Fuzzy Set 이론과 그 응용에 있어 미국에서의 활동과 연구

강 훈
(Geogia Institute of Technology,
School of Electrical Engineering)

1. 서 언

1990년 5월 28일자 NEWSWEEK지 Business란에 "The Future Looks 'Fuzzy'"라는 기사는 미국인들의 'Fuzzy System'에 대한 인식을 달리하게 하였다. 미국에서의 이론적 발명품을 일본에 의해 실용화, 상품화하게된 또 다른 경우이기 때문이다. 'Fuzzy System'은 Fig. 1에서처럼 작게는 카메라부터 크게는 지하철에 이르기까지 널리 이용되고 있다. 이는 'Fuzzy Logic Chip'이라 불리는 일종의 초고속 병렬처리 컴퓨터가 개발되면서 시작되었다. 이제 우리도 이 'Fuzzy Set'에 대해 관심을 기울일 때가 된 것 같다.

1965년 Lofti A. Zadeh의 Fuzzy Set Theory [Zadeh 1965] 도입 이후, 미국에서의 Fuzzy Set에 대한 연구는 지금까지 꾸준한 발전을 계속하고 있으며, 영국과 일본의 응용 지향적인 것과는 달리 비교적 이론위주와 개념의 확장을 보다 중요시 하고 있다. Fuzzy Set Theory는 Artificial Intelligence(인공지능)에서 Knowledge Representation(지식표현) 방법으로서의 Fuzzy Logic[Rescher 1968, Dubois & Prade 1979]과 Fuzzy Semantics[Zadeh 1971]를 그 근간으로 하고, Expert System의 한 가지 실현기구로서의 Fuzzy Production System(Fuzzy Rulebase System)으로 확장될 수 있으며, 그리고 Approximate Reasoning으로서의 Fuzzy Reasoning은 Dempster-Shafer의 Evidential Reasoning[Shafer 1976]과는 매우 밀접한 관련을 가지고 있다. 이는 수학적 이론에서 인간이 가지고 있는 불확실한 언어적 개념을 도입하여 확률론에서 해결할 수 없는 보다 복잡하고 불투명한 문제들을 푸는 데 그 목적을 두고 있다. 불확실성과 복잡함을 표현하는 데 Fuzzy Set이 가장 적절하며, 이는 양자역학에서 Heisenberg의 '불확실성의 원리'에서도 잘 나타나 있다.

Fuzzy Set은 Zadeh의 정의에서 이른바 "연속된 Membership등급으로 이루어진 한 종류의 실체"의 집합이며[Zadeh 1965], 그 기본 이론이 수학의 Binary Set Theory와 Lukasiewicz의 Multi-valued Logic을 통합 확장한 이론이다. 따라서, Fuzzy Set Theory는 수학의 Crisp Set Theory를 하나의 특별한 경우로 포함한다. 그러면, 왜 Fuzzy Logic과 Fuzzy Set Theory가 필요한가 그 이유를 살펴보면, 첫째로 인간의 사고와 논리가 본래 'imprecise'하므로 이를 표현하는 수단이며, 둘째로 Expert System에서의 불확실성의 관리에 적당한 이론이며, 세째로 확률론으로는 곤란한 문제들을 취급할 수 있고, 네째로 Knowledgebase를 가진 인공지능 System에 적합하고, 마지막으로 고속의 병렬 연산 능력을 가진

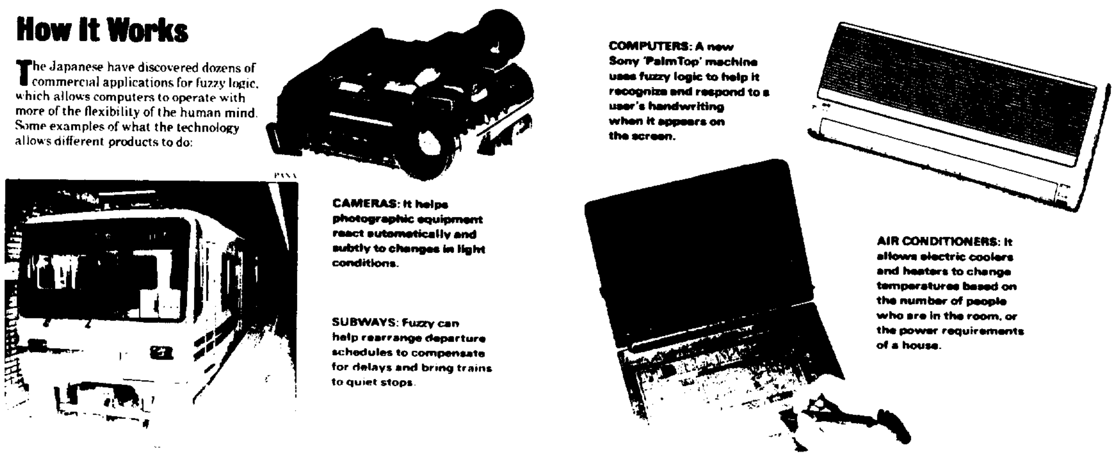

그림 1. Fuzzy SET의 산업에의 응용 예

정보처리 System에 사용될 수 있기 때문이다. Fuzzy Set의 필요성은 Goguen의 Representation Theorem[Goguen 1967]에 근본적으로 잘 설명되어 있다.

기본적으로 실수의 Set A를 0과 1로써 나타낼 수 있듯이, Fuzzy Set A는 이를 Membership 등급 0과 1 사이의 수로써 나타낸다. 예를 들면, 어떤 학급에서의 키 큰 학생의 Fuzzy Set A는 x를 신장이라 정의할 때 x=170cm에서 $\mu_A(x)=0.4$이라면, 이는 "x는 Set A의 Member로서 그 정도(등급)가 0.4임"을 말한다. 즉,

$$\mu_A(x)=\begin{cases}0 & (0<x<160)\\ 0.04*(x-160) & (160\le x<185)\\ 1 & (185\le x)\end{cases}$$

을 Fuzzy Set A의 Membership함수로 정의할 수 있다. 비록 Fuzzy Set Theory는 지난 수십년 동안 또 앞으로도 어느정도 논란의 대상이 되겠지만, 위와 같이 Fuzzy Set은 정성적이거나 불확실한 정보를 정량적인 수치로써 나타낼 수 있다는 데 그 강점이 있다.

본 논문은 미국에서의 Fuzzy Set Theory의 기본과 그 전반적인 경향을 소개하고, Fuzzy Set의 산업에의 응용에 대해 알아보는 것을 그 목표로 하였다. 이제 이 여러가지 Fuzzy Set들이 과연 어떠한 특성을 가지고 있으며, 어떻게 산업에 응용될 수 있는지 알아보기로 하자. Ⅱ장에서는 Fuzzy Set의 이론을 간략히 설명하였고, Ⅲ장에 그 응용분야를 열거하였으며, Ⅳ장에는 결론 및 Fuzzy Set이론과 응용의 추세에 대해 논의하였다.

2. 이 론

2.1 Theory of Fuzzy Sets

Fuzzy Set과 Membership함수 :

Fuzzy Variable x는 불확실한 정보를 갖는 변수이며, x의 모든 경우를 포함하는 전체집합 U를 Universe of Discourse 또는 Universal Set이라 한다. 즉, $x\in U$이고, Fuzzy Set A는 Membership 함수 $\mu_A: U\longrightarrow[0,1]$에 의해 결정되며, A는 순서쌍 $\{x, \mu_A(x)\}$으로 다음과 같이 정의된다. [Zadeh 1965]

$$A=\mu_1/x_1+\mu_2/x_2+\cdots=\Sigma_i\mu_i/x_i \quad \text{(Discrete Case)} \tag{1}$$

$$A=\int_U \mu_A(x)/x \quad \text{(Continuous Case)} \tag{2}$$

A의 Support는 $\mu_A(x)$가 0보다 큰 U에서의 Subset이고, Fuzzy Singleton은 Support가 U에서 하나의 점인 Fuzzy Set이다. 여기서, $\Sigma_i(+)$와 $\int_U$는 각각 Fuzzy Singleton μ_i/x_i와 $\mu_A(x)/x$의 합집합(Union) 기호이다. 또 A의 Crossover Point는 Membership이 0.5인 점이다. A의 Universe of Discourse는

$$U = x_1 + x_2 + \cdots = \sum_i x_i \quad \text{또는}$$
$$U = 1/x_1 + 1/x_2 + \cdots = \sum_i 1/x_i \qquad (3)$$

로 표시할 수 있다. 예를 들어, y가 온도계의 오차라 할 때, Fuzzy Set B='y is almost 0°C'는 다음과 같이 Membership함수로 나타낼 수 있다.

$$\mu_B(y) = 1/(1+10y^2)$$

여기서 특기할만한 것은 Membership함수의 성질인데, 보통의 경우 μ_i, $\mu_B(x)$는 다음의 Convexity와 Normality를 만족한다.

Convexity : $\forall x_1, x_2 \in U$; $\forall \lambda \in [0, 1] \longrightarrow \mu_A[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$

Normality : $x \in U \longrightarrow \exists x$ s.t. $\mathrm{Sup}_x\ \mu_A(x) = 1$

확률과 Fuzzy Set과의 관계는 Dubois와 Prade [Dubois & Prade 1986], Yager[Yager 1982]에 probability Mass m(•), α-Level set을 도입하여 설명하고 있다. Fuzzy Event A의 Fuzzy Random Variable $\mu_A(x)$에 대해 Cumulative Distribution Function P(A) [Zadeh 1968]는

$$P(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x)dp(x) \quad (dp(x) = f(x)dx,\ f(x)\text{는 pdf}) \qquad (4)$$

로, $\mu_A(x)$의 기대값은 $E\{\mu_A(x)\} = \langle \mu_A(x) \rangle = P(A)$이다 [Kandel 1986].

Linguistic Variables :

Linguistic Variables은 일련의 Fuzzy Set들로 표현되는 집합체이고 Quintuple

$$V = \{x,\ T(x),\ U,\ Syn,\ Sem\}$$

로 정의된다. T(x)는 Linguistic Term들의 집합, Syn은 x를 명칭하는 구문론적 규칙, Sem은 x에 의미를 부여하는 어의론적 규칙이다. 우리는 자동차의 속도를 말할 때 "50km/h 정도"를 "Medium", "80 km/h 이상"을 "Fast", 그리고 "20km/h 이하"를 "Slow"라고 정할 수 있다. 여기서 T(x)={Slow, Medium, Fast}로 표시하며, 이러한 용어들을 Fig. 2 에서와 같은 Fuzzy Membership함수들로 나타낼 수 있다. 물론, 세밀하게 T(x)={Very Slow, Slow, A Little Slow, Medium, A Little Fast, Fast, Very Fast}로 세분할 수 있다.

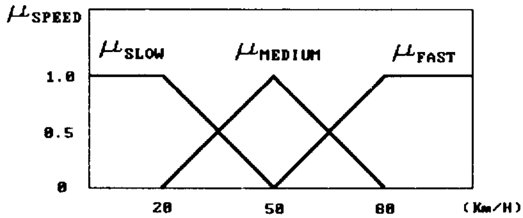

그림 2. Linguistic Variable 속도의 Fuzzy Membership 함수들{SLOW, MEDIUM, FAST}

Membership함수는 우선 세가지 요인에 의해 결정된다. 첫째, 인간적인 요소, 즉 임의적이고 발견적인 경험에 의해서, 둘째, 비교적 정확한 (모의)실험에 의거하여, 그리고 세째로 객관적, 주관적 확률에 의해 구할 수 있다. 하나의 Fuzzy Variable에 대하여 이런 과정을 통해 결정된 일련의 Membership 함수들이 하나의 Linguistic Variable을 형성한다.

α-Cuts :

한 element $x \in U$가 Fuzzy Set A에 어느 정도 속하는가를 살펴볼 때, 그 Membership 정도가 어떤 threshold $\alpha \in (0, 1)$보다는 커야 한다. 이때 threshold에 의해 결정되는 Crisp Set을 α-Cut 혹은 α-Level Set이라고 하며 [Yager 1982],

$$A_\alpha = \{x \in U,\ \mu_A(x) \geq \alpha\} \qquad (5)$$

으로 정의한다. Fuzzy Set A의 Membership 함수는 α-Cut A_α을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_A(x) = \sup_\alpha \min[\alpha,\ \mu'_A(x)],$$
$$\mu'_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{iff } x \in A_\alpha, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Level Fuzzy Set $\underline{A_\alpha} = \{(x,\ \mu_A(x)),\ x \in A_\alpha\}$는 실제의 응용을 위해 만들어졌으며, 계산시간과 컴퓨터 Memory사용량을 줄여준다.

Fuzzy Set A는 다음의 'Resolution Identity'를 통해 α-Cut들로 분해될 수 있다.

$$A = \sum_\alpha \alpha A_\alpha \qquad \text{(Discrete Case)} \qquad (6a)$$
$$A = \int_0^1 \alpha A_\alpha \qquad \text{(Continuous Case)} \qquad (6b)$$

예를 들면, Fuzzy Set F=0.1/1+0.3/2+0.7/3+1.0/4+0.5/5는 Resolution Identity를 써서,

$$F = 0.1(1/1+1/2+1/3+1/4+1/5) + 0.3(1/2+1/3+1/4+1/5) + 0.5(1/3+1/4+1/5) +$$

$$0.7(1/3+1/4)+$$
$$1(1/4)$$

으로 나타낼 수 있고, α-Cut은 $A_{0.1}=1+2+3+4+5$, $A_{0.3}=2+3+4+5$, $A_{0.5}=3+4+5$, $A_{0.7}=3+4$, $A_{1.0}=4$이다. 일반적으로 Fuzzy Set은 Consonant 한 성질을 가지므로 한 Fuzzy Set의 모든 α-Cut들은 일련의 Nested Set이다. 즉, 위의 예에서 $A_{0.1}\supseteq A_{0.3}\supseteq A_{0.5}\supseteq A_{0.7}\supseteq A_{1.0}$을 만족한다.

Lattice-Fuzzy Sets(L-Fuzzy Sets) :

일반화된 구조의 Fuzzy Set으로 L-Fuzzy Set이 있는데 Membership함수의 치역은 $L=[0, 1]^n$의 Cartesian Product 형태이고 Universe of Discourse U도 역시 n차원상의 집합이다.

$$\mu_A : U \longrightarrow L$$

Type 1 Fuzzy Set은 보통의 Fuzzy Set이고, Type k Fuzzy Set은 그 Membership 등급이 Type(k-1) Fuzzy Set인 [0, 1]에서 정의된 순환적 L-Fuzzy Set이다[Mizumoto & Tanaka 1976]. Type 2 Fuzzy Set은 $\mu_A : U \longrightarrow [0, 1]^{[0,1]}$의 함수관계를 갖는다.

Possibility Theory :

Possibility Theory는 Zadeh[Zadeh 1978]에 의해 처음 도입되었다. 이는 Possibility가정에 입각한 이론으로 "U의 Fuzzy Subset F가 그 Membership 함수 μ_F에 의해 결정되면 명제 P='X is F'는 F와 등가인 Possibility Distribution Π_X를 유도한다"는 것이며, 다음과 같이 표시한다 :

X is F$\longrightarrow \Pi_X$: =F. (' : ='는 Possibility 부과 기호)

이는 명제 P='X is F'가 X에 의해 가정된 값을 F에 의해 밝혀진 Π_X로써 한정하는 효과를 갖는다. 예를 들어, 명제 '홍 길동이 젊다'는 μ_F(F=젊다, X=홍길동)이 주어진 가운데 Possibility 부과식 '$\Pi_{AGE(X)}$: =젊다'로 나타낼 수 있다. Π_X는 Possibility Distribution Function π_X로 구현된다. 다시 말해서,

$$\pi_X=\mu_F \tag{7}$$

의 관계식을 만족한다.

Fuzzy명제를 위한 법칙은 다음과 같다 :

(1) Modifier Rule : 'X is F$\longrightarrow \Pi_X$: =F'이면 'X is mF$\longrightarrow \Pi_X$: =F^+'로의 변화가 가능하다. 여기서 m은 Linguistic Modifier이고, F^+는 m에 의한 F의 수정이다.

(2) Quantification Rule : Q가 Linguistic Quantifier이고 'Y is F$\longrightarrow \Pi_Y$: =F'이면 명제 'QY are F'는 '$\Pi_{Count(Y)}$: =F'로 나타낼 수 있다. 'Sigma Count'로 정의된 Count(Y)는 Count(Y)$=\sum_{(i=1..n)}\mu_i$로 정의되며, $\sum_{(i=1..n)}$는 총합(sum)을 나타낸다.

(3) Conjunction Rule : 'X is A$\longrightarrow \Pi_X$: =A'와 'Y is B$\longrightarrow \Pi_Y$: =B'가 있을 때, '(X is A) and (Y is B)$\longrightarrow \Pi_{(X, Y)}$: =A×B'이고, 그 Membership함수는 $\mu_{A\times B}(x, y)=\min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$로 나타내고 ; Disjunctive Rule : '(X is A) or (Y is B)$\longrightarrow \Pi_{(X,Y)}$: =$A^*\cup B^*$'($A^*=A\times U_2$, $B^*=B\times U_1$)이면 $\mu_{A*\times B*}(x, y)=\max[\mu_A(x), \mu_B(y)]$로 나타낸다.

(4) Implication Rule : Fuzzy Implication 'If X is A, then Y is B'의 Possibility부과식은 $\Pi_{(Y X)}$: =$A^*\odot B^*$로 표기한다. Implication연산 $\odot$에는 여러가지 방법이 있다. 이외에도 Truth Qualification Rule 등이 있다.

Extension Principle :

Fuzzy Set은 일단 그 구조가 확정되면 임의의 Nonfuzzy함수의 Domain에 대해서도 Fuzzy Set의 Domain으로 일반화시킬 수 있다. 즉, Fuzzy Subset A⊂U가 (1)식 처럼 정의될 때, U에서 V로의 Mapping f는 Extension Principle[Zadeh 1975]에 의해

$$f(A)=f(\mu_1/x_1+\cdots+\mu_n/x_n)=\mu_1/f(x_1)+\cdots+\mu_n/f(x_n) \tag{8}$$

로 일반화시킬 수 있다. 따라서 f에 의한 A의 Image는 f에 의한 $x_i(i=1..n)$의 Image로부터 구할 수 있다. (6a)와 (6b) 식 역시 Extension Principle에 의해

$$f(A)=\textstyle\sum_a \alpha f(A_a) \quad \text{(Discrete Case)} \tag{9a}$$
$$f(A)=\int_0^1 \alpha f(A_a) \quad \text{(Continuous Case)} \tag{9b}$$

가 된다. Extended Principle에 의해 만들어진 Fuzzy Set을 Extended Fuzzy Set이라고 한다.

Uncertainty :

Fuzzy Set Theory는 앞에서 언급한 바와 같이 Membership 함수를 사용하여 우리가 모르는 변수를 표시할 수 있으므로 Uncertainty(불확실성)를 다루기에 적절하다. 정보이론의 관점에서 Uncertainty를

살펴보면, 크게 Vagueness와 Ambiguity 두가지로 나뉜다. Vagueness는 확률에서의 표준편차가 큰 것과 일치하며 Fuzziness, Haziness, Cloudness, Unclearness, Indistinctiveness, Sharplessness 등의 성질을 갖고 있으며, Ambiguity는 평균의 불확실성으로 Nonspecificity, One-to-many relation, Variety, Generality, Diversity, Divergence 등으로 표현될 수 있다. 우리는 다음의 Performance Measure들로 Fuzzy Set의 Uncertainty의 정도를 평가하는 것이 필요하다.

1. Measure of Vagueness Uncertainty : Fuzziness Measure
2. Measure of Ambiguity Uncertainty : Nonspecificity Measure, Dissonance Measure, Confusion Measure in Evidence

Fuzziness Measure f(A)는 Hamming Distance $f(A)=\sum_{x\in X}|\mu_A(x)-\mu_C(x)|$로 정의할 수 있으며 ($\mu_C(x)$는 $\mu_A(x)$의 Nonfuzzy Membership 함수), Nonspecificity Measure인 U-uncertainty는 A_α가 α-Cut일 때, $U(\mu_A)=\int \log_2|A_\alpha|\,d\alpha$로 정의된다 [Klir & Folger 1988]. Nonfuzzy Membership 함수는 $\mu_C(x)-1/2>0$이면 $\mu_C(x)=1$; $\mu_C(x)-1/2<0$면 $\mu_C(x)=0$이다.

2.2 Fuzzy Set-Theoretic Operators

이제 Fuzzy Set의 집합론적 연산자들에 관해 알아보기로 하자[Kandel 1986]. 이 경우 Fuzzy Set들의 Universe of Discourse U는 동질이어야 한다. 두 개의 Fuzzy Set A와 B를 생각하였을 때,

1. Fuzzy Equality :

$$A=B \text{ iff } \int_U \mu_A(x)/x=\int_U \mu_B(x)/x$$
$$\text{또는 } \mu_A(x)=\mu_B(x) \quad \forall x\in U \tag{10}$$

2. Fuzzy Inclusion :

$$A\subseteq B \text{ iff } \int_U \mu_A(x)/x\le\int_U \mu_B(x)/x \tag{11}$$

3. Fuzzy Union :

$$A\cup B\equiv\int_U(\mu_A(x)\vee\mu_B(x))/x \quad \vee\equiv\max \tag{12}$$

4. Fuzzy Intersection :

$$A\cap B\equiv\int_U(\mu_A(x)\wedge\mu_B(x))/x \quad \wedge\equiv\min \tag{13}$$

5. Fuzzy Complement :

$$A^C\equiv\int_U(1-\mu_A(x))/x$$
$$\text{또는 } \mu_{AC}(x)=1-\mu_A(x) \quad \forall x\in U \tag{14}$$

6. Fuzzy Product :

$$AB\equiv\int_U\mu_A(x)\mu_B(x)/x$$
$$A^a\equiv\int_U(\mu_A(x))^a/x \quad a>0$$
$$CON(A)\equiv A^2 \text{ (Concentration)}$$
$$DIL(A)\equiv A^{0.5} \text{ (Dilation)}$$

위에서 Fuzzy Complement의 다른 정의로 Yager의 방식과 Sugeno의 방식이 있다[Klir & Folger 1988]. 이 외에도 Bounded Sum, Bounded Difference, Left-Square, Convex Combination 등의 연산방법이 있다. 여기서 Fuzzy Product는 Membership 함수의 변화, 즉 Linguistic Hedge나 Fuzzy Quantifier(매우, 꽤, 거의, 다소, 별로)를 표현할 때 유용하다. 다음의 관계는 m차원 Hyperspace로 표시된 Fuzzy Cartesian Product의 정의이다.

7. Fuzzy Cartesian Product :

$U_1, U_2, \cdots, U_m$의 Fuzzy Set들이 $A_1, A_2, \cdots, A_m$이고,

Universe of Discourse가 $U=U_1\times U_2\times\cdots\times U_m$일 때, 그 Fuzzy Set은

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_m\equiv\int_U(\mu_{A1}(x_1)\wedge\cdots\wedge\mu_{Am}(x_m))/(x_1,\cdots,x_m) \text{ 또는}$$
$$\mu_{A1}(x_1,\cdots,x_m)\equiv\mu_{A1}(x_1)\wedge\cdots\wedge\mu A_m(X_m).$$

8. Fuzzy 분배법칙 :

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \tag{15a}$$
$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \tag{15b}$$

9. Fuzzy Idempotent :

$$A\cap A=A, \quad A\cup A=A \tag{16}$$

10. Fuzzy Excluded-middle Laws :

$$A\cap A^C=0, \quad A\cup A^C=1 \tag{17}$$

Fuzzy Set 연산자의 중요한 특성은 다음과 같다 : 우리가 Fuzzy Set들을 결합하기 위해 (12) Union과 (13) Intersection을 취하면, (17) Excluded-middle Laws를 포기하거나 (15) Fuzzy 분배법칙과 (16) Idempotent의 성질을 버려야 한다.

2.3 Fuzzy Number and Fuzzy Arithmetic

Fuzzy Number는 Zadeh의 n-number, s-number, z-number와 이들의 조합으로 된 s/z-number, z/s-number 등이 있으며, 이외에도 여러가지 Possibility Distribution으로 구성된 실수 상의 Fuzzy Subset이다[Zadeh 1980, Dubois & Prade 1979]. Fuzzy Number의 특별한 경우가 실수 구간이며, Fuzzy Arithmetic은 Fuzzy Number를 기본으로 한 실수 구간 Arithmetic의 일반화라고 할 수 있다. 다음은 Kaufmann과 Gupta의 Fuzzy Arithmetic의 일부이다[Kaufmann & Gupta 1985].

1. Fuzzy Addition :

$$A(+)B=\int_U \mu_{A+B}(z)/z=\int_U \vee_{z=x+y}\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}/(x+y)$$

2. Fuzzy Subtraction :

$$A(-)B=\int_U \mu_{A-B}(z)/z=\int_U \vee_{z=x-y}\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}/(x-y)$$

3. Fuzzy Multiplication :

$$A(*)B=\int_U \mu_{A*B}(z)/z=\int_U \vee_{z=x*y}\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}/(x*y)$$

4. Fuzzy Division :

$$A(\div)B=\int_U \mu_{A+B}(z)/z=\int_U \vee_{z=x+y}\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}/(x\div y),\ \forall y\neq 0$$

5. Fuzzy Minimum :

$$A(\wedge)B=\int_U \mu_{\min[A,\ B]}(z)/z=\int_U \vee_z\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}/(x\wedge y)$$

6. Fuzzy Maximum :

$$A(\vee)B=\int_U \mu_{\max[A,\ B]}(z)/z=\int_U \vee_z\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}/(x\vee y)$$

Fuzzy Arithmetic은 상당한 정밀도를 요구하는 경우에는 사용을 피하는 것이 보통이며 이는 Fuzzy Number가 Possibility Distribution을 따르기 때문인데, 즉 다시 말해서, Possibility Distribution은 Upper Probability(상한 확률, Plausibility) [Dempster 1967, Shafer 1976]의 특별한 분포에 의해 한 사건의 모든 가능성을 포함하기 때문이다.

2.4 Fuzzy Inferences and Fuzzy Relations

이 절에서는 Zadeh가 정의한 fuzzy Inference Technique[Zadeh 1974]과 Fuzzy Relation[Zadeh 1973]을 알아보기로 한다.

첫째로 Projection Rule은 Fuzzy 명제 P에 대해 Universe of Discourse의 Subspace에 대한 명제 Q가 유도될 수 있다는 것을 보인다. 즉, $P \longrightarrow \Pi_{(x_1, \ldots, x_n)} := F$이고, $X_{(s)}$가 X에 속한 Fuzzy Variable일 때 $\Pi_{X(s)}$는 $X_{(s)}$의 Marginal Possibility Distribution 이고 $X_{(s)}$에 의한 F의 Projection은

$$\Pi_{X(s)} := \mathrm{Proj}_{X(s)}F,\ 또는$$

$$\pi_{X(s)}(x_{i1}, \cdots, x_{ik}) = \sup_{x_{j1}, \cdots, x_{jm}} \mu_F(x_1, \cdots, x_n)이다.$$

여기서 $\{x_{j1}, \cdots, x_{jm}\}$은 $\{x_{i1}, \cdots, x_{ik}\}$의 전체 Universe of Discourse U에 대한 Complement이다. Projection Rule에 의해 이 명제 P로부터 Q가 유도될 수 있다. 즉, $Q \longleftarrow \Pi_{X(s)} := \mathrm{Proj}_{X(s)}F$.

둘째로 Conjunction Rule이 Fuzzy Inference에 매우 중요하며, 이는 Fuzzy Syllogism이라고도 한다. Fuzzy 명제 P, Q가 있을 때, $A^*=A\times U_2$, $B^*=B\times U_1$라면, Conjunctive Rule에 의한 R은 다음과 같이 유도된다 :

$$\begin{array}{l} P \longrightarrow \Pi_{(X,\ Y)} := A \\ Q \longrightarrow \Pi_{(Y,\ Z)} := B \\ \hline R \longleftarrow \Pi_{(X,\ Y,\ Z)} := A^* \cap B^* \end{array} \qquad (18)$$

마지막으로 Compositional Rule of Inference는 위의 두 가지 Rule of Inference를 결합한 형태이고, Artificial Intelligence에서 말하는 Modus Ponens의 일반화된 형태이다. 즉, Fuzzy 명제 P, Q가 있을 때, Syllogism에 의한 R은

$$\begin{array}{l} P \longrightarrow \Pi_{(X,\ Y)} := A \\ Q \longrightarrow \Pi_{(Y,\ Z)} := B \\ \hline R \longleftarrow \Pi_{(X,\ Z)} := A \circ B \end{array} \qquad (19)$$

이며 Membership함수는 $\mu_{A \circ B}(x,\ z) = \mathrm{Sup}_y\{\mu_A(x,\ y) \wedge \mu_B(y,\ z)\}$로 정의된다. 특히, P='X is A'이고 Q='If X is B, then Y is C'라면,

$$\begin{array}{l} P \longrightarrow \Pi_X := A \\ Q \longrightarrow \Pi_{(Y\ X)} := B^{*\prime} \odot C^* \\ \hline R \longleftarrow \Pi_{(Y)} := A \circ (B^{*\prime} \odot C^*) \end{array} \qquad (20)$$

로 R을 유도할 수 있으며, Fuzzy Implication 연산 ⊙는 여러가지 방법이 있으나, 그중 Zadeh의

$\mu_{B*'\circ C*}(x, y)=1\wedge(1-\mu_A(x)+\mu_B(y))$이나, Mamdani의 방법인 $\mu_{B*'\circ C*}(x, y)=\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\}$가 있다.

집합 X에서 Y로의 Fuzzy Relation R은 Cartesian Product X×Y의 Fuzzy Subset이며 Membership 함수 $\mu_R(x, y)$로 다음과 같이 나타낼 수 있다. [Zadeh 1973]

$$R=\int_{X\times Y}\mu_R(x, y)/(x, y) \tag{21}$$

위의 R은 일반적으로 n차 Fuzzy Relation으로 확장이 가능하며, Binary Fuzzy Relation일 경우 Fuzzy Relation Matrix로 표시할 수 있다 : X, Y의 element갯수가 각각 m, p일 때,

$$\{\mu_R(i, j)\}=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & r_{pm} \end{bmatrix} \quad i=1..m,\ j=1..p \tag{22}$$

이고, r_{ij}는 (20)의 Fuzzy Implication, $r_{xy}=\mu_{A*'B*}(x, y)$으로 구할 수 있다. (19)의 Compositional Rule of Inference는 max-min operation '○'을 사용하여

$$R\circ A=B \text{ 또는 } \mu_B(j)=\vee_x\{\mu_R(i, j)\wedge\mu_A(i)\} \tag{23}$$
$$\mu_R(i, j)=r_{ij}$$

로 표시할 수 있다. 이 Compositional rule of Inference는 Fuzzy Input X가 R에 입력되었을 때, Fuzzy Relation R에 의해 Fuzzy Output Y를 구하는데 있으며, 이는 다시 말해서 Fuzzy Rule들 중에서 가장 큰 영향을 미치는 것들을 구하는 것과 동등하다.

예로써, 어떤 규칙에 의해 'A'회사의 주식을 평가한다고 하자. 'A'회사의 '주가'가 다음의 Fuzzy Rulebase로 결정할 수 있다고 가정한다 :

Rule No. 1 : if (매출액=Large) & (부채=Small) & (순이익=Positive Large)
 then (주가상승요인=Positive Large).
Rule No. 2 : if (매출액=Large) & (부채=Medium) & (순이익=Positive Small)
 then (주가상승요인=Positive Small).
Rule No. 3 : if (매출액=Large) & (부채=Large) & (순이익=Very Small)
 then (주가상승요인=Very Small).
 …………………
Rule No. s : if (매출액=Small) & (부채=Large) & (순이익=Negative Large)
 then (주가상승요인=Negative Large). (24)

각 Rule의 명제는 (매출액=Small)나 (순이익=Positive Large)의 전제명제(Premise, Condition)와 (주가상승요인=Positive Large)의 결론명제(Conclusion, Action)로 되어 있으며, 이 작은 명제들은 Membership함수로 표현된다. Rule No. 1에서 전제명제의 Membership 함수가 $\mu_A=0.1/1+0.3/2+0.6/3+0.9/4+1/0.5$이고 결론 명제의 Membership 함수가 $\mu_B=0.0/1+0.4/2+0.8/3+1.0/4$이면 Rule No. 1에 대한 fuzzy Relation Matrix는 Mamdani의 Fuzzy Implication을 사용하여 구할 수 있다.

$$\mu_{R1}=\begin{bmatrix} 0.0\wedge0.1 & 0.0\wedge0.3 & 0.0\wedge0.6 & 0.0\wedge0.9 & 0.0\wedge1.0 \\ 0.4\wedge0.1 & 0.4\wedge0.3 & 0.4\wedge0.6 & 0.4\wedge0.9 & 0.4\wedge1.0 \\ 0.8\wedge0.1 & 0.8\wedge0.3 & 0.8\wedge0.6 & 0.8\wedge0.9 & 0.8\wedge1.0 \\ 1.0\wedge0.1 & 1.0\wedge0.3 & 1.0\wedge0.6 & 1.0\wedge0.9 & 1.0\wedge1.0 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.4 & 0.4 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.8 & 0.8 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1.0 \end{bmatrix} \tag{25}$$

여기서 Fuzzy입력 $\mu_{A'}=0.0/1+0.2/2+0.7/3+1.0/4+0.5/5$에 대한 Inferencing결과는 (23)을 사용하여 $\mu_{B'}=0.0/1+0.4/2+0.8/3+0.9/4$이 된다. 이는 μ_B와 아주 흡사하다. 물론 이는 극히 단순한 예이며 실제의 경우는 매우 많고 복잡한 Rule들로 구성될 것이 자명하다. 하지만 Fuzzy Rulebase는 정성적인—논리적이고, Intelligent한—사고를 정량적인 수치로 처리할 수 있다는 데 그 매력이 있다. 이 Fuzzy Relation Matrix는 Kosko의 Fuzzy Associative Memory [Kosko 1987]의 기본이 된다.

3. 응 용

앞서 언급한 바와 같이 Fuzzy Set Theory의 응용은 이루말할 수 없이 많다. Fuzzy Logic Control, Fuzzy Identification, Pattern Classification via Fuzzy Associative Memory & Fuzzy Decision

Hypercube, Fuzzy Expert System, Fuzzy Logic Chip 등이 있다. 물론, 이 외에도 Biology, Medical, Economics, Environmental, Psychology, Science 등의 적용이 보고되어 있다[Maiers & Sherif 1985]. 이제 그 적용의 몇가지 예와 중요성에 대해 알아보기로 하자.

3.1 Fuzzy Logic Control(FLC)

Fuzzy Logic Control System은 기본적으로 종래의 제어 이론에 Fuzzy Set Theory를 사용한 Linguistic Control Rulebase를 도입하여 제어기를 설계하고, Fig. 3에서와 같이 Closed-Loop System이 Performance 기준을 만족하도록 구성된 제어 System이다. Fuzzy Logic Control은 미국의 Chang과 Zadeh의 Paper[Chang et al. 1972]를 최초로 영국의 Mamdani에 의해 Fuzzy Control이 실제로 시멘트공정 [Mamdani 1975]에 적용되었고, Tong에 의해 Fuzzy Control Theory[Tong 1977], Fuzzy Feedback System[Tong 1980]으로 발전되었고, Rutherford의 PI Controller와의 비교[Rutherford 1976], King과 Mamdani의 화학반응기 제어[King 1977]에 사용되었다. 또한 Fuzzy Logic Control은 덴마크의 Kickert에 의해 온수 Plant Control [Kickert 1976], Ostergaard의 열교환기 [Ostergaard 1977]에 쓰였다. Ray는 비선형적 증기발생장치 제어 [Ray et al. 1985]에, Scharf는 로보트 제어기[Scharf et al. 1985]에 Fuzzy Controller를 사용하였다. 일본의 Sugeno는 자동차의 Parking Control [Sugeno et al. 1984]에 이를 적용하였다. 그리고, 일본에서는 Fuzzy Control[Sugeno et al. 1984]에 이를 적용하였다. 그리고, 일본에서는 Fuzzy Control Technique을 이용한 냉장고, 세탁기, 카메라, 자동차, 등등, Fuzzy Logic Control이 가전산업에도 널리 쓰이고 있다. 그러나, Fuzzy Control Theory는 Uncertainty 또는 Complexity를 가정한 이론이므로 이를 모든 경우에 다 적용할 수는 없고, 어느정도의 오차를 허용하는 System의 제어에 쓸 수 있다.

DIRECT FUZZY CONTROL

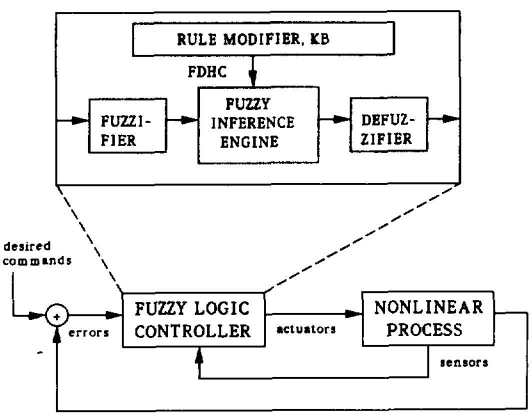

그림 3. Fuzzy Logic Feedback Control System의 구조(직접제어방식)

미국에서의 학계의 Fuzzy Control Researcher는 Univ. of Berkeley, Calif.의 Zadeh와 Tong, MIT의 Bernard, RPI의 Saridis와 Valavanis, Univ. of Notre Dame의 Stephanou와 Antsakalis, Georgia Tech의 Vachtsevanos를 들 수 있다. 그리고, Fuzzy Set 연구단체로는 NASA, ONR, NIST, ORNL 등과 산업계에서 Rockwell International, Ford, Honeywell 등을 꼽을 수 있다.

기본적으로 Fuzzy Logic Controller는

(i) Fuzzifier,
(ii) Knowledgebase(Fuzzy Rulebase),
(iii) Decision Making Logic(Fuzzy Inferencing Engine), 그리고
(iv) Defuzzifier

로 구성되어 있다. Fuzzy Rule들은 'If(…) Then (…)' 형식의 명제로 나타나 있다. Fuzzy Inferencing Engine은 보통 Max-Min Operator를 사용하며, Defuzzifickation으로는 'Maximum Finder', 'Mean of Maxima', 'Center of Gravity'의 방식들이 있다.

다음의 비선형 제어 System을 고려해 보자 :

$$x(t)=f(x(t),\ u(t),\ t) \tag{26a}$$

$$y(t)=h(x(t),\ u(t),\ t) \tag{26b}$$

여기서 u, y는 각각 제어 입력, 출력이고 x는 State이다. Fig. 3에서 Fuzzy Controller는

$$u(t)=g(x(t)) \tag{27}$$

이며, 제어 목적은 Stable한 Closed-Loop Feedback System을 얻는 것이다. 즉,

$$x(t)=f(x(t),\ g(x(t)),\ t)=f'(x(t),\ t) \tag{28a}$$

$$y(t)=h(x(t),\ g(x(t)),\ t)=h'(x(t),\ t) \tag{28b}$$

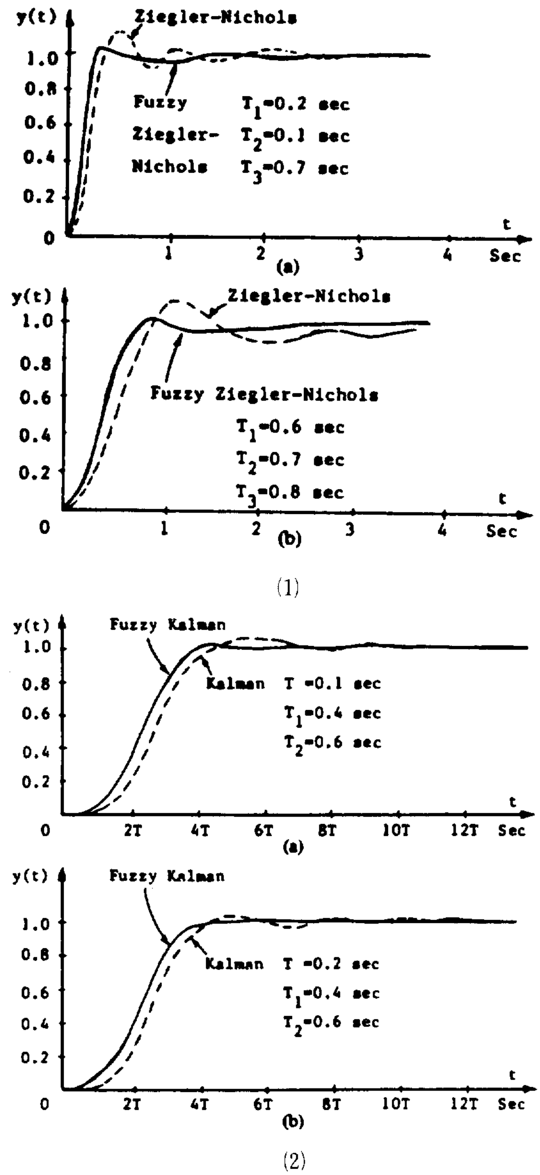

그림 4. (1) Ziegler-Nichols PID 와 Fuzzy CONTROL의 STEP RESPONSE 비교
(2) Kalman Based PID 와 Fuzzy KALMAN CONTROL 의 STEP RESPONSE 비교

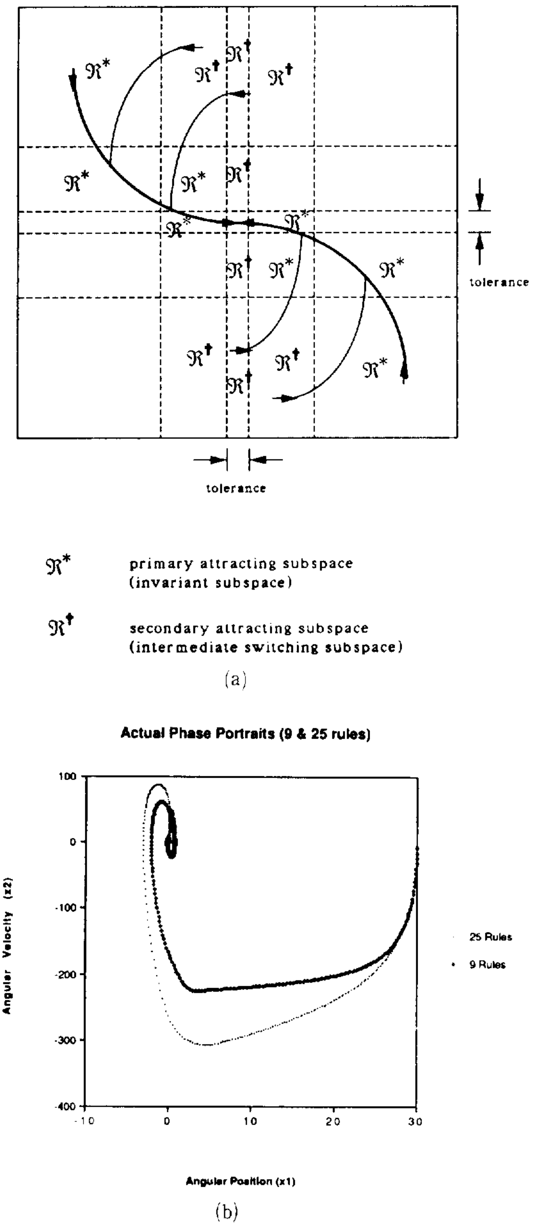

그림 5. (a) Phase-Portrait Assignment Algorithm의 한 예와
(b) Single-Link Robot Arm의 Fuzzy CONTROL에 의한 STATE TRAJECTORY

이 점근적으로 수렴하는 g(x(t))를 구하는 것이 그 목적이다. 다시 말해서, Energy Lyapunov 함수 $V(x)=x^TPx+u^TRu$에 대해 $dV/dt<c(0<c<c_0)$인 Linguistic Control Rulebase g(x(t))를 구하는 것이 다. Fuzzy Control Rulebase g(x(t))는

Rule 1 : if 'x(t) is Positive Large' then 'u(t) is Negative Large'.

Rule 2 : if 'x(t) is Positive Small' then 'u(t) is

Negative Small',

" " " "

Rule s : if 'x(t) is Negative Large' then 'u(t) is Positive Large'.

로 표현할 수 있다. 이 Rulebase는 간단한 Linear System에 대해서는 MacVicar-Whelan의 Fuzzy Control Matrix[MacVicar-Whelan 1976]로 나타난다.

Fuzzy Control의 Stability는 Robustness와 함께 매우 중요하며, Kickert의 Multi-level Relay로의 단순화에 의한 분석[Kickert et al. 1978], Tong의 Fuzzy Feedback System의 점근적 특성의 연구[Tong 1980], Mamdani의 Performace Table에 의한 Self-organizing Fuzzy Controller[Mamdani et al. 1983]이 있고, Ray의 Nyquist 방법에 의한 L_2-Stability[Ray et al. 1984], Kiszka의 에너지 Stability를 이용한 분석 [Kiszka et al. 1985] 등이 있다. Braae와 Rutherford는 발견적인 Fuzzy 제어 Algorithm과 그 설계 Parameter 선택에 관해 언급하였다[Braae et al. 1979]. 최근에는 Togai의 Fuzzy 제어기 설계의 단계적 방법[Togai 1983]과, Hsu의 Cell-to-Cell Mapping Theory [Hsu80]를 이용한 Fuzzy System의 분석[Chen 1989]이 있고, Phase-Portrait Assignment Algorithm을 통한 Lyapunov Stability 분석방법[Kang et al. 1989, 1990]에 잘 나타나 있다. Fig. 4에는 Tzafestas의 기존 제어기와 Fuzzy 제어기와의 출력 비교를 보이고 있으며 [Tzafestas et al. 1990], Fig. 5에는 Phase-Portrait를 사용한 Fuzzy 제어기의 State Space 궤적을 보이고 있다[Kang et al. 1990].

Fuzzy Control에도 역시 직접 제어 방식과 간접 제어 방식이 있으며, 간접 제어 방식은 Identification 혹은 Estimation과정을 더 거치게 되어 있다. 다음으로 Fuzzy Identification에 대해 알아보자.

3.2 Fuzzy Identification

Identification은 미지의 System에 대해 정확히 묘사하는 작업이며, Control과는 밀접한 관련이 있다. Fuzzy Identification 역시 불확실한 System의

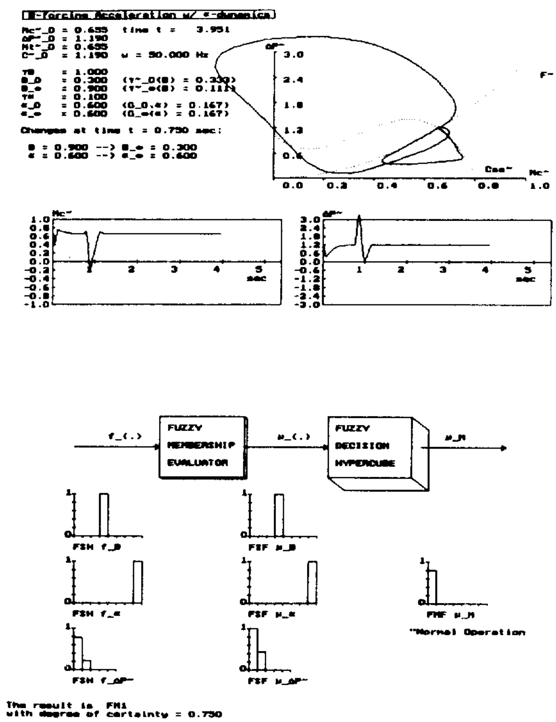

그림 6(a). NORMAL MODE OPERATION

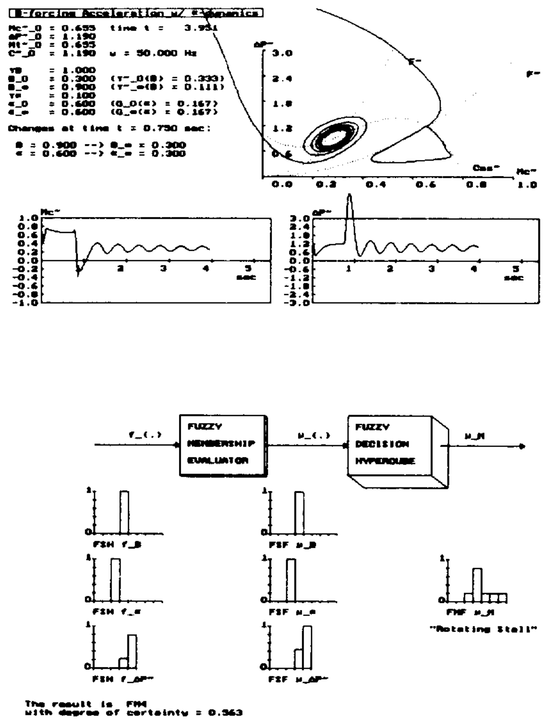

그림 6(b). ROTATING STALL INSTABILITY

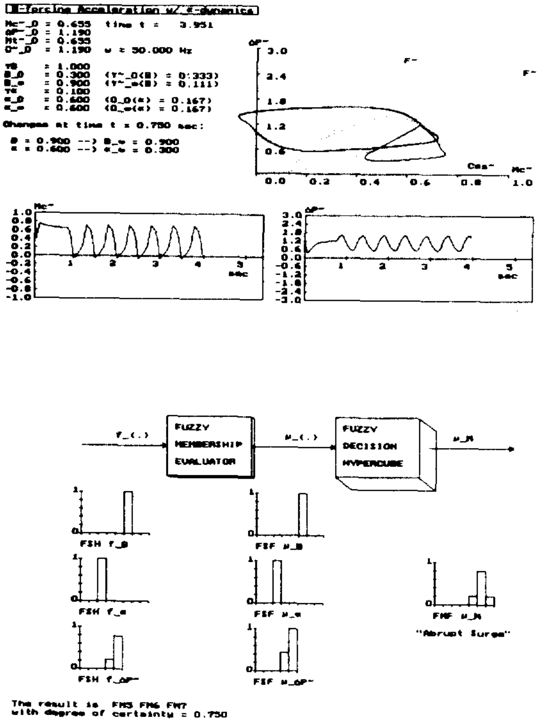

그림 6(c). ABRUPT SURGE

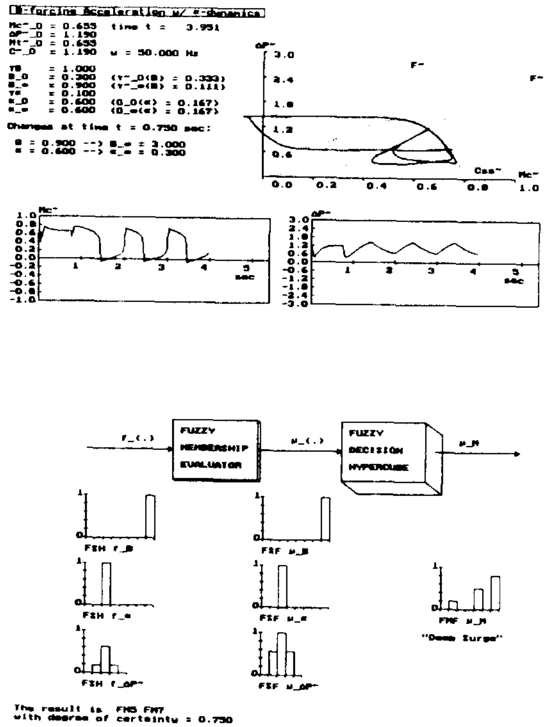

그림 6(d). DEEP SURGE

그림 6. AXIAL FLOW COMPRESSOR의 FDI 결과

Identification에 적합하다. 이는 Czogala의 Fuzzy System Identification[Czogala et al. 1981]과 Fuzzy Reasoning을 이용하여 구조적 Identification, Parameter Identification 등이 있고 [Takagi et al. 1985], 간단한 수개의 Membership 함수를 가지고 미지의 Parameter를 추정하는 것이 그 목적이다. Higashi는 Identification Uncertainty의 Measure를 정의하여 Fuzzy Relation식의 Identification에 적용하였다[Higashi et al. 1984].

Fuzzy Relation은 Fault Detection & Identification(FDI)에 사용되며, 이 경우 Fuzzy Relation Matrix 또는 Fuzzy Decision Hypercube(FDHC)에 미리 Failure Events와 Failure Hypotheses를 저장했다가 Fault가 발생하였을 때, 이를 분리 확인하는 것이고, 이때 Failure Event와 Hypothesis는 Nonfuzzy이더라도 무관하다. Fuzzy Logic을 이용한 Failure Diagnosis이 [Terano & Sugeno 1977]와 [Tsukamoto 1979]에 보고되어 있으며, 최근에 Kang의 FDHC로 비선형 System의 Limit Cycle과 Bifurcation을 탐지, 확인하는 FDI System의 결과를 Fig. 6에 보이고 있다[Vachts evanos et al. 1990, Kang et al. 1990]. 이는 기존의 Multiple Hypotheses, Failure Sensitive Filter, Adaptive Parameter Estimation, Kalman Filter Based Detection-Estimation 등의 Bayesian적인 방법에서 다룰 수 없는 비선형 System의 FDI에 적용했다는데 그 의의가 있다.

3.3 FAM, FDHC를 이용한 Object Recognition과 Decision Making Systems

FAM는 Kosko에 의해 처음 도입되었다[Kosko 1987]. 그러나 FAM은 결국 Fuzzy Relation Matrix에 불과하며, 이것이 Pattern인식에 사용되면 Neural Net의 한 분야로 볼 수 있다. 단지 차이점은 Neural Net의 (+), (*) 연산과 Threshold Element가 FAM의 (Max), (Min) 연산과 Normality 조건으로 바뀐다는 것이다. FAM의 학습은 다음과

같이 이루어진다 :

$$M_{l+1}=M_l\oplus\{y_l\otimes x_l^T\},\ M_o=0 \qquad (29)$$

여기서 x_l와 y_l는 각각 학습용 입력과 출력의 Fuzzy Set벡터쌍이고 ⊕, ⊗는 각각 Maximum, Minimum 연산자이다. FAM M의 용량(Capacity)은 Pattern $\{x_l, y_l\}$를 M에 저장할 수 있는 최대 갯수이므로 매우 중요한 요인이며, 이는 Membership 함수의 모양에 따라 결정된다. 우리는 임의의 x에 대해

$$y=M\circ x \qquad (30a)$$

$$y[i]=\oplus_j\ \{M_{ij}\otimes x[j]\} \qquad (30b)$$

로 Recall과정을 나타낼 수 있다. x와 y는 Fuzzy Set이고, x[i]는 벡터 x의 i번째 element이고, 'o'는 Max-Min 연산이며, M_{ij}는 FAM의 (i, j) element이다. Fig. 7에 FAM의 컴퓨터 구조를 보였다. 이제 FAM이 x_k에 대해 y_k를 Recall하는 과정을 살펴보자 :

$$M=\oplus_{(l=1..n)}\ \{y_l\otimes x_l^T\}=\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_p \end{bmatrix}\in[0,\ 1]^p\times[0,\ 1]^m \qquad (31)$$

이라면, $m_j=[\oplus_{(l=1..n)}\{y_l[j]\otimes x_l^T[1]\},\ \cdots,\ \oplus_{(l=1..n)}\{y_l[j]\otimes x_l^T[m]\}]$이다. 따라서, Recall되는 Pattern $y=M\circ x_k$ Vector의 j번째 element는

$$m_j\circ x_k=\mathrm{Sup}[\oplus_l\{(y_l[j]\otimes x_l[1])\otimes x_k[1]\},\ \cdots,\ \oplus_l\{(y_l[j]\otimes x_l[m])\otimes x_k[m]\}]$$

$$=\oplus_q[\oplus_l\{y_l[j]\otimes x_l[q]\otimes x_k[q]\}]$$

$$=\oplus_l[\oplus_q\{y_l[j]\otimes x_l[q]\otimes x_k[q]\}] \quad \text{(Commutativity)}$$

$$=\oplus_l[y_l[j]\otimes\oplus_q\{x_l[q]\otimes x_k[q]\}]$$

$$=\oplus_l[y_l[j]\otimes\{x_l\circ x_k\}] \qquad (32)$$

여기서, $x_l\circ x_k=\delta_{lk}$면 (이는 Kania의 Good Mapping condition[Kania et al. 1980]과 일치한다), $y=m_j\circ x_k=y_k$이다. 따라서, 우리는 Pattern x_k에 대해 정확하게 Pattern y_k를 Recall할 수 있다.

FDHC는 FAM을 Hypercube의 한 형태로 확장시킨 구조를 가진다. 실제의 경우, FAM의 $\{x_l, y_l\}$는 'IF(전제명제$=x_l$) THEN(결론명제$=y_l$)'의 꼴로 만들 수가 있으며 FDHC는 x_l를 다시 다차원으로 만든 형태이다[Kang et al. 1990]. 즉,

$$x_l=x_l^1\otimes x_l^2\otimes\cdots\otimes x_l^m=x_l(u_1,\ u_2,\ \cdots,\ u_m) \qquad (33)$$

$u_j\in U_j$는 i번째 전제명제의 Fuzzy Set Vector ($U_j=$Universe of Discourse)이다. 이 FDHC는 m-차원이므로 그 용량이 곱으로 증가한다. FDHC는 Pattern 인식과 Decision Making System에 적용될 수 있으나, 아직 연구와 개발이 필요하다.

현재까지의 Fuzzy Set Theory의 Pattern 인식에의 응용은 Pal과 Majunder의 음성인식 [Pal & Majunder 1977, 1980]이 있고, Fuzzy Clustering 방식에 Bezdek [Bezdek 1976, 1980]과 Ruspini [Ruspini 1970]가 있다. 불확실한 모양과 Decision을 내포하는 경우에는 Fuzzy Set을 이용하는 것이 유리하며, Fuzzy Expected Value를 사용하여 불충분한 자료를 처리하는 것이 Pao에 의해 보고되어 있다 [Pao 1989].

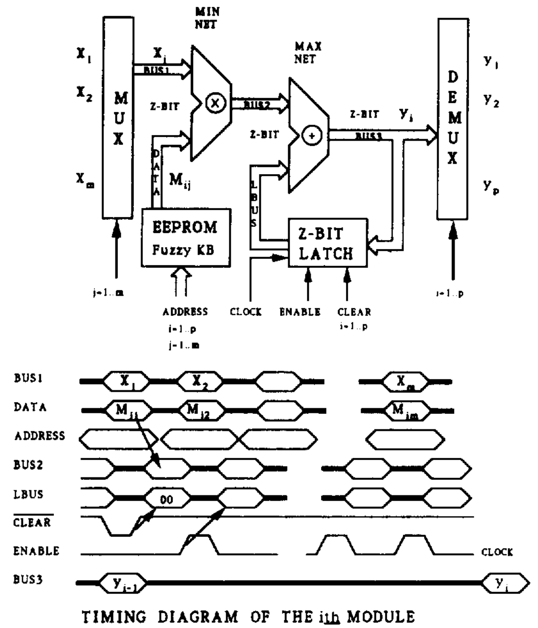

그림 7. FAM의 병렬처리 컴퓨터의 한 MODULE

3.4 Fuzzy Expert Systems(FES)

Fuzzy Expert System은 Fuzzy Decision Table [Kandel 1986]을 통해 실현이 가능하며 여러가지 구조와 특성이 [Negoita 1985]와 [Kandel 1987], [Leung 1988]에 잘 나타나 있다. 이는 기본적으로 Expert System과 그 구조가 같으나, Rule이 Fuzzy Logic와 Fuzzy Set에 기초한 것이며 [kang 1989], Inference Engine의 원리 역시 Fuzzy Reasoning에 그 바탕을 두고 있다.

Expert System의 가장 큰 문제점은 Searching과 Sorting에 걸리는 시간이며, 실시간이 요구되는 데에는 병렬 처리 컴퓨터의 필요성이 절실하게 되었다. FAM이나 FDHC는 Max Net, Min Net[Pao 1989]을 사용한 병렬 처리 컴퓨터 구조를 가지며, 이들은 다음의 Fuzzy Logic Chip에 의해 실현되었다.

3.5 Fuzzy Logic Chip

Fuzzy Accelerator 혹은 Fuzzy Logic Chip은 1985년 AT&T에서 Togai에 의해 처음 개발되었다[Togai & Watanabe 1986]. 이 Fuzzy Inference Chip은 약간의 수정을 거쳐 250,000FLIPS[Fuzzy Logic Inferences Per Second]의 빠르기로 계산을 한다. 이는 Rule을 수정할 수 있도록 되어 있다. 그리고 1989년 Watanabe에 의해 설계된 Microelectronics Center of North Carolina의 Fuzzy Logic Chip은 580,000FLIPS의 기능을 가지고 있다. 이 Chip들은 Rule-set Memory, Inference Processing Unit, Controller, Input-output Circuit 등의 네개의 부분으로 구성되어 있다.

최근 Univ. of Southern California의 Kosko는 Togai InfraLogic Inc.과 손잡고 Fuzzy Neural Hybrid Net의 개발에 열을 올리고 있다. 이 Hybrid FAM은 종래의 FAM의 결점을 보완하고 Neural Net의 특성을 지닌 병렬 처리 컴퓨터이다[Brown 1990]. 이외에도 Multi-valued Logic으로서의 CMOS VLSI[Togai 1987]와 Systolic Array VLSI [Manzoul 1987] 등이 있다. 이들 Fuzzy Logic Chip은 'Hardware의 복잡성'과 'Rulebase의 융통성'이 그 설계상의 초점이 되고 있다.

4. 결론 및 미래의 추세

지금까지 미국에서의 Fuzzy Set 이론과 적용에 대해 알아보았다. Fuzzy Logic과 Fuzzy Set의 이론은 비교적 간단하고 기존의 Set Theory의 확장이나, 아직 개발되어야 할 여지가 많이 남아있음은 두말할 필요도 없다. 정성적인 개념의 Fuzzy Logic은 정량적인 분해능력을 갖는 Fuzzy Set으로 신뢰도가 떨어지는 문제를 처리할 수 있다. 특히, Fuzzy Logic Controller의 Stability와 Robustness는 Control Theory와 Fuzzy System의 결합에서 나온 것이므로 Control Theory에 입각한 빈틈없는 Fuzzy Control Rule의 설계와 분석이 절대적으로 요구된다. Fuzzy Set의 올바른 적용은 매우 중요하며, 이는 많은 연구와 노력을 요구한다. 또한 Fuzzy Logic Chip의 확장성을 고려한 VLSI 혹은 ASIC의 새로운 설계는 여러가지 가전제품의 Fuzzy System화와 더불어 산업발전에 필요한 조건이다.

Fuzzy Set의 또 다른 장점은 '학습'을 함으로써 시간에 따라 변하는 환경에 대해서도 적응이 가능하다는데 있다. 학습하는 Fuzzy 인공지능의 필요성은 목표하는 바가 복잡할수록, 그리고 신뢰도가 떨어질수록 그 중요성을 더해간다. 이 Fuzzy System의 학습과정은 특히 'Unsupervised Learning'이라는 목표하에 그 연구열이 점점 더해가고 있다.

수년안에 사람들간에 이러한 대화가 오고갈 것은 명백해진 것 같다:

"이거보게, 내 자동차가 자네것보다 더 똑똑하다네."

"오늘 아침, 마침내 우리집 마이크로웨이브 오븐이 내 식성을 파악했네."

참 고 문 헌

[1] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Inform, Contr.*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.

[2] N. Rescher, *Topics in Philosophical Logic*. Holland: D. Reidel, 1968.

[3] D. Dubois and H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York: Academic Press, 1979.

[4] L.A. Zadeh, "Quantitative fuzzy semantics," *Inform. Sci.*, vol. 3, pp. 159-176, 1971.

[5] G. Shafer, *A Mathematical Theory of Evidence*. New Jersey: Princeton University Press, 1976.

[6] J.A. Dempster, "L-fuzzy sets," *J. Math. Anal. and Appl.*, vol. 18, pp. 145-174, 1967.

[7] D. Dubois and H. Prade, "Fuzzy sets and statistical data," *European Journal of Operational Research*, vol. 25, pp. 345-356, 1986.

[8] R.R. Yager, "Level sets for membership evaluation of fuzzy subsets," in *Fuzzy Set and Possibility*

Theory : Recent Developments, (R.R. Yager, ed.), pp. 90-97, Oxford : Pergamon Press, 1982.

[9] M. Mizumoto and K. Tanaka, "Some properties of fuzzy sets of type 2," *Inform. Contr.*, vol. 31, pp. 312-340, 1976.

[10] A. Kandel, *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Co., 1986.

[11] L.A. Zadeh, "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, pp. 3-28, 1978.

[12] L.A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning," *Infor. Sci.*, vol. 8, pp. 199-249, 1975.

[13] G.J. Klir and T.A. Folger, *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*. New Jersey : Prentice Hall, 1988.

[14] L.A. Zadeh, "Fuzzy sets versus probability," *IEEE Proceedings*, vol. 68, no. 3, p., 1980.

[15] A. Kaufmann and M.M. Gupta, eds., *Introduction to Fuzzy Arithmetic : Theory and Applications*. New York : Van Nostrand Reinhold, 1985.

[16] A. Dempster, "Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 38, pp. 325-339, 1967.

[17] L.A. Zadeh, *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning*, pp. 1-10. New York : Plenum Press, 1974.

[18] L.A. Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-3, pp. 28-44, Jan 1973.

[19] B. Kosko, *Fuzzy Associative Memories*, p.. New York : Addison-Wesley Publishing Co., 1987.

[20] J. Maiers and Y.S. Sherif, "Applications of fuzzy set theory," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. 15, no. 1, pp. 175-189, 1985.

[21] S.S.L. Chang and L.A. Zadeh, "On fuzzy mapping and control," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-2, pp. 30-34, Jan 1972.

[22] E.H. Mamdani and S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," *Int. J. Man-Machine Studies*, vol. 7, no. 12, pp. 1-13, 1975.

[23] R.M. Tong, "A control engineering review of fuzzy systems," *Automatica*, vol. 13, pp. 559-69, 1977.

[24] R.M. Tong, "Some properties of fuzzy feedback systems," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-10, no. 6, pp. 327-330, 1980.

[25] D.A. Rutherford and G.A. Carter, "A heuristic adaptive controller for a sinter plant," in *Proc. 2nd IFAC Symp. on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing*, (Hohannesberg, RSA), Sept. 1976.

[26] P. King and E.H. Mamdani, "Application of fuzzy control systems to industrial processes," *Automatica*, vol. 13, pp. 235-242, 1977.

[27] W.J.M. Kickert and H.V.N. Lemke, "Application of a fuzzy logic controller in a warm water plant," *Automatica*, vol. 12, pp. 301-308, 1976.

[28] J.J. ϕ/stergaard, *Fuzzy logic control of a heat exchange process*, pp. 285-320. New York : North Holland, 1977.

[29] K.S. Ray and D.D. Majumder, "Fuzzy logic control of a nonlinear multivariable steam generating unit using decoupling theory," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-15, pp. 539-558, Jul/Aug 1985.

[30] E.M. Scharf and N.J. Mandic, "The application of a fuzzy controller to the control of a multi-degree-of-freedom robot arm," *Industrial Application of Fuzzy control, North-Holland*, pp. 41-61, 1985.

[31] M. Sugeno and K. Murakami, "Fuzzy parking control of model car," in *Proc. 23rd IEEE Conf. on Decision and Control*, (Las Vegas, NV), 1984.

[32] P.J. MacVicar-Whelan, "Fuzzy sets for man-machine interaction," *Int. J. Man-Machine Studies*, Vol. 8, pp. 687-697, 1976.

[33] W.J.M. Kickert and E.H. Mamdani, "Analysis of a fuzzy logic controller," *Fuzzy Sets and systems*, vol. 1, pp. 29-44, 1978.

[34] E.H. Mamdani, J.J. Østergaard, and E. Lembessis, "use of fuzzy logic for implementing rule-based control of industrial processes," *Advances in Fuzzy Sets, Possibility Theory, and Applications, Plenum Press*, pp. 307-323, 1983.

[35] K.S. Ray, A.M. Ghosh, and D.D. Majumder, "*l_2-stability* and the related design concept for siso linear system associated with fuzzy logic controller," *IEEE Trans. syst. Man Cybern.*, vol. SMC-14, pp. 932-939, Nov/Dec 1984.

[36] J.B. Kiszka, M.M. Gupta, and P.N. Nikiforuk, "Energistic stability of fuzzy dynamic systems," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-15, pp. 783-792, Nov/Dec 1985.

[37] M. Braae and D.A. Rutherford, "Selection of parameters for a fuzzy logic controller," *Fuzzy Sets and Systems,* vol. 2, pp. 185-199, 1979.

[38] M. Togai, "Analysis and control of fuzzy dynamic systems," in *NAFIP-II,* (Schenectady, New York), 1983.

[39] C.S. Hsu, "A theory of cell-to-cell mapping dynamical systems," *ASME Trans. J. Dynam. Syst. Meas. Contr.,* vol. 47, pp. 931-939, 1980.

[40] Y.Y. Chen and T.C. Tsao, "A description of the dynamical behavior of fuzzy systems," *IEEE Trans. Syste. Man Cybern.,* vol. SMC-19, pp. 745-755, Jul/Aug 1989.

[41] H. Kang and G.J. Vachtsevanos, "Model reference fuzzy control," in *Proc. 28th IEEE Conf. Dec. and Contr.,* (Tampa, FL), pp. 751-756, Dec. 1989.

[42] H. Kang and G.J. Vachtsevanos, "Nonlinear fuzzy control based on the vector fields of the phase portrait assignment algorithm," in *Proc. J. American Control Conf.,* (San Diego, CA), p., May. 1990.

[43] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller-part i," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.,* vol. SMC-20, pp. 404-418, Mar/Apr 1990.

[44] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller-part ii," *IEEE Trans. syst. Man Cybern.,* vol. SMC-20, pp. 419-435, Mar/Apr 1990.

[45] S. Tzafestas and N.P. Papanikolopoulos, "Incremental fuzzy expert PID control," *IEEE Trans. Industr. Electron.,* vol. IE-37, PP. 365-371, Oct. 1990.

[46] E. Czogala and W. Pedrycz, "On identification in fuzzy systems and its applications in control problems," *Fuzzy Sets and Systems,* vol. 6, pp. 73-83, 1981.

[47] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.,* vol. SMC-15, pp. 116-132, Jan/Feb 1985.

[48] M. Higashi and G.J. Klir, "Identification of fuzzy relation systems," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.,* vol. SMC-14, pp. 349-355, Mar/Apr 1984.

[49] T. Terano and Y. Tsukamoto, "Failure diagnosis by using fuzzy logic," in *Proc. 16th IEEE Conf. on Decision and Control,* (New Orleans, LA), pp. 1390-1395, 1977.

[50] Y. Tsukamoto, *Fuzzy logic on Lukasiewicz logic and its applications to diagnosis and control.* PhD thesis, Tokyo Inst. of Tech., Tokyo, 1979.

[51] G. Vachtsevanos, H. Kang, I. Kim, and J. Cheng "Managing uncertainty and ignorance for system fault detection and identification," in *Proc. 5th Int Symp. on Intelligent Control,* (Philadephia, PA) pp. 558-563, Sept. 1990.

[52] H. Kang, J. Cheng, I. Kim, and G. Vachtsevanos "Fault detection and identification of axial flow compressor instabilities," in *Proc. 29th IEEE Conf on Decision and Control,* (Honolulu, Hawaii), p Dec. 1990.

[53] A.A. Kania, J.B. Kiszka, M.B. Gorzalczany, J.R Maj, and M.S. Stachowicz, "On stability of formal fuzziness systems," *Inform. Sci.,* vol. 22, pp. 51-68 1980.

[54] S.K. Pal and D.D. Majumder, "Fuzzy sets and decision-making approaches in vowel and speaker recognition," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.,* vol SMC-7, pp. 625-629, 1977.

[55] S.K. Pal and D.D. Majumder, *A self-adaptive fuzzy recognition system for speech sounds,* pp. 223-229 New York: Plenum, 1980.

[56] J.C. Bezdek, "A physical interpretaton of fuzzy isodata," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.,* vol. SMC-6, pp. 387-389, 1976.

[57] J.C. Bezdek, "A convergence theorem for the fuzzy isodata clustering algorithms," *IEEE Trans Pattern anal. Machine Intel.,* vol. PAMI-2, pp. 1-8 Jan. 1980.

[58] E. Ruspini, "Numerical methods for fuzzy clustering," *Inform. Sci.,* vol. 2, pp. 319-350, 1970.

[59] Y.H. Pao, *Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks.* Massachusetts: Addision-Wesley, 1989.

[60] C.V. Negoita, *Expert systems and Fuzzy Systems. Menlo Park, CA: Benjamin/Cummings, 1985.*

[61] *A. Kandel, ed., Fuzzy Expert Systems.* New York: Addison-Wesley Publishing Co., 1987.

[62] K.S. Leung and W. Nam. "Fuzzy concepts in expert systems," *IEEE Computer Magazine,* pp. 43-56, Sep 1988.

[63] H. Kang, *Intelligent/Adaptive Control Strategies for Robot Manipulators.* PhD thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Sep. 1989.

[64] M. Togai and H. Watanabe, "Expert system on a chip: an engine for real-time approximate reasoning," *IEEE Expert Syst. Mag.,* vol. 1, pp. 55-62,

1986.
[65] C. Brown, "Fuzzy-neural hybrid born," in *Electr-onic Engineering Times*, pp. 29-31, Aug. 27. 1990.
[66] M. Togai and S. Chiu, "A fuzzy accelerator and a programming environment for real-time fuzzy control," in *Proc. 2nd IFSA Congress*, (Tokyo, Japan), pp. 147-151, 1987.
[67] M.A. Manzoul, "Fuzzy inference on systolic ar-ray," in *Proc. 18th Modeling and Simulation Conf.*, pp. 1103-1108, 1987.
[68] J.A. Goguen, "L-Fuzzy Sets", J. Math. Anal. Appl. Vol. 18, pp. 145-174, 1967.