

〈論 文〉

## 평판 편에서의 강제대류 열전달에 미치는 복사효과

손병진\* · 민묘식\*\* · 최상경\*\*\*

(1989년 12월 26일 접수)

### Radiative Effect on the Conjugated Forced Convection-Conduction Heat Transfer in a Plate Fin

Byung Jin Son, Myo Sik Min and Sang Kyung Choi

**Key Words:** Conjugated Heat Transfer(복합 열 전달), Plate Fin(평판 편), Convection-Conduction Parameter(대류-전도매개변수), Radiation-Conduction Parameter(복사-전도매개변수), Diffusion Approximation(확산근사), Radiative Heat Flux(복사열플럭스)

#### Abstract

The interaction of forced convection-conduction with thermal radiation in laminar boundary layer over a plate fin is studied numerically. The analysis is based on complete solution whereby the heat conduction equation for the fin is solved simultaneously with the conservation equations for mass, momentum and energy in the fluid boundary layer adjacent to the fin. The fluid is a gray medium and diffusion(Rosseland) approximation is used to describe the radiative heat flux in the energy equation. The resulting boundary value problem is solved finite control volume method. The important parameters of this problem are convection-conduction parameter  $N_c$  and radiation-conduction parameter  $M$ , Prandtl number  $Pr$ . Numerical results are presented for gases with the Prandtl numbers of 0.7 & 5 with values of  $N_c$  and  $M$  ranging from 0 to 10 respectively. The object of this study is to provide the first results on forced convection-radiation interaction in boundary layer flow over a semi-infinite flat plate which can be used for comparisons with future studies that will consider a more accurate expression for the radiative heat flux. The agreement of the results from the complete solution presented by E.M. Sparrow and those from this paper for the special case of  $M=0$  is good. The overall rate of heat transfer from the fin considering radiative effect is higher than that from the fin neglecting radiative effect. The local heat transfer coefficient with radiative effect is higher than that without radiative effect. In the direction from tip to base, those coefficients decrease at first, attain minimum, and then increase. The larger values of  $N_c$ ,  $M$ ,  $Pr$  give rise to larger fin temperature variations and the fin temperature without radiative effect is always higher than that with radiative effect.

\*정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과  
\*\*정회원, 유한공업전문대학 기계설계학과  
\*\*\*한양대학교 대학원

기호설명  
 $C_p$  : 정압비열  
 $C_t$  : 무차원온도차 [ $= T_\infty / (T_0 - T_\infty)$ ]

$h$	: 등가대류 열전달계수(식 7b)
$h^*$	: 무차원 등가대류 열전달계수(식 15)
$k, k_f$	: 유체 및 핀의 열전도도
$L$	: 핀 길이
$M$	: 복사-전도매개변수 [ $= 4\sigma(T_0 - T_\infty)^3/k\beta$ ]
$N_c$	: 대류-전도매개변수 [ $= (kL/k_f^4)(Re_L^{1/2})$ ]
$Pr$	: Prandtl 수 ( $= \nu/\alpha$ )
$Q$	: 총 열전달률
$q$	: 국소 열플럭스
$q^r$	: 복사 열플럭스 ( $= (-4\sigma/3\beta)(\partial T^4/\partial y)$ )
$Re_L$	: 레이놀즈 수 ( $= U_\infty L/\nu$ )
$T, T_f$	: 유체 및 핀의 온도
$T_0$	: 핀 바탕온도
$t$	: 핀 두께의 1/2
$U, V, u, v$	: $x, y$ 방향의 무차원 및 차원속도
$X, Y, x, y$	: 무차원 및 차원 직교좌표
$\alpha$	: 열확산계수
$\beta$	: 감쇠계수
$\theta, \theta_f$	: 유체 및 핀의 무차원온도
$\nu$	: 동점성계수
$\rho$	: 밀도
$\sigma$	: Stefan-Boltzmann 상수
$\phi$	: 유량함수
$\omega$	: 무차원 유량함수 ( $= \frac{\phi - \phi_I}{\phi_E - \phi_I}$ )
하첨자	
$w$	: 핀 표면
$\infty$	: 자유유동조건
$I$	: 핀 경계면
$E$	: 외측경계면

## 1. 서 론

공조기기, 자동차공업 등과 같이 많은 산업분야에서 사용되는 열교환기의 열전달을 증대시키기 위하여 고안된 핀에 대한 연구는 공학적으로 대단히 중요하게 취급되어 많은 연구가 진행되어왔다.

종래의 핀에 대한 열전달문제의 해석에서는 핀 표면에서의 대류열전달계수가 핀 전표면에 걸쳐서 균일하다고 가정하는 단순 모델로, 핀성능을 해석하였다. 그러나 핀에 인접한 유체의 속도장과 온도장이 균일하지 않기 때문에 대류열전달계수가 핀 표면에 따라 변한다는 사실이 여러 문헌에서 입증되고 있다<sup>(1)</sup>. 따라서 유용한 수치계산의 급속한 발전으로 핀의 열전도방정식과 주위 유체의 유동장에

관련된 방정식들을 동시에 조합하여 해석(완전해)하는 방법들이 연구되었다<sup>(2~4)</sup>.

Sparrow<sup>(3)</sup> 등은 종래의 단순모델에 대한 해는 총열전달을 계산하는 데에는 별무리가 없으나 국소 열전달계수, 국소열플럭스, 핀온도분포의 계산에는 많은 오차를 유발한다고 결론지었다. 고온 저속유동장에서는 유동 유체의 열복사가 표면열전달에 크게 영향을 주기 때문에 많은 관심을 끌어왔으나<sup>(5,6)</sup> 대부분의 많은 연구가 등온평판에 관한 연구였다. Chen<sup>(7)</sup>은 평판핀에서 복사효과가 고려되는 경우에 대하여 모의상사해법(pseudosimilarity method)을 사용하여 해석하였다. 이 방법은  $y$ 방향(판에 수직한 좌표)에 기하학적 길이척도(geometrical length scale)가 없고, 방정식이 포물형일 경우에는 가능하나, 두 평판사이의 유동과 같이 기하학적 길이척도가 포함되는 문제는 이 방법으로 곤란하다. 그리하여 본 연구는 핀 최적설계에 기본이 되는 국소열전달계수, 핀온도분포를 계산할 수 있는 범용의 기초를 마련하기 위하여, 평판핀에 대한 열전도방정식과 경계층에 대한 유동방정식을 가스복사열플럭스를 포함시켜 복합열전달 문제로, Patankar-Spalding 방법을 사용하여 계산하였다.

가스복사를 고려한 에너지방정식을 일반적으로 해석하기에는 수학적으로 대단히 복잡한 비선형-적분형 미분방정식이 되므로 Rosselend 근사해법을 도입하여 복사항을 처리하였다. 이 근사기법은 광학적(optically)으로 두꺼운 영역에서는 대체로 정확하다. 일반적으로 핀주위에 흐르는 가스는 흡수율이 큰  $\text{CO}_2$ , 수증기 등이 주성분인 연소가스이므로 이 근사해법의 도입은 무리가 없는 것으로 판단된다.

이 연구의 가장 중요한 매개변수는 대류-전도매개변수  $N_c$ , 복사-전도매개변수  $M$ 과  $Pr$ 수이다.  $N_c$ 의 값은 0에서 10,  $M$ 의 값도 0에서 10, 그리고  $Pr$ 수는 0.7과 5에 대하여 총열전달률, 핀표면에 따른 국소열전달계수, 국소열플럭스, 그리고 핀온도분포를 계산하였다.

본 연구의 타당성을 검증하기 위하여 Sparrow<sup>(3)</sup>, Chen<sup>(7)</sup>의 연구결과와 비교한 결과, 대체적으로 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

## 2. 해 석

해석하고자 하는 문제의 모델은 Fig. 1과 같다.

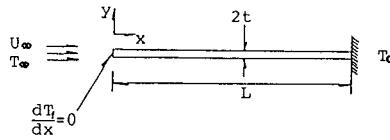


Fig. 1 Model used for fin analysis

길이가  $L$ 이고 두께가  $2t$ 인 평판핀이 유체의 유동방향에 평행하게 놓여 있다. 핀의 바탕온도는  $t_0$ 로 유지되고 있고, 평판 핀위를 유동하는 유체의 자유유동속도와 온도는 각각  $U_\infty$ ,  $T_\infty$ 이다. 좌표축은 핀 뒷에서 핀 베이스를 따라  $x$ 축, 핀표면에 수직한 방향을  $y$ 축으로 택하였다.

## 2.1 지배방정식과 경계조건

문제의 수학적 모형화를 위하여 다음과 같은 가정을 두었다.

(1) 핀은  $z$ 축 방향으로 무한하고 핀 길이에 비하여 두께가 매우 얇아 핀은 1차원전도이고 핀 끝은 단열되어 있다.

(2) 유체는 물성치가 일정한 회체가스이고, 비압축성 2차원 층류유동장이다.

(3) 복사열플럭스는 optically thick limit approximation을 도입하였다.

(4)  $y$ 방향의 복사열플럭스에 비하여  $x$ 방향의 복사열플럭스는 무시한다.

경계층 방정식 :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial q^r}{\partial y} \quad (3)$$

$$(q^r = -\frac{4\sigma}{3\beta} \frac{\partial T^4}{\partial y}) \quad (3)$$

경계조건(경계층) :

$$y=0 \text{에서 } u=v=0, \quad T=T_w \quad (4a)$$

$$y \rightarrow \infty \text{에서 } u \rightarrow u_\infty, \quad T \rightarrow T_\infty \quad (4b)$$

핀 전도방정식 :

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} = \frac{h(x)}{k_f t} (T_f - T_\infty) \quad (5)$$

경계조건(핀) :

$$x=0 \text{에서 } \frac{dT_f}{dx} = 0 \quad (6a)$$

$$x=L \text{에서 } T_f = T_0 \quad (6b)$$

적합조건 :

모든 경계면에서 핀과 유동유체의 온도 및 열플럭스는 연속적이다. 즉

$y=0$ 에서 :

$$T_f = T_w \quad 0 \leq x \leq L \quad (7a)$$

$$\left[ -k \frac{\partial T}{\partial y} + q^r \right]_{y=0} = h(T_f - T_\infty)$$

$$0 \leq x \leq L \quad (7b)$$

여기서  $h$ 는 복사열플럭스를 포함한 국소등가열전달계수이다.

## 2.2 방정식의 무차원화

상기 지배방정식과 경계조건을 무차원화하기 위하여 다음과 같은 무차원수와 무차원변수들을 정의한다.

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L} Re_L^{1/2}, \quad U = \frac{u}{u_\infty},$$

$$V = \frac{v}{u_\infty} Re_L^{1/2}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

$$\theta_f = \frac{T_f - T_\infty}{T_0 - T_\infty}, \quad h^* = \frac{hL}{k Re_L^{1/2}},$$

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu}, \quad N_c = \frac{kL}{k_f t} Re_L^{1/2}$$

$$M = \frac{4\sigma (T_0 - T_\infty)^3}{k\beta}, \quad C_t = \frac{T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

위에서 정의한 무차원수 및 무차원변수들을 사용하여 지배방정식과 그에 대한 경계조건을 무차원화하면 다음과 같다.

경계층 방정식 :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (8)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (9)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{M}{3Pr} \frac{\partial^2 (\theta + C_t)^4}{\partial Y^2} \quad (10)$$

경계조건 :

$$Y=0 \text{에서 } U=V=0, \quad \theta=\theta_w \quad (11a)$$

$$Y \rightarrow \infty \text{에서 } U \rightarrow 1, \quad \theta \rightarrow 0 \quad (11b)$$

전도방정식 :

$$\frac{d^2 \theta_f}{dX^2} = N_c h^* \theta_f \quad (12)$$

경계조건 :

$$X=0 \text{에서 } \frac{d\theta_f}{dX} = 0 \quad (13a)$$

$$X=1 \text{에서 } \theta_f = 1 \quad (13b)$$

적합조건 :

$$Y=0 \text{에서}$$

$$\theta_f = \theta_w \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (14a)$$

$$-\left[ \left\{ 1 + \frac{4}{3} M (\theta + C_t)^3 \right\} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} = h^* \theta_f$$

$$0 \leq X \leq 1 \quad (14b)$$

여기서  $h^*$ 는 복사열플럭스를 포함한 무차원 국소등가열전달계수이다. 따라서 무차원 국소등가열전달계수는

$$h^* = - \left[ \left\{ 1 + \frac{4}{3} M (\theta + C_t)^3 \right\} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} / \theta_f \quad (15)$$

이다.

### 2.3 수치계산

질량, 운동량, 에너지에 대한 2차원 경계층 방정식들은  $X=0$ 인 펀 선단에서  $X=1$ 인 펀 베이스까지 parabolic forward marching 방법으로 해석하였다. 실제계산은 cross stream coordinate로서 무차원 유량함수  $\omega = (\phi - \phi_i) / \phi_e - \phi_i$ , streamwise coordinate는 무차원  $X$ 를 사용하여 Patankar-Spalding 방법<sup>(9)</sup>으로 계산하였다.

여기서  $\phi_e$ 는 경계층 외측경계면에서의 유량함수 값을 나타내고,  $\phi_i$ 는 경계면(핀 표면)에서의 유량함수 값을 나타낸다. 본 연구의 문제에서는  $\phi_i = 0$ 이고  $\phi_e$ 는  $X$ 의 함수이다.  $X$ 방향의 격자는 경계층 외측경계면에서 유입되는 유체의 유입률(entrainment)에 따라 자동적으로 생성되고,  $\omega$ 방향의 격자 분포는  $\omega_i = [(i-2)/(N-2)]^m$ 에 의하여 결정된다. 여기서  $N$ 는  $\omega$ 격자점의 수이고 지수  $m$ 이 클수록 경계면에서 외측경계면으로 갈수록 격자 간격이 커지게 된다.

본 연구에서는  $N$ 은 62이고  $m$ 은 2.75를 택하였다.

상호종속적인 경계층방정식과 펀 전도방정식을 연립시켜 완전해를 구하기 위한 계산절차는 다음과 같다.

(1) 모든  $x$ 에서  $\theta_w = 1$ 인 등온평판을 경계조건으로 하여 경계층방정식의 해를 구한다.

(2) (1)에서 얻은 해를 이용하여 식 (15)에서  $h^*$ 를 결정한다.

(3) (2)에서 결정된  $h^*$ 를 이용하여 식 (12), 식 (13)에서 펀의 온도분포를 구한다.

(4) (3)에서 구한 펀의 온도분포를 경계조건으로 경계층방정식을 풀어 (2)–(3)을 수행한다.

(5) 펀의 온도분포가 모든  $X$ 의 계산점에서 허용된 오차를 만족할 때까지 (4)를 반복계산한다.

본 연구에서는 오차  $\epsilon$ 는  $1 \times 10^{-4}$ 으로 하고, 경계층방정식의 유동방향의 step  $\Delta x$ 는  $1 \times 10^{-3}$ 을 넘지 않도록 하였다.

### 3. 결과 및 고찰

국소열플럭스를 펀의 전 길이에 대해서 적분하면 총열전달률을 구할 수 있으므로

$$Q = 2 \int_0^L h(x) (T_f - T_\infty) dx \quad (16)$$

이고, 여기서 2는 양면 전달률을 고려한 것이다. 또는 벽에서  $x=L$ 인 펀 베이스로 전도되는 열전달률로 구할 수도 있다. 즉

$$Q = k_f (2t) \frac{dT_f}{dx} \Big|_{x=L} \quad (17)$$

이고, 이를 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{Q}{k(T_0 - T_\infty) Re_L^{1/2}} = 2 \int_0^1 h^*(X) \theta_f(X) dX \quad (18)$$

혹은

$$\frac{Q}{k(T_0 - T_\infty) Re_L^{1/2}} = \frac{2}{N_c} \left[ \frac{d\theta_f}{dX} \right]_{X=1} \quad (19)$$

따라서 총열전달률을 식 (18) 혹은 (19)에서 계산할 수 있다.

본 연구에서도 이 두 가지 방법으로 계산한 결과 거의 정확히 일치함을 확인할 수 있었다. Fig. 2는 본 연구에서 계산된 결과의 타당성을 검토하기 위

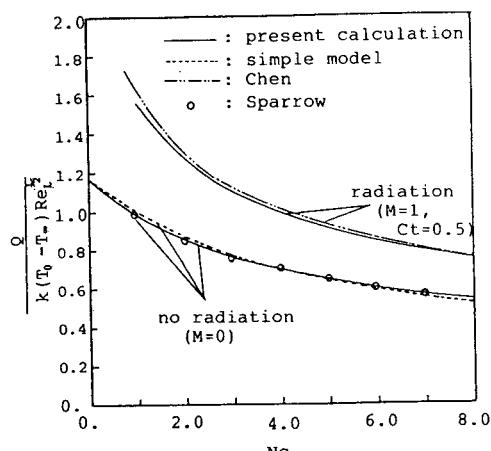


Fig. 2 Total heat transfer rate according to  $N_c$

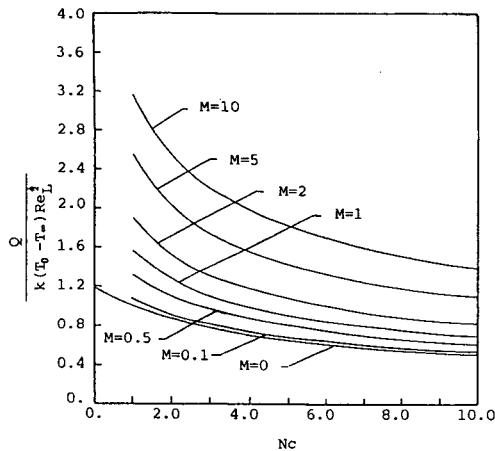


Fig. 3 Total heat transfer rate along variation of  $M$  for  $C_t=0.5$

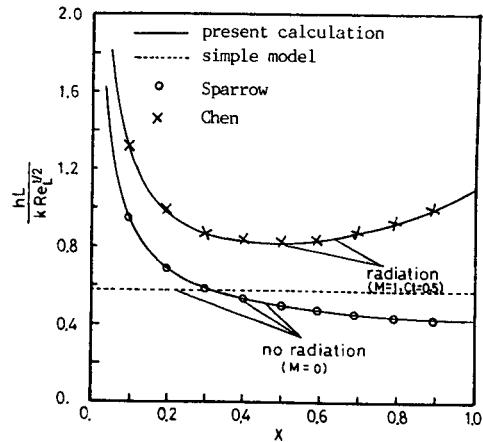


Fig. 4 The comparison of heat transfer coefficients calculated by different method along the plate fin for  $N_c=2$

하여 복사효과를 고려하지 않은 경우 즉  $M=0$ 일 때 Sparrow<sup>(3)</sup> 등의 수치해와 비교하였고  $M=1$ ,  $C_t=0.5$ 일 때, Chen<sup>(7)</sup>의 연구결과와 본 연구에서 얻은 계산결과가 대체적으로 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있었다. 한편, 총열전달률만을 구할 때는 종래의 단순해 즉

$$\frac{Q}{k(T_0 - T_\infty) Re_L^{1/2}} = \left( \frac{1.530}{N_c} \right)^{1/2} \tanh \left( 0.5854 N_c \right)^{1/2} \quad (20)$$

으로 구하여도 거의 오차가 없다는 것을 알 수 있다. 따라서, 실제 공학설계에서는 핀 전표면에서 대류열전달계수가 균일하다고 가정하여도 타당한 결과를 얻을 수 있다.

Fig. 3은  $N_c$ 가 0에서 10까지 변할 때  $M$ 에 따른 총열전달률의 변화를 나타내었다. 총열전달률은  $M$ 이 증가할수록 크고  $N_c$ 가 증가할수록 감소함을 알 수 있다.

본 연구에서 채택한 계산방법의 타당성을 검증하기 위하여 무차원 국소등가 열전달계수  $h^*$ 값을 Fig. 4에 기존의 계산결과와 비교하였다. 복사효과를 무시하였을 때( $M=0$ ) Sparrow<sup>(3)</sup>의 완전해와 아주 잘 일치하고 있고, 유체유동 방향으로 단조감소하고 있다. 복사를 고려하였을 때는 핀 뒷에서 핀 베이스로 갈수록 단조변화하지 않고, 처음에는 감소하다가 다시 증가하는 경향을 보였다.

이 현상은 Chen<sup>(7)</sup>의 결과와도 매우 잘 일치한다. 등온평판핀에 대한 단순해는  $Pr$ 가 0.7일 때  $h^*$ 은 대략 0.5854의 값을 갖는다. 한편 핀 뒷

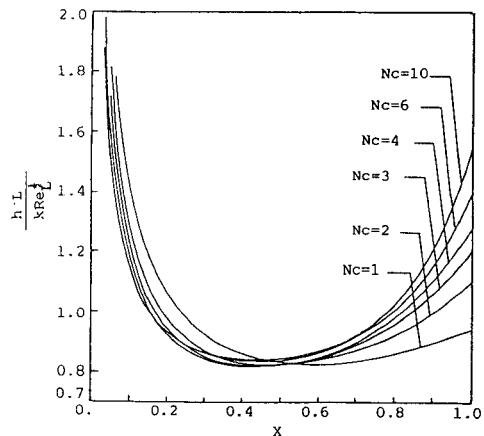


Fig. 5 The modified heat transfer coefficients along the plate fin for  $M=1$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $N_c$

( $X=0$ )에서 무한대로 접근하는 것은  $X=0$ 에서 특이점(singular point)이기 때문이다. 국소등가열전달계수도 총열전달률과 마찬가지로 복사를 고려하였을 때가 고려하지 않았을 때보다 크다는 것을 알 수 있다.

일정한  $M$ 값에 대하여  $N_c$ 가 증가할수록  $h^*$ 의 값은 극소치를 가지는 경향이 뚜렷해짐을 Fig. 5에서 볼 수 있다.

Fig. 6은  $N_c=2$ 일 때의  $M$ 의 변화에 따른  $h^*$ 값을 나타낸 그림으로서,  $M$ 이 증가할수록 핀 전표면에 걸쳐서 증가하고, 핀 베이스로 갈수록  $M$ 의

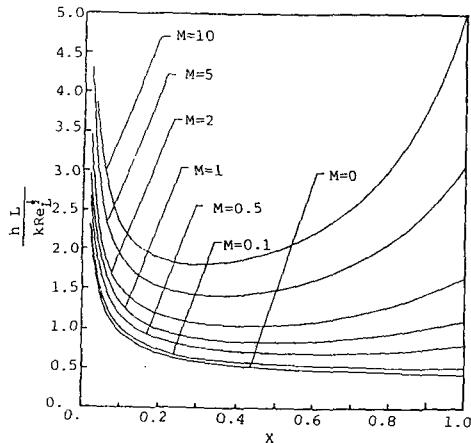


Fig. 6 The modified heat transfer coefficients along the plate fin for  $N_c=2$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $M$

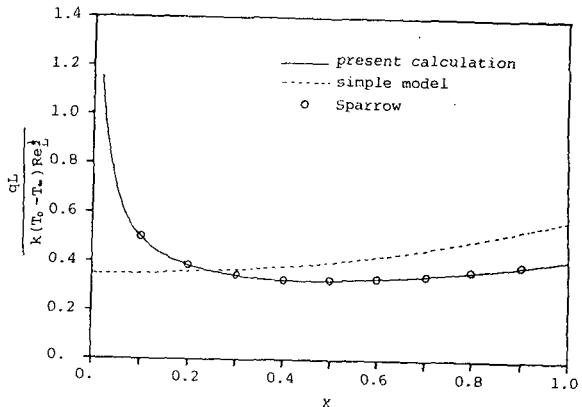


Fig. 7 The comparison of local heat flux calculated by different methods along the plate fin for  $N_c=2$  without radiation

영향은 증대된다. 이것은  $M$ 이 크면 복사에 의한 열전달이 증대됨으로서, 펀온도분포는 티으로 갈수록 더욱 낮아지기 때문에, 티에 접근할수록 등가열전달계수에 미치는  $M$ 의 영향은 작아지는 것으로 사료되고, 또한  $M$ 이 증가할수록 처음에는 감소하다가 극소점에 도달하고 다시 증가해가는 경향이 명확함을 알 수 있다.

평판핀에서의 국소열플럭스는

$$q = h(T_f - T_\infty) = \left[ -k \frac{\partial T}{\partial y} + q^r \right]_{y=0} \quad (21)$$

이고, 무차원화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{qL}{k(T_0 - T_\infty) Re_L^{1/2}} &= h^* \theta, \\ &= - \left[ \left\{ 1 + \frac{4}{3} M (\theta + C_t)^3 \right\} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0}$

은 대류에 의한 국소 열플럭스이고

$$-\frac{4}{3} M (\theta + C_t)^3 \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0}$$

는 복사에 의한 열플럭스이다.

또한 등온 평판핀의 단순해에 의한 국소 열플럭스는  $Pr=0.7$ 일 때 다음과 같이 표현된다.

$$qL/k(T_0 - T_\infty) Re_L^{1/2} = 0.5854 \theta, \quad (23)$$

Fig. 2에서 알 수 있는 바와 같이 총열전달률을 계산하는 데에는 단순해와 원전해 어느 것으로 구

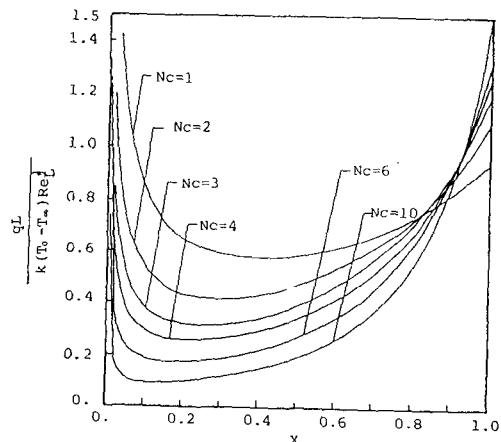


Fig. 8 Local heat flux along plate fin for  $M=1$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $N_c$

하여도 무관하나, 국소열전달률은 많은 오차를 유발한다는 것을 Fig. 7에서 볼 수 있다. 따라서 국소열전달률을 계산하는 데에는 단순해가 적합하지 않다는 것을 알 수 있고,  $M=0$ 일 때 본 연구에서 계산된 결과와 Sparrow<sup>(3)</sup>의 수치해와 아주 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

$M=1$ 일 때  $N_c$ 의 변화에 따른 국소열플럭스를 Fig. 8에 나타내었다. 핀 베이스 근방 즉  $X$ 가 대략 0.9 이상에서만  $N_c$ 가 클수록 국소열플럭스는 증가하고, 나머지 핀 표면에서는 감소한다. 또한 국선의 아래부분의 면적이 총열전달률을 나타내기 때문에  $N_c$ 가 증가할수록 총열전달률은 감소한다는 것을 알 수 있고, 이것은 Fig. 3의 결과를 다시 한

번 입증해준다.

$N_c=2$ 일 때  $M$ 의 변화에 따른 국소열플럭스를 Fig. 9에 표시하였다. 핀 뒷근방 즉  $X$ 가 대략 0.2 보다 작으면,  $M$ 은 국소열플럭스에 거의 영향을 미치지 못하고 핀 베이스로 갈수록  $M$ 의 영향은 증대된다. 이것은  $M$ 이 증가할수록 복사열전달은 증대되고, 그 결과 핀팁으로 갈수록 핀 온도는 더욱 낮아져서  $M$ 의 영향은 줄어든다. 또한  $M$ 이 증가할수록 곡선 아래부분의 면적이 증가하므로 총열전달률은 증가한다는 Fig. 3의 결과를 확인할 수 있고, 이 증가된 열전달은 대부분이 핀베이스 근방에서 이루어지고 있다는 것을 알 수 있다.

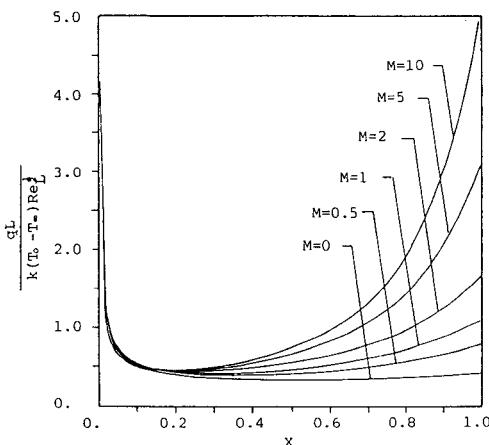


Fig. 9 Local heat flux along the plate fin for  $N_c=2$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $M$

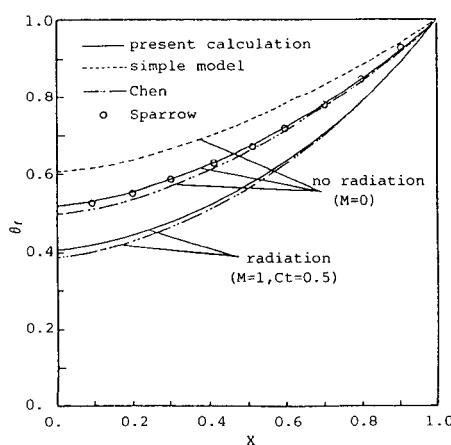


Fig. 10 The comparison of temperature distribution along the plate fin for  $N_c=2$

$M=0$ 일 때 단순해에 의한 온도분포는  $Pr=0.7$  일 때 다음과 같이 표현된다.

$$(T_f - T_\infty) / (T_0 - T_\infty) = \theta_f \\ = \cosh(0.5854 N_c X^2)^{1/2} / \cosh(0.5854 N_c)^{1/2} \quad (24)$$

$N_c=2$ 일 때 복사효과가 있을 때와 없을 때 핀 표면에 따른 핀 온도분포에 대한 다른 문헌의 결과와 본 연구의 결과를 Fig. 10에 나타내었다.  $M=0$ 일 때 단순해에 의한 온도분포가 가장 높게 나타나고 본 연구의 결과가 참고문헌 (3)과 (7)의 수치해와 대체로 잘 일치하고 있다. 여기서도 국소등가열전달계수나 국소열플럭스를 구할 때와 마찬가지로, 핀

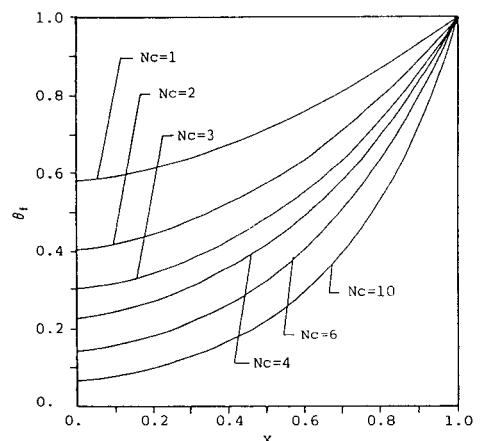


Fig. 11 The temperature distribution along the plate fin for  $M=1$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $N_c$

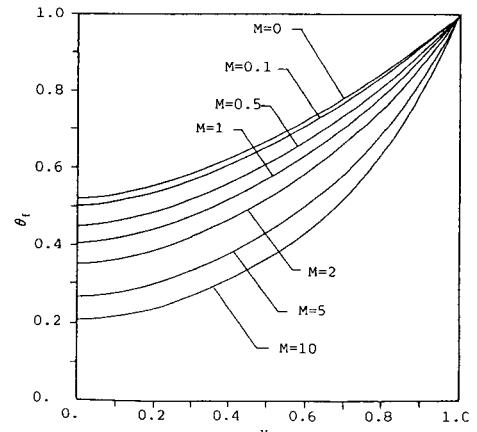


Fig. 12 The temperature distribution along the plate fin for  $N_c=2$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $M$

온도분포를 구하는 데에도 단순해가 부적합하다는 것을 알 수 있다. 핀 온도분포는 핀 베이스에서 핀 끝까지 단조감소하고 있고 복사를 무시했을 때가 고려한 경우보다 핀 전표면에서 항상 높게 나타나고 있다.

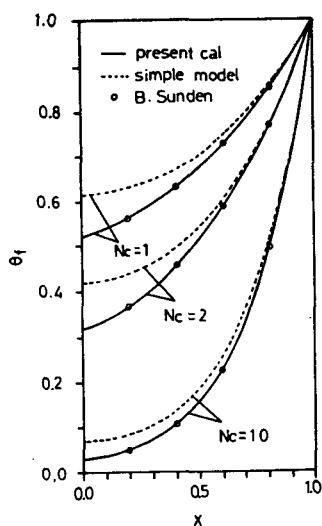


Fig. 13 Fin temperature distribution without radiation for  $Pr=5$  and various values of  $N_c$

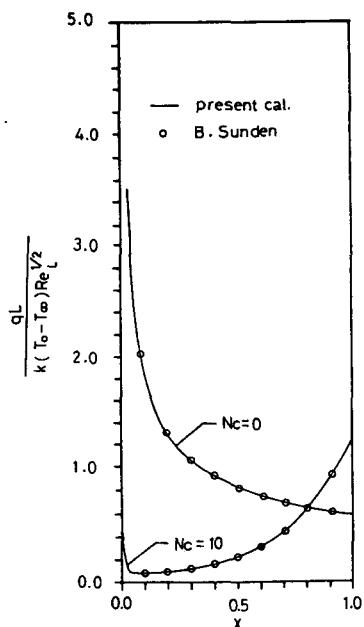


Fig. 14 Local heat flux distribution without radiation for  $Pr=5$

$N_c$ 가 커짐에 따라 핀 베이스에서 핀 끝까지 온도변화가 크다는 것을 Fig. 11에서 알 수 있는데, 이것은  $N_c$ 가 크면 핀의 열전도도가 작아지므로 핀의 온도변화는 커진다. Fig. 12에서도  $M$ 이 증가할 수록 핀의 온도변화가 크다는 것을 보여주고 있다.

Fig. 13과 Fig. 14는  $Pr=5.0$ 에 대해 핀의 온도분포와 국소열플럭스를 Sunden<sup>(8)</sup>의 결과와 함께 표시한 그림이다. 이 그림으로부터도 본 연구의 타당성이 잘 입증되고 있다.

Fig. 15는  $Pr=0.7$ ,  $Pr=5$ 에 대해  $M$ 의 변화에

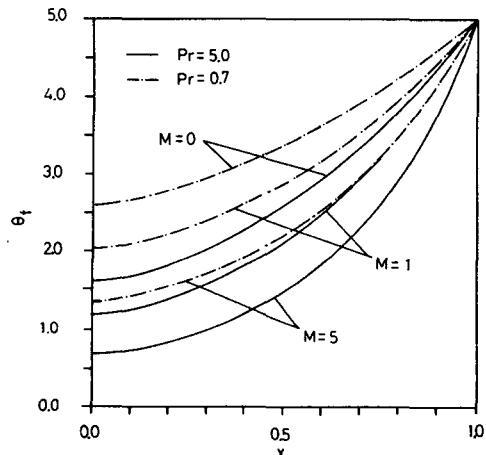


Fig. 15 The effect of  $Pr$  on fin temperature distribution for  $N_c=2$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $M$

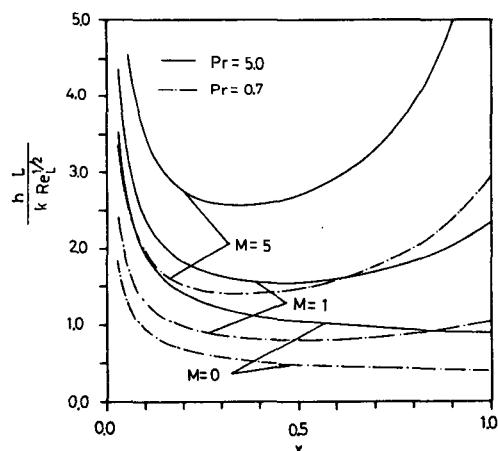


Fig. 16 The effect of  $Pr$  on modified heat transfer coefficients for  $N_c=2$ ,  $C_t=0.5$  and various values of  $M$

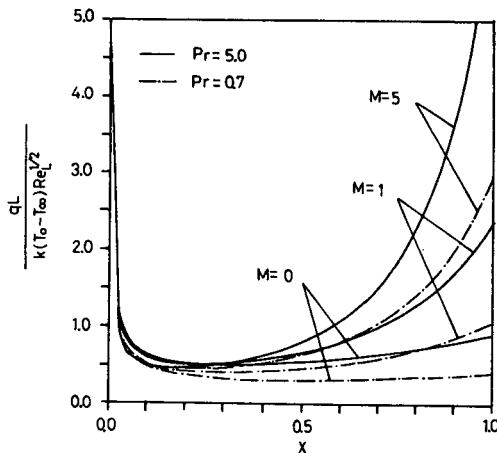


Fig. 17 The effect of  $Pr$  on local heat flux for  $N_c = 2$ ,  $C_t = 0.5$  and various values of  $M$

따른 펀 온도분포를 표시하였는데  $Pr$ 수에 상관없이 유사한 경향을 나타내나,  $Pr$ 수가 크면 더 낮은 온도분포를 나타낸다. Fig. 16과 Fig. 17은  $Pr = 0.7$ ,  $Pr = 5.0$ 에 대해  $M$ 의 변화에 따른 국소등가 열전달계수와 국소열플럭스를 도시한 그림이다.  $Pr = 5.0$  때도  $Pr = 0.7$  일 때와 유사한 경향을 나타내나  $Pr$ 수가 클 때 그 값은 항상 크고, 펀 베이스로 갈수록 차이는 증대된다. 마찬가지로  $M$ 이 증가할수록  $Pr$ 수의 영향이 증대된다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

평판핀에서의 열전달을 해석하는 경우 복사효과가 고려되어지는 문제에서 Chen은 모의 상사해법을 사용하였으나, 이 방법은  $y$ 방향의 기하학적 길이척도가 포함되지 않고, 또 방정식이 포물형일 경우에 가능하다. 만일 펀 간격과 같은 길이척도가 포함되는 문제에 대해서는 이 방법으로는 난해하게 된다. 그리하여 본 연구는 범용의 소프트웨어 개발을 위한 초기단계로서 평판핀에서 복사효과가 고려되는 Chen과 같은 조건에서 Patankar-Spalding 방법을 사용하여 해석하고 그 결과를 기준의 연구 결과와 비교한 결과, 총열전달률, 국소열플럭스, 국소등가열전달계수의 값이 매우 잘 일치하였다.

이로서 본 연구에서 수행한 계산방법은 길이척도가 포함하는 문제에도 적용할 수 있는 범용의 소프

트웨어 개발을 위한 기초자료가 될 것으로 생각된다. 다음 단계의 연구로서는 두 평판 사이에서의 열전달해석이 될 것이다.

강제대류하는 평판핀에 Rosseland근사해법을 도입하여 경계층방정식과 핀 전도방정식을 동시에 해석한 완전해를, 대류-전도매개변수  $N_c$ , 복사-전도 매개변수  $M$ ,  $Pr$ 수에 따른 핀 열전달에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 복사효과를 고려했을 때가 복사가 없을 때보다 총괄열전달률, 국소등가열전달계수, 국소열플럭스는 항상 높게 나타나고, 핀 온도분포는 낮게 나타난다.

(2) 복사효과가 없을 경우 무차원 등가열전달계수는 유체유동방향으로 단조 감소하나 복사효과를 고려한 경우에는 극소점이 존재한다.

(3) 국소등가열전달계수는  $M$ 이 커짐에 따라 증가하나 단조변화하지 않고, 극소점을 가지는 오목한 모양의 경향이 뚜렷해진다.

(4) 국소열플럭스는  $M$ 이 커짐에 따라 핀 끝 부근에서는 거의 변화가 없고, 핀 베이스로 갈수록 증가하고 그 변화율도 커진다.

(5)  $Pr$ 수는 클 때가 작을 때보다 국소등가열전달계수, 국소열플럭스는 항상 크고, 핀 온도분포는 낮게 나타난다.

(6)  $N_c$ ,  $M$ ,  $Pr$ 수가 증가함에 따라 핀 베이스에서 핀 끝으로 갈수록 핀의 온도변화는 커진다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단의 목적기초연구의 일환으로 행하여졌으며 이에 관계자 여러분께 심심한 감사를 드립니다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Sparrow, E.M., Baliga, B.R. and Patankar, S.V., 1978, "Forced Convection Heat Transfer from a Shrouded Fin Array with and without Tip Clearance", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 100, pp. 572~579.
- (2) Sparrow, E.M., Acharya, S., 1981, "A Natural Convection Fin with a Solution-Determined Non-monotonically Varying Heat Transfer Coefficients", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 103, pp. 218~225.

- (3) Sparrow, E.M. and Chyu, M.K., 1982, "Conjugate Forced Convection-Conduction Analysis of Heat Transfer in a Plate Fin", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 104, pp. 204~206.
- (4) Garg, V.K. and Velusamy, K., 1986, "Heat Transfer Characteristics for a Plate Fin", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 108, pp. 224~226.
- (5) Novotny, J.L. and Young, Kwang-Tzu, 1967, "The interaction of Thermal Radiation in Optically Thick Boundary Layer", J. Heat Transfer, C81, pp. 309 ~312.
- (6) Cheng, E.H. and Özisik, M.N., 1972, "Radiation with free Convection in Absorbing, Emitting and Scattering Medium", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 1243~1252.
- (7) Chen, C.K. and Lien, F.S., 1985, "Radiative Effect on the Conjugated Forced Convection-Conduction Analysis of Heat Transfer in a Plate Fin", AIAA, Vol. 23, pp. 1645~1647.
- (8) Sundén, B., 1985, "The Effet of Prandtl Number on Conjugate Heat Transfer from Rectangular Fins", Int. Comm. Heat and Mass Transfer, Vol. 12, pp. 225 ~232.
- (9) Patankar, S.V. and Spalding, D.B., 1970, Heat and Mass Transfer in Boundary Layers, 2nd ed., Intertex-t Books, London.