

뉴턴법에 의한 최적전력 조류계산의 개선

Optimal Power Flow Study by The Newton's Method

黃 甲 珠*
(Kab-Ju Hwang)

요 약

실계통의 최적운용 상태를 구하는데 강력한 뉴턴형 최적전력 조류계산(Optimal Power Flow ; OPF)의 개선된 산법을 제안하였다. 뉴턴 OPF는 대규모 계통 적용시 종래의 산법에 비해 이론적으로 우수한 것이 밝혀졌지만 부등호 제약조건을 처리하는데 아직 많은 개선의 여지가 있다. 본 논문에서는 페널티 함수를 부과하는 과정에서 일어나는 현상인 축이동의 변위로 부터 제약조건을 집합을 정하는 새로운 방안을 제시하였다. 또한 뉴턴 OPF를 상용 소프트웨어 패키지로 개발하기 위한 행렬식의 효과적인 처리기법도 제안한다. 이 산법을 기존의 3, 5, 14, 118모선의 샘플 계통과 TPC-190 및 우리나라 306 모선계통에서 효용성도 검토하였다.

Abstract- Optimal Power Flow (OPF) solution by the Newton's method provides a reliable and robust method to classical OPF problems. The major challenge in algorithm development is to identify the binding inequalities efficiently. This paper proposes a simple strategy to identify the binding set. From the mechanism of penalty shifting with soft penalty in trial iteration, an active binding set is identified automatically. This paper also suggests a technique to solve the linear system whose coefficients are presented in the matrix form. This implementation is highly efficient for sparsity programming. Case studies for 3,5,14,118 bus and practical TPC-190, KEPCO-306 bus systems are performed as well.

1. 서 론

전력계통의 계획이나 운용분야에서 꼭 필요하면서도 아직껏 실용화되지 못하고 있는 과제로 최적 전력 조류계산(Optimal Power Flow ; OPF)의 산법을 들 수 있다.

그동안 발표되어온 대부분의 산법들은 실계통 적용시 제어 및 제약변수의 규모가 커짐에 따라 여러가지 문제가 야기된다. 특히 목적함수와 제약조건을 한꺼번에 고려하여 비선형 계획법으로 풀고자 할 경우 계산시간, 기억용량과 수렴성등이 중요한 문제점으로 대두된다. [1]

OPF문제의 목적함수는 일반적으로 nonseparable함수이다. OPF문제는 Hessian행렬에 비대각항의 값이 존재하며, 문제자체가 강한 2차형 특성을

*正 會 員 : 蔚山大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博
接受日字 : 1989年 7月 31日
1次修正 : 1990年 1月 15日

갖고 있으므로 종래의 1차형 산법으로는 풀기 어렵다. 일찌기 뉴턴 조류계산법을 제안한 바 있는 Tinney 등은 실제통에 보편적으로 적용할 수 있는 새로운 산법을 제안하여 "The Newton's OPF" 라고 명명하였다. [2~3]

이 산법의 착상은 조류계산에서 강력한 잇점을 지닌 뉴턴법을 다변수 비선형 함수의 최적해를 구하는데 도입하자는 것이었다. 즉, 해과정에서 2차 근사화한 라그랑즈 함수의 모든 미지수를 스퍼스 행렬기법에 의해 한몫에 풀어 내자는 것이다. 이러한 시도는 그동안 OPF산법의 공통적인 문제점으로 지적되어 온 계산시간과 기억량을 획기적으로 개선하였다. Sun등은 이 산법을 실제통의 무효전력 배분에 적용하였고[4], Kwok은 샘플계통에서 뉴턴 OPF의 제반 특성을 규명하고 부하모형을 도입하였다. [5]

뉴턴 OPF는 실제통 적용시 종래의 산법에 비해 이론적으로 우수하다는 것이 밝혀졌지만, 최적상태에서 고정시켜야 할 부등호 제약조건을 식별 (Binding Set Strategy)해야하는 난점이 내재되어 있다. Sun은 제어변수를 제약조건에 포함하여 추가 (Enforce) 또는 방출 (Release)시킬 후보를 정하기 위하여 인덱스를 사용하는 기법을 제안하였다. [4] 그러나 이 인덱스는 매 반복과정마다 제약의 형태별로 다른 값을 주어야 하고, 대상계통에 따라서도 달라져 적절한 인덱스를 정하는 것이 번거롭다. 본 연구에서는 부등제약을 상·하한에 고정시키기 위해 2차형 페널티 함수를 부과하는 과정에서 일어나는 물리적인 현상인 축이동의 변위로 부터 제약조건에 포함시킬 후보를 내는 새로운 방안을 제안한다. 이 방법은 Sun의 인덱스 기법에 비해 간단할 뿐만 아니라, 매 반복시 적절한 인덱스의 값을 모의해야 하는 어려움을 피할 수 있다. 또한 뉴턴 OPF를 상용 패키지 개발하기 위한 효과적인 행렬식 처리방안도 제안한다. 이 산법을 3, 5, IEEE - 14 모선의 샘플계통과 IEEE - 118, TPC - 190 및 우리나라 306모선 계통에서 그 효용성도 검토하였다.

2. 문제의 설정

전력계통의 OPF 문제는 일반적인 비선형 최적화 문제로 설정된다. 이 문제는 기본적으로 목적 함수, 제어, 제약이라는 세가지 부분의 항으로 정의된다. 수학적으로 표현하면,

$$\text{최소화 } F(u, x) \tag{1}$$

$$\text{제약 } u^{max} \geq u \geq u^{min} \tag{2}$$

$$x^{max} \geq x \geq x^{min} \tag{3}$$

$$G(u, x) = 0 \tag{4}$$

$$H(u, x) \geq 0 \tag{5}$$

단, u : 제어변수, x : 상태변수

식 (1)의 목적함수로는 송전손실 또는 총 발전비용 등이 도입되는데 조류계산을 포함하는 OPF문제는 편차방정식 (4)에 손실이 포함되어 있으므로, 분리하여 다룰 수 없는 nonseparable 함수가 된다. 최적해를 위한 제어대상으로는 유효발전력 (PG_i), 발전기 전압 (V_i), 변압기 탭 (t_{ij}), 이상변압기 각 (ϕ_{ij}) 등 독립적인 양과 무효발전력 (QG_i), 부하모선의 전압과 위상각 (V_i, θ_i) 등 종속적인 양이 포함된다. 그림 1의 5모선 샘플계통에서 이들은 각각

$$u^T = [PG_1, PG_3, V_1, V_3, \phi_{45}, t_{24}, t_{35}]^T \tag{6}$$

$$x^T = [QG_1, QG_3, \theta_1, \theta_2, V_2, \theta_3, \theta_4, V_4, \theta_5, V_5]^T \tag{7}$$

로 표현된다. 식 (2)와 (3)은 이들 제어 및 상태량의 상·하한 제약조건이며, 식 (4)는 수급평형 조류계산식이다. 전술한 제량들로 나타낸 선로 i, j 의 조류는

$$P_{ij} = [(V_i/t_{ij})^2 - (V_i/t_{ij}) V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij})] b_{ij} - \phi_{ij} g_{ij} + [(V_i/t_{ij}) V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij})] b_{ij} \tag{8}$$

$$Q_{ij} = [(V_i/t_{ij})^2 - (V_i/t_{ij}) V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij})] b_{ij} - \phi_{ij} b_{ij} - [(V_i/t_{ij}) V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij})] g_{ij} - V_i^2 Y_{Sij} \tag{9}$$

로 표현된다. 식 (5)에는 위의 선로조류나 예비력 등 안전도 제약이 포함될 수 있다.

OPF의 해과정에서 Lagrangian에 포함된 제약식을 제약조건에 포함이라고 하며, 최적해에서 상·하한에 묶이게 되는 부등제약 변수의 집합을 고정제약의 집합(binding set)이라고 한다. 해과정에서 제약조건에 포함시킬 후보를 식별하는 것은 쉬운 일이 아니다.

OPF문제에 뉴턴법을 도입하기 위하여 최적해를 위한 제어대상 변수를 y , 비선형의 목적함수를 $F(y)$ 라 하면, 등제약식 $\alpha_i(y) - \beta_i = 0$ 을 고려한 Lagrangian함수는

$$L(y, \lambda) = F(y) - \lambda^T [\alpha_i(y) - \beta_i] \tag{10}$$

최적화의 필요조건은

$$\frac{\partial L}{\partial y}(y, \lambda) = \frac{\partial F}{\partial y}(y) - \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial y}(y) \right]^T \lambda = h_1(y, \lambda) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}(y, \lambda) = -[\alpha_i(y) - \beta_i] = h_2(y) = 0 \quad (11)$$

식 (11)을 Taylor 급수전개하고 선형화 하면

$$h_1(y, \lambda) = h_1(y_0, \lambda_0) + [h_1'(y_0, \lambda_0)]^T \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$h_2(y) = h_2(y_0) + h_2'(y_0) \Delta y = 0 \quad (12)$$

단,

$$y = y_0 + \Delta y$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta \lambda$$

식 (12)를 정렬하여 행렬 방정식으로 표현하면

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial y} & \frac{\partial h_1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h_1 \\ -h_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

또는 식 (11)을 이용하여

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial L}{\partial y} \\ -\frac{\partial L}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (14)$$

로부터 Lagrangian 함수를 최소화 하는 수정 벡터 $[\Delta y \ \Delta \lambda]^T$ 를 축차적으로 구할 수 있다. 식 (14)의 우변 Gradient 벡터

$$g(y, \lambda) = \nabla L(y, \lambda) = \begin{bmatrix} \nabla L(y) \\ \nabla L(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial y} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (15)$$

에서 부행렬 $\nabla L(y)$ 는 y 와 λ 의 함수이나 부행렬

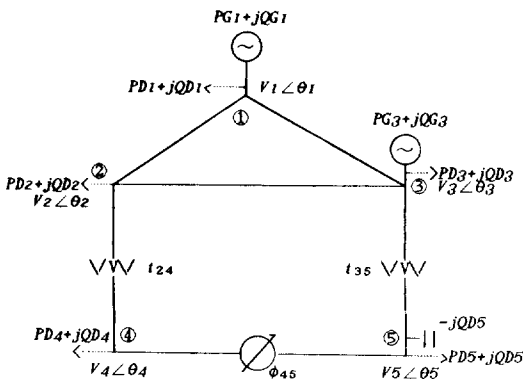


그림 1 5모선 샘플계통
Fig. 1 5Bus sample system

$\nabla L(\lambda)$ 는 y 만의 함수이다. 만약 $F(y)$ 가 2차형 함수이고, 제약조건의 집합이 선형일 경우 $g(y, \lambda)$ 는 선형함수의 벡터가 된다. 식 (14)의 좌변 $L(y, \lambda)$ 의 2차 편미분 $\nabla^2 L(y, \lambda)$ 는 대칭인 상수행렬로 기호 W 로 표기하며, 다음과 같이 4개의 부행렬로 구성된다.

$$W(y, \lambda) = \nabla^2 L(y, \lambda) = \begin{bmatrix} H(y, \lambda) & -J^T(y) \\ -J(y) & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

단 $J(y)$ 는 조류계산식의 Jacobian행렬

$H(y, \lambda)$ 는 Lagrangian의 Hessian행렬 OPF의 목적함수로 총 발전비용을 도입할 경우, 각 발전기의 연료비 특성

$$f_i = a_i + b_i PG_i + c_i PG_i^2 \quad (17)$$

의 합을 목적함수 F 로 나타낼 수 있으며, 조류계산식 (4)를 고려한 OPF문제의 Lagrangian 함수는 다음과 같이 정의 된다.

$$L = F - \sum_i \lambda_{p_i} \Delta P_i - \sum_i \lambda_{q_i} \Delta Q_i \quad (18)$$

뉴턴법에 의해 Lagrangian 함수를 최소화 하기 위한 수정벡터 $[\Delta y \ \Delta \lambda]^T$ 를 구하면

$$\begin{bmatrix} H(y, \lambda) & -J^T(y) \\ -J(y) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g(y) \\ -g(\lambda) \end{bmatrix} \quad (19)$$

또는 행렬 방정식의 표현을 간결하게 하기위해 $[y \ \lambda]^T$ 를 z 로 표기하면,

$$W(z^n) \Delta z^{n+1} = -g(z^n) \quad (20)$$

$$z^{n+1} = z^n + \Delta z^{n+1} \quad (21)$$

와 같은 반복 해과정에 의해 최적해를 구해간다.

3. 행렬의 스퍼스티 기법

식 (19)에서 수정벡터를 구하기 위하여 W 행렬을 그대로 배열시킬 경우, 분해 과정에서 막대한 생성항이 생겨난다. 이를 극복하기 위해서는 효과적인 행렬의 배열과 처리기법이 요구된다. 그림 1의 샘플계통에서 변수를

$$y^T = [PG_1, PG_2, \phi_{45}, t_{24}, t_{35}]$$

$$[\theta_1, V_1, \theta_2, V_2, \theta_3, V_3, \theta_4, V_4, \theta_5, V_5]$$

와 같이 두부분으로 구분하여 배열시키면 그림 2와 같이 된다. 그림 2에서 행렬 W 의 오른쪽 아랫부분에 굵은 선으로 포괄된 부분은 모션 어드미턴스와 같은 스퍼스한 구조로 배열된다. 이때 발전기의 무효전력 QG 는 함수로 정의하여 별도로 처리한다. 수정식 (20)을 구조상

	1	2	3	4	5		
C1						ΔPG1	-6L/δPG1
C2						ΔPG3	-6L/δPG3
H						Δe45	-6L/δe45
H						At24	-6L/δAt24
						Δt35	-6L/δt35
1	H H J J	H H J J	H H J J	H H J J	H H J J	Δθ1	-6L/δθ1
	H J J J	H H J J	H H J J	H H J J	H H J J	ΔV1	-6L/δV1
	O J J O	O J J O	O J J O	O J J O	O J J O	ΔIp1	-6L/δIp1
	O J J O	O J J O	O J J O	O J J O	O J J O	Δq1	-6L/δq1
2		H H J J	H H J J	H H J J	H H J J	Δθ2	-6L/δθ2
		H J J J	H H J J	H H J J	H H J J	ΔV2	-6L/δV2
		O J J O	O J J O	O J J O	O J J O	ΔIp2	-6L/δIp2
		O J J O	O J J O	O J J O	O J J O	Δq2	-6L/δq2
3			H H J J	O O O O	H H J J	Δθ3	-6L/δθ3
			H J J J	O O O O	H H J J	ΔV3	-6L/δV3
			O J J O	O O O O	H J J O	ΔIp3	-6L/δIp3
			O J J O	O O O O	J J O O	Δq3	-6L/δq3
4				H H J J	H H J J	Δθ4	-6L/δθ4
				H J J J	H H J J	ΔV4	-6L/δV4
				O J J O	O J J O	ΔIp4	-6L/δIp4
				O J J O	O J J O	Δq4	-6L/δq4
5					H H J J	Δθ5	-6L/δθ5
					H J J J	ΔV5	-6L/δV5
					O J J O	ΔIp5	-6L/δIp5
					O J J O	Δq5	-6L/δq5

그림 2 행렬식의 스퍼스 배열
Fig. 2 Sparsity directed layout of matrix equation

$$\begin{bmatrix} W_{uu} & W_{ux} \\ W_{ux}^T & W_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_u \\ -g_x \end{bmatrix} \quad (22)$$

와 같이 배열한 후, W_{xx} 의 분해과정시, 포괄선 바깥부분의 행렬을 따로 처리하므로써 프로그래밍의 용이와 해과정의 계산효율을 높힐 수 있다. 4×4 부행렬 구조의 W_{xx} 는 조류계산의 모션 어드미턴스와 같은 구조를 가지고 있으므로, 본 연구에서는 널리사용 되는 BPA에서 제안한 두번째 방법(Near Optimal Bus Ordering)에 의해 미리 모션의 최적서열을 구한 다음, 1차원 원소배열로 기억시켜 후술하는 과정으로 분해를 한다. 대각요소에만 값이 존재하는 W_{uu} 는 분해시 생성항이 생기지 않으며, 소거과정에서 W_{xx} 의 비영 4×4블록에만 영향을 준다.

식 (22)의 해과정을 설명하기 위해 두행렬식으로 나누어 표현하면

$$W_{uu}\Delta u + W_{ux}\Delta x = -g_u \quad (23)$$

$$W_{ux}\Delta x + W_{xx}\Delta x = -g_x \quad (24)$$

식 (23)에서 Δu 는

$$\Delta u = W_{uu}^{-1}[-g_u - W_{ux}\Delta x] \quad (25)$$

이 식을 식 (24)에 대입하면

$$\begin{aligned} [W_{xx} - W_{ux}^T W_{uu}^{-1} W_{ux}] \Delta x \\ = -[g_x - W_{ux}^T W_{uu}^{-1} g_u] \end{aligned} \quad (26)$$

또는

$$W_{xx}' \Delta x = -g_x' \quad (27)$$

단

$$W_{xx}' = W_{xx} - W_{ux}^T W_{uu}^{-1} W_{ux} \quad (28)$$

$$g_x' = g_x - W_{ux}^T W_{uu}^{-1} g_u \quad (29)$$

이러한 기법은 부행렬인 W_{uu} , W_{ux} , W_{ux}^T 의 분해가 포괄선 내의 부행렬 W_{xx} 의 비영요소에만 영향을 줄 뿐이었는데 착안하였다. 계산과정은 분해과정에서 포괄선 바깥부분의 부행렬인 W_{uu} , W_{ux} , W_{ux}^T 를 따로 처리하므로써 프로그래밍의 용이는 물론이거니와 모션 최적배열시 전체적인 스퍼스티를 그대로 유지할 수 있다. 계산과정은 식 (26)에서 u 의 변수를 먼저 소거한 다음 W_{xx} 의 요소를 처리한다. W_{xx} 를 $U^T D U$ 의 형으로 삼각화한 다음 전진소거, 후진대입의 과정으로 Δx 를 구한 후 식 (25)에 의해 Δu 를 구해 낸다.

4. 페널티 기법

4.1 강성 페널티

Lagrangian 함수를 최적화 해가는 식 (20)의 반복 해과정 중에 그 제한치에 묶이게 되는 부등 제약 변수의 집합을 고정제약의 집합이라고 한다. 뉴턴 OPF에서 이러한 고정제약을 고려하기 위해 페널티 기법을 도입한다.

그림 2에서 맨 오른쪽에 *로 표시한 것은 초기에 고정되는 변수를 표시한 것이다. 즉, 기준모션의 위상각은 전 해과정을 통하여 일정한 값으로 고정 ($\Delta \theta_1=0$)시키며, λ_{q1} 과 λ_{q3} 도 Q_{c1} 과 Q_{c3} 가 그 제한치를 벗어나지 않는 한 $\lambda_{q1}=\lambda_{q3}=0$ 으로 고정시켜야 하다. 이를 위해서는 W 의 대각요소에 큰 수치 (1×10^{20} 정도)의 강성 페널티(Hard Penalty)를 부과하는 기법을 쓴다. [3]

초기에 반복식 (20)을 풀때 경우에 따라서는 수치계산상 큰 오차나 무의미한 z^0 가 구해질 때가 있다. 이를 방지하기 위해 W 의 대각요소에 비교적 적은 수치($10-1000$)의 연성 페널티(Soft Penalty)를 부과하므로써 안정된 수렴특성을 기대할 수 있다.

4.2 2차형 페널티

해과정 중에 부등제약 변수나 함수가 그 제한치를 벗어나게 되면 Lagrangian함수에 2차형 페널티 함수를 추가하는 기법을 쓴다. 뉴턴 OPF는 문제의 특성상 2차형 페널티의 부과로 계산상의 부담이 증가하지 않는다.

$$h_j(z, \mu_j) = \mu_j \cdot h_j(z) + \frac{S_j}{2} h_j^2(z) \quad (30)$$

단 $h_j(z)$: 고정 부등제약
 μ_j : 부등제약의 Lagrangian 승수
 S_j : 2차형 페널티 가중계수

따라서 부등제약 조건까지 고려한 확장 Lagrangian 함수는

$$L'(z, \mu) = L(z) + \sum_j h_j(z, \mu_j) \quad (31)$$

L 에 2차형 페널티 함수를 부과함으로써 W 행렬의 대각항과 g 벡터에 각각 $\frac{\partial^2 h_j}{\partial y_j^2}$ 와 $\frac{\partial h_j}{\partial y_j}$ 만큼 더해 주어야 한다. 이때 W 는 이미 분해되어 있는 상태이므로 부분행렬 분해법[6]등에 의해 페널티를 반영한다.

식 (30)에서 페널티 가중계수 S_j 의 크기를 정하는 것이 또한 문제가 된다. 제한치에 정확하게 도달시키기 위해서는 S_j 의 값이 클수록 좋다. S_j 가 크다고 해서 식(20)의 수정해를 구하는 수치계산에 불리한 점은 없다. 그러나 반복과정에서 제약 조건의 집합이 달라져 부과된 페널티를 제거하고자 할 때는 수치계산량이 많아지고 고정제약의 집합을 식별하는데 장애가 된다. Tinney 등[3]은 제한치로의 접근과 페널티 제거에 적합한 $S_j < 10^6$ 을 추천하고 있는데 필자의 경험으로는 대상계통에 따라 달라지는 것은 물론, 같은 S_j 대해서도 사용컴퓨터에 따라 수렴과정이 달라져 S_j 를 일의적으로 정할 수가 없었다.

4.3 축이동 페널티

전술한 문제를 해결하기 위하여 적은 S_j 를 사용하는 반면, 변수의 값이 제한치에 정확하게 도달될 때 까지 페널티 함수의 축을 이동해 가는 방법을 사용한다. 일례로 변수 y_j 가 그 상한치 \bar{y}_j 를

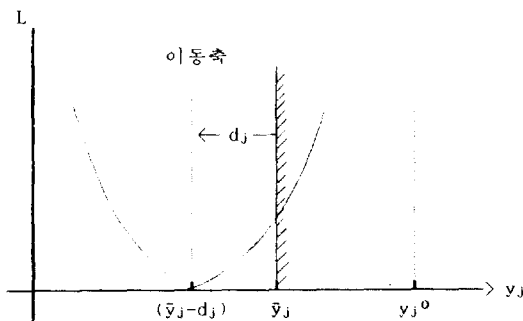


그림 3 페널티 함수의 축이동
 Fig. 3 Effect of penalty shifting

침해 했을때 S_j 가 작으면 y_j 는 단번에 그 상한치에 도달하지 않고 $d_j = (y_j^0 - \bar{y}_j)$ 만큼의 편차가 생기게 되므로 다음반복시 페널티 축을 y_j 에서 $(\bar{y}_j - d_j)$ 만큼 이동시킨다. 따라서 식 (30)의 우변은

$$\frac{S_j}{2}(y_j - \bar{y}_j + d_j)^2(z) \quad (32)$$

와 같이 산정된다. 이때 고정제약 집합의 식별 기준이 될 부등제약의 Lagrange 승수도 갱신한다.

$$\mu_j^{k+1} = \mu_j^k + S_j(z) \quad (33)$$

페널티 함수의 축이동은 g 벡터에는 영향을 주지만, W 행렬에는 변화가 없다.

4.4 고정제약 세트의 식별

고정제약의 집합을 식별하는 착상이 바로 전술한 페널티의 축이동 과정에서 얻어지는 이동변위의 크기를 이용하는데 있다. 매 축이동 반복과정

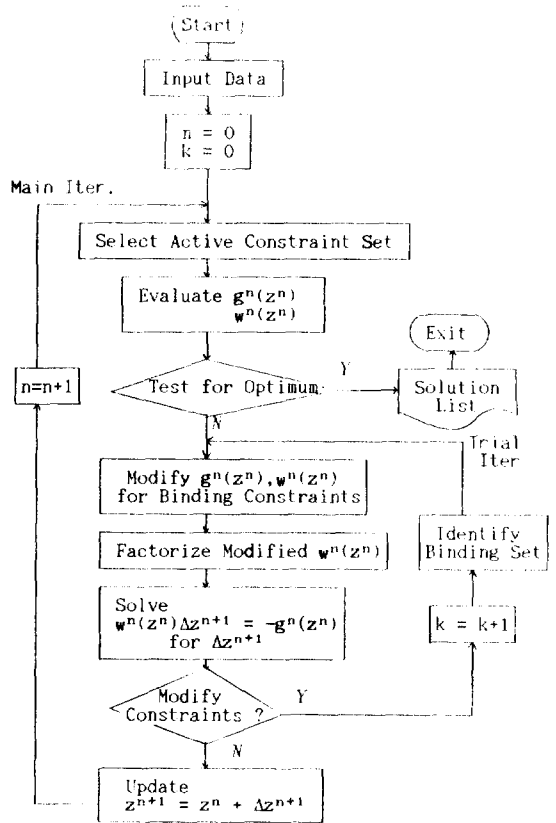


그림 4 뉴턴 OPF의 흐름도
 Fig. 4 Overall flow of Newton's OPF

에서 이동성분의 변위가 달라지게 되는데, 이 변위와 식 (33)으로부터 고정제약 될 변수가 자동적으로 식별된다. 예를 들어, 식 (21)에 의해 수정된 변수가 모두 그 상한치를 침해했다고 가정하면 패널티 함수의 부과는 이들 변수를 상한치에 가깝게 이동시킬 것이다. 그러나 패널티 가중치가 작기 때문에 축이동이 일어날 것이며, 이에 따라 변수는 그 상한치에 가깝게 접근해 갈 것이다. 이러한 보조반복(trial iteration)의 진행에 따라 상한치의 접근이 어려운(상한치를 침해할 우려가 큰) 변수는 남게 되는데, 이 전압을 갖는 변수가 자동적으로 고정제약의 집합에 귀속된다.

그림 4는 고정제약의 집합을 식별하기 위한 보조반복 루틴을 포함한 뉴턴 OPF의 개략적인 흐름을 나타낸 것이다.

4.5 최적해의 판정

전술한 해과정에서 구해지는 해가 Kuhn-Tucker 조건을 만족하는 최적상태인지 아닌지를 검증하기 위해서는 식(20)의 $W(z^n)$ 행렬이 Positive Definite가 되어야 한다. 그러나 대규모 계통에서 이러한 직접적인 검증은 상당한 계산시간을 요하기 때문에 다음과 같은 간접적인 검증을 이용한다.

1) 제한치를 침해하지 않는 모든 변수는 L 에 관한 Gradient가 0일것.

2) 고정제약 세트의 변수는 다음의 Lagrange 승수의 부호검증을 만족할 것 :

$$y_1 \text{가 상한에서 } \lambda_1^n < 0$$

$$y_1 \text{가 하한에서 } \lambda_1^n > 0$$

이러한 검증의 아이디어는 반복 해 과정에서 부동 제약 변수를 제약조건의 집합에 포함시킬 (Enforce) 것인지 또는 방출시킬 (Release) 것인지를 결정하는 지표로도 쓰인다.

5. 부하모형의 고려

최근 OPF에도 부하모형의 고려가 시도되고 있다. [5] 조류계산에 관련한 부하모형은 부하를 상태변수인 전압의함수로 나타내게 되는데, 다항식이나 지수형으로 표현한다. 뉴턴 OPF는 간결한 지수형 표현이 효과적이다.

$$PD^i = PD_{oi} V_i \alpha^i \tag{34}$$

$$QD^i = QD_{oi} V_i \beta^i \tag{35}$$

윗 식에서 α_i 과 β_i 는 부하의 형태에 따라 정해지는 값이다. 부하모형의 고려에 따라 식 (11)에서 g_x 와 w_{xx} 의 해당요소를 수정하여야 한다. 계산

과정은 부하모형을 고려하지 않고($\alpha_i = \beta_i = 0.0$) g 와 w 를 산정한 다음, g_x 해당 요소에는 $\frac{\partial \tilde{L}}{\partial V_i}$ 에 $\frac{\partial PD_i(y)}{\partial V_i}$ 와 $\frac{\partial QD_i(y)}{\partial V_i}$ 를 각각 더해 주고, w_{xx} 의 해당 대각요소에 $\lambda_{pi} \frac{\partial^2 PD_i(y)}{\partial V_i^2}$ 와 $\lambda_{qi} \frac{\partial^2 QD_i(y)}{\partial V_i^2}$ 를 각각 더해 준다.

전력계통에서 적절한 부하모형의 선정은 물론 정해진 모형식에서 적절한 파라미터를 구하는 것은 별개의 과제로 연구되고 있다. 지수모형식에서 통상 α 는 0.7~1.2, β 는 1.0~2.0의 값을 갖는다. 본 연구에서는 부하모형을 다섯가지 형태(일정 부하, 주거용 부하, 산업용 부하, 상업용 부하, 기타 부하)로 나누어 간편하게 그 코드만을 입력시키도록 하였다.

6. 사례검토

우선 그림 1의 5모선 샘플계통을 사례로 OPF의 결과를 검토위해 발전기의 연료비 특성

$$f_1 = 5.0 + 40.0P_1 + 120.0P_1^2$$

$$f_2 = 4.0 + 30.0P_2 + 110.0P_2^2$$

의 합을 목적함수로 두고, 부하중 5번모선에 $\alpha_5 = \beta_5 = 1.1$ 의 부하모형을 가정하여,

1) 종래의 등중분비법에 의해 유효전력을 배분 (표1)

2) 등중분비법에 의해 배분된 유효전력으로 조류계산(그림5)

표 1 경제성의 비교
Table 1 Comparison of economy

방법	P_1	P_2	ΣP	$f_1 + f_2$	비고
ED	77.12	88.68	165.80	224.3275	
ED + SLF	77.30	88.70	166.00	224.7781	
OPF1	76.80	89.00	165.80	224.3930	W/O Load Model
OPF2	75.80	87.80	163.60	219.4690	With Load Model

표 2 IEEE-14 계통에서 부하모형의 효과
Table 2 Effects of load models in IEEE-14 system

주 반복	보조 반복	고정 제약	목적 함수	최 대			
				ΔP	ΔQ	$\Delta \theta$	ΔV
1	1	0	222.536	0.0004	0.0121	0.0442	0.0070
2	1	0	224.518	0.0114	0.8005	0.0069	0.0639
3	3	4	224.561	0.0691	1.1900	0.0050	0.0768
4	1	3	224.366	0.0035	1.2598	0.0006	0.0037
5	3	3	224.377	0.0965	0.1758	0.0041	0.0969
6	1	2	224.084	0.0000	0.0199	0.0005	0.0030
7	1	2	224.393	0.0000	0.0280	0.0001	0.0000
8	1	2	224.393	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000

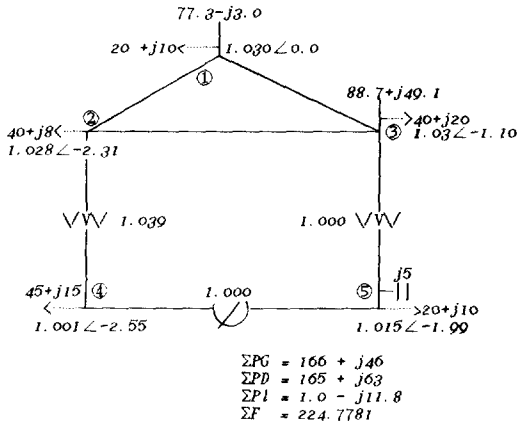


그림 5 조류계산 결과
Fig. 5 Results of Power flow calculation

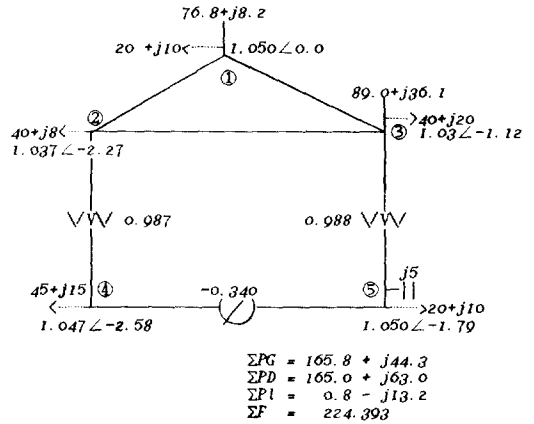


그림 6 최적전력 조류계산 결과
Fig. 6 Results of optimal power flow calculation

표 3 5모선 샘플계통의 수렴과정
Table 3 Convergence process in 5bus sample system

부하형	일정	주거	산업	상업	기타
α	0.0	0.8	0.8	0.6	0.6
β	0.0	1.0	1.2	2.0	0.8

PG ₁	163.20	140.72	140.73	141.08	141.03
PG ₂	90.86	88.36	88.38	88.97	88.90
PG ₃	25.94	34.19	34.20	34.99	34.92
PG ₄	20.57	24.08	24.05	26.20	26.35
PG ₅	0.00L	4.43	4.41	2.63	2.70

t _{5.6}	1.0474	1.0305	1.0298	1.0288	1.0334
t _{4.7}	1.0391	1.0189	1.0195	1.0203	1.0183
t _{4.9}	0.9000L	0.9000L	0.9000L	0.9000L	0.9000L

V ₁	1.0500H	1.0500H	1.0500H	1.0500H	1.0500H
V ₂	1.0205	0.9869	0.9869	0.9867	0.9871
V ₃	1.0231	0.9925	0.9924	0.9924	0.9928
V ₄	0.9973	0.9676	0.9676	0.9680	0.9681
V ₅	0.9814	0.9500L	0.9500L	0.9500L	0.9500L
V ₆	0.9873	0.9541	0.9545	0.9542	0.9540
V ₇	1.0325	1.0052	1.0051	1.0054	1.0058
V ₈	1.0212	0.9938	0.9936	0.9933	0.9944
V ₉	1.0270	0.9923	0.9922	0.9920	0.9925
V ₁₀	1.0171	0.9500L	0.9500L	0.9500L	0.9500L
V ₁₁	1.0228	0.9500L	0.9500L	0.9500L	0.9500L
V ₁₂	1.0423	0.9500L	0.9500L	0.9500L	0.9500L
V ₁₃	1.0500	0.9500L	0.9500L	0.9500L	0.9500L
V ₁₄	1.0269	0.9541	0.9540	0.9541	0.9545

QG ₁	22.32	1.45	1.14	-0.22	1.62
QG ₂	28.45	18.92	18.69	17.65	18.99
QG ₃	21.98	24.93	24.74	24.00	25.11
QG ₄	56.28	68.64	68.17	67.47	19.13
QG ₅	17.14	33.51	33.62	33.79	33.12

F	319.938	319.814	319.814	319.849	319.849
ΣPG	300.6	291.8	291.8	292.8	293.9
ΣQG	146.2	147.3	146.4	147.6	148.0
ΣPD	295.3	286.8	286.8	287.9	288.9
ΣQD	159.8	155.3	154.4	155.7	156.2

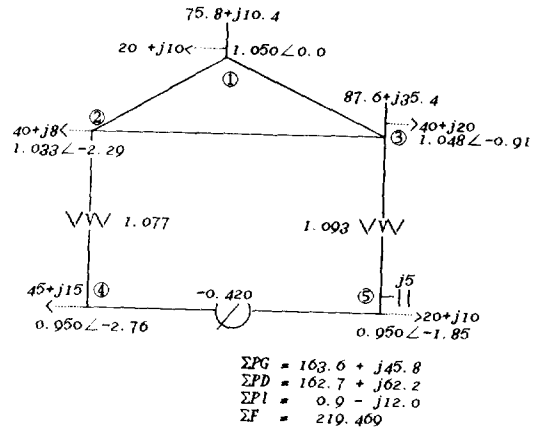


그림 7 부하모형을 고려한 OPF 결과
Fig. 7 Results of OPF including load moed 1

표 4 IEEE-118 계통의 수렴과정
Table 4 Convergence process in IEEE-118 system

주 반복	보조 반복	고정 제약	목적 함수	ΔP	최대 ΔQ	$\Delta \theta$	ΔV
1	2	0	1059475	0.0359	3.7376	0.3923	0.0707
2	8	10	1074915	0.0137	988.5401	0.0977	0.0866
3	21	25	1070481	0.0009	56.3322	0.0931	0.0251
4	2	25	1071189	0.0002	33.5471	0.0163	0.0019
5	2	25	1071213	0.0000	0.3728	0.0001	0.0000
6	2	25	1071213	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	2	25	1071213	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

3) 제안한 최적전력 조류계산(그림6)

4) 부하모형을 고려한 최적전력 조류계산의 결과(그림 7)을 보였다.

조류계산 후의 총 발전비용이 유효전력 배분의 경우에 비해 약간 증가하는 이유는 손실이 반영

표 5 KEPCO-306 계통의 수렴과정
Table 5 Convergence process in KEPCO-306 system

주 반복	보조 반복	고정 제약	목적 함수	최 대			
				ΔP	ΔQ	$\Delta \theta$	ΔV
1	2	0	2159548	0.2645	42.8232	0.7576	0.2803
2	19	29	2701189	0.0128	201.6274	223.1292	0.3416
3	19	34	2658520	0.3374	178.5262	55.5291	0.3374
4	3	33	2707238	0.0001	3.8833	0.0181	0.0161
5	2	33	2707454	0.0000	0.0866	0.0000	0.0007
6	2	33	2707454	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	12	33	2707454	0.0000	0.0000	0.0000	0.0500
8	2	34	2707454	0.0000	0.0000	0.0000	0.0066
9	2	34	2707454	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	2	34	2707454	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

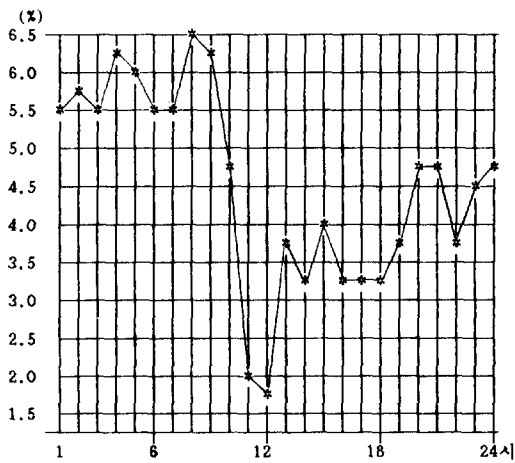


그림 8 TPC-190 계통의 송전손실 감소율
Fig. 8 Transmission loss saving of TPC-190 system

($\sum PG$ 가 증가)되기 때문이다. OPF의 결과가 (유효전력 배분+조류계산)의 경우에 비해 경제적인 것은 논리적으로 당연한 것이다. 부하모형을 고려했을 때와 그렇지 않았을 때의 결과가 흥미로운데, 그림 7에서 부하모선 5의 전압이 상한치(1.05)에서 하한치(0.95)로 바뀌게 된다. 그 이유는 부하모형이 목적함수를 최소화하기 위해 전압을 낮춤으로서 부하를 줄이려는 의도로 풀이되는데, 이러한 결과는 전압을 올려 손실을 줄이려는 시도와는 반대되는 결과이다. 부하모형의 효과를 좀 더 살펴보기 위하여 IEEE-14 계통을 대상으로 6.6KV측 부하모선에 다섯가지 형태의 부하모형을 주고 실행한 결과를 표 2에 제시하였다. 다섯가지 형태의 파라미터(α , β) 값은 임의로 준 값이다. 이 경우에도 부하전압이 전반적으로 떨어지는 결과가 나타났다. 부하모형이 해의 수렴성에도 영향

을 주는데 부등제약의 범위가 작을 경우 진동하는 특성도 나타나는 때가 있었다.

표 3-5는 사례계통에서 목적함수를 총 발전비용으로 두었을 때 제안한 패널티기법에 의해 매 반복시 고정제약의 집합을 식별하고 수렴해 가는 과정을 나타낸 것이다. 제약조건의 집합이 주어졌을 경우 뉴턴 OPF는 뉴턴 조류계산의 경우처럼 4회 이내에 수렴되며, 제안한 고정제약 집합의 식별을 포함하여 10회 이내에 수렴된다. 사례중 KEPCO-306 계통은 우리나라 1987년도 하계의 기저부하수준(11,000MW), 306모선, 521선로, 제어발전기 37대, 제어 변압기 30대, 306개의 모든 모선전압을 감시하는 것으로 한 경우이다.

그림 7은 TPC 실제계통에서 에너지 관리시스템 (Energy Management System)의 급전상태(유효전력 배분+조류계산)를 OPF에 의해 전압제어를 했을 경우에 기대되는 일간 손실감소율 곡선을 그린 것으로 약 3~6%의 이론적인 손실감소가 기대되었다.

7. 결론

당초 본 연구는 전력계통의 최적화를 위한 범용 소프트웨어 패키지를 개발하는 과정에서 이루어졌다. 개발된 패키지는 조류계산(제어기가 없을 경우), 유효전력배분(발전기 출력만을 제어기로 고려), 무효전력 배분(무효전력원만을 제어기로 고려) 등 이용자의 요구에 따라 유연성이 있는 해를 얻을 수 있다. 목적함수가 총발전비용으로 되어 있으나 슬랙 발전기의 유효출력만을 제어한다면 송전손실을 최소화하는 해를 주게 된다.

뉴턴 OPF는 산법 자체가 실제계통 적용에 유리한 특성들을 가지고 있다. 즉 지금까지 알려진 대부분의 OPF문제에의 적용이 용이하며, 계산시간은 계통의 크기에 비례하고 부등제약의 갯수에 영향을 크게 받지 않는다. 스퍼스티 프로그래밍에 의한 행렬의 처리로 계산량은 물론 기억량도 크게 줄일 수 있어서, 사례의 118모선까지는 퍼스널 컴퓨터에서 실행시킨 결과이다.

사례검토에서 부하모형을 고려한 경우의 최적해가 흥미로운데, 부하모형의 고려는 전반적으로 전압을 떨어뜨리는 결과를 주게된다. 이러한 현상은 안전도의 관점에 상충되는 결과로 세심한 검토가 필요하다.

OPF를 당장 실제계통에서 조류계산처럼 활용하는 데는 아직도 개선의 여지가 남아있다. 예로 최적

해를 유도하는 제어기의 동작을 적게 하는 방법, 제어량의 이산화, 해가 나올 수 없는 문제의 처리 등을 들 수 있다. 이를 보완하기 위하여 OPF의 결과에 이용자의 경험을 반영할 수 있는 인공지능의 기법을 도입하는 것도 기대된다.

본 산법을 그대로 에너지 관리 시스템에서 On-line으로 사용하기에는 아직 미흡하지만, Off-line 레벨에서 실제통의 운용이나 계획에 관련한 최적해를 구하는데 크게 기여할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] J. Carpentier, "Towards a Secure and Optimal Automatic Operation of Power Systems." PICA, pp. 2-37, 1987.
- [2] D.I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, W.F. Tinney, "Optimal Power Flow Solution by Newton Approach," IEEE Trans vol. PAS-103, No. 10, pp. 2864-2880, Oct. 1984.
- [3] D.I. Sun, B.A. Hughes, W.F. Tinney, J.M. Bright, J. Lamont, "Optimal Power Flow Solution by Newton's Method," IEEE Tutorial Course Text 87EH0262-60PWR, pp. 35-48, 1987.
- [4] D.I. Sun, T. Hu, G. Lin, C. Chen, "Experiences with Implementing Optimal Power Flow for Reactive Scheduling in the Taiwan Power System," IEEE/PES Summer Meeting Paper 87SM505-1, July 1987.
- [5] R.Y. Kwok, "Optimal Power Flow in Power System Analysis," Energy Systems Research Center, The University of Texas at Arlington, Dec. 1987.
- [6] W.F. Tinney, V. Brandwajn, S.M. Chan, "Sparse Vector Methods," IEEE Trans vol. PAS-104, No. 2, pp. 295-391, Feb. 1987.