

주파수 의존 접지계의 전자파 스캐터링 현상의 해석

Analysis of Electromagnetic Scattering Phenomena in Frequency Dependent Grounding Systems

金 王* · 任 漢 锡**
(Wang Kim · Han-Suck Yim)

요 약

본 논문에서는 주파수 의존 접지계의 전자파 스캐터링에 관한 정확한 모델을 제시하기 위하여 종전의 방법보다 더욱 효과적이고 보다 간단한 새로운 모델의 해석과 formulation을 시도하였는데, 이를 위하여 FFT(Fast Fourier Transformation) 기법을 활용하였으며 종전의 반복기법을 개선하기 위하여 공액경사법을 선택하였다. 메쉬 스캐터링 현상의 알고리즘에 대한 수치해석은 스펙트럴 영역에서 수행되었고 반사계수, 유도전류 및 aperture field 등과 같은 접지계의 전자파 특성에 대하여 검토하였다. 또한, 시뮬레이션 결과를 타 방법에 의해 계산된 자료와 비교하여 제시함으로써 제안한 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

Abstract- This paper includes the analysis and formulation of a new model for studying scattering from wire meshes that is more efficient and simpler to apply than the previous methods. In the new method, the conjugate gradient method is employed to improve each previous iterative and the fast Fourier transform (FFT) technique is utilized. A numerical computation of mesh scattering algorithm has been carried out in the Spectral Domain. A study on the electromagnetic properties such as reflection coefficients, induced currents and aperture fields has been presented and compared with data calculated by other methods to support the validity of the algorithm.

1. 서 론

최근 접지계의 모델링 기법에 관한 다수의 연구

*正會員: 東新專門大 電子科 助教授
**正會員: 建國大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
接受日字: 1989年 10月 4日
1次修正: 1990年 5月 7日

[1~7] 결과가 발표되고 있는데, 최적 접지설계를 위해서는 무엇보다도 접지망에 대한 스캐터링 현상의 정확한 해석이 중요한 문제라고 할 수 있겠다. 접지계의 스캐터링 현상에 관한 해석 방법으로는 반복접근법 [8, 9]이라든가 모멘트법 [10, 11, 12] 등에 의해서 접근할 수 있다. 그러나 종래의 이러한 해석방법들은 계산의 복잡성과 인접도

체와의 간격의 광학에 따라 그 타당성이 결여되는 등의 문제점을 안고 있다. [8~13]

따라서, 본 논문에서는 mesh 스캐터링에 관한 정확한 알고리즘을 제시하기 위해 종전의 방법보다 더욱 효과적이고 보다 더 간단한 새로운 모델링을 시도하였고, 연구를 위하여 개발한 프로그램 패키지를 이용하여 그 타당성을 검토하였다.

2. 접지망의 스캐터링 현상 해석

스페트럴 영역에서의 접지계의 전류밀도와 전계에 대한 해석을 위해 FFT기법과 공액경사법의 수단을 활용하였는데, 이 공액경사법의 도입은 종전의 반복기법을 개선하기 위한 것이므로 본 방법은 근본적으로는 반복기법이라고 할 수 있다.

2.1 전류밀도

전류밀도 \mathbf{J} 에 기인한 ·자계 \mathbf{H} 는 식(1)과 같이 주어진다.

$$\mathbf{H}(x,y)=1/\mu\nabla\times\mathbf{A}(x,y,z) \quad (1)$$

여기서, μ 는 접지도체가 매설되어 있는 매질의 투자율이고 \mathbf{A} 는 magnetic vector potential이며, \mathbf{A} 와 \mathbf{J} 는 자유공간 Green함수 ($\tilde{\mathbf{G}}$)에 의해 식(2)와 같은 관계가 성립한다.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r})=\mu\int\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\mathbf{J}(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \quad (2)$$

따라서, 산란전계 \mathbf{E}^s 는 Maxwell 방정식에 의해 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{E}^s(x,y,z)=-j\omega\mathbf{A}(x,y,z)+\nabla\nabla\cdot\mathbf{A}(x,y,z)/j\omega\mu\varepsilon \quad (3)$$

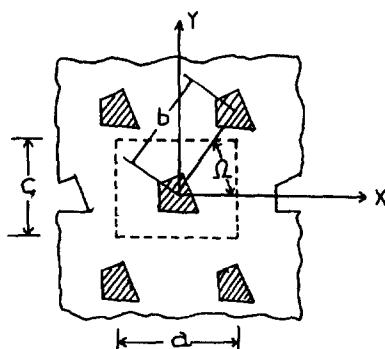


그림 1 FSS의 기하학적 배치

Fig. 1 Frequency Selective Surface geometry

여기서, ε 은 매질의 유전율이다.

그림 1에 보인 2차원 구조의 Planar Mesh($z=0$)에 대하여, 식(3)을 Cartesian좌표에서 전개하고 Fourier변환한 뒤에 역변환을 취하면, 식(4)를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{E}^s(x,y)=\frac{1}{j\omega\varepsilon}\sum_{mn}\left[\begin{array}{cc} K_0^2-\alpha_{mn}^2 & -\alpha_{mn}\beta_{mn} \\ -\alpha_{mn}\beta_{mn} & K_0^2-\beta_{mn}^2 \end{array}\right]\tilde{\mathbf{G}}\cdot\tilde{\mathbf{J}}\cdot\exp[j(\alpha_{mn}x+\beta_{mn}y)] \quad (4)$$

여기서, α_{mn} 및 β_{mn} 은 Floquet계수이고 기호($-$)는 Fourier변환된 양을 의미한다.

모든 금속부 표면상에 경계조건을 적용시키기 위해, 총접선전계는 다음식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{E}^i(x,y)+\mathbf{E}^s(x,y)=0 \quad (5)$$

여기서, \mathbf{E}^i 는 입사전계이고 \mathbf{E}^s 는 산란전계인데 식(5)에서 \mathbf{E}^s 값을 (4)식에 대입하면 식(6)과 같아 된다.

$$-\mathbf{E}^i=\frac{1}{j\omega\varepsilon}\sum_{mn}\left[\begin{array}{cc} k_0^2-\alpha_{mn}^2 & -\alpha_{mn}\beta_{mn} \\ -\alpha_{mn}\beta_{mn} & k_0^2-\beta_{mn}^2 \end{array}\right]\tilde{\mathbf{G}}(\alpha_{mn},\beta_{mn})\tilde{\mathbf{J}}(\alpha_{mn},\beta_{mn})\cdot\exp[j(\alpha_{mn}x+\beta_{mn}y)] \quad (6)$$

미지전류밀도 J_x 와 J_y 의 해를 얻기 위한 한 방법은 공액경사법 [14, 15]을 이용하는 것인데, 계산상의 어려움을 덜기 위해 (6)식을 연산자 형태로 바꾸어서 $Z^{*}_{mn}(Z_{mn}의 공액치)$ 으로 곱하면,

$$-Z^{*}_{mn}\mathbf{E}^i=Z^{*}_{mn}Z_{mn}\tilde{\mathbf{J}} \quad (7)$$

여기서, $Z^{*}_{mn}Z_{mn}$ 은 Hermitian matrix이다.

사실상, 식(7)은 실제로 $Z^{*}_{mn}Z_{mn}$ 을 명백하게 구성하지 않고도 다음의 알고리즘에 의해 구해질 수 있다.

$\mathbf{J}^{(0)}$ 는 초기치라 하고 초기 오차ベ터 $\mathbf{r}^{(0)}$ 는 아래와 같다고 하면,

$$\mathbf{r}^{(0)}=Z_{mn}\mathbf{J}^{(0)}+\mathbf{E}^i$$

$$\mathbf{P}^{(0)}=Z^{*}_{mn}\mathbf{r}^{(0)}$$

$$\text{ERRF}=\|\mathbf{r}^{(0)}\|^2$$

n 번 반복에 대한 식은 아래와 같다.

$$\alpha_n=\frac{\|Z^{*}_{mn}\mathbf{r}^{(n)}\|^2}{\|Z_{mn}\mathbf{P}^{(n)}\|^2}$$

$$\mathbf{J}^{(n+1)}=\mathbf{J}^{(n)}+\alpha_n\mathbf{P}^{(n)}$$

$$\text{ERRF}^{(n+1)}=\text{ERRF}^{(n)}-\left\{\frac{\|Z^{*}_{mn}\mathbf{r}^{(n)}\|^2}{\|Z_{mn}\mathbf{P}^{(n)}\|^2}\right\}^2 \quad (8)$$

$$\mathbf{r}^{(n+1)}=\mathbf{r}^{(n)}-\alpha_nZ_{mn}\mathbf{P}^{(n)}$$

$$\beta_n=\frac{\|Z^{*}_{mn}\mathbf{r}^{(n+1)}\|^2}{\|Z^{*}_{mn}\mathbf{r}^{(n)}\|^2}$$

$$\mathbf{P}^{(n+1)}=Z^{*}_{mn}\mathbf{r}^{(n+1)}+\beta_n\mathbf{P}^{(n)}$$

2.2 내부 임피던스

유한 도전율의 도체인 경우, 만족 되어야 할 필요 경계 조건은 $\mathbf{E}^s + \mathbf{E}^i = 0$ 대신에 식(9)과 같이 된다.

$$\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s = Z_{int}I \quad (9)$$

여기서, I 는 도체내의 전류이고 Z_{int} 은 식(10)과 같이 표현되는 도체내부의 임피던스이다. [16]

$$Z_{int} = \frac{Z_m}{Z\pi a_{eq}} \cdot \frac{I_0(Ya_{eq})}{I_1(Ya_{eq})} \quad (10)$$

여기서,

a_{eq} : 도체의 등가반경

Z_m : 금속의 고유 임피던스

$$Y = \{j\mu_m\omega(\sigma + j\omega\epsilon_m)\}^{1/2}$$

또한, I_0 및 I_1 은 다음과 같이 무한급수의 항으로 나타낼 수 있는 수정된 Be-ssel 함수이다. ($I_0 : n=0$, $I_1 : n=1$)

$$I_n(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{S!(s+n)!} (x/2)^{2s+n} \quad (11)$$

고주파에서는 $I_0 = I_1$ 이 되므로 (10)식은

$$Z_{int}(\text{high frequency}) = \frac{1}{2\pi a_e} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_m}} + \frac{j}{2\pi a_e} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_m}} \quad (12)$$

이 되고, Z_{int} 에 대한 윗식은 (9)식에 사용될 수 있다. 즉,

$$\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s = Z_{int}I = (Z_{int} \cdot A)\mathbf{J} = \mathbf{Z}_{int}\mathbf{J} \quad (13)$$

여기서, $\mathbf{J} = I/A$ (A : 도체의 표면적)

따라서, $\mathbf{E}^s = -\mathbf{E}^i + \mathbf{Z}_{int}\mathbf{J}$ 가 되므로 이 \mathbf{E}^s 에 대한 식을 식(4)에 치환하면,

$$\begin{aligned} -\mathbf{E}^i + Z_{int}\mathbf{J} &= \mathbf{Z}_{int}\mathbf{J} \text{ 또는} \\ -\mathbf{E}^i &= (Z_{mn} - \bar{Z}_{int})\mathbf{J} = B\mathbf{J} \end{aligned} \quad (14)$$

가 되고 식(14)는 식(8)에서 언급한 알고리즘을 사용하고 Z_{mn} 을 $(Z_{mn} - \bar{Z}_{int})$ 로 치환하면 \mathbf{J} 에 대해서 해를 구할 수 있다.

2.3 Aperture Field

그림 2와 같은 Aperture field에 대한 해를 구하기 위해 먼저 입사자계(\mathbf{H}^i)를 구해보면.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^i &= \frac{2j}{\omega\mu} \sum_{mn} \left[\begin{array}{cc} \alpha_{mn}\beta_{mn} & K_0^2 - \alpha_{mn}^2 \\ -(\beta_{mn}^2 - K_0^2) & -\alpha_{mn}\beta_{mn} \end{array} \right] \\ &\tilde{\mathbf{G}}(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \tilde{\mathbf{E}}^a \cdot \exp[j(\alpha_{mn}x + \beta_{mn}y)] \end{aligned} \quad (15)$$

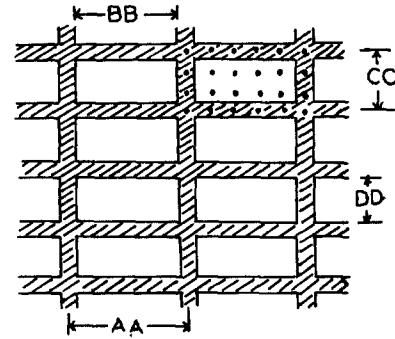


그림 2 Aperture field의 샘플링

Fig. 2 Sampling for the Aperture fields

이 되며, 이 경우에 미지량은 \mathbf{E}^a 이고 따라서 (15)식은 다음과 같은 연산자 형태로 계산할 수 있다.

$$\mathbf{H}^i = Y_{mn}\mathbf{E}^a \quad (16)$$

(16)식의 양변을 Y_{mn} 의 공액치로 곱하면,

$$Y^*_{mn}\mathbf{H}^i = Y^*_{mn}Y_{mn}\mathbf{E}^a \quad (17)$$

이 되고, (8)식에서의 알고리즘은 Z_{mn} 은 Y_{mn} 으로, \mathbf{J} 는 \mathbf{E}^a 로 그리고 $-\mathbf{E}^i$ 는 \mathbf{H}^i 로 치환하여, 윗식에 적용할 수 있다.

Aperture field \mathbf{E}^a 에 대한 초기치로써 $\mathbf{E}^{(0)}$ 를 설정하여 반복계산을 시작하는데, 이는 결국 다음의 Stopping procedure가 된다.

$$\text{ERROR} = \frac{\|\mathbf{Y}\|}{\|\mathbf{H}^i\|} = \frac{\|\mathbf{H}^i - Y_{mn}\mathbf{E}^a\|}{\|\mathbf{H}^i\|} \quad (18)$$

또한, 백분율 오차가 요구된다면,

$$\text{ERROR\%} = \frac{\|\mathbf{Y}\|}{\|\mathbf{H}^i\|} \times 100 = \frac{\|\mathbf{H}^i - Y_{mn}\mathbf{E}^a\|}{\|\mathbf{H}^i\|} \times 100 \quad (19)$$

의식을 이용하고, 초기치 0에 대하여 첫번째의 오차계산식에 의하면 1이 될 것이고 (1회 반복에 대하여), 두번째의 오차계산식에 의하면 100% 오차가 산출될 것이다.

2.4 반사계수

반사계수는 Mesh의 특성을 특정짓는 가장 중요한 요소의 하나이다.

첫번째로, TE(Transverse Electric) Polarization에 대한 입사계는

$$\left. \begin{array}{l} E_x = E_o \sin(-\phi) : E_y = E_o \cos \phi \\ H_x = (E_o \cos \phi \cos \theta / \eta) : H_y = (E_o \sin \phi \cos \theta / \eta) \end{array} \right\} \quad (20)$$

이 되고, 여기서 E_o 는 입사전계의 진폭 (amplitude)이고, $\eta (= \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0})$ 는 파동 임피던스이다.

두 번째로, TM(Transverse Magnetic) Polarization의 경우에 대해서는 다음과 같이 주어진다.

$$\left. \begin{array}{l} E_x = E_o \cos \theta \cos \phi : E_y = E_o \cos \theta \sin \phi \\ H_x = E_o \sin(\phi - \pi/2) / \eta : H_y = E_o \cos(\phi - \pi/2) / \eta \end{array} \right\} \quad (21)$$

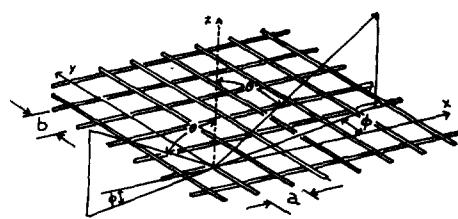


그림 3 모델 접지망

Fig. 3 Model grounding mesh

또한, 산란계의 직각요소는

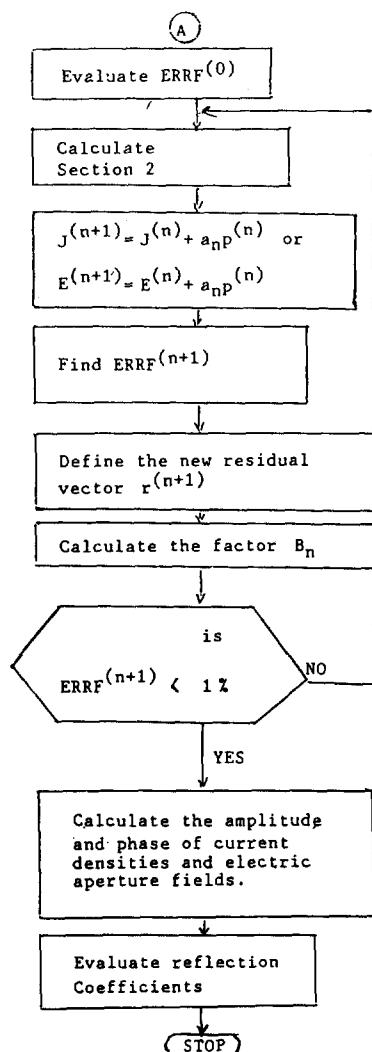
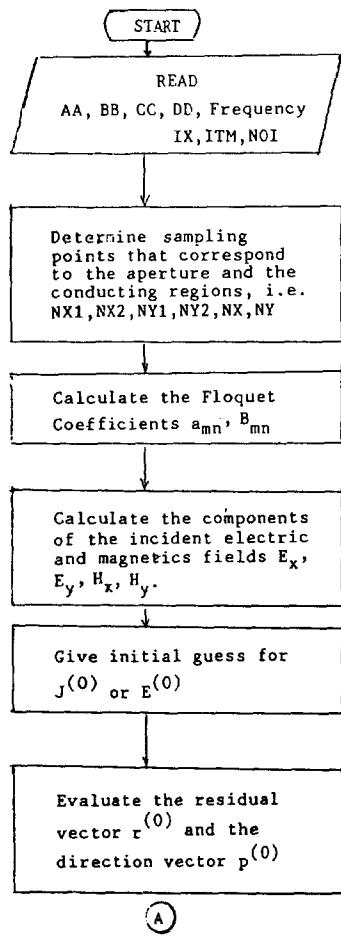


그림 4 주요프로그램의 흐름도

Fig. 4 Flow chart for main program

$$\mathbf{E}^s_x = J_{\alpha\alpha}x(1 - \sin^2\theta \cos^2\psi) - J_{\alpha\alpha}y \sin^2\theta \sin\psi \cos\psi \quad (22)$$

$$\exp ik[Z \cos\theta + \sin\theta(x \cos\psi + y \sin\psi)]$$

$$\mathbf{E}^s_y = J_{\alpha\alpha}x \sin^2\theta \sin\psi \cos\psi - J_{\alpha\alpha}y(1 - \sin^2\theta \sin^2\psi) \quad (23)$$

$$\exp ik[Z \cos\theta + \sin\theta(x \cos\psi + y \sin\psi)]$$

이 되고, 여기서 $J_{\alpha\alpha}x$ 및 $J_{\alpha\alpha}y$ 는 zero-mode의 전류 밀도 요소이고 상기 식을 J 에 대해서 풀고 (4)식에 그 해를 대입하면,

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{bmatrix} k_o^2 - \alpha_{mn} & -\alpha_{mn}\beta_{mn} \\ -\alpha_{mn}\beta_{mn} & k_o^2 - \beta_{mn}^2 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}} \tilde{\mathbf{J}} \quad (24)$$

이 된다. 따라서, 반사계수는

$$R_x = E_x^s / \sqrt{(\mathbf{E}^s_x)^2 + (\mathbf{E}^s_y)^2} \quad (25)$$

$$R_y = E_y^s / \sqrt{(\mathbf{E}^s_x)^2 + (\mathbf{E}^s_y)^2} \quad (26)$$

이 되며, 총합 반사계수 R 을 구하고자 한다면 다음의 식이 사용될 수 있다.

$$|R| = \frac{\text{Real}\{\text{unit cell}(\mathbf{E}^s \times \mathbf{H}^{s*} \cdot \hat{\mathbf{Z}})ds\}}{\text{Real}\{\text{unit cell}(\mathbf{E}^i \times \mathbf{H}^{i*} \cdot (-\hat{\mathbf{Z}}))ds\}} \quad (27)$$

여기서, \mathbf{E}^s 는 (24)식으로부터 유도된 전류밀도 \mathbf{J} 에 기인한 산란전계이고, \mathbf{H}^s 는 맥스웰 방정식을 사용하여 \mathbf{E}^s 로부터 유도된 산란자계이다.

또한, 총합 투과계수 T 는

$$|T| = \frac{\text{Real}\{\text{aperture}(\mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^{a*} \cdot (-\hat{\mathbf{Z}}))dA\}}{\text{Real}\{\text{aperture}(\mathbf{E}^i \times \mathbf{H}^{i*} \cdot (-\hat{\mathbf{Z}}))dA\}} \quad (28)$$

의 식을 사용할 수 있을 것이며, 여기서 \mathbf{E}^a 는 aperture전계이고, \mathbf{H}^a 는 맥스웰 방정식으로부터 유도된 aperture내의 자계인데, 그 결과의 수렴성과 정확성을 검토하기 위해 아래의 조건이 완전도 전의 경우에 사용될 수 있다.

$$|T|^2 + |R|^2 = 1$$

3. 시뮬레이션 결과 및 검토

이상과 같은 해석기법의 타당성을 입증하기 위하여 그림 3과 같은 모델 접지망에 대하여 본 연구를 위해 개발한 프로그램 패키지를 이용하여 계산한 결과와 타 방법에 의한 자료를 비교 검토하기로 한다.

그림 4에 주요 프로그램의 개략적인 흐름도를 보였다.

3.1 전류밀도

표1은 그림 3과 같은 접지계에 대하여 본 논문

표 1 전류밀도

Table 1 Current densities

간격(a)	폭(w)	공액경사법	반복접근법
0.55 λ	0.005λ	0.02664928	0.02770429
0.25 λ	0.005λ	0.05155611	0.05183827
0.125λ	0.005λ	0.07172995	0.07114100
0.100λ	0.002λ	0.07545375	0.07521373

표 2 반사계수

Table 2 Reflection coefficients

간격	공액경사법	Brand법
0.125λ	0.844	0.843
0.10 λ	0.888	0.885
0.06 λ	0.954	0.960
0.05 λ	0.967	0.969
0.02 λ	0.994	0.994
0.01 λ	0.999	0.999

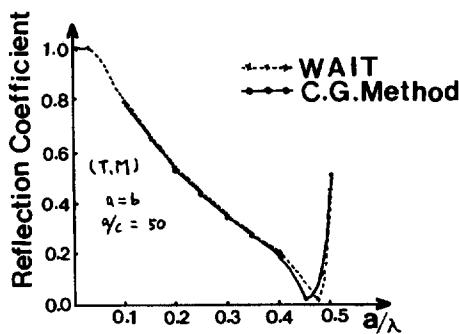


그림 5 도체간격에 대한 반사계수($\theta=70^\circ$, $\phi=0^\circ$)

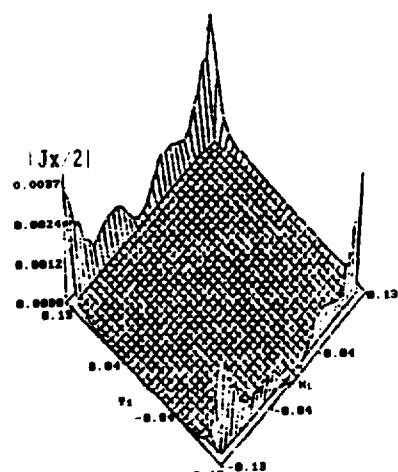
Fig. 5 Reflection coefficient for various spacings

의 해석법(공액경사법)에 의한 계산차와 종래의 반복접근법에 의한 자료를 비교한 것인데, 오차가 매우 적응을 알 수 있고, 이는 임의의 입사계에 대하여 접지망에 유도된 전류밀도를 산출하는데 적용할 수 있음을 의미한다.

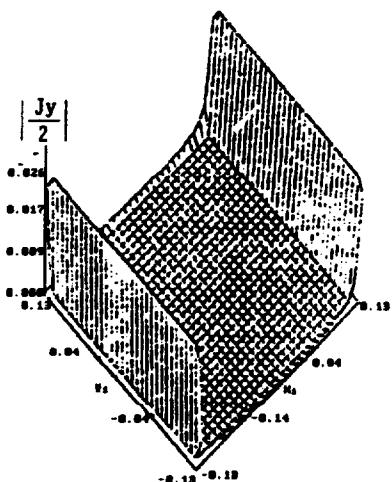
종래의 방법중에서 도체간격이 파장의 1/10이하의 간격에서 반사계수를 산출한 유일한 방법은 Brand[17]가 계산한 것인데 이 방법과의 비교를 표2에 보였다. 두 방법의 비교에 의해 다양한 도체간격에 대해 잘 일치함을 알 수 있다.

이상은 1차원인 경우(parallel wire)에 대한 검토였으며, 다음으로 2차원인 경우에 대해 알아보기로 한다.

그림5는 TM입사에 대한 반사계수의 계산차를



(a) X-Component



(b) Y-Component

그림 6 전류밀도의 진폭

Fig. 6 Amplitude of the Current Density

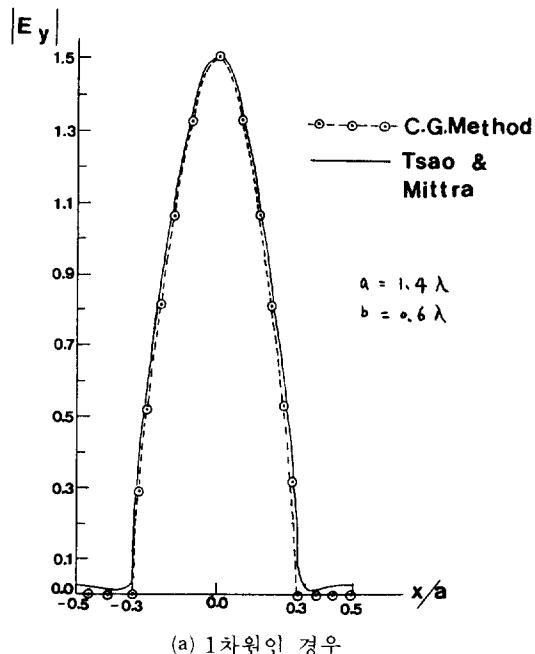
푸리에급수 전개해법에 의거한 Wait[3]법과 비교한 것인데, 두 곡선의 이소한 불일치는 본 방법에서 적용한 도체가 round wire 대신 Planar strip을 사용한 때문인 것으로 추정된다. 그림에서 a와 b는 정방형 Mesh의 도체간격을 나타내고, c는 strip의 등가반경이다.

그림6은 전류밀도 해석결과를 그림으로 나타낸 것인데, 도체간격은 0.25λ , 폭은 0.005λ , sampling rate는 32×32 및 TE Polarization에 대한 정

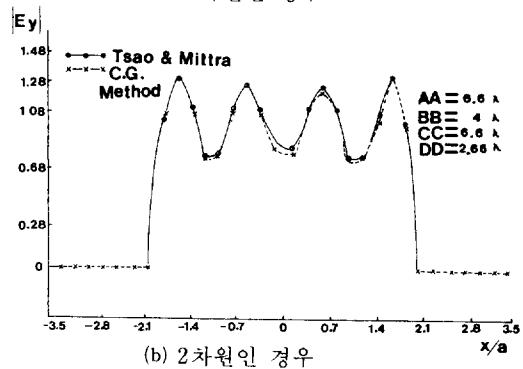
상 입사파가 적용되었으며, 또한 Unit cell은 정방형이 사용되었다.

3.2 Aperture Field

본 논문에서 제시한 aperture field의 해를 구하기 위한 알고리즘의 타당성을 검토하기 위하여 그림 7에 정상입사($\theta=0^\circ$), TE Polarization인 경우의 aperture field의 진폭을 Mittra와 Tsao[2]에 의해 주어진 자료와 비교하였는데 잘 일치하고 있음을 알 수 있고, 특히 $k_0^2 > a^2_{mn} + b^2_{mn}$ 인 경우에는 aperture field에 lobe로써 나타나는데, 그림 (b)의 2차원인 경우에서 인접도체간의 간격 4λ 에 대하여 4개의 lobe이 생겼음을 쉽게 확인 할 수



(a) 1차원인 경우



(b) 2차원인 경우

그림 7 Aperture 전계의 진폭

Fig. 7 Amplitude of the aperture electric field

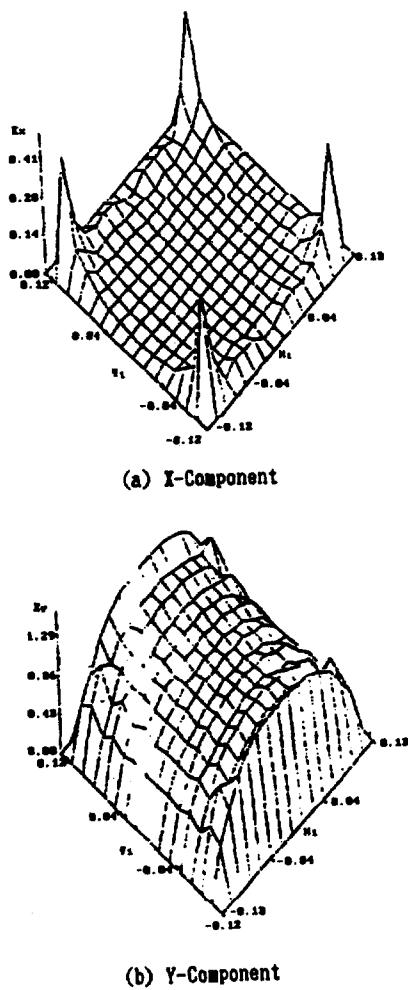


그림 8 Aperture 전류밀도의 진폭
Fig. 8 Amplitude of the aperture current density

있다.

마지막으로 TE Polarization, 0.25λ 의 간격인 경우의 aperture내의 x 및 y-component의 전류밀도를 그림 8에 보였는데, 여기서는 모델접지망의 대소에 따른 수렴시간을 조사해 보기 위하여 32×32 sample대신에 16×16 sample이 사용되었는데, 수렴시간이 약 3배 정도 단축되었고, 이외에도 2차원의 경우가 1차원의 경우보다도 수렴시간이 더 오래 걸리게 되는데, 그 주요 원인중의 하나는 2차원의 경우는 FFT기법이 사용되고 보다 많은 sampling Point가 요구된다는 사실에 기인한다. 더욱이 2차원인 경우는 1차원의 경우보다 훨씬 많은 미지수에 대하여 풀어야 한다. 그 밖에 입사각과 도체간격이 또한 수렴시간에 영향을 미친다고

할 수 있겠다.

한편, 그림 8로부터 접지망의 모서리 영향을 명백하게 증명할 수 있을 것이다.

4. 결 론

본 논문에서는 접지계의 전자파 스캐터링 현상의 해석을 위해 반사계수, 유도전류 및 aperture field와 같은 접지계의 전자파 특성에 대하여 검토하였으며 제안한 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 타 방법에 의해 계산된 자료와 비교하여 제시하였다.

최적 접지계설계의 도모를 목표로 한 본연구의 주요성과는 아래와 같이 요약될 수 있다.

- i) 접지망의 스캐터링현상에 대한 수치계산을 보다 효과적으로 수행하기 위한 알고리즘을 제시하였다.
- ii) 종래 해석법의 문제점(계산의 복잡성과 도체간격의 광활에 따른 타당성 결여)을 개선하였다.
- iii) 해석을 위해 개발한 프로그램 패키지는 최적 접지계설계에 직접 적용할 수 있게 하였다.

앞으로, 접지계의 최적설계를 위해서는 접지망의 비대칭구조, 다층접지망등에 관한 연구도 병행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] H.W. Dommeil, W.S. Meyer, "Computation of Electromagnetic Transients," Proc. IEEE, vol. 62, pp. 983~993, July;1974.
- [2] E.B. Joy, A.P. Meliopoulos, R.P. Webb, "Touch and Step Calculations for Substation Grounding Systems," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-98, July/August 1979.
- [3] F.P. Zupa, J.F. Ladig, "A Practical Ground Potential Rise Prediction Technique for Power Stations," IEEE Transactions on power Apperatus and Systems, vol. PAS-99, January/February 1980.
- [4] A.P. Meliopoulos, R.P. Webb, E.B. Joy, "Analysis of Grounding systems," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, pp. 1039~1049, March 1981.

- [5] A. Deri, G. Teran, A. Semlyen, A. Gastanheira, "The Complex Ground Return Plane. A simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Model." IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, no. 8, pp. 3686~3693, August 1981.
- [6] A.P. Meliopoulos, A.D. Papalexopoulos, R.P. Webb, "Current division in Substation Grounding Systems," proceedings of the 1982 Protective Relaying Conference, Atlanta, Georgia, May 5-7, 1983.
- [7] A.D. Papalexopoulos, A.P. Meliopoulos, "Frequency Dependent Modeling of Grounding Systems," Midwest Power Symposium, 1985.
- [8] Mittra, R., Ko, W.L. and Rahmat-Samii, Y., "Transform Approach to Electromagnetic Scattering," Proc. of the IEEE, vol. 67, no. 11, November 1979, pp. 1486~1503.
- [9] Tsao, C.H. and Mittra, R., "A Spectral Iteration Approach for Analyzing Scattering from Frequency Selective Surfaces," IEEE Trans. Ant. & Prop., vol. Ap-30, no. 2, Maron 1983, pp. 303~308.
- [10] Wait, J. R., Theories of Scattering from Wire Grid and Mesh Structures Electromagnetic Scattering, Academic press, Inc., 1978.
- [11] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, Macmillan, New York, 1968.
- [12] Stutzman, L.W. and G.A. Thiele, Antenna Theory and Design, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [13] Krueger, C.H. Jr., "K-Space Formulation of the Two-dimensional Electromagnetic Scattering Problem, Doctoral Dissertation, Ohio State University, 1972.
- [14] Sarkar, T.P., and Rao, S.M., "The Application of the Conjugate Gradient Method for the Solution of Electromagnetic Scattering from Arbitrarily Oriented Wire Antennas," IEEE Trans. Ant. & Prop., vol. AP-32, no. 4, April 1984.
- [15] Jennings, A., Matrix Computation for Engineers and Scientists, Wiley Publishing Co., New York, 1977.
- [16] Jordan, E.C. and K.D. Balmin, Electromagnetic Waves and Radiative Systems, 2nd., Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1966.
- [17] Brand, J.C., "On the Convergence of an Iterative Formulation of the Electromagnetic Scattering from an Infinite Grating of Thin Wires," North Carolina State University, Department of Electrical Engineering, PHD Dissertation, 1984.