

전자파 산란 및 장애의 3차원 해석

이 수 영

(한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수)

1. 서 론

유전체 또는 도체 산란체에 전자파가 입사했을 때 생기는 전자파 산란현상은 원격탐사 또는 레이다 표적인식 등에 응용되고 있다. 또한 최근의 전자회로 고속화, 고집적화 및 정밀화에 따라, 전자파 장애현상이 심각하고, 이의 해결을 위해서는 전자파 차단(shielding) 및 유도(coupling) 해석이 절실히 요구된다. 매우 특수한 경우를 제외하고는, 해석적 해가 존재하지 않으므로, 대부분 수치해석 기법에 의존하게 되나, 전자파 산란 및 장애 현상의 특성인 재영역(open boundary) 3차원 벡터(Vector) 해석의 필요성에 특별한 주의를 요한다.

전자파 산란 문제는, 그림 1에서 보인 것처럼, 무한 자유공간에 유전율(ϵ), 투자율(μ) 및 도전율(σ)이 위치(r)의 함수인 산란체가 존재하고, 전자파 E^{inc} 가 이에 입사하여 발생하는 산란파 E^s 를 구하는 문제이다. [1] 그림 2는 전파장애 문제로, 입력파 E^{inc} 에 의해 유도 전자파 E^c 가 생성되는 데, 이것이 전파장애의 요인이 된다. 전파차단(shielding)은 외부의 전자파로부터 내부를 보호하는 문제이고, [2], 전자유도(coupling)은 stripline의 도체에 흐르는 전류에 의해 이웃한 도체에 전류가 유도되는 원치 않는 현상이다. [3-4] 전파장애 문제는 산란체가 도체인 전파산란 문제로 생각할 수 있으므로, 여기서는 전자파산란 문제에 대한 수치해석 기법을 소개하기로 한

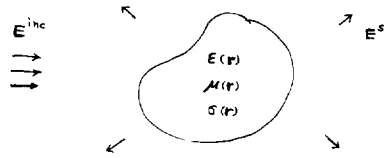
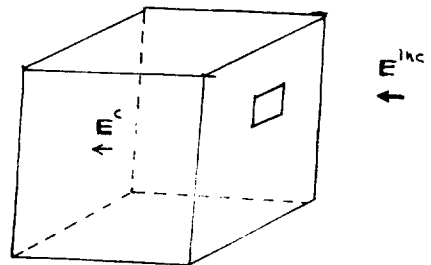
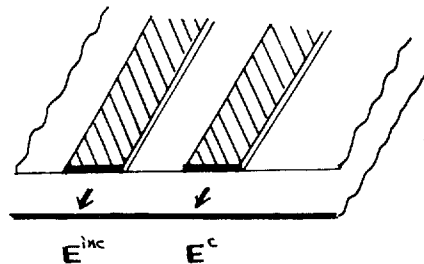


그림 1. 전자파 산란 문제



(a) 전파차단(shielding)



(b) 전자유도(coupling)

그림 2. 전자파 장애(EMI)문제

다.

2. 전자파 산란 해석 기법

전자파 산란 현상은 Maxwell방정식으로 기술할 수 있다. 특히 차계 벡터포텐셜 A와 전계 스칼라포텐셜 ϕ 를 변수로 많이 채택하는데, time harmonic 문제에 Lorentz gauge를 사용한 경우

$$\nabla^2 A + \omega^2 \mu \epsilon A = -\mu J \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi + \omega^2 \mu \epsilon \phi = -\rho / \epsilon \quad (2)$$

의 관계를 만족한다. 여기서 ω 는 각주파수이고, J와 ρ 는 각각 입사파를 주는 전류밀도 및 전하밀도이다. 편위상 투자율 μ 가 전 영역에서 일정하고, $\sigma=0$ 으로 가정한다. 식(1-2)의 유일해가 존재하기 위해서는 전 관심영역을 싸는 경계면에서의 경계조건이 필요한데, 전자파 산란과 같은 개영역(open boundary) 문제에서는 산란체로부터 무한히 먼 가상 경계면에 방사조건(radiation condition)을 적용할 수 있다.

식(1-2)의 미분방정식을 경계조건 하에서 푸는 수치해석 기법으로는 유한차분법(finite difference method), 유한요소법(finite element method) 등이 많이 사용된다. 먼저 해석하고자 하는 영역을 작은 구간으로 나누어 mesh를 형성한 후, 구간 마다 한 개 또는 여러개의 미지수를 할당하고, 이들 미지수 사이의 대수방정식을 유도하여 풀게된다. 유한차분법에서는 미분을 차분(difference)로 개략 근사하여 대수방정식을 유도하는데 반해, 유한요소법에서는 미지함수를 기초함수(basis function)로 전개하여 Galerkin의 가중잔류법(weighted residual method)나 variational principle을 이용하여 대수방정식을 얻는다.

미분방정식과 경계조건을 적분방정식으로 고칠 수도 있는데, 영역 전체의 적분을 포함하는 체적적분법과, 경계면에서의 적분만으로 표시하는 경계적분법으로 대별된다. 경계적분법에 유한요소법에서 사용한 기초함수를 도입한 경계요소법(boundary element method)[5, 6]가 균일한 매질에서만 적용가능함에 비해 체적적분법에 기초한 moment method[7]는 비균일 매질에서도 적용가능하다.

이상에서 설명한 수치해석 기법은 각각 장단점이 존재하여, 해석하고자 하는 문제의 특성에 따라 적합한 방법을 사용하는 것이 바람직하다. 유한차분법

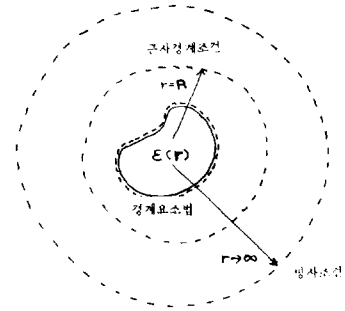


그림 3. 개영역 문제의 유한요소해석

은 program이 단순한 반면, 6면체 mesh에 국한되고, mesh크기의 변화가 용이하지 않은 단점이 있다. 유한요소법은 4면체, 5면체 및 6면체 mesh를 사용할 수 있고 mesh크기의 변화가 용이하여, 복잡한 구조의 해석에 많이 사용된다. 개영역 문제에 있어서는, 유한차분법과 유한요소법이 그림 3에서 보는 것처럼 가상 경계면에 개략 근사 경계조건을 도입하여야 하는 어려움이 있다. 적분방정식에 근거한 moment method와 경계요소법은, 무한 가상 경계면의 방사조건을 쉽게 적용할 수 있고, 유전체 내부 또는 경계면에서만 미지수를 설정하는 장점이 있으므로, 개영역 해석에 적합하나, 대수방정식에서의 유도과정에서 singular한 Green함수를 적분하는데 주의를 요한다.

3차원 문제의 해석에서는 많은 수의 미지수를 포함하게 되므로, 컴퓨터 메모리의 효율적인 사용이 요구된다. 유한차분법과 유한요소법에 의한 대수방정식의 행렬은, 대부분의 값이 0인 sparse행렬이 되므로, 0이 아닌 값만 수록하는 방법으로 컴퓨터 메모리를 효율적으로 사용할 수 있으나, moment method나 경계적분법에 의한 행렬은 값이 packed full행렬이 되어, 컴퓨터 메모리가 미지수를 증가시켜 보다 정확한 해석을 하는데 제일 큰 제약이 된다.

3차원 전자파 산란이나 전자파 장해 해석의 또다른 특징은 벡터변수의 취급인데, 벡터의 각 성분을 scalar변수로 취급하는 방법이 미지수의 증가와 gauge조건의 처리문제 등을 야기하므로, 벡터변수 처리에 적합한 방법이 모색되고 있다.

3. 개영역 전자파문제의 수치해석

비균일 산란체가 무한 균일매질 내에 존재하는 개영역(open boundary) 전자파 산란문제의 효율적인 수치해석기법에 관해 많은 연구가 진행되고 있다. [8] 유한 요소법이 복잡한 구조 해석이 가능하고, 효율적인 컴퓨터 메모리 사용면에서 3차원 전자기 해석에 가장 적합한 것으로 보이나, 효율적인 개영역 처리기법이 복합되어야 한다.

그림 3은 가장 고전적인 개영역 처리기법을 보여 준다. 즉, 방사조건(radiation condition)을 사용하기 위해서는 산란체로부터 무한히 먼 거리에 가상 경계면을 설정하여야 하나, 현실적으로는 유한한 거리에 가상 경계면을 설정할 수 밖에 없고, 이 가상 경계면에 근사 경계조건을 적용하는 방법이다. 가상 경계면을 산란체 가까이 잡을수록 해석영역이 작아져서 미지수가 적어지나, 근사 경계조건에 의한 오차가 커진다. [9] 흡수경계조건(absorbing boundary condition) 또는 impedance 경계조건의 도입으로 오차를 줄이려는 노력이 진행되고 있으나, 본질적으로 가상경계면을 산란체 가까이 가져올 수는 없다. [10, 11]

산란체를 포함하는 가상 경계면의 내부와 외부 영역을 각각 해석하여, 가상 경계면에서의 경계조건(E와 H의 접선 성분이 연속)을 도입하여 접속시키는 방법이 이론적으로 엄밀하다. 외부영역의 해석 방법으로는, 변환(mapping)에 의한 방법, 특수 함수로의 전개법 또는 경계요소법이 많이 사용된다.

구(sphere)의 외부를 $1/R$ 변환을 통해 구의 내부로 변환하면, 무한 영역이 유한 영역으로 mapping되어 유한요소법을 적용하기 쉬워진다. 다만, mapping된 영역의 원점부근에서 전자파 특성이 매우 빨리 변하게 되므로 주의를 요한다. [12] 이 원점부근에 mesh를 세밀하게 하는 방법이 도입되기도 하나, 무한공간의 어려움을 singular mapping의 어려움으로 대치한 것으로 근본적인 해결책으로 볼 수는 없다.

무한영역에서의 전자계를 spherical 또는 cylindrical harmonics, Fourier Series 등으로 전개하기도 하는데, 유한한 항만을 고려함에 따르는 오차에 의해, 가상 경계면을 산란체 가까이 하는데 어려움이 있다. [13, 14]

실제 산란체 경계면으로 내부와 외부영역을 가름으로써 유한요소법으로 해석하는 내부영역을 줄일 수 있는 방법이 유한요소-경계요소 혼합법이다. [15, 16] 이 방법에서는 외부영역에 경제적인 분석이 도입되어, 산란체 경계면에서의 미지수만으로 외부영역을 다 취급할 수 있는, 이론상 엄밀한 방법이다. 다만 경제적인 분석을 경계요소법으로 대수방정식화 하는 과정에서 수치해석오차가 발생하게 되고, 이를 줄이기 위해 경계면에서 mesh를 세분화하면 full행렬이 되는 특성에 의해 컴퓨터 메모리가 많이 필요하게 되는 단점이 있다.

4. 수치효율적인 유한요소-경계요소 복합법

유한요소-경계요소 혼합법은, 수치해석 오차 이외에 다른 오차를 포함하지 않는 본질적으로 엄밀한 방법이므로, 전자파 산란 등 개영역 해석에 매우 적합한 방법으로 생각된다. 그러나 경계요소법 행렬의 과도한 메모리 요구로, 3차원 전자파 해석에 본격적으로 사용되지 못하여 왔다. 한 예로, 정 6면체 산란체의 한 변을 30개의 mesh로 구분하면 전 경계면은 5400개의 4각형 mesh로 나누어지고, 경계요소법에 의한 행렬은 최소한 $5400 \times 5400 \times 4$ byte(약 117 MByte)의 컴퓨터 메모리를 요구하게 된다.

최근에 대칭성을 이용하여 이 메모리 요구량을 현저히 감소시키는 방법이 고안되었다. [17, 18] 즉 경계요소법에 의한 행렬값은 collocation방법을 사용할 경우

$$C_{i,j} = C_i \delta_{ij} - \int_r \frac{\partial G(r, r_i)}{\partial n} \phi_j(r) dr \quad (3)$$

$$D_{i,j} = \int_r G(r, r_i) \phi_j(r) dr \quad (4)$$

로 주어지는 데, 여기서 $G(\cdot)$ 는 Green함수이고, n 의 경계면에서의 법선벡터이며, 적분은 경계면에서만 행해진다. Green함수 $G(r, r_i)$ 가 $|r - r_i|$ 만의 함수이므로, 그림 4와 같이 2차원 문제에서 원을 경계면으로 잡을 경우, $C_{i,j} = C_{i-k,j+k}$ 및 $D_{i,j} = D_{i+k,j+k}$ ($k=1, 2, \dots$)이 되어 circulant행렬로 된다. 즉 행렬 C와 D의 한 row나 column만 알면, 전체행렬이 정의된다. 3차원 문제에서는 그림 5처럼 구 경계면을 L개의 대칭 block으로 나누면, block circulant행렬을 얻을

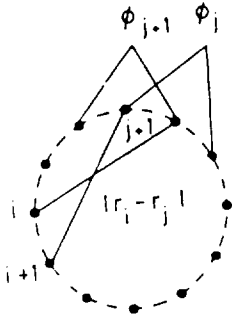
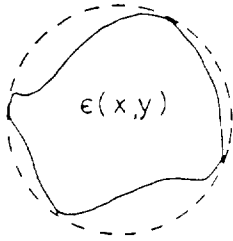
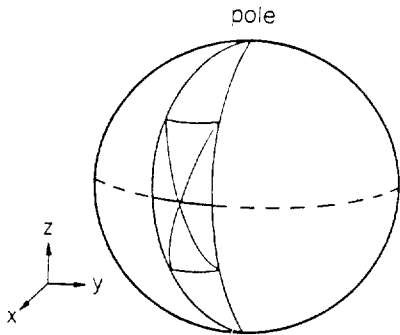
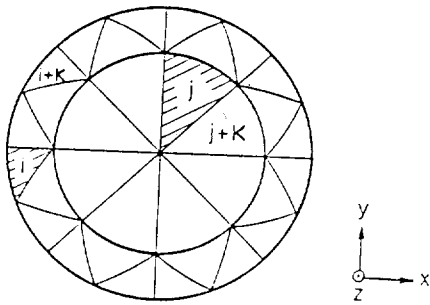


그림 4. 2차원 문제의 수치효율적인 개영역처리기법

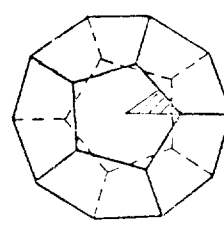


(a) 측면도

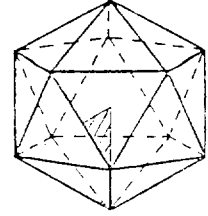


(b) 평면도 (L=8)

그림 5. 축대칭을 이용한 3차원 mesh



(a) Dodecahedron



(b) Icosahedron

그림 6. Regular Polyhedron을 이용한 3차원 mesh

수 있고, 메모리 소요량을 $1/L$ 로 줄일 수 있다. 또한 Block circulant행렬에는 효율적인 역행렬 계산기법이 존재하여, 계산시간도 훨씬 줄일 수 있다. [19]보다 메모리 용량을 줄일 수 있는 방법으로는 그림 6(a) 및 (b)와 같은 regular polyhedron을 가상경계면으로 사용하는 방법이 제안되었는데, 약 $1/120$ 로 줄일 수 있을 것으로 보인다.

이러한 수치 효율적인 기법은, 유한요소-경계요소 복합법에서는 두 영역의 가상 경계면을 임의로 설정할 수 있다는 데 기인한다. 실지의 경우, 몇가지 중요한 가상경계면에 대해 외부 경계요소법 행렬 또는 $C^{-1}D$ 로 주어지는 impedance행렬을 구해 놓은 후 여러 산란체에 적용하는 database방식이 사용될 수 있는데, 컴퓨터 메모리의 축약이 이의 가능성을 뒷받침하고 있다.

5. 벡터 변수의 수치해석

3차원 전자기 문제의 수치해석에 있어서 edge element의 도입이 활발히 연구되고 있다. [20] Mesh의 node에 기초함수를 할당하는 기존의 방법은 scalar량의 표현에는 적합하지만, 경계면에서 물리적 제약조건이 있는 벡터량의 표현에는 적합하지 않다. 예를 들면, 유전율이 다른 두 매질의 경계면에서 전계 E의 접선성분은 연속이고, 수직성분은 불연속이므로, node에서 연속인 선형 node 기초함수로 전계를 표현하기는 곤란하다. 이 경우 edge마다 기초벡터를 할당하는 edge element기법을 도입함으로써 매질 경계면의 물리적 경계조건을 충족시킬 수 있는데, divergenceless나 rotationless인 기초벡터를 도입하면 gauge조건이 자동적으로 만족되는 해를 구할 수 있다.

edge element의 활용을 위해서는, 해석하고자 하는 변수 벡터의 물리적 성질에 따라, mesh내 각 요소(element)의 모양 및 기초함수의 차수에 따라 기초벡터를 설정하여야 한다. 초기에는 선형 기초벡터가 많이 도입되었으나[21], 최근에 2차 기초벡터들도 사용되고 있다.[22]

6. 결 언

최근의 값싸고 빠른 컴퓨터의 등장에 힘입어, 전자파 산란 및 전자파 장애의 수치 해석이 활발히 활용되고 있다. 보다 정확한 해석 및 설계를 위하여, 초기의 2차원 해석에서 벗어나, 3차원 벡터 해석이 보편화 되고 있는 데, 이에 부수되는 개영역 처리문제, 벡터변수 처리기법 및 컴퓨터 기억용량의 효율적인 사용등에서도 괄목할만한 진전이 있었다. 따라서 복잡한 구조의 전자파 문제를, 시험제작, 측정 및 수정설계라는 개발단계의 대부분을 컴퓨터를 이용하는 수치해석으로 대신할 수 있게 됨으로써, 시간과 자금과 노력을 극소화 시킬 수 있게 되었다.

참 고 문 헌

- [1] E.K.Miller, "A selective survey of computational electromagnetics," IEEE Trans. Ant. Prop. vol. 36, pp. 1281-1305, 1988.
- [2] L.O.Hoeft, T.M.Salas, J.S.Hofstra, and W.D. Prather, "Predicted shielding effectiveness of apertures in large enclosures as measured by MIL-STD 285 and other methods," Proc. 1989 IEEE National Symposium on electromagnetic compatibility, Denver, pp. 377-379.
- [3] Z. Chen and B. Gao, "Full-wave analysis of multiconductor coupled lines in MICs by the method of lines," IEE Proc. vol. 136, Pt. H, pp. 399-404, 1989.
- [4] J. Poltz and A. Wexler, "Cross-talk and ringing on a multilayer PCB," Proc. 1989. Natl. Symp. Elect. Mag. Comp., Denver, pp. 347-350.
- [5] C.A.Brebbia and S. Walker, Boundary Element Techniques in Engineering, Newnes-Butterworths, 1980.
- [6] S. Kagami and I. Fukai, "Application of boundary element method to electromagnetic field problems," IEEE Trans. Microwave Theory Tech. vol. 32, pp. 455-461, 1984.
- [7] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Method, Macmillan, New York, 1968.
- [8] C.R.I.Emson, "Methods for the solution of open-boundary electromagnetic-field problems," IEE Proc. vo. 135, Pt. A, pp. 151-158, 1988.
- [9] W.L.Woo, "On the finite element solution of an exterior boundary value problem," Int. J. Num. Meth. Eng., vol. 10, pp. 885-891, 1976.
- [10] O.M.Ramahi and R. Mittra, "Finite-element analysis of dielectric scatterers using the absorbing boundary condition," IEEE Trans. Mag., vol. 25, pp. 3043-3045, 1989.
- [11] A. Sebak and L. Shafai, "Scattering from arbitrarily-shaped objects with impedance boundary condition," IEE Proc. vol. 136, Pt. H, pp. 371-376, 1989.
- [12] B. Nath and J. Jamshadi, "The w-plane finite element method for the solution of scalar field problems," Int. J. Num. Meth. Eng., vol. 15, pp. 361-379, 1980.
- [13] H.K.Jung, G.S.Lee, S.Y.Hahn, "3-D magnetic field computations by infinite elements," J. Appl. Phys., vol. 55. Pt. IIB, pp. 2201-2203, 1984.
- [14] K.K.Mei, "Unimoment method of solving antenna and scattering problems," IEEE Trans. Ant. Prop., vol. 22, pp. 760-766, 1974.
- [15] S.J.Salon, "The hybrid finite element-boundary element method in electromagnetics," IEEE Trans. Mag., vol. 21, pp. 1829-1834, 1985.
- [16] N.S.Seong, T.K.Lee, S.Y.Lee, and J.W.Ra, "A hybrid finite element-boundary element formulation for electromagnetic scattering," J.KIEE, vol. 2, pp. 59-62, 1989.
- [17] S.Y.Lee, "Highly storage-efficient hybrid finite element/boundary element method for electromagnetic scattering," Elect-Lett., vol. 25, pp. 1273-1274, 1989.
- [18] C.H.Ahn and S.Y.Lee, "Storage efficient hybrid

-
- FE-BE method for electromagnetic field analysis," COMPELL, 1990.
- [19] T. Demazancourt and D. Gerlic, "The inverse of a block circulant matrix," IEEE Trans. Ant. Prop. vol. 31, pp. 808-810, 1983.
- [20] A. Bossavit and I. Mayergoyz, "Edge-elements for scattering problems," IEEE Trans, Mag., vol. 25, pp. 2816-2821, 1989.
- [21] J.S. van Welij, "Calculation of eddy current in terms of H on hexahedra," IEEE Trans. Mag., vol. 21, pp. 2239-2241, 1985.
- [22] A. Kameari, "Calculation of transient 3D eddy current using edge-elements," Proc, 1989, COMPUMAG, Tokyo, pp. 36-39.
-