.

2.7. 塑性節點法에 의한 接線 彈塑性剛性行列의 導出

소성절점법[17]에 의하면 소성절점에서의 전체변위 증분 $\{\Delta U\}$ 는 탄성성분 $\{\Delta U\}^e$ 와 소성성분 $\{\Delta U\}^p$ 의 합으로 표시된다. 즉,

$$\{\Delta U\} = \{\Delta U\}^e + \{\Delta U\}^p \quad (15)$$

식(15)의 塑性變位 증분 $\{\Delta U\}^p$ 는 소성증분 이론을 적용하면 다음과 같이 계산된다.

$$\{\Delta U\}^p = \sum_{i=1}^m \Delta \lambda_i \left\{ -\frac{\partial \Gamma_i}{\partial R} \right\}^T = \sum_{i=1}^m \Delta \lambda_i \{\phi_i\}^T,$$

$$\{\phi_i\} = \left\{ -\frac{\partial \Gamma_i}{\partial R} \right\} \quad (16)$$

여기서, $\Delta \lambda_i$ 는 양(+)의 값을 갖는 未知스칼라량이며, $\{\phi_i\}$ 는 식(15)의 항복조건을 절점력성분 $\{R\}$ 로서 편미분한 것으로서 항복곡면에서의 법선벡터를 의미한다. 또한, 첨자 i 는 i 번째 소성절점임을 나타낸다.

그런데, 요소의 강성방정식은 소성발생에 관계없이 항상 다음식으로 나타내어진다.

$$\{\Delta R\} = [K]^e \{\Delta U\}^e \quad (17)$$

여기서, 첨자 e 는 탄성성분임을 나타낸다.

식(17)의 $\{\Delta U\}^e$ 에 식(15)의 $\{\Delta U\}^e$ 를 대입하면,

$$\{\Delta R\} = [K]^e (\{\Delta U\} - \{\Delta U\}^p) \quad (18)$$

식(18)에 식(16)을 대입하면,

$$\{\Delta R\} = [K]^e (\{\Delta U\} - \sum_{i=1}^m \Delta \lambda_i \{\phi_i\}^T) \quad (19)$$

한편, 소성절점에서의 變形率 硬化效果를 무시하면 負荷(load)가 계속되는한 다음식을 만족하여야 한다.

$$\Delta \Gamma = \left\{ \frac{\partial \Gamma_i}{\partial R} \right\} \{\Delta R\} = \{\phi_i\} \{\Delta R\} = 0 \quad (20)$$

식(20)에 식(19)를 대입하면,

$$\{\phi_i\} [K]^e (\{\Delta U\} - \sum_{i=1}^m \Delta \lambda_i \{\phi_i\}^T) = 0 \quad (21)$$

식(21)로부터 未知스칼라량 $\Delta \lambda_i$ 를 계산하면,

$$\Delta \lambda_i = (\{\phi_i\} [K]^e \{\phi_i\}^T)^{-1} \{\phi_i\} [K]^e \{\Delta U\} \quad (22)$$

식(22)를 식(20)에 대입하면 다음과 같은 점선 탄소성강성방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \{\Delta R\} &= \left([K]^e - \sum_{i=1}^m \frac{[K]^e \{\phi_i\}^T \{\phi_i\} [K]^e}{\{\phi_i\} [K]^e \{\phi_i\}^T} \right) \{\Delta U\} \\ &= [K]^p \{\Delta U\}, \quad m=1 \text{ 혹은 } 2 \end{aligned} \quad (23)$$

여기서, $[K]^p$: 接線 彈塑性剛性行列

식(23)으로부터 알 수 있는 바와 같이 본 연구에서의 점선 탄소강성행렬은 점선탄성 강성행렬 $[K]$ 가 얻어지면 간단한 행렬연산만으로 계산된다. 한편, ΔL 가 음(-)의 값을 갖게 되면 除荷(unloading) 상태가 발생하게 되며, 이 경우의 소성절점은 탄성상태로 다루어야 한다.

2.8. 最終強度後 暴動

Fig. 4에 나타내는 바와같이 축력과 굽힘모멘트의 조합하중을 받는 원통부재의 경우, 외하중의 증가와 함께 내력성분이 항복조건을 만족하여 부재 전체적으로 靱性關節機構가 형성되던 더 이상 외력의 증가에 견딜수 없고, 그 이후에는 변형은 계속 증가하지만 항복곡선을 따라 내력의 재분배가 일어난다. 이 같은 최종강도후 거동은 해양구조물의 진재강도에 큰 영향을 미친다. 본 해석이론에서는 소성절점법을 적용하고 있으며, 부재의 최종강도후 거동은 부재의 내력분포가 항복곡선을 따라 변화한다고 생각하여 평가한다.

2.9. 全體座標系에로의 座標變換 및 部材全體 剛性行列의 計算

요소의 국부좌표계로부터 부재의 전체좌표계로의 좌표변환행렬을 $[T]$ 라 하면 국부 및 전체좌표계에 대한 절점력 및 절점변위관계는 다음과 같이 된다.

$$\begin{cases} \Delta R \\ \Delta U \end{cases} = [T] \begin{cases} \Delta R_g \\ \Delta U_g \end{cases} \quad (24)$$

여기서, 첨자 g 는 전체좌표계에서의 벡터임을 나타낸다.

식(24)를 국부좌표계에서의 강성방정식에 대입하면 다음과 같은 전체좌표계에서의 강성방정식이 얻어진다.

$$\Delta R_g = [T]^T [K] [T] \Delta U_g = [K_g] \Delta U_g \quad (25)$$

여기서, $[K]$: 국부좌표계에서의 요소 강성행렬

$$[K_g] = [T]^T [K] [T] : \text{전체좌표계에서의 요소 강성행렬}$$

따라서, 식(25)의 전체좌표계에서의 요소강성행렬은 전요소에 대해 계산한뒤, 이들을 중첩하면 부재전체의 강성행렬이 얻어지고, 이것을 외하중하에서 풀면 構造應答이 구해진다.

3. 數值計算例 및 考察

3.1. Euler 座屈強度 解析

Fig. 5에서는 兩端 單純支持된 원통부재가 축압축력을 받는 경우의 탄성좌굴 강도를 본해석법으로 해석하여 Euler좌굴강도와 비교하고 있다. 본 해석에서는 원통부재를 10개의 균일 보요소로 모델링하였으며, w_0/L

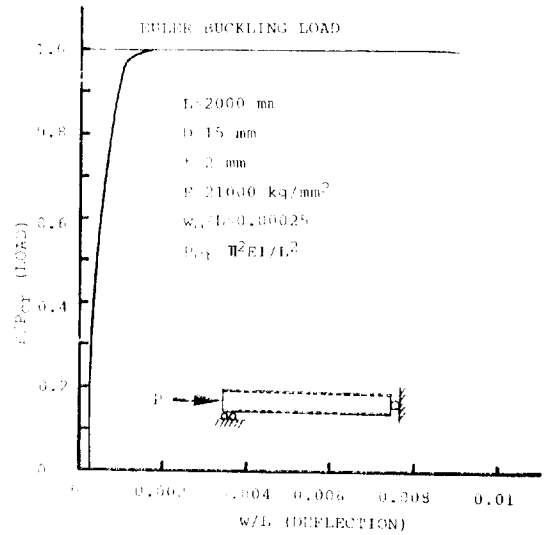


Fig. 5 Load-deflection curve of a tubular column

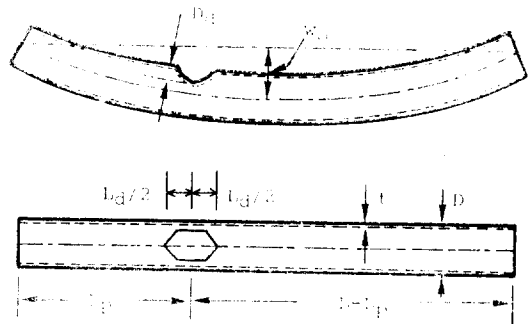


Fig. 6 Definition of damage parameters in the present analysis

= 0.00025의 미소한 초기굽힘 손상이 존재하고 있다고 가정하였다.

Fig. 5로부터 알 수 있는 바와 같이 본 해석법에 의한 좌굴강도는 Euler강도와 잘 일치하고 있으며, 본 해석법은 원통부재의 좌굴강도해석문제에 대하여 높은 정도의 해석결과를 준다는 것을 확인할 수 있다.

3.2. 既存 最終強度實驗結果의 再解析

여기서는, 국부 및 굽힘손상을 가진 원통부재의 최종강도해석에 대한 본 해석법의 정도와 유용성을 확인하기 위하여 기존의 실험결과를 재해석하여 본해석법에 의한 결과와 비교하였다. Fig. 6에는 본 해석에서 대상으로 하고 있는 손상원통부재의 치수, 손상크기 등의 기호정의를 나타내고 있다.

Taby등 [12]은 양단단순지지된 손상원통부재가 순수축압력을 받는 경우의 최종 강도실험을 수행한 바

Table 1 Comparison of ultimate strength for damaged tubular members subjected to pure axial compression

specimen No.	outer dia. D [mm]	thick-ness t [mm]	length L [mm]	Young's modulus E [kg/mm ²]	yield stress σ_0 [kg/mm ²]	max. bend. deform. w_0/L	dent depth D_d/D	dent length L_d/L (assumed)*	dent position L_p/L	ultimate strength P_u/P_p	
										exp. [12]	theory (pre.)
I A I	125.15	2.04	3,500	19,184	20.82	0.00078	0.050	0.1	0.625	0.667	0.659
I A II	125.13	2.04	3,500	20,000	21.53	0.00183	0.101	0.1	0.625	0.519	0.542
I B I	125.14	2.50	3,500	21,531	25.51	0.00054	0.050	0.1	0.625	0.638	0.671
I B II	125.19	2.51	3,500	20,204	23.47	0.00151	0.100	0.1	0.625	0.528	0.544
I C I	125.11	3.07	3,500	20,510	29.59	0.00057	0.050	0.1	0.625	0.656	0.673
I C II	125.14	3.10	3,500	20,204	33.47	0.00206	0.098	0.1	0.625	0.505	0.479
II A I	160.20	2.53	3,500	20,408	35.82	0.00023	0.050	0.1	0.625	0.683	0.726
II A II	160.16	2.52	3,500	20,102	40.00	0.00166	0.100	0.1	0.625	0.437	0.569
II A III	160.17	2.53	3,500	19,796	33.27	0.00106	0.020	0.1	0.625	0.704	0.730
II B I	160.16	3.06	3,500	19,796	34.59	0.00120	0.049	0.1	0.625	0.527	0.671
II B II	160.14	3.08	3,500	19,796	22.76	0.00194	0.100	0.1	0.625	0.575	0.563
II B III	160.09	3.07	3,500	19,796	26.33	0.00051	0.020	0.1	0.625	0.796	0.769
II C I	160.11	4.07	3,500	20,000	47.96	0.00091	0.054	0.1	0.625	0.607	0.654
II C II	160.23	4.10	3,500	20,510	46.63	0.00217	0.100	0.1	0.625	0.478	0.533
II C III	160.07	4.07	3,500	19,592	39.18	0.00077	0.020	0.1	0.625	0.791	0.746
III A I	250.26	4.23	3,500	20,612	52.04	0.00060	0.050	0.1	0.625	0.583	0.725
III A II	250.23	4.27	3,500	20,612	51.22	0.00100	0.102	0.1	0.625	0.463	0.597
III B I	250.25	5.20	3,500	20,408	47.96	0.00010	0.054	0.1	0.625	0.714	0.730
III B II	250.26	5.21	3,500	20,102	44.18	0.00200	0.104	0.1	0.625	0.533	0.598
III C I	250.37	6.02	3,500	20,204	48.16	0.00087	0.050	0.1	0.625	0.734	0.691
III C II	250.46	6.00	3,500	20,612	47.45	0.00183	0.100	0.1	0.625	0.556	0.595

* Dent length L_d is assumed to be about 10% of the overall member length in the present analysis.

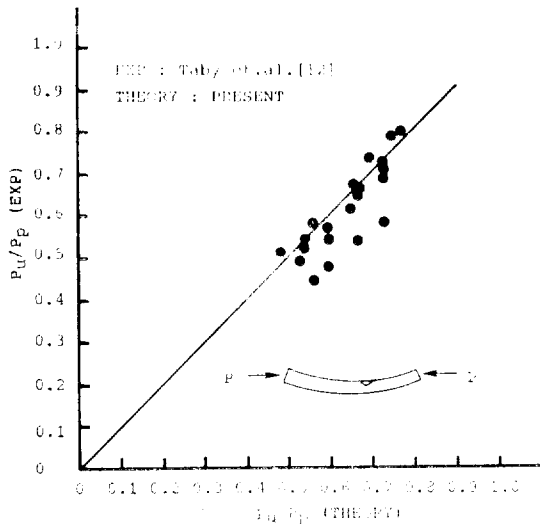


Fig. 7 Comparison of ultimate strength obtained by experiment and present analysis for damaged tubular members subjected to pure axial compression

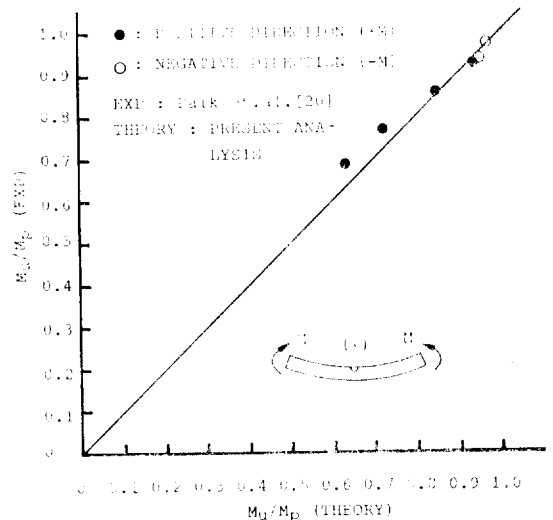


Fig. 8 Comparison of ultimate strength obtained by experiment and present analysis for damaged tubular members subjected to pure end moment

Table 2 Comparison of ultimate strength for damaged tubular member subjected to pure end moment

specimen No.	outer dia. D [mm]	thick-ness t [mm]	length L [mm]	Young's modulus E [kg/mm ²]	yield stress σ_0 [kg/mm ²]	max. bend. deform. w_0/L	dent depth D_d/D	dent length L_d/L (assumed)*	dent position L_p/L	ultimate strength M_u/M_p	
										exp[20]	theory (pre.)
B 1	113.80	2.77	2,167	22,000	31.88	0.0009	0.000	0.1	0.5	0.932	0.944
B 2	113.95	2.74	2,167	22,000	31.88	0.0001	0.075	0.1	0.5	0.862	0.846
B 3	114.20	2.93	2,167	22,000	31.88	0.0011	0.124	0.1	0.5	0.768	0.722
B 4	114.30	2.73	2,167	22,000	31.88	0.0001	0.176	0.1	0.5	0.687	0.633
B 5	114.30	2.93	2,167	22,000	31.88	0.0004	0.074	0.1	0.5	-0.977**	-0.969
B 6	114.00	2.73	2,167	22,000	31.88	0.0002	0.123	0.1	0.5	-0.930	-0.954

* Dent length L_d is assumed to be about of 10% of the overall member length in the present analysis

** Negative sign (-) denotes that the end moment is applied in the negative direction

Table 3 Comparison of ultimate strength for damaged tubular members subjected to combined axial compression and end moment

specimen No.	angle of com. θ^* [deg]	outer dia. D [mm]	thickness t [mm]	length L [mm]	Young's modulus E [kg/mm ²]	yield stress σ_0 [kg/mm ²]	max. bend. deform. w_0/L
C 1	25	113.80	2.75	2,166	22,000	31.88	0.0002
C 2	45	113.80	2.73	2,167	22,000	31.88	0.0002
C 3	75	113.90	2.75	2,167	22,000	31.88	0.0002
C 4	135	114.00	2.77	2,167	22,000	31.88	0.0002
C 5	25	114.30	2.73	2,167	22,000	31.88	0.0008
C 6	45	114.05	2.72	2,167	22,000	31.88	0.0011
C 7	75	113.80	2.76	2,167	22,000	31.88	0.0005
C 8	115	113.90	2.75	2,167	22,000	31.88	0.0002
C 9	135	113.80	2.73	2,167	22,000	31.88	0.0003

Specimen No.	dent depth D_d/D	dent length L_d/L (assumed)**	dent position L_p/L	ultimate strength			
				P_u/P_p		M_u/M_p	
				exp[20]	theory	exp[20]	theory
C 1	0.075	0.1	0.5	0.251	0.271	0.545	0.581
C 2	0.072	0.1	0.5	0.407	0.413	0.388	0.408
C 3	0.075	0.1	0.5	0.625	0.660	0.167	0.176
C 4	0.075	0.1	0.5	0.483	0.470	-0.456***	-0.470
C 5	0.121	0.1	0.5	0.230	0.238	0.464	0.510
C 6	0.121	0.1	0.5	0.353	0.337	0.333	0.337
C 7	0.121	0.1	0.5	0.538	0.525	0.138	0.140
C 8	0.121	0.1	0.5	0.789	0.590	-0.212	-0.158
C 9	0.120	0.1	0.5	0.454	0.444	-0.457	-0.444

* $\theta = \tan^{-1}(P/M \times M_p/P_p)$ ** Dent length L_d is assumed to be about 10% of the overall member length in the present analysis

*** Negative sign (-) denotes that the end moment is applied in the negative direction

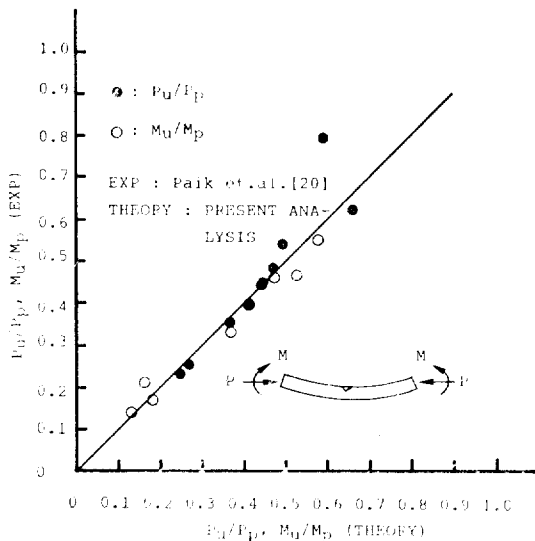


Fig. 9 Comparison of ultimate strength obtained by experiment and present analysis for damaged tubular members subjected to combined axial compression and end moment

있으며, 저자 등[20]은 양단단순지지된 손상원통부재가 순수축압축력, 순수굽힘모멘트 및 이들의 조합하중을 받는 경우의 최종강도실험을 수행한바 있다. 따라서, 본 연구에서는 이들의 실험결과와도 본 해석결과를 비교하였다.

Fig. 7 및 Table 1에서는 Taby등 [12]이 수행한 純粹軸壓縮力 작용하의 최종강도실험 결과와의 비교를 나타내고 있다. 이 그림으로부터 본 해석법은 매우 높은 정도의 해석결과를 준다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 8 및 Table 2에는 저자등 [20]이 수행한 純粹 굽힘모멘트 작용하의 최종강도실험 결과와의 비교를 나타내고 있다. 이 그림으로부터도 본 해석법에 의한 손상원통부재의 최종강도 해석결과와의 정도는 매우 높다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 9 및 Table 3에는 저자등이 수행한 축압축력과 굽힘모멘트의 조합하중 작용하의 최종강도실험결과와의 비교를 나타내고 있다. 이 그림으로부터도 본 해석법의 정도는 매우 높다는 것을 확인할 수 있다.

한편, 본해석에 소요된 계산시간은 각각의 문제에 대해 IBM PC/AT를 이용하여 약 5~10분 정도 소요되었으며, 계산시간면에서도 본 해석법은 매우 실용적임을 알 수 있다.

4. 結 言

본 연구에서는 손상원통부재의 최종강도를 높은 정도로서 효율적으로 해석할 수 있는 簡易有限要素法을 정식화하였고 컴퓨터프로그램을 작성하였으며, 기존의 실험결과를 본 해석법으로 재해석하여 이들의 결과를 비교·검토해본 결과, 본해석법은 매우 높은 精度의 해석결과를 주며, 計算時間면에서도 매우 실용적임을 확인하였다.

參 考 文 獻

- [1] C.P. Ellinas, W.J. Supple and A.C. Walker, "Buckling of Offshore Structures", Gulf Publishing Co., 1984.
- [2] C.S. Smith, W. Kirkwood and J.W. Swan, "Buckling Strength and Post-Collapse Behaviour of Tubular Bracing Members Including Damage Effects", *BOSS* 79, 1979.
- [3] C.S. Smith, W.L. Somerville and J.W. Swan, "Compression Tests on Full-Scale and Small-Scale Tubular Bracing Members Including Damage Effects", Dept. of Energy, Report No. OT-R 8079, 1980.
- [4] S.M.H. Rashed, "Ultimate Strength and Post-Ultimate Strength Behaviour of Damaged Tubular Structural Members", Report SK/R52, Division of Marine Structures, NIT, Norway, 1980.
- [5] J. Taby, T. Moan and S.M.H. Rashed, "Theoretical and Experimental Study of the Behaviour of Damaged Tubular Members in Offshore Structures", *Norwegian Maritime Research*, Vol. 9, No. 2, 1981.
- [6] C.S. Smith, W.L. Somerville and J.M. Swan, "Residual Strength and Stiffness of Damaged Steel Bracing Members", *OTC* 3981, 1981.
- [7] C.S. Smith, "Assessment of Damage in Offshore Steel Platforms", Proceedings of International Conference on Marine Safety, 1983.
- [8] C.P. Ellinas, "Ultimate Strength of Damaged Tubular Bracing Members", *J. of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 2, 1984.

- [9] D.M. Richards and A. Andronicou, "Residual Strength of Dented Tubulars", *Impact Energy Correlation*, *OMAE* 85, 1985.
- [10] Y. Ueda and S.M.H. Rashed, "El-Plastic Behaviour and Ultimate Strength of Damaged Tubular Members", *J. of SNAJ*, Vol. 157, 1985.
- [11] Y. Ueda and S.M.H. Rashed, "Behaviour of Damaged Tubular Structural Members", *OMAE* 85, 1985.
- [12] J. Taby and T. Moan, "Collapse and residual Strength of Damaged Tubular Members", *BOSS* 85, 1985.
- [13] T. Yao, M. Fujikubo, Y. Bai and S. Nakagawa, "Load Carrying Capacity of Damaged Tubular Members", *J. of SNA of Seibu*, Vol. 73, 1986.
- [14] K.J. Bathe and A.P. Cimento, "Some Practical Procedures for the Solution of Nonlinear Finite Element equations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 22, 1980.
- [15] 鷲津外, 有限要素法ハンドブック, 培風館, 1981.
- [16] O.C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, 1971.
- [17] Y. Ueda and T. Yoa, "The Plastic Node Method: A New Method of Plastic Analysis", *J. of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineers*, Vol. 34, No. 1-3, 1982.
- [18] J.K. Paik, B.C. Shin and C.Y. Kim, "Damage Estimation of Offshore Tubular Members Under Quasi-Static Loading", *J. of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 26, No. 4, 1989.
- [19] T.H. Soreide and J. Amdahl, "Deformation Characteristics of Tubular Members With Reference to Impact Loads from Collision and Dropped Objects", *Norwegian Maritime Research*, No. 2, 1982.
- [20] J.K. Paik and B.Y. Shin, "Damage Effects on the Ultimate Strength of Offshore Tubular Members", *J. of Ocean Engineering and Technology of Korea*, Vol. 3, No. 2, 1989.