

# 전자장 해석에의 경계요소법 응용

고 창 섭\* · 정 현 교\*\*

(\*서울대 대학원 전기공학과 박사과정,

\*\*강원대 공대 전기공학과 부교수)

## 1. 서 론

전계 혹은 자계를 해석하는 일은 전기공학의 설계 문제에서 가장 중요한 일 중의 하나이며, 이를 통하여 설계자는 기계의 신뢰도 및 특성등을 예측할 수 있다. 컴퓨터를 이용한 수치해석적인 방법에는 크게 영역법(Domain Method)과 경계법(Boundary Method)이 있다. 영역법은 유한차분법(Finite Difference Method), 유한요소법(Finite Element Method) 등과 같이 해석영역을 요소분할하고 경계조건을 완전히 또는 부분적으로 만족하는 시험함수로써 영역내에서의 지배방정식(Governing Equation)을 근사화 시키는 방법이다. 반면에 경계법은 경계요소법(Boundary Element Method), 경계적분법(Boundary Integral Method)등과 같이 영역내에서는 지배방정식을 만족하나 경계조건은 만족되지 않는 함수로 근사화 시키는 방법이다.

경계법의 특징 및 장점을 보면 다음과 같다.

1) 개영역 문제를 풀때 영역법은 경계조건을 적당히 줄 수 없기 때문에 정확한 해를 구하기 어렵다. 이러한 경우 관심있는 영역만을 요소분할하여 영역법을 적용하고 경계법과 혼합적용하면 정확한 해를 구할 수 있다.

2) 일반적으로 경계법은 영역법에 비하여 경계에서의 해를 훨씬 정확하게 구할 수 있다. 예를들면, 전기기기의 형상 최적화 문제등에 있어서는 영역내

의 해보다는 경계에서의 해가 중요하므로 경계법이 훨씬 유리하다고 할 수 있다.

3) 영역법 및 경계법에서 얻어진 해의 정확도는 요소망의 질과 매우 밀접한 관계가 있으므로 적절히 요소분할 하는 것이 중요하다. 특히 3차원 문제에서 영역내의 특이점등을 고려하여 요소분할하는 과정이 매우 어렵다. 그러나 경계법은 매질의 경계만을 요소로 분할하기 때문에 요소분할이 훨씬 용이하다고 하겠다.

이와 같은 이유로 최근들어 경계적이고도 정도 높은 해를 구할 수 있는 방법으로 경계법이 점차로 적용범위가 넓어지고 있는 실정이다.

## 2. 기본이론

일반적인 경계요소법의 적용과정은 그림1 과 같고, 정전계 및 정자계 해석에 있어서 경계적분방정식(Boundary Integral Equation)을 도출하고 얻어진 경계적분방정식을 경계요소법을 사용하여 근사화시키는 과정은 다음과 같다. [1]

### 2.1 정전계 해석에의 응용

#### 2.1.1 지배방정식과 경계조건

정전계를 해석하는 경우 그림2 와 같이 주어지는 해석모델에 대하여 지배방정식과 경계조건은 다음식

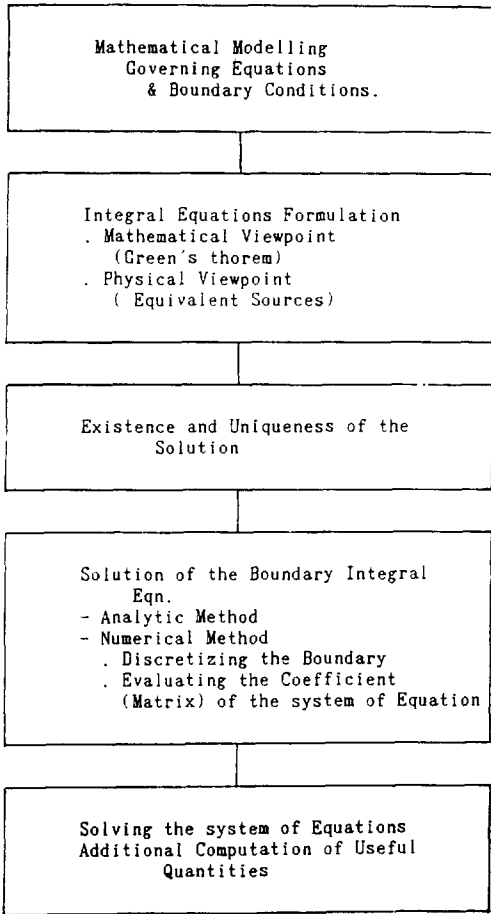


그림 1. 경계요소법의 적용과정

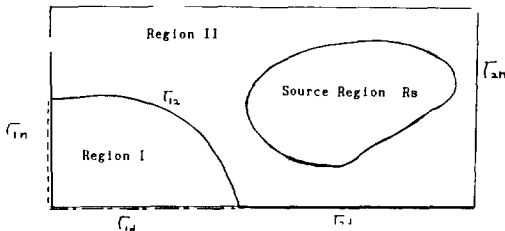


그림 2. 정전계 및 정자계 해석 모델

으로 주어진다.

$$\nabla^2 \phi_1(\vec{r}) = 0 \quad \vec{r} \in R_1 \quad (1-a)$$

$$\nabla^2 \phi_2(\vec{r}) = -\frac{1}{\epsilon_2} q_s \quad \vec{r} \in R_2 \quad (1-b)$$

$$\phi_1(\vec{r}) = C_1 \quad \vec{r} \in \Gamma_{1d} \quad (2-a)$$

$$\phi_2(\vec{r}) = C_2 \quad \vec{r} \in \Gamma_{2d} \quad (2-b)$$

$$\frac{\partial \phi_1(\vec{r})}{\partial n} = 0 \quad \vec{r} \in \Gamma_{1d} \quad (2-c)$$

$$\frac{\partial \phi_2(\vec{r})}{\partial n} = 0 \quad \vec{r} \in \Gamma_{2n} \quad (2-d)$$

$$E_{1t}(\vec{r}) = E_{2t}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Gamma_{12} \quad (2-e)$$

$$D_{1n}(\vec{r}) = D_{2n}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Gamma_{12} \quad (2-f)$$

여기서,  $\phi_1, \phi_2$ ; Electric Scalar potential.

$\epsilon_2$ ; 영역 II의 유전율.

$q_s$ ; Electric Charge density.

매질의 경계면에서  $\vec{E}$  및  $\vec{D}$ 의 연속조건식인 2-e), 2-f)식은 각각 해석변수  $\phi_1$  및  $\phi_2$ 에 대한 식으로 표현하며, 전계의 연속조건은 Electric Scalar potential  $\phi$ 의 정의식

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = -\nabla \phi_1(\vec{r}) \quad (3-a)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}) = -\nabla \phi_2(\vec{r}) \quad (3-b)$$

을 식 2-e)에 대입하면

$$\phi_1(\vec{r}) = \phi_2(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Gamma_{12} \quad (4)$$

가 얻어지고, 전속밀도( $\vec{D}$ )의 연속조건은 Maxwell의 보조방정식

$$\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon \vec{E}(\vec{r}) \quad (5)$$

을 사용하면

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \epsilon \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \quad (6)$$

으로 표현되며, 여기서,  $\epsilon = \epsilon_2 / \epsilon_1$ 이다. 따라서, 정전계를 해석하는 문제는 식 1), 2), 5) 및 식 6)을 결합하여 해석변수  $\phi_1$  및  $\phi_2$ 을 구하는 경계치 문제로 귀착된다.

### 2.1.2 경계적분방정식 도출

식 1-a) 및 1-b)의 경계적분방정식을 도출하기 위하여 다음식을 만족하는 Green 함수를 생각하자.

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r}, \vec{r}') \quad (7)$$

여기서,  $\vec{r}$ 과  $\vec{r}'$ 은 각각 Field point와 Source Point이며,  $\delta$ 는 Dirac delta 함수이다. 식(7)을 만족하는 해를 구하면 2차원에서

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{2\pi} \ln |\vec{r} - \vec{r}'| \quad (8)$$

이 되며 이것이 정전계 문제의 기초해가 된다. 식(1)의 양변에  $G(\vec{r}, \vec{r}')$ 을 곱하고 식(7)의 양변에  $\phi$ 를 곱한것을 빼고 전체영역에 대하여 적분하고 Green 정

리를 이용하여 영역적분을 경계적분으로 표현하면 영역내의 임의의 점에서 potential은 다음과 같이 구해진다.

$$\phi_1(\vec{r}) = \int_{\Gamma} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi_1(\vec{r}')}{\partial n} - \phi_1(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \right] ds' \quad (9-a)$$

$$\phi_2(\vec{r}) = \int_{\Gamma} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi_2(\vec{r}')}{\partial n} - \phi_2(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \right] ds' + \frac{1}{\epsilon_2} \int_{R_s} q_s \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') dR_s \quad (9-b)$$

여기서,  $\frac{\partial G}{\partial n}$ 은 Green함수를 법선방향에 대하여 미분한 값으로 식8)을 이용하면

$$\frac{\partial G}{\partial n}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{2\pi} \frac{(\vec{r}' - \vec{r}) \cdot \vec{n}}{|\vec{r}' - \vec{r}|^2} \quad (10)$$

이 된다.

경계적분방정식을 도출하기 위해서는 식9)에서 Field point( $\vec{r}$ )을 경계 $\Gamma$ 로 접근시켜야 하는데 이때 식9)는 특이점(Singularity)를 갖는다. 이를 피하기 위하여 그림3)과 같이 경계  $\Gamma$ 를  $\Gamma_\epsilon$ 과  $\Gamma - \Gamma_\epsilon$ 으로 나누어 적분하고  $\epsilon$ 을 0으로 접근시킨다. 이때  $\Gamma_\epsilon$ 은 특이점에 중심을 두고 반경이  $\epsilon$ 인 반구이다. 이 적분과정을 거친후 최종적인 경계적분방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$C_1 \phi(\vec{r}) = \int_{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \right] ds' + \int_{R_s} \left[ \epsilon G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n} - \phi(\vec{r}') \right] ds'$$

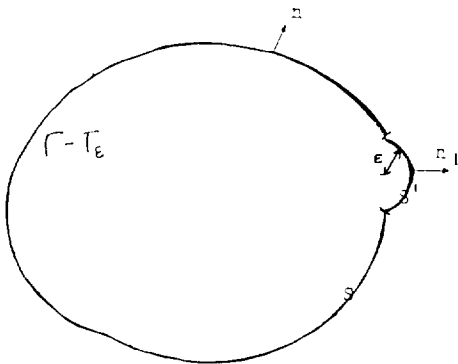


그림 3. 경계적분 경로

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \Big] ds' \quad \vec{r} \in S_1 \quad (13-a)$$

$$\left( \frac{C_2}{1-C_1} \right) \phi(\vec{r}) = \int_{\Gamma_{2a} + \Gamma_{2d}} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \right] ds' - \int_{\Gamma_{12}} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \right] ds' + \frac{1}{\epsilon_2} \int_{R_s} q_s \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') dR_s \quad \vec{r} \in S_2 \quad (13-b)$$

여기서,  $S_1$ 은 영역 I의 경계를 나타내고  $S_2$ 는 영역 II의 경계를 뜻한다. 또한 13-b)식의  $C_2$ 는  $\vec{r} \in \Gamma_{2a} + \Gamma_{2d}$ 일 때이며  $1-C_1$ 은  $\vec{r} \in \Gamma_{12}$  일때 이다.

식13)의 적분은 연속인 경계를 요소분할하여 각 요소별로 적분을 행하고 그 값을 더함으로써 쉽게 이루어 질 수 있다. [2] 한편, 식13-b)의 영역적분은  $R_s$  영역을 유한요소법에서와 같이 삼각형 또는 사각형 요소로 분할하고 한요소내에서  $q_s$  및  $G(\vec{r}, \vec{r}')$ 이 상수라고 가정함으로써 다음과 같이 계산된다[2].

$$\frac{1}{\epsilon_2} \int_{R_s} q_s \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') dR_s = \sum_{k=1}^{NE} \frac{1}{\epsilon_2} \cdot q_s \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \Delta \quad (14)$$

여기서,  $\vec{r}'_m$ 은 삼각형 요소의 무게중심의 좌표이고  $\Delta$ 는 요소의면적이며 NE는 요소의 갯수이다.

## 2.2 정자장 문제예의 응용

정자계문제 해석에는 매질의 선형성, 등방성 또한 해석영역내의 외부인가 전류의 유무등에 따라 여러 가지 정식화가 있을 수 있다[8], [2].

본고에서는 매질이 선형등방성이며, 해석영역내에 외부인가 전류가 흐르는 경우에 대하여 정식화 하기로 한다.

이 경우에도 Magnetic Vector Potential( $\vec{A}$ ), Reduced Scalar Potential( $\phi$ ) 및 Total Scalar Potential( $\Phi$ ) 등을 사용하여 정식화 할 수 있다. 그러나, MVP를 사용하는 경우에는 3차원인 경우 미지수가 각 절점에 대하여  $A_x, A_y, A_z, \frac{\partial A_x}{\partial n},$

$\frac{\partial A_y}{\partial n},$  및  $\frac{\partial A_z}{\partial n}$ 이 되어 컴퓨터 기억용량을 매우 많이 필요로 하여 곤란하며[6], Total Scalar Potential을 사용하는 경우에는 외부인가 전류에 의한 Scalar Potential을 구하는 과정이 문제시 되어 일반

적으로 적용하기는 곤란하다[7], [2]. 한편, Reduced Scalar Potential을 사용하는 경우에는 투자율이 높은 매질 내에서의 자계의 세기가 0으로 접근하게 되며 자계는 외부인가 전류에 의한 자계와 유기된 자계의 차이로 주어지게 되기 때문에 수치적인 정확도에 문제가 있다[2]. 그러나, 관심의 대상이 매질의 내부가 아닌 경우에는 그 적용과정이 간단하며 매우 높은 정도의 해를 제공하는 것으로 알려져 있다[2]. 본고에서는 Reduced Scalar Potential을 사용하여 정식화 하기로 한다.

자계의 세기  $\vec{H}$ 는 외부인가 전류에 의한  $\vec{H}_s$ 와 유기된 자계  $\vec{H}_i$ 의 중첩으로

$$\vec{H} = \vec{H}_s + \vec{H}_i \quad (15)$$

으로 표현된다. 여기서,  $\vec{H}_s$ 는 매질에 상관없이 외부인가 전류  $\vec{j}_s$ 에 의하여 결정되는 양으로서 Biot-Savart 법칙으로부터 계산되어진다.

$$\nabla \times \vec{H}_s = \vec{j}_s \quad (16)$$

따라서, 유기된 자계  $\vec{H}_i$ 는 전류원이 없는 회전하지 않는 자계이며,

$$\nabla \times \vec{H}_i = 0 \quad (17)$$

로 표현된다. 벡터등식으로 부터 Reduced Magnetic Potential ( $\phi_m$ )을 다음과 같이 정의 한다.

$$\vec{H}_i = -\nabla \phi_m \quad (18)$$

Maxwell의 방정식으로 부터  $\phi_m$ 은 식(18)의 정의에 따라

$$-\nabla^2 \phi_m = 0 \quad (19)$$

를 만족하는 함수로서 Single-Valued 함수가 되며, 식(19)가 정자계 문제의 지배방정식이 된다.

지금, 그림3)에서  $R_n$ 영역이 외부인가 전류  $\vec{j}_s$ 가 흐르는 영역이라고 하면 지배방정식 및 경계조건은 다음과 같이 표현되다.

$$-\nabla^2 \phi_{m1} = 0 \quad \vec{r} \in R_1 \quad (20-a)$$

$$-\nabla^2 \phi_{m2} = 0 \quad \vec{r} \in R_2 \quad (20-b)$$

$$\phi_{m1}(\vec{r}) = C_1 \quad \vec{r} \in \Gamma_{1a} \quad (20-c)$$

$$\phi_{m2}(\vec{r}) = C_2 \quad \vec{r} \in \Gamma_{2a} \quad (20-d)$$

$$\frac{\partial \phi_{m1}(\vec{r})}{\partial n} = \frac{\partial \phi_{m2}(\vec{r})}{\partial n} = 0 \quad \vec{r} \in \Gamma_{2n} + \Gamma_{1n} \quad (20-e)$$

한편, 매질의 경계면에서 자계의 연속조건은 전계에서와 동일한 과정을 거치면 다음과 같이 구하여진다.

$$\phi_{m1}(\vec{r}) = \phi_{m2}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Gamma_{12} \quad (21-a)$$

$$\frac{\partial \phi_{m1}}{\partial n} = \mu \frac{\partial \phi_{m2}}{\partial n} + (1-\mu) H_{sn} \quad (21-b)$$

여기서,  $H_{sn}$ 은  $\vec{H}_s$ 의 법선성분이며  $\phi_{m1}$ ,  $\phi_{m2}$ 는 각각 영역 I 과 II에서의 potential 함수를 나타낸다.

전자장 해석문제의 경계적분 방정식을 도출하기 위하여 전계에서와 동일한 과정을 거치면 영역내의 임의의 점에서의 potential은

$$\phi_{m1}(\vec{r}) = \int_{\Gamma} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi_{m1}}{\partial n'} - \phi_{m1}(\vec{r}') \frac{\partial G}{\partial n'} \right] d\Gamma \quad \vec{r} \in R_1 \quad (22-a)$$

$$\phi_{m2}(\vec{r}) = \int_{\Gamma} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi_{m2}}{\partial n'} - \phi_{m2}(\vec{r}') \frac{\partial G}{\partial n'} \right] d\Gamma \quad \vec{r} \in R_2 \quad (22-b)$$

가 되며, 최종적인 경계적분 방정식은 경계조건식 21)을 이용하여 다음과 같이 나타내진다.

$$C_1 \phi(\vec{r}) = \int_{\Gamma_{1a} + \Gamma_{1n}} \left( G \frac{\partial \phi_m}{\partial n} - \phi_m \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_{12}} \left( \mu G \frac{\partial \phi_m}{\partial n} - \phi_m \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\Gamma_n + \int_{\Gamma_{12}} (1-\mu) H_{sn} G d\Gamma_{12} \quad (24-a)$$

$$\left( \frac{C_2}{1-C_1} \right) \phi(\vec{r}) = \int_{\Gamma_{2n} + \Gamma_{2a}} \left( G \frac{\partial \phi_m}{\partial n} - \phi_m \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\Gamma - \int_{\Gamma_{13}} \left( G \frac{\partial \phi_m}{\partial n} - \phi_m \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\Gamma_{12} \quad (24-b)$$

### 3. 적용사례

이와같은 방법을 이용하면 해석영역내에 여러 매질이 존재하는 경우에도 경계요소법을 이용하여 전계 및 자계를 쉽게 계산할 수 있다.

적용예로서는 그림4)와 같이 전류가 흐르는 도선

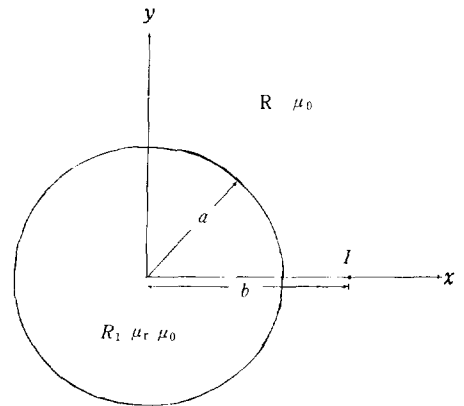


그림 4. 해석 모델 I.

주위에 자성체가 있는 경우, 자성체 내부 및 외부에서의 자장분포를 구하였다. 이때, 지배방정식은 식 19)가 되며 경계조건은 무한대에 포텐셜이 0인 것으로 하여 개영역 해석을 하였다.

이때, 영역에서의 해석하는 다음식으로 주어진다 [2].

$$H_r(r, \theta) = \frac{I}{\pi} \left( \frac{u_2}{u_1 + u_2} \right)$$

$$\frac{b \sin \theta}{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta} \quad r \in R_1 \quad (25-a)$$

$$H_\theta(r, \theta) = -\frac{I}{\pi} \left( \frac{u_2}{u_1 + u_2} \right)$$

$$\frac{r - b \cos \theta}{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta} \quad r \in R_1 \quad (25-b)$$

$$H_r(r, \theta) = \frac{I}{2\pi} \left[ \frac{b \sin \theta}{R^2 + b^2 - 2rb \cos \theta} + \frac{(u_1 - u_2)}{u_1 + u_2} \frac{b^* \sin \theta}{r^2 + b^{*2} - 2rb^* \cos \theta} \right] \quad r \in R_2 \quad (25-c)$$

$$H_\theta(r, \theta) = -\frac{I}{2\pi} \left[ \frac{r - b \cos \theta}{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta} + \frac{(u_1 - u_2)}{(u_1 - u_2)} \frac{r - b^* \sin \theta}{r^2 + b^{*2} - 2rb^* \cos \theta} - \frac{(u_1 - u_2)}{(u_1 + u_2)} \frac{1}{r} \right] \quad r \in R_2 \quad (25-d)$$

여기서,

$$b^* = \frac{a^2}{b}$$

그림5)와 그림6)은 각각 요소분할도와 자계의 세기를 나타낸 것이다. 그림7)은 자성체 외부에서의 자계의 세기를 이론치와 비교한 것으로 이론치와 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

또다른 적용예로서는 그림8)과 같이 주어지는 I 형코아로서, 기하학적 특이점을 여러점 갖고 있는 개영역 문제를 택하였다. 기하학적 특이점을 처리하기 위하여 직접법(birect Method) [2]를 사용하였으며, 기하학적 특이점을 고려한 요소분할도가 그림9)에 나와있다. 그림10)은 자계의 세기의 분포를 나타내며, 그림11)에 유한요소법으로 해석한 결과와 비교하였다. 이때 발생한 오차는 주로 기하학적 특이점 때문인 것으로 생각되며 이것은 Special Element Formulation Method [2]를 사용하면 해결될 것으로 생각된다.

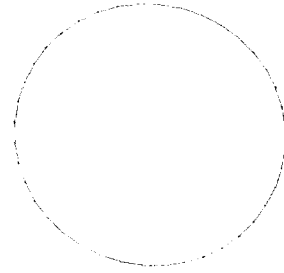


그림 5. 요소 분할도

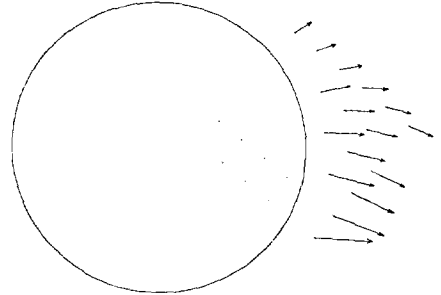
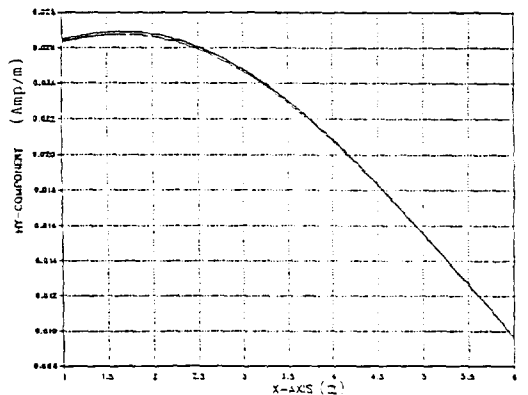
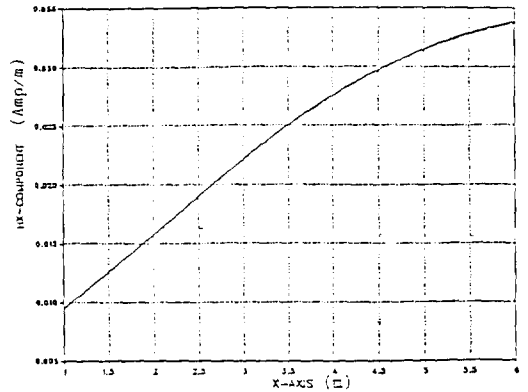


그림 6. 모델 I의 자계의 세기 분포



( — : 해석해  
 ( - - - : 수치해석 결과 )

그림 7. 해석 결과 비교

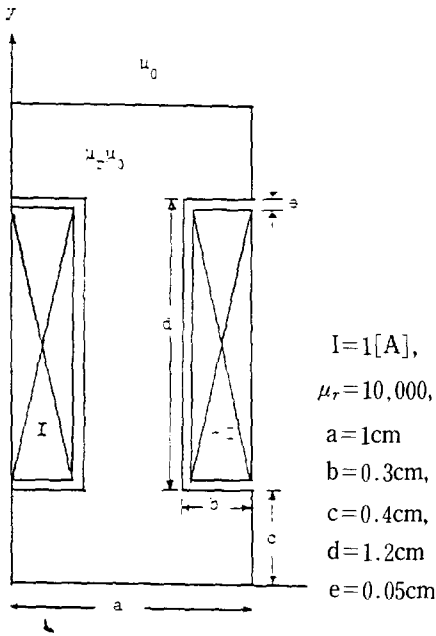


그림 8. 모델 II

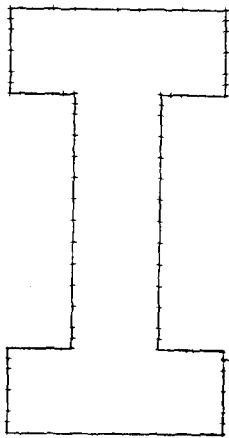


그림 9. 요소 분할도

#### 4. 결론

1960년대 후반 유한요소법인 전자장 수치해석에 응용되기 시작한 후 전기기기 특성해석, 성능예측 및 설계에 많은 도움을 주었다.

그동안 실제 모델에 응용된 것은 거의가 2차원 문제에 국한되었었다. 그러나, 최근 들어서는 각종 전기기기가 경량화, 소형화, 고효율화 됨에 따라 점차

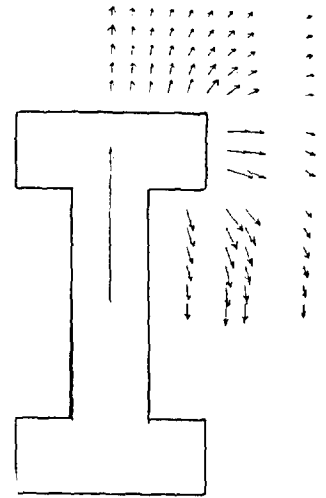
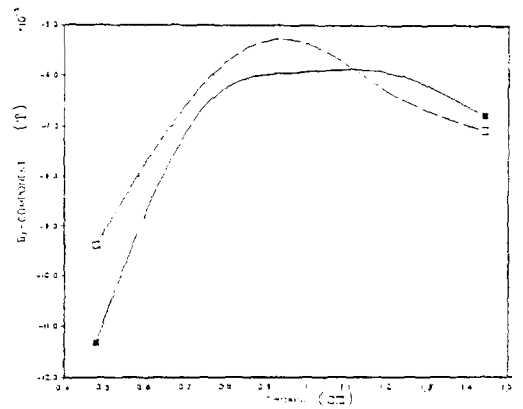
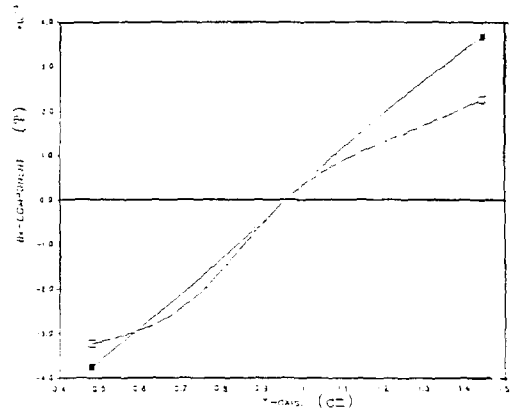


그림 10. 모델 II의 자계의 세기 분포



(— ; F. E. M. 결과)  
 (--- ; B. E. M. 결과)

그림 11. 해석 결과 비교

로 3차원 전자장 수치해석에 대한 요구가 급증하고 있다.

앞서 언급한 바와 같이 유한요소법은 영역법의 일종으로 영역을 적절히 요소분할 하는데 어려움이 있다. 따라서 근래에 영역법의 문제점을 보완하기 위하여, 또한 영역법의 대용으로 경계법에 대한 연구가 점차로 증대되고 있다. 경계요소법은 주어진 지배방정식에 대한 Green 함수를 반드시 알아야만 하는 단점을 갖고 있으나 근래에 들어서는 광범위한 분야에 걸쳐 Green 함수가 이미 발견되어 있기 때문에 실제 응용에는 별 문제가 없으리라 생각된다.

경계요소법은 앞으로 기하학적 특이점에 의한 해의 부정확성을 극복하고 적응경계요소법(Adaptive Boundary Element Method)등이 개발되면 한층 그 이용 범위가 늘어날 것이다. 특히, 형상최적화 설계 문제에서는 경계법이 영역법에 비하여 매우 유리하다고 하겠다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Brebbia, C. A., The Boundary Element Method for Engineers, John Wiley & Sons Inc., New York, 1978.
- [2] Sompoth Peaiyoung, "Computational Aspect of The Boundary Element Method Applied to Two-and Three Dimensional Magnetic Field Problems," Ph. D. Dissertatron, Univ. of Manitoba, Winnipeg, Canada, 1987.
- [3] Chow, S. K., Lee, Y. T. and Owen, E. A., "An Integral-Equation/Singularity Method Approached for 3-D Electromagnetic Field Determinatron in the End Region of a Turbine-Generator," IEEE Trans. on Magnetics, 18, p. 340. 1982.
- [4] Stroud, A. H. and Secreat, D, Gaussian Quadrature Formulas, Prentice Hall, Englewood Cliff, New Jersey, 1966.
- [5] Harrington, R. F., Field Computation by Moment Method, Macmillan, New York, 1968.
- [6] Lindholm, D. A., "Notes on Boundary Integral Equations for Three-Dimensional Magnetostatics," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 16, p. 1409. 1980.
- [7] Simkin, J. and Trowbridge, C. W., "On the Use of the Total Scalar Potential in the Numerical Solution of field problems in Electromagnetics." Int. J. Num. Meth. Engng., vol. 14, p. 23, 1979.
- [8] 榎園正人マハユンによる境界要素法. 培風館