

특이 영역에서의 여유 자유도 로봇의 기구학적 제어 방법

A Kinematic Control Method for Redundant Robots in Singular Regions

李 峻 秀* · 徐 一 弘** · 林 俊 弘*** · 吳 尙 錄§
(Joon-Soo Lee · Il-Hong Suh · Joon-Hong Lim · Sang-Rok Oh)

요 약

조작 성능 지수를 최대화하여 특이영역을 회피할 수 있다는 것은 잘 알려져 있는 여유 자유도 로봇의 제어 방법이다. 하지만 이 방법은 조작 성능 지수의 급격한 증가로 인하여 특이 영역을 매우 급하게 회피함으로써 무리한 에너지와 매우 큰 오차를 발생시킨다.

본 연구에서는 조작 성능 지수의 증가 속도를 일정값 이내로 제한하여 에너지와 경로 오차를 줄이는 새로운 방법을 제시하고자 한다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제시된 제어 방법의 타당성을 보이하고자 한다.

Abstract- It is well-known that the redundancy can be exploited to avoid the singular regions of the redundant manipulators by increasing the manipulability. The method, however, requires excessive energy and gives rather large tracking errors since the manipulability is increased rapidly so that the manipulator avoids the singular region quickly. In this paper, a new method is proposed in which the increasing speed of the manipulability is confined to a certain bound. Therefore, in the proposed method, the movement energy and the tracking errors are reduced. The computer simulation studies are performed to show the validity of the method.

1. 서 론

여유 자유도 로봇트란 주어진 과제를 실행하는

*正 會 員 : KIST 制御시스템 研究室 研究員

**正 會 員 : 漢陽大 工大 電子工學科 副教授 · 工博

***正 會 員 : 漢陽大 工大 電子工學科 助教授 · 工博

§正 會 員 : KIST 制御시스템 研究室 前任研究員 · 工博

接受日字 : 1989年 8月 12日

1次修正 : 1990年 1月 16日

2次修正 : 1990年 4月 21日

데 최소로 필요한 자유도(degree-of-freedom) 이상을 갖는 로봇트를 말한다. 예를 들면 3차원 공간에서 end-effector가 원하는 위치와 자세를 취하는데 6자유도가 필요한데 7자유도 이상을 갖는 경우 여유 자유도를 갖는 로봇트가 된다.

일반적으로 6자유도만 있으면 주어진 작업을 할 수 있으나 작업 공간내에 있는 특이 영역이나 장애물로 인하여 작업에 많은 제약을 받는다. 특이 영역에서는 관절의 속도가 매우 커져서 로봇트의 관절 속도 범위를 넘게되는데 주어진 과제에 대하

여 6자유도의 로봇트는 위치와 자세를 1개밖에 취할 수 없으므로 특이 영역을 회피할 수 없는 경우가 생긴다. 하지만 여유 자유도를 갖는 로봇트는 3차원 공간에서 수 없이 많은 위치와 자세를 취할 수 있으므로 특이성과 장애물 회피에 매우 유용하다.

여유 자유도 로봇트의 이러한 장점으로 인하여 많은 연구가 진행되고 있는데 Liegeois[1]는 위치와 관련된 스카라 성능 지수를 최소화시키는 방법을 제시하고 관절의 범위를 회피하는 방법을 예로 보여 주었다. Yoshikawa[2]는 성능 지수(dexterity measure)를 최대화 시킴으로써 특이성을 회피하는 방법을 제시하였다. Marcus[4], [5]는 성능 지수를 일정하게 유지함으로써 특이 영역을 회피하는 방법을 제시하였다. 또한 Nakamura[6]는 과제에 우선 순위를 정하여 높은 순위의 과제를 우선 실행하고 남은 자유도를 이용하여 낮은 순위를 과제를 수행하는 방법도 제시 하였다.

위와 같은 연구에서 특이 영역을 회피하는 방법으로 잘 알려져 있는 조작 성능 지수를 최대화하는 제어 방법은 특이 영역에서 벗어나거나 근처를 지날때 조작 성능 지수가 급격하게 증가한다. 이런 급격한 증가는 로봇트의 급격한 관절 변화를 요구하며 큰 경로 오차를 발생시킨다.

이에 대한 방법으로 본 연구에서는 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값으로 제한하여 에너지와 경로 오차를 줄이는 제어 방법을 제시하고자 한다.

2. 여유 자유도 로봇트의 조작 성능 지수

머니플레이터(manipulator)에 대한 작업 공간(work space)의 좌표(X)와 관절 변수(θ)와의 관계는 다음의 기구식(kinematic equation)으로 주어진다.

$$X = f(\theta) \tag{1}$$

여기서 $X \in \mathbb{R}^n$, $\theta \in \mathbb{R}^m$ 이다. 이에 대한 관절 속도($\dot{\theta}$)와 end-effector의 속도(\dot{X})와의 관계는

$$\dot{X} = J(\theta) \dot{\theta} \tag{2}$$

로 주어지며 $J(\theta) = \partial f / \partial \theta \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 이다. $J(\theta)$ 는 머니플레이터의 자코비안(Jacobian)이며 여유 자유도 로봇트에 대해선 $m > n$ 이다. 여유 자유도 로봇트의 경우 end-effector의 속도가 주어 졌을 때 이에 대응하는 관절 속도는 (2)식으로 부터 구할 수 있다. (2)식에 대한 일반해는

$$\theta = J^+ X + (I - J^+ J) \zeta \tag{3}$$

로 구할 수 있다. 여기서 J^+ 는 Pseudo-inverse로서 $J^+ = J^T [J J^T]^{-1}$ 로 주어지고 ζ 는 m 차원의 임의의 vector이다. 임의의 vector ζ 는 end-effector의 속도에는 영향을 미치지 않고 로봇트의 free motion에만 작용하는 성분으로서 이를 적절히 선택하면 여유 자유도를 유용하게 사용할 수 있다. 간단히 ζ 를 영으로 하면 로봇트의 움직임이 최소가 되나 반복 작업시에 conservative motion이 없되어 관절이 제한 범위를 넘을 수 있고 특이 영역에 들어가면 벗어나지 못하게 된다. [7] 따라서 적절하게 ζ 를 선택함으로써 특이 영역을 회피할 수 있다.

특이 영역을 회피하는 방법으로 Yoshikawa[2]는 조작 성능 지수를 최대화하는 방법을 제시하였다. 조작 성능 지수란 자코비안 행렬 J의 특이값(singular value)의 곱으로써

$$H(\theta) = \sqrt{\det(J J^T)} \tag{4}$$

로 정의 한다.

특이 영역에서는 특이값의 곱이 작아지므로 조작 성능 지수를 최대화 하는 것은 특이 영역에서 회피하는 방법이 된다. 임의의 vector ζ 를

$$\zeta = k[\nabla H(\theta)]^T \tag{5}$$

로 선택하면 $H(\theta)$ 를 최대화할 수 있다. 여기서 ∇ 는 gradient조각자이고 k 는 임의의 양의 상수이다. 조작 성능 지수의 시간 변화율 $\dot{H}(\theta)$ 을 살펴 보면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$H(\theta) = [\nabla H(\theta)] \dot{\theta} = [\nabla H(\theta)] \{ J^+ \dot{x} + (I - J^+ J) \zeta \} \tag{6}$$

따라서 ζ 를 선택하는 것은 양의항 $k[\nabla H(\theta)](I - J^+ J)[\nabla H(\theta)]^T$ 을 $\dot{H}(\theta)$ 에 더하게 되어 $H(\theta)$ 를 최대화 시키는 결과가 된다. [5] 따라서 $\dot{H}(\theta) > 0$ 이라하면 조작 성능 지수를 최대화하여 특이 영역을 회피하게 된다. 이때 조작 성능 지수의 시간 변화율에서 $\nabla H(\theta), J, \dot{x}, J^+$ 는 로봇트의 자세에서 주어지는 고정적인 값이고 k 는 임의의 양의 상수이다. k 를 크게하면 조작 성능 지수의 시간 변화율에서 여유 자유도에 의한 성분이 증가하게 되는데 특이 영역에서 빨리 회피할 수 있는 장점이 있는 반면에 k 값이 크면 식(3)에서 여유 자유도에 의한 성분이 커지므로 θ 가 커진다. 로봇트가 소비하는 에너지는 $\dot{\theta}^T H \dot{\theta}$ (H 는 관성 행렬)으로써 $\dot{\theta}$ 가 커지면 큰 에너지가 필요하게 된다. 따라서 큰

값의 k 는 에너지를 증가시킨다. 또한 이를 이산화할 경우 오차가 크게 된다.

한편 에너지와 오차를 줄이기 위하여 k 를 너무 작게하면 조작 성능지수의 시간 변화율이 음수가 될 수 있어 조작 성능 지수를 최대화하여 특이 영역에서 회피하려는 제어가 어렵게 된다.

이런 문제에 대하여 Marcus[4], [5]는 조작 성능 지수의 시간 변화율을 영으로 하여 특이 영역에서 회피하는 방법을 제시하였다. 이는 k 를 일정하게 하지 않고 조작 성능 지수 $H(\theta)$ 를

$$H(\theta) = C \tag{7}$$

로 일정하게 되도록 k 를 가변하는 것이다. 여기서 C 는 양의 상수로 작업의 초기 상태에서의 조작 성능 지수이다. 조작 성능 지수의 시간 변화율 $\dot{H}(\theta)$ 가 영이 되도록 하기 위하여 임의의 상수 k 를

$$k(t) = -\frac{\nabla H(\theta) J^+ \dot{x}}{\nabla H(\theta)(I - J^+ J) \nabla H(\theta)^T} \tag{8}$$

로 구하였다. 이 방법에서 로봇의 처음 자세가 특이 영역에 있을 때는 식(7)을 미분한 조작 성능 지수의 시간 변화율이 영이므로 조작 성능 지수의 초기값이 그대로 유지되어 특이 영역에 계속 머물러 있게 된다. 또한 로봇 매니플레이터의 조작 성능 지수가 일정한 값을 계속 유지하므로 매니플레이터가 취할 수 있는 작업 영역도 특이 영역내에 있게 되어 더 좋은 자세를 취할 수 없는 어려움이 있다. 한편, 조작 성능 지수의 시간 변화율이 영보다 충분히 크지 않으면 특이 영역에서 벗어날 때 작업 시간내에 특이 영역을 회피하는데 어려움이 있다. 그렇지만 너무 크게하면 급격한 관절 운동을 유발하게 되어 에너지 및 경로 오차가 커지게 된다.

이상에서 본바와 같이 k 를 일정하게 하는 방법은 특이 영역을 빨리 회피하기 위하여 k 를 큰값으로 정하면 에너지와 경로 오차가 커지고 이를 피하기 위해 k 를 작게하면 특이 영역을 회피하지 못하거나 시간이 많이 걸리는 단점이 있다.

3. 조작 성능 지수의 시간 변화율을 이용한 제어방법

2절에서 본 바와 같이 k 를 일정하게 유지 시키면 특이 영역에서 벗어나지 못하거나 급격한 에너지를 발생시킨다. 또한 Marcus[4], [5]에서와 같이 조작 성능 지수를 일정하게 유지 시킬때도 마찬가지로 여러가지 단점이 있다. 본 절에서는 k 를 적절히 조절하여 에너지와 경로 오차를 줄이면서

가능한한 조작 성능 지수를 최대화 되도록 하는 방법을 제시하고자 한다. 이를 위하여 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값이내로 유지시키면서 특이 영역을 회피하고자 한다.

조작 성능 지수의 시간 변화율이 큰곳에서는 큰 에너지 소모 및 큰 오차를 발생시키게 된다. 이는 2절에서 기술한바와 같이 식(6)에서 오른쪽 2번째 항이 커질 경우 $\dot{\theta}$ 이 크게 되어 순간 에너지인 $\dot{\theta}^T H \dot{\theta}$ 을 크게 한다. 또한 컴퓨터를 이용한 이산 시간 제어의 경우 $(i+1)$ 번째 시간에서의 오차 $e(i+1)$ 는

$$\begin{aligned} e(i+1) &= X_d((i+1)\Delta T) - f(\theta((i+1)\Delta T)) \\ &= X_d((i+1)\Delta T) - \left[f(\theta(i\Delta T)) + \frac{\partial f}{\partial \theta} \dot{\theta}(i\Delta T) \right. \\ &\quad \left. \Delta T + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} [\dot{\theta}\dot{\theta}] (\Delta T)^2 + O(\cdot) \right] \end{aligned} \tag{9}$$

로 주어진다. 식(9)에서 ΔT 는 샘플링 구간이고, $O(\cdot)$ 는 θ 의 3차이상의 비례항, $[\dot{\theta}\dot{\theta}]$ 은 $[\dot{\theta}_1^2(i\Delta T) \dots \dot{\theta}_n^2(i\Delta T)]^T$ 이다. 여기서 보듯이 ΔT 가 충분히 작더라도 $(i+1)$ 번째 $\dot{\theta}^2(i\Delta T)$ 이 매우 커지면 $(i+1)$ 번째 오차 $e(i+1)$ 이 크게 된다.

구체적으로, 제시하고자 하는 방법은 조작 성능 지수의 시간 변화율이 일정값 $[\dot{H}(\theta)]_a$ 보다 클 경우에 조작 성능 지수의 시간 변화율이 일정값으로 낮추도록 k 를 감소시켜 주도록하기 위하여, $k(t)$ 를 식(6)으로 부터 구하면 $k(t)$ 는

$$k(t) = \frac{[\dot{H}(\theta)]_a - \nabla H(\theta) J^+ \dot{x}}{\nabla H(\theta)(I - J^+ J) \nabla H(\theta)^T} \tag{10}$$

주어진다. 여기서 $[\dot{H}(\theta)]_a$ 는 일정값을 갖는 조작 성능 지수의 원하는 시간 변화율이다.

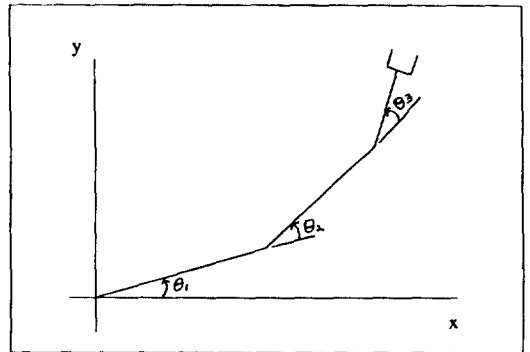


그림 1 본 연구 대상 로봇의 제원
Fig. 1 3Degrees of Freedom Manipulator with Redundancy

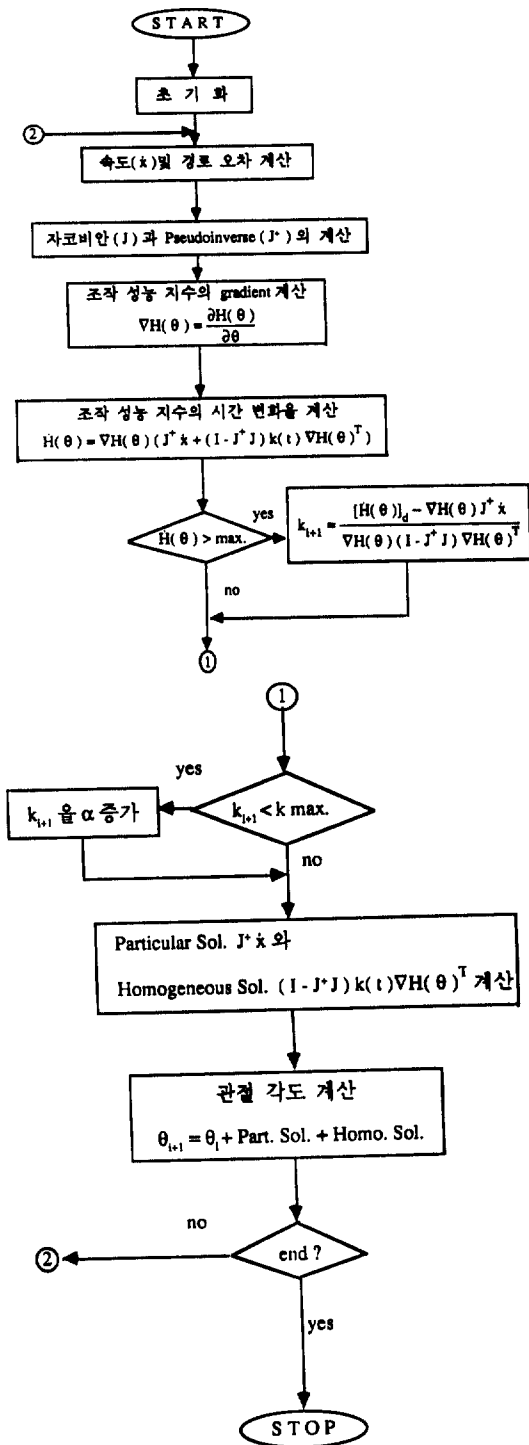


그림 2 조작 성능 지수의 시간 변화율 이용한 알고리즘의 시뮬레이션 흐름도

Fig. 2 Flow Chart of the Proposed Algorithm

조작 성능 지수의 시간 변화율이 원하는 값보다 클 경우에는 k 값이 작아져서 문제가 없으나 원하는 값보다 작을 경우에는 (10)식을 그대로 사용하여 변화율을 크게 만들면 k 값이 커지게 되어 에너지와 경로 오차를 크게 만든다. 따라서 조작 성능 지수의 시간 변화율을 크게 만들 경우에는 제어 당시의 값보다 증가율이 너무 크게 되지 않도록 주의 해야 한다.

본 연구에서는 $k(t)$ 를 일정치씩 로봇트 머니폴 레이터가 특이 영역에서 회피할 때까지 증가시켜 주되 정해진 최대값을 넘지 않도록 하였다.

이상의 방법을 정리하면 로봇트가 특이 영역에 있을 경우에는 다음의 식과 같이 제어 한다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= J^+ \dot{x} + (I - J^+ J) k(t) [\nabla H(\theta)]^T \\ k(t) &= \frac{[\dot{H}(\theta)]_d - \nabla H(\theta) J^+ \dot{x}}{\nabla H(\theta) (I - J^+ J) \nabla H(\theta)^T} \\ \dot{H}(\theta) &\geq \dot{H}_{max} \\ k(t) &= \hat{\alpha}; \quad \dot{H}(\theta) < \dot{H}_{max} \text{ and} \\ & \quad k(t) < k_{max} \\ k(t) &= 0; \quad \dot{H}(\theta) < \dot{H}_{max} \text{ and} \\ & \quad k(t) > k_{max} \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $\hat{\alpha}$, k_{max} 는 일정한 양의 상수이다.

이 결과 에너지와 경로 오차가 큰 부분에서는 조작 성능 지수의 시간 변화율을 낮추어 천천히 움직이도록 $k(t)$ 를 작게 하고 에너지와 경로 오차가 작아지면 조작 성능 지수의 변화율을 앞에서의 성능 지수의 값을 보상해 주기 위하여 증가시켜 주는 것이다.

본 제어 알고리즘에 대한 흐름도는 그림2에 있다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과

시뮬레이션 대상 로봇트의 제원은 그림1에 있다. 로봇트의 링크의 길이는 $r_1=0.6$, $r_2=0.85$, $r_3=0.2m$ 이고 자코비안 행렬은

$$\begin{aligned} J(\theta) &= J(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \\ &= \begin{bmatrix} -r_1 s_1 - r_2 s_2 - r_3 s_3 & -r_2 s_2 - r_3 s_3 & -s_3 s_3 \\ r_1 c_1 + r_2 c_2 + r_3 c_3 & r_2 c_2 + r_3 c_3 & r_3 c_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 $s_1 = \sin(\theta_1)$, $s_2 = \sin(\theta_1 + \theta_2)$, $s_3 = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$, $c_1 = \cos(\theta_1)$, $c_2 = \cos(\theta_1 + \theta_2)$, $c_3 = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ 이다. 초기의 관절 각도는 $\theta_1=0.0$, $\theta_2=3.05$, $\theta_3=0.03rad$ 이다. 주어진 과제는 y 축으

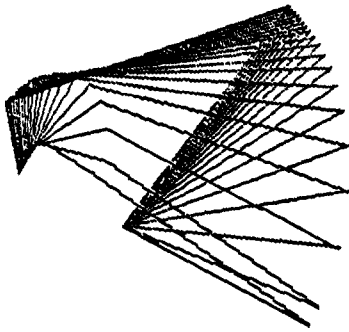


그림 3 조작 성능 지수를 이용한 기존의 제어 방법에 의한 로봇 운동
Fig. 3 Motion Trajectory by the Method in [2]

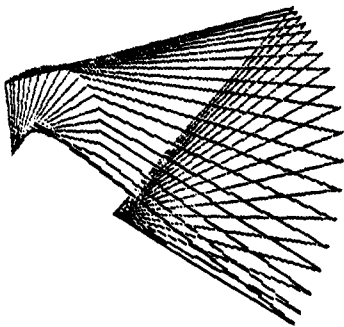


그림 4 제시된 제어 방법에 의한 로봇 운동
Fig. 4 Motion Trajectory by the Proposed Method

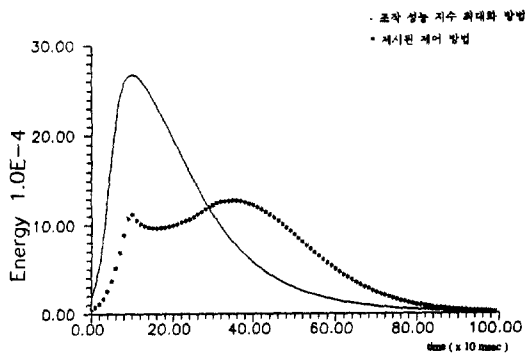


그림 5 에너지의 시간적 변화의 비교
Fig. 5 Dissipated Energy by the Proposed Method Compared with the Method in [2]

로 $-0.1m$ 이동 시키는 것이고 부차적인 과제는 특이 영역에서 회피하는 것이다.
 $k=0.5$ 로 일정하게 했을 경우 그림 3에서와 같

특이 영역에서의 여유 자유도 로봇의 기구학적 제어 방법

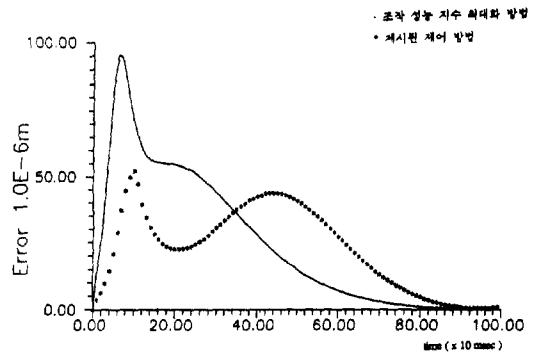


그림 6 경로 오차의 시간적 변화의 비교
Fig. 6 Path Tracking Error by the Proposed Method Compared with the Method in [2]

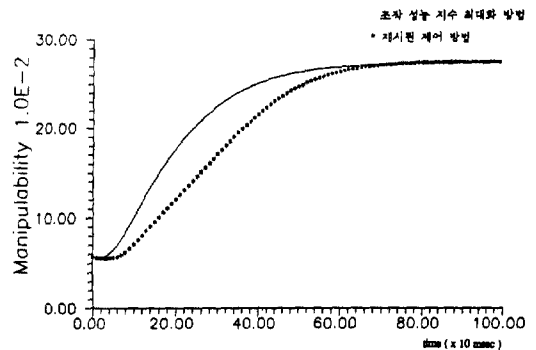


그림 7 조작 성능 지수의 시간적 변화의 비교
Fig. 7 Measure of Manipulability by the Proposed Method Compared with the Method in [2]

은 관절들의 극심한 운동을 볼 수 있고 그림 5, 6에서와 같이 supnorm 개념에서 큰 에너지와 경로 오차가 생긴다.

[supnorm은 X 를 정의역 T 에서 정의될 수 있는 모든 real-valued, bounded, continuous function들의 space라 할때, x 를 $x \in X$ 인 함수에 대하여

$$\|x\|_{\infty} = \sup\{|x(t)| : t \in T\} \quad (13)$$

를 Sup-norm이라 한다. [12]

이에 반하여 본 제어 알고리즘을 적용한 결과는 $k_{max}=0.2$, $[\dot{H}(\theta)]_a=0.05$ 로 했을 경우 그림 4에서와 같이 관절의 운동이 거의 등속 운동을 하고 있으며 그림 5, 6에서의 비교와 같이 일정한 k 에 비해 supnorm 개념에서 에너지와 경로 오차가 많이 감소됨을 볼 수 있다.

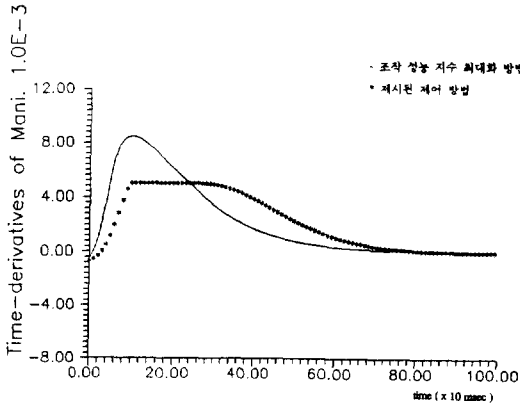


그림 8 조작 성능 지수의 시간 변화율의 비교
Fig. 8 Time-Derivative of Manipulability by the Proposed Method Compared with the Method in[2]

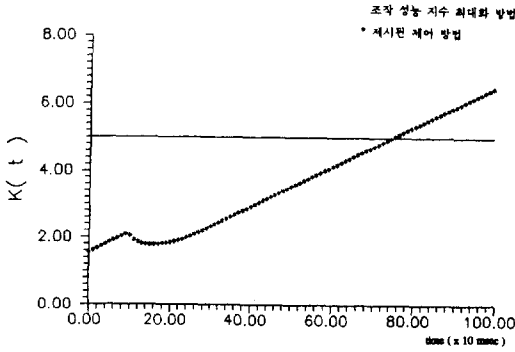


그림 9 scaling function $k(t)$ 의 변화의 비교
Fig. 9 Scaling Function $k(t)$ by the Proposed Method Compared with the Method in[2]

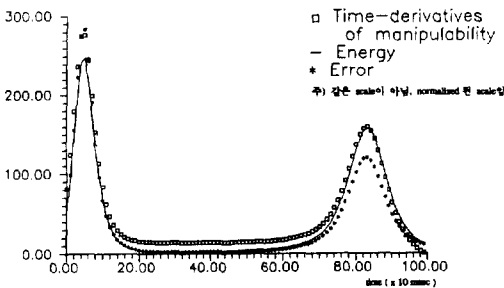


그림 10 특이 영역 이외에서의 무리한 에너지 및 경로 오차의 발생
Fig. 10 Time-Derivative of Manipulability, Energy Dissipation and Error Trajectory by the Method in[2]

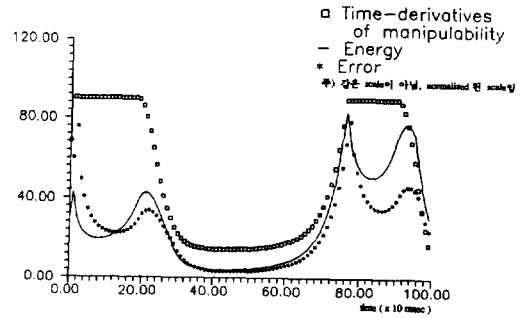


그림 11 조작 성능 지수의 시간 변화율을 이용한 제어 방법에 의한 결과
Fig. 11 Time-Derivative of Manipulability, Energy Dissipation and Error Trajectory by the Proposed Method

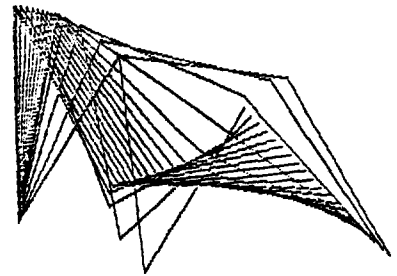


그림 12 특이 영역 이외에서의 운동
Fig. 12 Motion Trajectory in Non-Singular Region by the Method in[2]

그림8에서는 조작 성능 지수의 시간 변화율이 에너지가 많이 소모되는 구간에서는 일정값으로 제한되고 소모가 적은 부분에서는 에너지 허용 범위 내에서 증가됨을 알 수 있다. 이로 인하여 그림 7에서 처럼 관절 속도가 안정되게 관절 속도를 줄였음에도 불구하고 조작 성능 지수의 최대값에 도달하는 시간은 k 를 일정하게 유지시킨 것과 일치함을 보여 준다. 그림9에서는 $k(t)$ 가 감소되고 시간 변화율이 작은 부분에서는 증가됨을 볼 수 있다.

또 다른 시뮬레이션 결과로 $r_1=1.0, r_2=1.0, r_3=1.0$ m인 로봇의 경우의 로봇에 대해서도 특이 영역에서 벗어난 머니플레이터가 특이 영역이외에서 작업중에 조작 성능 지수의 시간 변화율의 증가로 에너지가 증가하게 되는데 이 역시 그림10과 그림11에서의 비교에서 처럼 supnorm개념에서 에너지와 오차가 감소됨을 보여 준다.

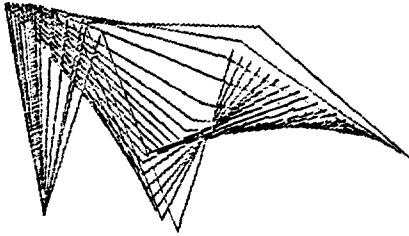


그림 13 조작 성능 지수의 시간 변화율을 이용한 결과

Fig. 13 Motion Trajectory in Non-Singular Region by the Proposed Method

그림12에는 특이 영역에서 벗어난 로봇트가 다시 시간 변화율이 급격하게 증가되는 운동을 보여주며 그림13은 제시된 방법에 의한 급격한 운동이 감소된 것을 보여 준다.

이상에서 보여준 시뮬레이션 결과에서와 같이 제시된 방법은 로봇트가 특이 영역을 회피할 때에 실험 구간에서의 에너지와 오차의 적분치가 기존의 방법과 거의 유사하지만, 기존의 방법에 비해 supnorm개념에서 에너지와 오차의 최대값은 줄일 수 있었다. 또한 특이 영역 이외에서도 조작 성능 지수의 시간 변화율의 급격한 증가로 인한 supnorm개념에서 에너지와 오차의 증가도 감소시킬 수 있었다.

5. 결 론

본 논문에서는 여유 자유도를 갖는 로봇트의 조작 성능 지수의 시간 변화율을 일정값 이내로 제한함으로써 에너지와 경로 오차를 줄이는 방법을 제시하였다.

시뮬레이션 결과 기존의 시간 변화율을 제한하지 않은 방법에 비해 에너지와 경로 오차는 줄어드는 반면에 조작 성능 지수의 최대값에 도달하는 시간은 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 또한 특이 영역 이외에서도 조작 성능 지수의 시간 변화율이 커져서 에너지 소모가 큰 부분에서는 에너지와 경로 오차가 감소한다.

앞으로의 연구 과제는 조작 성능 지수의 global 한 최적으로 제어하기 위한 연구를 하려고 한다.

* 본 연구의 일부는 1989년도 한국과학재단 일반 연구 지원(관리번호 981-0803-023-2)에 의하여 수행되었음

참 고 문 헌

- [1] Liegeois, A., "Automatic supervisory control for the configuration and behavior multibody mechanisms", *IEEE Trans. Sys. Man., Cyber.*, SMC-7(12):pp. 868-871, 1977
- [2] Yoshikawa, T., "Analysis and control of robot manipulators with redundancy", *Int. Robotics Research: The First International Symposium*, edited by. M. Braphy and R.P. Paul, Cambridge:MIT Press, pp. 735-747, 1984
- [3] Klein,C., "Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulators", *Int. Journal of Robotics Research*, Vol. 6,pp. 72-73 1987
- [4] Walker,D. and Marcus,I., "An approach to the control of kinematically redundant robot manipulators", *Proc. 1986 American Control Conf.* pp. 1907-1902, 1986
- [5] Walker, D. and Marcus, I., "Subtask performance by redundancy resolution for redundant robot manipulators", *IEEE Journal of robotics and Automation*, Vol. 4, No. 3, pp. 350-354, 1988
- [6] Nakamura, Y. and Yoshikawa,T., "Task-priority based redundancy control of robot manipulators", *Int Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 3, pp. 303-309, 1988
- [7] Klein, C.A. and Huang.C.H., "Review of Pseudo-inverse Control for use with kinematically redundant manipulators", *IEEE Trans. Sys., Man., Cyber.*, Vol. SMC-13, No. 3, pp. 245-250, 1983
- [8] Mitsuji,S. and Katsuhisa,F., "Robot control in the neighborhood of singular points", *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4, no. 3, pp. 303-309, 1988
- [9] Crag,J.J., *Introduction to Robotics*, Addison Welsley, 1986
- [10] Paul,R.P., *Robot Manipulators*, MIT Press, 1980
- [11] Strang,G., *Linear Algebra and Its Applications*, Academic Press, 1980
- [12] Naylor,A.W., *Linear Operator Theory in Engineering and Science*, Spinger-Verlag, 1982