

# 신경망 최적화 회로에 의한 여유자유도를 갖는 로봇의 제어

## Redundant Robot Control by Neural Optimization Networks

玄 雄 根\* · 徐 一 弘\*\*  
(Woong-Keun Hyun · Il-Hong Suh)

### 요 약

본 논문에서는 여유자유도를 갖는 로봇의 제어 방법을 신경회로망을 이용하여 제한 관절 각속도를 벗어 나지않고 관절의 움직임중에서 그 움직임이 로봇트를 계획된 궤적으로 가게하는데 가장많이 기여하는 관절을 되도록 많이 움직여주면서 End effector가 계획된 궤적을 추적하는 제어 방법을 제안한다. 구체적으로 설명하면, 이 방법은 매순간 마다 각 관절들의 미소회전에 의해 만들어지는 End effector의 자세및 위치 변화 벡터들을 매순간 가야할 End effector의 계획된 궤적에 대하여 직각인 벡터와 궤적과 같은 방향의 벡터로 나누어 다음과 같은 조건들을 만족하는 최적해를 신경회로망을 이용하여 구하는 방법이다. 그 조건들은 1) 앞서 기술한 End effector의 계획된 궤적과 수직성분의 벡터들의 선형조합을 0으로 하고 2) 비례성분 벡터들의 선형조합은 매순간 가야할 계획된 궤적의 크기와 같게하며 3) 이러한 움직임이 관절각속도의 제한 범위내에 있게하며 4) 가중치가 부여된 관절의 미소 움직임에 대한 에너지의 합을 최소화 시킨다는 것이다. 여기서 가중치는 앞서 기술한 End effector의 직각 성분과 비례성분의 비로써 구해진다.

**Abstract-** An effective resolved motion control method of redundant manipulators is proposed to minimize the energy consumption and to increase the dexterity while satisfying the physical actuator constraints. The method employs the neural optimization networks, where the computation of Jacobian matrix is not required. Specifically, end effector movement resulting from each joint differential motion is first separated into orthogonal and tangential components with respect to a given desired trajectory. Then the resolved motion is obtained by neural optimization networks in such a way that 1) linear combination of the orthogonal components should be null 2) linear combination of the tangential components should be the differential length of the desired trajectory, 3) differential joint motion limit is not violated, and 4) weighted sum of the square of each differential joint motion is minimized. Here the weighting factors are controlled by a newly defined joint dexterity measure as the ratio of the tangential and orthogonal components.

### 1. 서 론

로봇 매니플레이터가 주어진 작업을 수행하는데 필요한 최소한도의 자유도 이상의 자유도를 갖을 때 이러한 로봇을 여유자유도를 갖는 로봇 매니플레이터라한다. 이러한 로봇은 그 여유자유도를 이용하여 주어진 작업 수행중 특이 자세 회피 [1, 2, 3], 관절 각속도 제한 [4, 5], 장애물 회피 [6, 7, 8], 그리고 조작성능지수 (manipulability) 증가 [9] 등을 할 수 있는 장점이 있다. 하지만 그 제어방법이 복잡하며 이 여러가지 동작을 동시에 만족시킬 수 있는 효율적인 방법에 대한 연구는 아직 미비하다. 더우기 여유자유도 로봇을 제어하기 위한 기존의 방법들은 자코비안과 의사역행렬을 사용하는데 관절수가 많아질 경우 구하기 어려우며 작업중(main task) 수행할 수 있는 앞서기술한 조작성능지수 증가 등과 같은 부작업(sub task)을 수행하려면 자코비안 행렬의 의사역행렬과 그 부분 미분값 등을 사용하는데 이 경우 대수적으로 역행렬을 구하기도 어려울 뿐만 아니라 수치자체도 복잡하고 많은 항으로 구성되어 있어 수치 적으로(numerical) 구한다해도 정확도가 떨어지며 계산시간도 매우 느리다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제의 해결 방법으로 신경회로망을 이용한 로봇 제어방법을 제안하였다.

최근 신경회로망은 병렬처리 능력 및 학습능력으로 인하여 로봇 제어 분야에 그 응용이 많이 연구되어 지고 있다 [10, 11, 12, 13, 14, 15]. 그 중에서 Jodin [11]과 Elsley [12]는 inverse Kinematics를 풀기 위해 back propagation 알고리즘을 사용하였고, Tsutsumi [13, 14]는 로봇을 제어하기 위한 어떤 평가함수를 최소화 시키는 문제를 Hopfield [18]가 주장한 신경회로망을 이용하여 풀었는데 신경회로망의 병렬처리(parallel processing)를 위하여 로봇 암(Arm)의 길이가 가변이라는 가정을 하였다. 하지만 이 경우 로봇 암의 길이가 일정하다는 조건을 만족시켜 주기 위하여 그 조건에 대한 가중치(weighting factor)를 아무리 크게 해 준다고 해도 최적해는 다른 조건들도 만족시키도록 하는 선에서 구해지므로 암(Arm)의 길이가 항상 일정하다는 보장은 할 수 없다. 한편, Eckmiller [15]는 자코비안을 사용하

지 않고 기하학적 방법으로 구한 inverse Kinematics를 사용한 여유자유도 로봇 제어방법을 제안하였으나 여유자유도의 장점을 전혀 고려하지 않았다.

이에 본 논문에서는 여유자유도를 갖는 로봇의 제어 방법으로 신경회로망을 이용하여 제한 관절 각속도를 벗어 나지 않고 관절의 움직임중에서 그 움직임이 로봇을 계획된 궤적으로 가게하는데 가장 많이 기여하는 관절을 되도록 많이 움직여 주면서 End effector가 계획된 궤적을 추적하는 제어 방법을 제안한다. 구체적으로 설명하면, 이 방법은 매순간 마다 각 관절들의 미소회전에 의해 만들어지는 End effector의 자세 및 위치 변화 벡터들을 매순간 가야할 End effector의 계획된 궤적에 대하여 직각인 벡터와 궤적과 같은 방향의 벡터로 나누어 다음과 같은 조건들을 만족하는 최적해를 신경회로망을 이용하여 구하는 방법이다. 그 조건들은 1) 앞서 기술한 End effector의 계획된 궤적과 수직성분의 벡터들의 선형조합을 0으로 하고 2) 비례성분의 벡터들의 선형조합은 매순간 가야할 계획된 궤적의 크기와 같게 하며 3) 이러한 움직임이 관절 각속도의 제한 범위 내에 있게 하며 4) 가중치가 부여된 관절의 미소 움직임에 대한 에너지의 합을 최소화 시킨다는 것이다. 여기서 가중치는 앞서 기술한 End effector의 직각 성분과 비례 성분의 크기의 비로써 만들어 진다. 제한조건이 있는 경우에 최적해를 구하는 신경회로망은 Platt [16]이 제안한 방법을 사용하였는데 이 방법은 제한 조건이 많을 경우 제한 조건을 만족시키기 위해 Lagrange multiplier를 뉴턴으로 추정함으로써 제한 조건에 벌칙(penalty)만을 가하는 Hopfield [17]가 주장한 방법보다 더 우수한 수렴성을 갖고 있다.

### 2. 여유 자유도 로봇의 미소 운동을 이용한 제어방법.

n자유도를 갖는 로봇 매니플레이터에서 그 i 번째 관절 변수를  $q_i (i=1, 2, \dots, n)$  이라고 하고 벡터를  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$  으로 하자. 이때 로봇 매니플레이터의 end effector가 Cartesian space에서 해야할 작업을  $X_d \in R^m$ 로 나타내면  $X_d$ 는 q함수로써

$$X_d = f(q) \tag{1}$$

로 나타내진다. 작업을 실행하는 관절 속도는 (1)식을 미분하여 (2)식과 같아진다.

$$\dot{X}_d = J\dot{q} \tag{2}$$

\*正 會 員 : 漢陽大 大學院 電子工學科 博士課程  
 \*\*正 會 員 : 漢陽大 工大 電子工學科 副教授 · 工博  
 接受日字 : 1989年 12月 21日  
 1次修正 : 1990年 5月 3日

여기서  $J$ 는 자코비안 행렬로써 (3)식과 같다.

$$J = \partial f(q) / \partial q \quad (3)$$

(2)식에서 만일  $J$ 가 정방형 행렬이 아니라면 ( $m \times n$ ,  $n > m$ )  $q$ 에 대한 일반해는

$$\dot{q} = J^+ \dot{X}_a + (I - J^+ J) \dot{q} \quad (4)$$

가 된다. 여기서  $H$ 는  $n$ 차원의 임의의 벡터이다. (2)식의  $J$ 는  $m \times n$ 행렬 ( $n > m$ )인 경우 여유 자유도를 갖는 로봇트 매니플레이터의 자코비안이 되며, 그 경우 로봇트의 매니플레이터의 제어는 (4)식의  $J^+ X_a$ 으로 end effector가 주어진 작업 (main task)  $X_a$ 를 수행하면서, 동시에 여유자유도를 이용한 장애물 회피, 특히 영역 회피등의 부작업은 평가 함수로 나타내고  $H$ 를 평가 함수의 gradient를  $H$ 로 선택하는 방법으로 제어해준다. 그런데 이방법에서 (4)식의 자코비안  $J$ 는 관절의 수가 많을 경우 매우 복잡한 과정을 통하여 구해지며 특히 pseudo inverse 자코비안  $J^+$  및 평가 함수의 gradient는 대수적으로 구하기 어려울 뿐 아니라, 수치적으로 구한다 하더라도 복잡한 수식 (주로 computation time이 많이 걸리는 삼각함수로 되어 있음)을 포함하고 있어 computation time이 길어지는 요인이 된다. 따라서 본 논문에서는 여유 자유도를 갖는 로봇트 매니플레이터의 경우 (4)식과 같이 대수적으로 구한 자코비안을 이용한 제어방법보다는 그 물리적 의미를 고려하여 각 관절의 미소 회전에 의해 변화되는 로봇트 매니플레이터의 end effector의 변화의 조합으로 제어하는 방법을 제안한다.

먼저 End effector의 위치 제어를 위하여 그림 1에서의  $dT_p$ ,  $P_e$ ,  $P_{ie}$ ,  $dp_{ie}$ ,  $D_{pi}$ ,  $C_{pi}$ 를 다음과 같이 정의 하기로 한다.

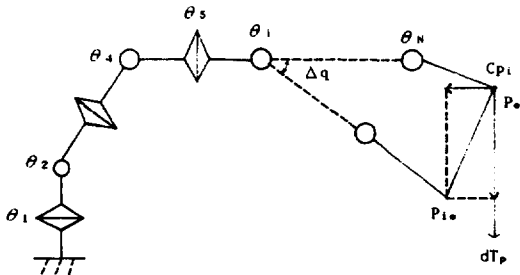


그림 1  $i$ 번째 관절을  $\Delta q$ 만큼 회전 시켰을 경우 End effector의 위치  
Fig. 1 End effector position when  $i$ -th joint rotates by  $\Delta q$

$dT_p$  : 매순간 End effector가 추적해야할 계획된 궤적의 위치 벡터 변화. 즉  $dT_p = T_p(k+1) - T_p(k)$ . 여기서  $T_p(k)$ 는  $k$ 번째 sampling time에서의 End effector의 계획된 위치 (desired position) 벡터.

$P_e$  : End effector이 위치 벡터.

$P_{ie}$  :  $i$ 번째 조인트를 미소량 ( $\Delta q$ )만큼 회전시켰을 경우 End effector의 위치 벡터 ( $i=1, 2, \dots, N$ ).

$dp_{ie}$  :  $i$ 번째 조인트를 미소량 ( $\Delta q$ )만큼 회전시켰을 경우 End effector의 위치 변화 벡터 ( $dp_{ie} = P_{ie} - P_e$ )

$D_{pi}$  : 궤적 (desired trajectory)  $dT_p$ 와 직교 평면  $G_p$ 상의  $dp_{ie}$ 의 성분벡터 (Cross product of  $dT_p / \|dT_p\|$  and  $dp_{ie}$ ).

(3)식에서와 같이 자코비안은 각 관절을 미소량  $\Delta q$  ( $\Delta q$ 는 모든 관절에 대하여 그 크기가 같으며 관절의 움직임에 대한 End effector의 움직임이 선형성을 보장할 정도로 매우작은 회전임)만큼 회전시켜 그에 따른 매니플레이터의 End effector의 미소 변화를 나타낸다. 따라서 그림 1.에서와 같이 만일  $i$ 번째 관절을  $\Delta q$ 만큼 회전시키면 그때 End effector의 위치의 변화는  $dp_{ie}$ 만큼 변화 되며 이것을 두성분  $D_{pi}$ 와  $C_{pi}$ 로 나누면

$$D_{pi} = dp_{ie} (dT_p / \|dT_p\|) \cdot \frac{dT_p}{\|dT_p\|} \quad (5)$$

$$C_{pi} = dp_{ie} \times (dT_p / \|dT_p\|) \quad (6)$$

과 같이 된다. 각 관절은  $\Delta p$ 만큼씩 회전시켰을 경

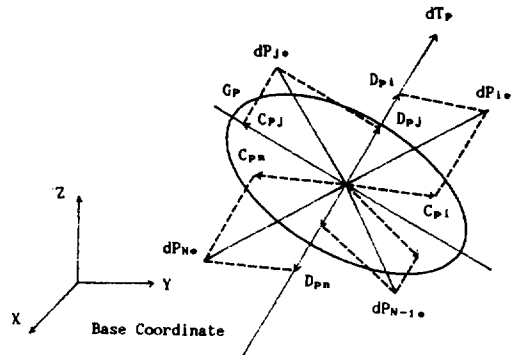


그림 2 End effector의 위치 변화벡터를 계획된 위치 궤적 벡터  $dT_p$ 의 직교 성분벡터와 비례성분 벡터로 나눈 벡터들

Fig. 2 Orthogonal and tangential vectors of the differential position vector with respect to  $dT_p$

우 End effector의 변화 벡터  $dP_{ie}(i=1, 2, \dots, N)$ 와 매순간의 제적  $dT_p$ 와 외적은 모두  $dT_p$ 선상에 존재하게되며, 외적의 결과는 모든  $dT_p$ 의 수직이면서, 점  $P_e$ 를 포함하는  $G_p$ 평면 상에 존재하게 된다. (그림 2. 참조) 따라서 만일 각 조인트를  $\Delta q$ 만큼씩 일률적으로 회전시키는 것이 아니라 End effector의 변화  $dP_{ie}$ 를  $dT_p$ 와 내적 시킨 결과  $(D_{pi})$ 의 선형조합을  $dT_p$ 가 되게 하고 외적 시킨 결과  $(C_{pi})$ 의 선형조합을 "0"이 되도록 움직이게 하면 End effector는 우리가 원하는 매순간의 제적 위치 벡터  $dT_p$ 를 따라가게 된다. 즉, 매순간  $dT_p$ 를 추적해야 할 상기조건을 만족하는  $i$ 번째관절에서의 회전량을  $dq$ 라하면  $dq$ 는 다음과 같다.  $dq = u_i \Delta q$ . ( $u_i$ 는  $\Delta q$ 에 곱해지는 multiplier), 이 경우  $u_i$ 는 (7), (8)식을 만족해야 한다.

$$\sum u_i D_{pi} = dT_p \quad (7)$$

$$\sum u_i C_{pi} = 0 \quad (8)$$

이는 (4)식의  $J^* \dot{X}_d$ 을 만족하는  $\dot{q}$ 를 구하는 것과 같은 의미가 되며 따라서 (7)과 (8)식을 만족하는 해를 구해주면 대수적으로 구한 자코비안의 pseudo inverse없이도 매니플레이터의 End-effector의 위치를 제어할 수가 있다.

이제 End effector의 자세의 제어에 관하여 살펴보기로 하자.

만일  $i$ 번째 관절을 미소량 ( $\Delta q$ )만큼 회전시켰을 때 로봇 매니플레이터의 End Effector의 자세 (orientation)의 변화를 Base Coordinate의  $X, Y, Z$ 축을 기준으로 한 회전량  $\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}$ 로 표현할 수 있다면, 그 회전량은 벡터  $dQ_i$ 로 (9)식과 같이 표현할 수 있다.

$$dQ_i = \delta_{xi} \hat{X} + \delta_{yi} \hat{Y} + \delta_{zi} \hat{Z} \quad (9)$$

여기서  $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$ 는 각각  $X, Y, Z$ 축상의 단위 벡터이다.

그리고 (9)식에서  $\delta_{xi}, \delta_{yi}$  그리고  $\delta_{zi}$ 는 다음과 같다.

$$\delta_{xi} = 1/2 [O_{i, \Delta q} A - A_{i, \Delta q} O] \quad (10)$$

$$\delta_{yi} = 1/2 [A_{i, \Delta q} N - N_{i, \Delta q} A] \quad (10)$$

$$\delta_{zi} = 1/2 [N_{i, \Delta q} O - O_{i, \Delta q} N] \quad (10)$$

여기서  $N, O$  그리고  $A$ 는 로봇의 End effector의 Normal, orientation 그리고 Approach vector이며,  $O_{i, \Delta q}$ 는  $i$ 번째 관절을  $\Delta q$ 만큼 미소 회전시켰을 경우의 Orientation vector이다. 이제, 매순간 End effector의 계획된 자세 (desired orientation trajectory)의 변화율을  $dT_o$ 로 표현하면 (13) 식으로 표현된다.

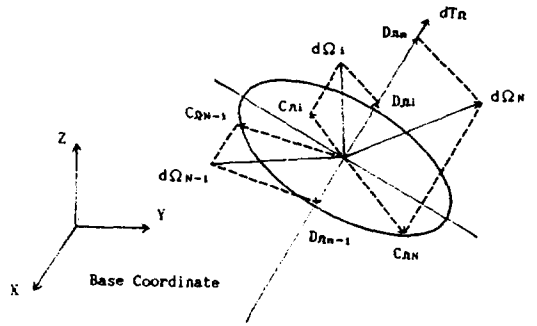


그림 3 End effector의 미소 자세 변화 벡터들을 계획된 제적 자세 벡터  $dT_o$ 의 직각성분과 비례성분으로 나눈 벡터들.

Fig. 3 Orthogonal and tangential vectors of the differential orientation vector with respect to  $dT_o$

$$dT_o = T_o(k+1) - T_o(k) \quad (13)$$

(13)식에서  $T_o(k+1)$ 는  $k+1$  번째 Sampling time에서의 계획된 자세 (desired orientation)이다.

이  $dT_o$ 를 Base coordinate의 축인  $X, Y, Z$ 를 회전축으로 한 회전량  $\delta_{xd}, \delta_{yd}, \delta_{zd}$ 로 표시하면 (14)식과 같다.

$$dT_o = \delta_{xd} \hat{X} + \delta_{yd} \hat{Y} + \delta_{zd} \hat{Z} \quad (14)$$

이 경우 위치 제어와 마찬가지로 End effector의 자세 제어는  $dQ_i$ 를 basis로 한 Linear combination으로  $dT_o$ 를 만드는 문제가 되므로 다음에 주어진 (12), (13), (14), (15)식을 만족하는  $u_i$ 를 구하는 문제로 된다.

$$\sum u_i D_{oi} = dT_o \quad (15)$$

$$\sum u_i C_{oi} = 0 \quad (16)$$

여기서  $D_{oi}$ 는  $dQ_i$ 의  $dT_o$ 와 같은 방향의 성분 벡터이며 (17)식과 같다.

$$D_{oi} = dQ_i (dT_o / \|dT_o\|) \cdot \frac{dT_o}{\|dT_o\|} \quad (17)$$

$C_{oi}$ 는  $dQ_i$ 의  $dT_o$ 에 직교하는 평면  $G_o$ 상의 성분 벡터이며 (18)식과 같다. (그림 3. 참조)

$$C_{oi} = dQ_i \times (dT_o / \|dT_o\|) \quad (18)$$

그러므로, 로봇 매니플레이터의 End effector의 위치와 자세를 구하는 문제는 (7), (8), (15), (16)식을 만족하는  $u_i$ 를 구하는 문제가 된다. (그림 3. 참조)

### 3. 여유 자유도를 갖는 로봇 매니퓰레이터의 용이 조작 성능 지수 (dexterous ability measure)

Yoshikawa[9]가 제안한 조작 성능 지수 (manipulability)는 로봇의 현재 자세와 위치에 대한 manipulating ability를 나타내는 것이지만 주어진 작업에 대한 manipulating ability(task oriented manipulating ability)를 나타내는 것은 아니다. 따라서 Yoshikawa가 제안한 조작 성능 지수 (manipulability)는 특히 영역을 피한다는 면에서는 좋은 지수일지 몰라도 로봇 매니퓰레이터가 계획된 작업을 수행하는데 있어서 가장 움직이기 좋은 관절을 움직여야 한다는 실질적 의미의 조작 성능 정도 (manipulating ability measure)를 나타내는 것은 아니다. 이에 본 논문에서는 2장에서 정의한  $D_{pi}$ 와  $C_{pi}$ 로써 (19)식으로 표현되는 용이 조작 성능 지수  $Q_i$ 를 제안한다.

$$Q_i = \|D_{pi}\| / \|C_{pi}\| \quad (19)$$

그림 4의 경우  $j$ 번째 관절을  $\Delta q$ 만큼 움직이는 것보다 ( $dp_{je}$ )  $i$ 번째 관절을  $\Delta q$ 만큼 움직이는 것이 ( $dp_{ie}$ )로봇 매니퓰레이터의 End effector를  $dT_p$ 에 더욱 가깝게 접근시킬수가 있다. 이 경우 (19)식에서 정의된  $Q_i$ 값은  $Q_i > Q_j$ 가 된다. 따라서

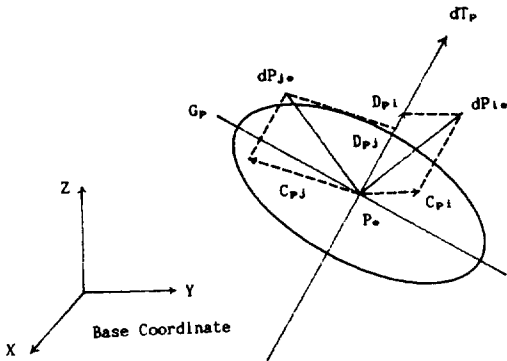


그림 4  $i$ 번째 관절과  $j$ 번째 관절을  $\Delta q$ 만큼 회전시켰을 경우 End effector의 위치 제어에 대한 용이 조작 성능 지수 분석.

Fig. 4 Dexterous ability measure for the position control of end effector when both  $i$ -th and  $j$ -th joints are rotated by  $\Delta q$

$Q_i (i=1, 2, \dots, N)$ 의 의미는  $i$ 번째 조인트를 미소량  $\Delta q$ 을 회전시켰을 때 로봇의 매니퓰레이터의 End effector가 계획된 제적  $dT_p$ 에 가까이 접근할 수 있는 정도를 나타나게 된다. Yoshikawa가 제안한 조작 성능 지수를 향상시키기 위한 제어 방법은  $det(JJ^T)$ 을 부분 미분하여 (4)식의 우변의 2번째 항에 내적(inner product)시키는 방법인데 이 경우 평가함수인  $det(JJ^T)$ 의 부분 미분은 수식이 복잡하고 computation 계산량도 상당히 많다. 하지만 본 논문에서 제안한 용이 조작 성능 지수 (dexterous ability)는 (19)식에서도 알 수 있듯이 (5), (6)식에서 구한  $D_{pi}$ ,  $C_{pi}$ 로만 되어있어 계산량을 상당히 줄일 수 있다.

### 4. Neural Optimization Network를 이용한 Redundant Manipulator 제어방법

일반적인 여유자유도를 갖는 로봇 매니퓰레이터의 제어방법은 식(4)와 같다. 즉, 로봇 매니퓰레이터에 주어진 작업은 식(4)의 우변의 첫번째 항에서 하계되고 그 작업을 실행하면서 여유자유도를 이용하여 부 작업(Sub-task)인 Manipulability 증가, 장애물 회피, 특히 영역 회피, Kinetic energy의 최소화, 관절 각속도 제한 등을 수행하게 된다. 그렇지만 식(4)과 같은 제어 방법으로는 여러 작업을 동시에 해결하기도 어렵고 (Multiple Criteri의 만족), 또 제어 방법이 자코비안의 의사역행렬을 사용하므로 계산시간도 상당히 길다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제를 자코비안을 사용하지 않고 해결하는 방법을 제안하였는바 이 경우 각각의 관절의 미소 움직임이 로봇 End effector의 움직임에 서로 영향을 준다고 보지않았기 때문에 Parallel processing이 가능하며 따라서 신경회로망을 사용한 문제의 해결이 가능해진다.

이제 여유자유도 로봇의 제어 문제를 신경회로망을 사용한 제어문제로 바꾸어 보기로한다.

만일 (7), (8), (15), (16)식을 만족하는  $u_i$ 를 구한다면 여유자유도 로봇의 위치 및 자세의 제어 문제는 해결된다. 하지만 여유자유도 로봇의 경우이므로 상기한 방정식들을 만족하는 해는 무한히 많을 것이다. 따라서 이러한 해 중에서 어떤 가중치를 곱한 것의 제곱의 합이 가장작은 경우를 구해보자. 여기서  $u_i$ 는 매순간 관절각의 미소 변화량( $\Delta q$ )의 multiplier이므로 관절 각속도를 의미

하게되며 제곱은 에너지를 의미하게 된다. 따라서 이는 가중치가 곱해진 에너지의 최소값을 구하는 것과 같다. 이 문제는 문제 1.과 같이 equality constraint를 갖는 경우의 최적해를 구하는 것과 같아진다.

[문제 1.]

$$\min f(u) \tag{20}$$

$$g_i(u) = 0$$

$$\text{여기서 } f(u) = \sum_i W_i u_i^2 \tag{21}$$

$$g_1(u) = \sum_i u_i D_{pi} - dT_p \tag{22}$$

$$g_2(u) = \sum_j u_j C_{pj} \tag{23}$$

$$g_3(u) = \sum_i u_i D_{oi} - dT_o \tag{24}$$

$$g_4(u) = \sum_i u_i C_{oi} \tag{25}$$

$$u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]^T \tag{26}$$

문제 1.에서 식(22)과 (23), (24), (25)식의  $g_i(u) = 0 (i=1, 2, 3, 4)$ 를 만족하는  $u_i$ 를 구한다면 이는 (4)식의  $\dot{q} = J^+ \dot{X}_d$ 를 만족하는  $\dot{q}$ 가 구해지는데, 만일 로봇트 매니플레이터가 여유자유도를 갖고 있다면 식(21)의 가중치  $W_i (i=1, 2, \dots, N)$ 에 의해 결정되는 어떤 조건도 역시 만족하며 따라서 식(21)에서 Jacobian J의 Null space인  $(I - J^+ J)$ 에 평가 함수의 gradient를 내적시킴으로써 만족시켰던 작업을 이것으로 해결할 수 있다.

이제 가중치  $W_i$ 를 3장에서 제안했던 용이 조작 성능 지수  $Q_i$ 를 고려하여 다음과 같이 정의하자.

$$W_i = (2/\pi) \tan(1/Q_i) + \alpha_i \tag{27}$$

“용이 조작 성능 지수”(dexterous ability measure)  $Q_i$ 가 크면  $i$ 번째 관절을 미소량 회전시켰을 경우 로봇트 매니플레이터의 End effector가 궤적  $dT_p$ 에 가깝게 간다. 따라서 만일  $Q_i$ 역수를 가중치  $W_i$ 로 해주면 (20)식에서 평가 함수  $f(u)$ 를 최소화시키기 위해서  $Q_i$ 가 큰 경우 가중치  $W_i = 1/Q_i$ 이 작으므로  $u_i$ 가 커져도 평가함수를 만족하는데 지장이 없고 용이 조작성능 지수가 작으면 그 관절에서의 미소 회전량인  $u_i$ 는 작아져야, 따라서 가중치  $W_i$ 를 (27)식과 같이  $Q_i$ 의 역수로 한다. 그리고 이때  $W$ 는 그 범위가  $(0, \infty)$ 이므로  $2/\pi \tan^{-1}(x)$ 를 사용하여 그 범위를 0에서 1까지로 mapping할 수 있다.

한편, 모든 로봇트 매니플레이터의 액츄에이터는 각 관절속도의 균형을 위하여 관절속도를 제한할 필요가 있다.

이러한 관절의 제한속도 회피는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_{imin} \leq u_i \leq u_{imax} \tag{28}$$

이것은 다음과 같이 변경된다.

$$u_i - u_{imax} \leq 0 \tag{29}$$

$$-u_i + u_{imax} \leq 0 \tag{30}$$

식(20)를 만족하면서 관절 각속도 제한을 회피하기 위한 제어방법은 식(20)의 해가 식(29), (30)으로 표현되는 부등 조건식을 만족하는 범위 내에서 구해지면 되므로 이를 만족하는 해를 구하기 위해 (20)식에 부등조건식을 첨가하면 문제 1은 다음과 같은 문제로 바뀌어 설정된다.

[문제 2.]

$$\min f(u)$$

$$g_i(u) = 0 (i=1, 2, 3, 4)$$

$$h_j(u) \leq 0 (j=1, 2, \dots, n) \tag{31}$$

$$\text{여기서 } h_i(u) = u_j - u_{imax} \tag{32}$$

$$h_{j+n}(u) = (-u_j + u_{imin}) \tag{33}$$

이제 식(31)과 같이 등식과 부등식의 제한조건을 갖는 경우에 평가함수  $f(u)$ 를 최소화 시키는 해를 구하는 문제를 신경 회로망으로 풀겠다.

본 논문에서는 platt[16]이 주장한 신경회로망을 사용하고자 하는데, 이 방법은 제한조건을 만족하는 최적해를 구하기 위해 Lagrange Multiplier를 뉴론으로 추정함으로써 제한조건에 penalty만을 가하는 Hopfield가 주장한 방법[17]보다 제한조건이 많이 걸렸을 경우 더 우수한 수렴성을 갖고 있다.

문제 2. 는 제한조건으로 inequality constraint를 갖고 있는데 (31)식의 inequality constraint  $h(u) \leq 0$ 는 다음과 같이 slack variable을 사용하여 equality constraint로 바꾸어 줄 수 있다.

$$C(u, z) = h_j(u) + Z_j^2, \quad j=1, 2, \dots, 2n \tag{34}$$

여기서 slack variable Z가 양의 값이므로 조건식  $C(u, z) = 0$ 을 만족한다면 부등조건식  $h(u) \leq 0$ 을 만족할 것이다.

(34)식을 이용하면 문제 2와 같이 등조건식과 부등조건식을 갖는 경우의 최적해를 구하는 문제를 등조건식만 갖는 경우의 최적해를 구하는 문제로 바꿀 수 있고 이 문제는 (35)식과 같이 Lagrange multiplier를 사용하여 제한조건이 없는

경우의 문제로 바꾸어 줄수가 있다.

$$E^* = f(u) + \sum_{k=1}^4 \beta_k g_k(u) + \sum_{m=1}^{2n} C_m(u, z) \quad (35)$$

이 식은 다음과 같이 Platt이 주장한 신경회로망으로 최적해를 구할 수가 있다. [참고문헌 16참조]

$$\begin{aligned} \dot{u}_i &= -\partial f / \partial u_i - \sum_{k=1}^4 \beta_k \partial g_k / \partial u_i - \sum_{m=1}^{2n} \gamma_m \partial C_m / \partial u_i \\ \dot{z} &= - \sum_{m=1}^{2n} \gamma_m C_m(u, z), \quad m=1, 2, \dots, 2n \\ \dot{\beta}_k &= g_k, k=1, 2, 3, 4 \\ \dot{\gamma}_m &= C_m, m=1, 2, \dots, 2n \\ \dot{\gamma}_k &\geq 0 \end{aligned} \quad (36)$$

이 경우  $u_i$ 와  $z$ ,  $\beta$  그리고  $\gamma$ 는 뉴런이며 그 뉴런들 사이에는  $\partial f / \partial u_i$ ,  $\beta_k \partial g_k / \partial U_i$ ,  $\gamma_m \partial C_m / \partial U_i$ 의 anti-symmetry connection weighting을 갖는 신경망이 되는 것이다. [참고문헌 16]

(36)식으로 표현되는 시스템의 수렴성을 알기 위하여 전체 에너지  $E$ 를 Kinetic과 Potential에너지의 합으로 표현하면

$$E = T + U = 1/2 \sum_i^n (\dot{U}_i)^2 + 1/2 \sum_m^{2n} (\dot{z}_m)^2 + 1/2 \sum_m^{2n} (C_m(u, z))^2 + 1/2 \sum_k^4 (g_k(u))^2 \quad (37)$$

$$E = - \sum_{ij} U_i A_{ij} U_j - \sum_{ij} z_j B_{ij} z_j \quad (38)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \partial^2 f / \partial u_i \partial u_j + \sum_{k=1}^4 \beta_k (\partial^2 g_k / \partial u_i \partial u_j) \\ &+ \sum_{m=1}^{2n} \gamma_m (\partial^2 C_m / \partial u_i \partial u_j) \\ &= \text{diag}[2k, 2k, \dots, 2k] \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} B_{ij} &= \sum_{m=1}^{2n} \gamma_m^2 C_m / \partial z_i \partial z_j \\ &= \text{diag}[2\gamma_1, 2\gamma_2, \dots, 2\gamma_{2n}] \end{aligned} \quad (40)$$

(39)식과 (40)식에서  $\text{diag}$ 는 diagonal matrix를 나타낸다. 이 식들에서  $k_i (i=1, 2, \dots, n)$ 과  $\gamma_m (m=1, 2, \dots, 2n)$ 이 양이므로  $A_{ij}$ 와  $B_{ij}$ 는 positive definite가 된다. 따라서 (36)식으로 표현되는 신경망은 수렴한다.

### 3. 특이 영역

(36)식에서 inequality constraint가 inactive하다면  $\sum_{m=1}^{2n} \beta_m C_m(u) = 0$ 이되며 이경우 에너지 표현식 (35)식은 (41)식과 같이 표현된다. 이 경우 (41)식이 local minimum이 되는 점에서는  $\nabla E^*(u) =$

0이 되며 따라서 (42), (43), (44), (45), (46)식이 만족한다.

$$E^*(u) = f(u) + \sum_{k=1}^4 \gamma_k g_k(u) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \partial E^* / \partial u_i &= \partial f(u) / \partial u_i + \sum_{k=1}^4 \gamma_k \partial g_k(u) / \partial u_i = 0 \\ 2w_1 u_i + 2w_2 u_i + \dots + 2w_n u_n + \gamma_1 (\sum_{i=1}^n D_{p_i}) + \gamma_2 (\sum_{i=1}^n C_{p_i}) + \gamma_3 (\sum_{i=1}^n D_{o_i}) + \gamma_4 (\sum_{i=1}^n C_{o_i}) &= 0 \end{aligned} \quad (42)$$

$$\partial E^* / \partial \gamma_1 = \sum_{i=1}^n u_i D_{p_i} - dT_p = 0 \quad (43)$$

$$\partial E^* / \partial \gamma_2 = \sum_{i=1}^n u_i C_{p_i} = 0 \quad (44)$$

$$\partial E^* / \partial \gamma_3 = \sum_{i=1}^n u_i D_{o_i} - dT_o = 0 \quad (45)$$

$$\partial E^* / \partial \gamma_4 = \sum_{i=1}^n C_{o_i} = 0 \quad (46)$$

식(42), (43), (44), (45), (46)식에서

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} 2w_1 & 2w_2 & \dots & 2w_n \\ D_{p1} & D_{p2} & \dots & D_{pn} \\ C_{p1} & C_{p2} & \dots & C_{pn} \\ D_{o1} & D_{o2} & \dots & D_{on} \\ C_{o1} & C_{o2} & \dots & C_{on} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\gamma_1 \sum_{i=1}^n D_{p_i} - \gamma_2 \sum_{i=1}^n C_{p_i} - \gamma_3 (\sum_{i=1}^n D_{o_i}) - \gamma_4 (\sum_{i=1}^n C_{o_i}) \\ dT_p \\ dT_o \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (47)$$

이 되며  $L$ 를 다음과 같이 정의하면

$$L = \begin{bmatrix} 2w_1 & 2w_2 & \dots & 2w_n \\ D_{p1} & D_{p2} & \dots & D_{pn} \\ C_{p1} & C_{p2} & \dots & C_{pn} \\ D_{o1} & D_{o2} & \dots & D_{on} \\ C_{o1} & C_{o2} & \dots & C_{on} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$L$ 이 full row rank 일때만 수렴하게 된다. 즉,  $\det[LL^T] = 0$ 일때만 수렴하게 된다. 이 특이 영역은  $L$ 이 full row rank가 아닐때 발생하므로 그림 5.와 같이 모든  $dp_{ie} (i=1, 2, \dots, n)$ 가 일직선상에 존재하면 발생하게 되는데 이경우  $D_{p_i}$ ,  $C_{p_i}$ ,  $D_{o_i}$ ,  $C_{o_i}$ 를 basis로한 linear combination으로는  $dT_p$ ,  $dT_o$ 와 같은 벡터를 만들어 내지못하므로 특이 영역이 된다. 한편  $L$ 의 첫번째 row vector에 의한 특이영역 분석은 그 벡터가 (27)식에서와 같이  $\alpha_i$ 에 따라 달라지므로 예측하기 힘들다.

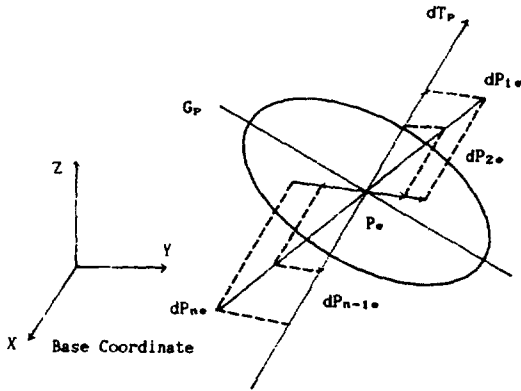


그림 5 특이점에 있을때의 End effector의 위치 변화 벡터들.

Fig. 5 Differential position vectors of the end effector in a singular point.

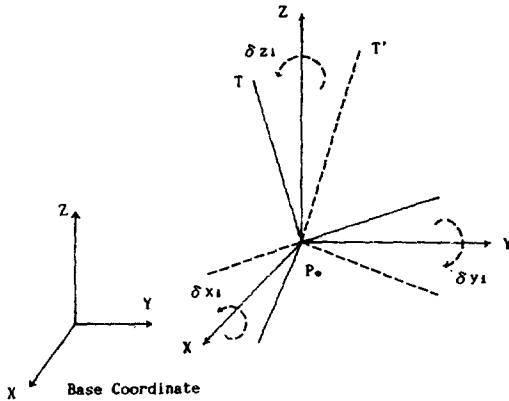


그림 6 현재 End effector의 자세 frame T와 임의의 관절을  $\Delta q$ 만큼 회전시켰을 때의 End effector의 자세 frame T'

Fig. 6 T : Current end effector Coordination.  
T' : End effector Coordination when a joint is rotated by  $\Delta q$

### 6. 시뮬레이션 결과

본 실험에서는 제안된 신경회로망을 이용한 여유자유도를 갖는 매니플레이터의 제어방법을 이용하여 3개의 링크를 갖는 planar형 여유자유도 로봇의 위치제어를 한 예를 보았다. 그림 7, 8, 9는 여유자유도 로봇이 임의 초기위치에서 직선

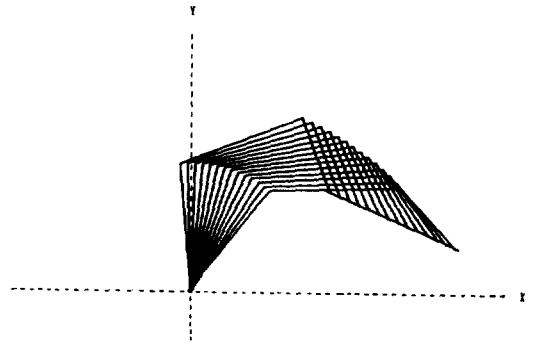


그림 7-a 직선 궤적 추적. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )

초기위치 :  $q_1=50, q_2=-50, q_3=-50$ ,  
직선 방정식 :  $Y=-0.477x+1.149$ .

Fig. 7-a Straight line trajectory tracking.  $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$

Initial degree :  $q_1=50, q_2=-50, q_3=-50$ ,  
Line Equation :  
 $Y=-0.477x+1.149$ .

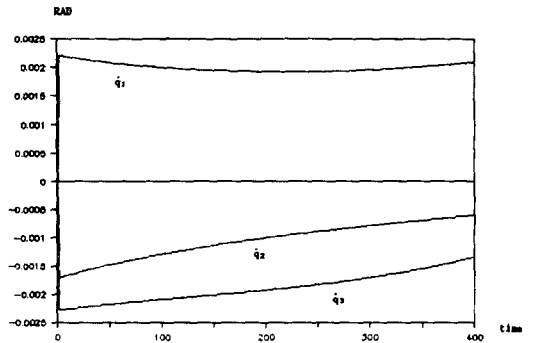


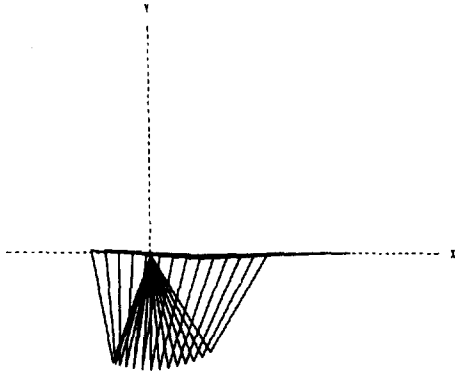
그림 7-b 직선 추적 경우의 관절 각속도. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )

초기위치 및 추적 궤적은 그림 7-a의 경우와 같다.

Fig. 7-b Joint velocity trajectory tracking. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )

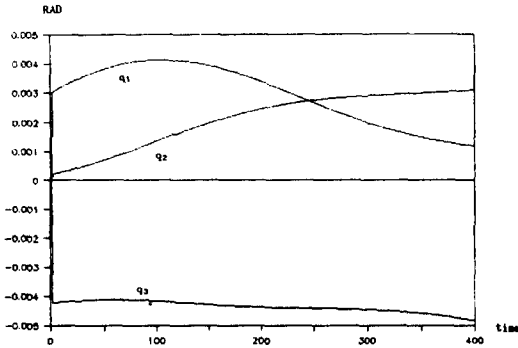
궤적을 추적한 예이며 그림 10은 원 궤적을 추적한 예이다. 그림 7은 3링크 planar형 로봇이 사선을 추적한 예이다. 그리고 7-b는 그림 7-a의 경우의 각속도의 궤적을 나타낸 것인데, 이 경우 두 번째 관절의 움직임은 로봇 end-effector를 계획된 궤적에 대하여 수직방향으로 가게하여 주어진 궤적을 수행하는데 크게 기여를 못할것이다. 그림 7.에서 보인 바와 같이 본 논문에서 제안한





**그림 8-a** 직선 궤적 추적. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )  
초기위치 :  $q_1=160, q_2=140, q_3=100$ ,  
직선방정식 :  $Y=O, x=0.447 \sim$   
 $x=6.975$

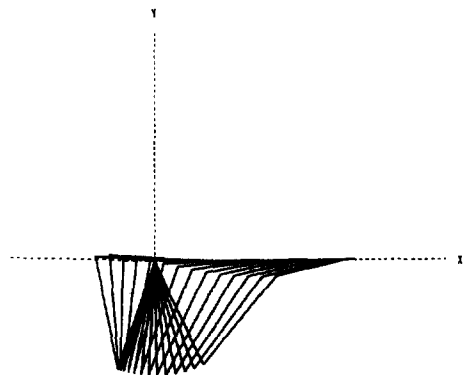
**Fig. 8-a** Straight line trajectory tracking. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )  
Initial degree :  $q_1=160, q_2=140, q_3=100$ ,  
Line Eq. :  $Y=O, x=0.447 \sim$   
 $x=6.975$



**그림 8-b** 관절 각속도 궤적 ( $\alpha_i$  값과 추적궤적은 그림. 8-a과 같음)

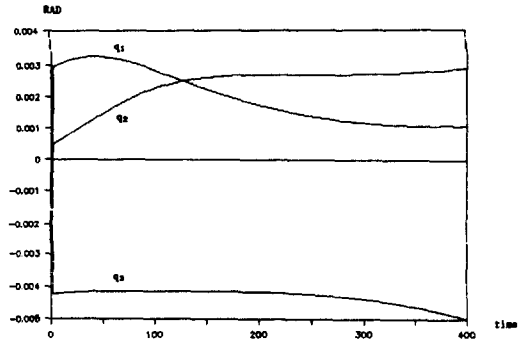
**Fig. 8-b** Trajectory of the joint velocity. ( $\alpha_i$  and Trajectory are same as Fig. 8-a)

dexterous ability measure를 가중치로 하여 제어한 결과는 로봇트가 주어진 궤적을 수행하는데 두 번째 관절이 많이 움직이지 않음을 보이고 있다. 그림 8과 그림 9는 로봇트가 x축상의 궤적을 추적하고 있음을 보이고 있다. 그림 8은 각 관절의 움직임에 대한 off set가중치를 같게한 경우이고 그림 9는 관절마다의 off set가중치를 달리한 경우이



**그림 9-a** 직선 궤적 추적. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )  
초기위치 :  $q_1=160, q_2=140, q_3=100$ ,  
직선 방정식 :  $Y=O, x=0.447 \sim$   
 $x=6.975$ )

**Fig. 9-a** Straight line trajectory tracking. ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )  
Initial degree : ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ ), Line Eq. :  $Y=O, x=0.447 \sim x=6.975$



**그림 9-b** 관절 각속도 궤적 ( $\alpha_i$  값과 추적궤적은 그림. 9-a과 같음)

**Fig. 9-b** Trajectory of the joint velocity. ( $\alpha_i$  and Trajectory are same as Fig. 9-a)

다. (그림 8의 경우 off set 가중치를  $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0.06$ , 그림 9의 경우  $\alpha_1=0.5, \alpha_2=0.2, \alpha_3=0.06$ 로 하였다.) off set 가중치를  $\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3$ 로 한 경우 각각 관절의 움직임에 대하여 dexterous ability measure ( $Q_i$ )가 같을 경우 그 움직임은  $q_3>q_2>q_1$ 이 될 것이다. ((25)식 참조). 이러한 효과는 여유자유도 로봇트 구동시에 될수 있으면

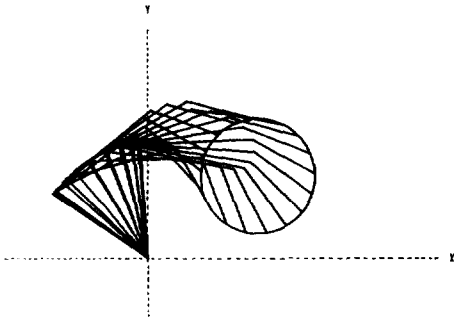


그림 10 원 궤적추적 ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )  
 방정식 :  $(x-3.85)^2 + (y-2.817)^2 = 2$   
**Fig. 10** Circular trajectory racking ( $\alpha_1=0.06, \alpha_2=0.06, \alpha_3=0.06$ )  
 Equation :  $(x-3.85)^2 + (y-2.817)^2 = 2$ .

base 쪽의 구동부를 적게움직여 주고 로봇트 end effector쪽의 구동부는 될 수 있으면 많이 움직여 줄 수 있다는 점에서 로봇트의 구동 에너지의 절약 효과를 낼 수가 있게된다. 그림 8-b와 그림 9-b는 이를 보여주고 있는데 weighting factor를 달리한 ( $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$ ) 그림 9-b의 경우는 그림 8-b의 경우에서 보다 base 쪽의 관절각속도가 작았다.

### 7. 결 론

대수적으로 복잡하게 구해지며 Computation time이 긴 pseudo-inverse자코비안을 사용하지 않고 각 조인트의 미소회전에 의해 변화되는 로봇트 end effector의 변화의 조합으로 여유자유도를 갖는 로봇트를 제어하는 방법을 제시했으며, 로봇트가 주어진 작업을 수행하는데 있어서 각 링크를 움직였을 경우 어느 링크의 움직임이 주어진 작업 수행에 기여도가 큰 가를 나타내는 "용이 조작 성능 지수"(dexterous ability measure)를 제안 하였고, 여유 자유도를 갖을 경우 가능한 여러조건외 동시 만족 수행을 신경 최적화 회로망을 이용하여 해결하였으나 작업중 발생할 수 있는 특이점 회피에 대한 문제는 연구할 과제이다.

본 연구는 한국과학재단(891--803-023-2)의 연구비 지원에 의해서 수행 되었습니다.

- [1] J. Ballieu, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators," Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, Louis March, pp. 722~728, 1985.
- [2] R.V. Mayorga and A.K.C. Wong, "A singularity Avoidance approach for the optimal Local path generation of redundant Manipulators," Proc. IEEE Intl. Conf. of Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, April, pp. 49~54, 1988.
- [3] S. Mitsuji and F. Katsubisa, "Robot control in the neighborhood of singular points," IEEE J. of Robotics and Automation, vol. 4, 3, pp. 303~309, 1988.
- [4] C.A. Klein and C. Huang, "Review of pseudo inverse control for kinematically redundant manipulators", IEEE Trans. on Syst., man and Cybernetics, vol. SMC-13, pp. 245~250, 1983.
- [5] A. Liegeois, "Automatique supervisory control of the configuration and behavior of multi-body mechanisms", IEEE Trans. on Syst., Man and Cybernetics. vol. SMC-7(12), pp. 868~871, 1977.
- [6] A.H. Eltimahy and W. S. Yang, "Near minimum-Time control of Robotic Manipulator with Obstacles in the Workspace," IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, April, pp. 358~363, 1988.
- [7] A.A. Maciejewski and C.A. Klein, "Obstacle avoidance for Kinematically redundant manipulators in dynamically varying environment" int. J. of Robotics Research, Vol. 4, No. 3, Fall, pp. 109~117, 1985.
- [8] K. Xia, S. Jiang and L. Lu, "Obstacle avoidance path planning of a Manipulator," Proc. IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, April, pp. 646~647, 1988.
- [9] T. Yoshikawa, "Manipulability of robotic Mechanisms", Int. J. of Robotics Research, Vol. 4, No. 2, pp. 3~9, summer 1985.
- [10] P.J. Werbos, "Back propagation and Neuro-control: A Review and prospectus," Proc.

- IEEE Intl. Conf. on Neural Networks, Washington D.C., June, vol. 1, pp. 209~216, 1989.
- [11] G. Josin, D. Charney, D. White, "Robot Control using Neural Networks," IEEE Intl. Conf. neural Networks, San Diego, Cal., vol. 2, pp. 625~631, July, 1988.
- [12] R.K. Elsley, "A learning Architecture for Control based on back-propagation Neural Networks", IEEE Intl. Conf. Neural Network, San Diego, Cal, vol. 2, pp. 587~594, July 1988.
- [13] K. Tsutsumi and H. Matsumoto, "Neural Computation and Learning Strategy for Manipulator Position Control", Proc. of IEEE ICCN, vol. 4, pp. 525~534. 1987.
- [14] K. Tsutsumi, "A Multi-Layered Neural Network Composed of Backprop. and Hopfield Nets and Internal Space Representation", Proc. of IEEE ICNN-89, San Diego, June, Vol. 4, pp. 365~371, 1989.
- [15] R. Eckmiller, J. Beckmann and H. Werntges, M. Lades, "Neural Kinematics Net for a Redundant Robot ARM", Intl. Conf. of Neural Networks, Washington D.C., June, vol. 2, pp. 333~340, 1989.
- [16] J.C. Platt and A.H. Rarr, "Constrained differential Optimization", Nural information processing system, American institute of physics, pp. 612~621, NEW YORK 1988.
- [17] D.W. Tank, J. J. Hopfie, "Sample" neural "Optimization Networks: An A/D Converter, single Decision Circuit, and a linear programming Circuit," IEEE Trans. on Circuit and systems, vol. 33, no. 5, May, pp. 534~541, 1986.